

ПАВЛЮКОВЕЦ С.А., ВЕЛЬЧЕНКО А.А., РАДКЕВИЧ А.А.

ПОВЕДЕНИЕ МОБИЛЬНОГО РОБОТА С СИММЕТРИЧНОЙ СТРУКТУРОЙ КОЛЕС МЕКАНУМ ПРИ ПЕРЕМЕЩЕНИИ ПО КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРАЕКТОРИИ

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

В статье проведён сравнительный анализ двух вариантов симметричного размещения всенаправленных колёс типа меканум в мобильном роботе. Рассмотрено моделирование поведения мобильного робота при двух симметричных вариантах расположения колёс меканум по криволинейным траекториям в среде MATLAB Simulink. Получены графики траекторий центра робота в осях X–Y при двух вариантах симметричных конфигураций меканум-колёс при перемещении по траекториям лемнискаты, эллипса, гипотрохоиды и трека. Получены зависимости ошибок положения робота в осях X–Y от времени для двух вариантов топологий колёс при перемещении по четырём траекториям. Проанализированы зависимости отклонения угла поворота корпуса робота от времени для двух вариантов топологий колёс при перемещении по четырём криволинейным траекториям. Проведённый сравнительный анализ позволил дать рекомендации о перемещении вдоль эллипса и лемнискаты, которые характеризуется меньшими ошибками положения и отклонением угла поворота по сравнению с более сложными кривыми.

Ключевые слова: мобильный робот, меканум колесо, симметричная структура, матрица Якоби, движение по траектории, эллипс, лемниската, эпитрохоида, трек, ошибка позиционирования

Введение

Всенаправленные четырёхколёсные мобильные роботы на меканум-колёсах, расположенных параллельно корпусу, имеют в общей сложности 16 возможных топологий [1]. Принимая во внимание, что угол наклона роликов относительно оси вращения колёс составляет $\pm 45^\circ$, комбинации одного либо нескольких меканум-колёс образуют конфигурацию, которая с точки зрения кинематики обладает определённой управляемостью.

С пространственной точки зрения оценка управляемости и возможности реализации голономного движения может основываться на характере пересечений линий осей вращения роликов [2]. Считается, что всенаправленными являются конфигурации, в которых линии осей вращения колёсных роликов пересекаются в четырёх точках. Всего существует 6 вариантов такого расположения меканум колёс. Однако, оценка управляемости робота также зависит от положения пересечения линий. Хорошую управляемость имеют лишь варианты расположения меканум колёс, в которых точки пересечения линий симметричны относительно центра робота [2].

С точки зрения кинематики оценка реализации всенаправленного движения основывается на анализе матрицы пространства состояний робота – матрицы Якоби. Всенаправленное движение способны обеспечить варианты конфигураций меканум-колёс, матрица Якоби которых является полноранговой, а ранг матрицы равен 3.

Исходя из этого, существуют две конфигурации симметричного размещения колёс меканум в мобильном роботе, удовлетворяющих условиям полноранговой матрицы Якоби с рангом, равным 3 и пересечением линий осей вращения колёсных роликов в 4 точках. Эти две конфигурации с указанием соответствующих им матриц Якоби представлены на рис. 1.

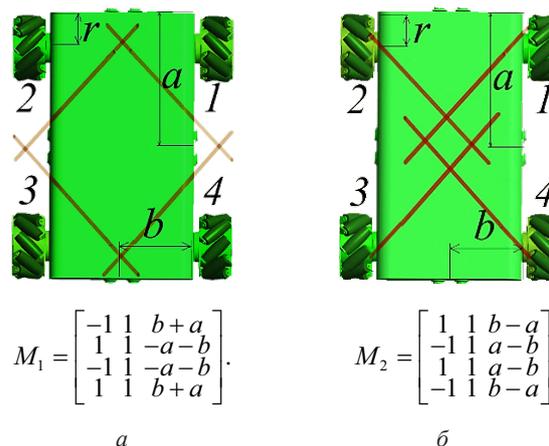


Рисунок 1. Симметричные пространственные топологии расположения меканум колёс в мобильном роботе с указанием соответствующих им матриц Якоби:
а) конфигурация с размещением колес наружу;
б) конфигурация с размещением колес во внутрь

В робототехнике одинаково широко используются оба симметричных варианта расположения

меканум колёс в работе. К примеру, при анализе кинематики мобильных роботов, в статьях [3-6] авторы рассматривают конфигурацию, изображённую на рис. 1, а). В других исследованиях [7-10] анализируются мобильные роботы с топологией колёс, показанной на рис. 1, б).

В статье [11] проведён анализ устойчивости и маневренности робота с двумя вариантами симметричных конфигураций меканум колёс на основе значений обратной матрицы скоростей Якоби и глобального индекса жесткости. Был сделан вывод, что робот с топологией, соответствующей рис. 1, а) движется более точно и стабильно и имеет большую жесткость и общий индекс жесткости, чем робот с топологией, изображённой на рис. 1, б).

В работе [2], наоборот, отмечено, что, если линии вращения роликов нижних колёс образуют четырёхугольник и пересекаются в одной точке, ранг столбца матрицы Якоби изменится с 3 на 2 и топология не сможет обеспечить всенаправленное движение. Топология, показанная на рис. 1, б) была названа авторами наиболее оптимальной для мобильного робота на колёсах меканум.

На практике для хорошей управляемости робота, помимо выполнения условий симметричных топологий, требуются высокие ходовые качества и динамика в управлении. В рамках представленной статьи авторы анализируют поведение мобильного робота при двух вариантах расположения меканум колёс (рис. 1, а и рис. 1, б) в процессе перемещения по криволинейным траекториям. Для достижения этой цели проведено имитационное моделирование в среде MATLAB Simulink, где модель робота учитывает, как кинематику, так и динамические условия движения.

Позиционное перемещение робота по четырём криволинейным траекториям

Криволинейные траектории, описываемые разностными и дифференциальными уравнениями, являются наиболее часто встречающимися траекториями движения роботов. Особенно представляют интерес замкнутые кривые высоких порядков, позволяющие проанализировать движение робота во всех квадрантах координатной плоскости. Для анализа поведения робота рассмотрены четыре криволинейные траектории: эллипс, лемниската, гипотрохоида и трек.

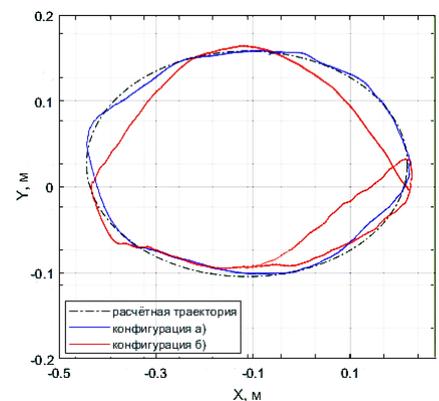
Эллипс и гипотрохоида являются замкнутыми циклоидальными кривыми второго порядка, которые описываются параметрическими уравнениями в декартовой системе:

$$\begin{cases} x(\varphi) = (R-r) \cdot \cos \varphi + h \cdot \cos\left(\frac{R-r}{r} \varphi\right) \\ y(\varphi) = (R-r) \cdot \sin \varphi - h \cdot \cos\left(\frac{R-r}{r} \varphi\right) \end{cases}, \quad (1)$$

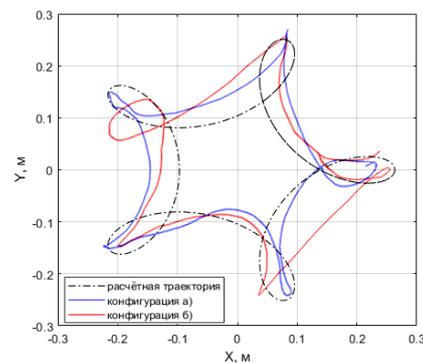
где R – радиус внешней окружности, м; r – радиус внутренней окружности, м; h – расстояние от точки координат гипотрохоиды до центра внутренней окружности, м; φ – угол, образованный горизонталью и точкой координат гипотрохоиды, принимает значения от 0° до 360° ; x, y – текущие координаты гипотрохоиды в функции угла φ .

Уравнение эллипса описывается формулой (1) в случае, когда $R = 2r, d \neq r$.

Для моделирования гипотрохоиды зададимся параметрами: $R = 0,675$ м, $r = 0,25$ м, $d = 0,4$ м, половина длины робота (расстояние a на рис. 1) $0,17$ м, половина ширины робота (расстояние b на рис. 1) $0,12$ м, радиус колеса меканум $0,06$ м, движение происходит в течение 10 с. Для моделирования эллипса значения аналогичны, за исключением $r = R/2$. Результаты моделирования траекторий гипотрохоиды и эллипса показаны на рис. 2.



а



б

Рисунок 2. Графики перемещения робота при двух вариантах симметричного расположения колёс меканум по траекториям: а) эллипс; б) гипотрохоида

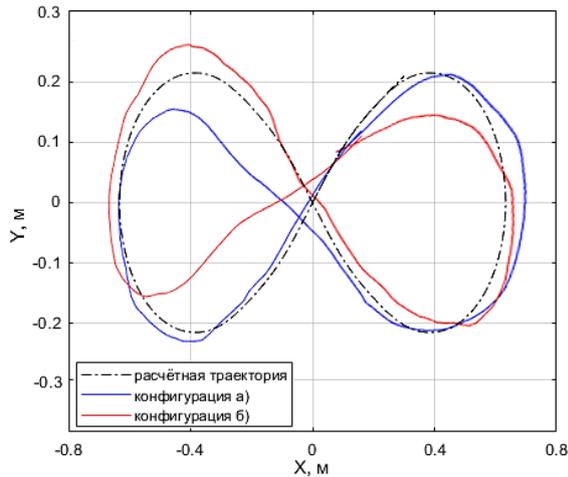
Лемниската является замкнутой кривой четвертого порядка, определяемой параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x(t) = \frac{a \cdot \cos t}{1 + \sin^2(t)}; \\ y(t) = \frac{a \cdot \sin t \cdot \cos t}{1 + \sin^2(t)} \end{cases}, \quad (2)$$

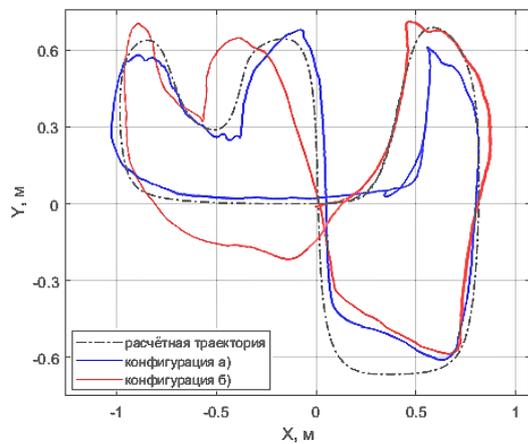
где a – полуширина лемнискаты (половина фокусно-го расстояния), м; t – время моделирования, с; x, y – текущие координаты лемнискаты.

Для моделирования принимаем $a = 0,6$ м.

Траектория «трек» представляет произвольную кривую, сочетающую элементы эллиптических и циклоидальных кривых. Моделирование трека в Simulink реализовано при помощи сплайновой интерполяции В-сплайн функции, содержащей путевые точки следования по траектории. Результаты моделирования траекторий лемнискаты и трека показаны на рис.3.



а



б

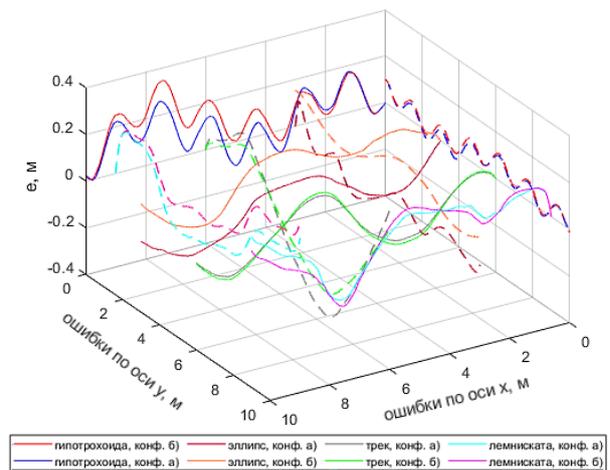
Рисунок 3. Графики перемещения робота при двух вариантах симметричного расположения колёс меканум по траекториям: а) лемниската; б) трек

На графиках (рис. 2, 3) показано наложение расчётной траектории кривой (пунктирная линия чёрного цвета) и фактические траектории, пройденные роботом при двух вариантах симметричного расположения колёс: при топологии, показанной на рис. 1, а) – синим цветом сплошной линией, при топологии, показанной на рис. 1, б) – красным цветом сплошной линией.

Анализ позиционирования робота при криволинейном движении

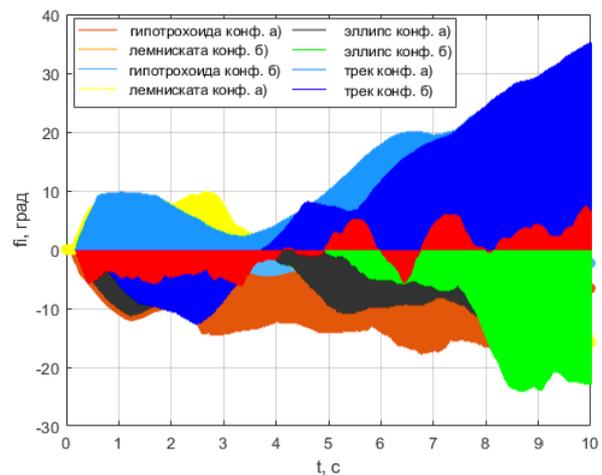
Анализ позиционирования мобильного робота на меканум колёсах базируется на оценке двух параметров, характеризующих его маневренность и управляемость: ошибки по положению e , определяющей отклонение робота от заданной траектории, и угла поворота корпуса φ , который определяет всенаправленность робота.

Комбинированный трехмерный график ошибок позиционирования робота в осях X и Y по четырём траекториям, содержащий сведения о двух вариантах симметричного расположения меканум колёс и график зависимостей углов поворота корпуса робота от времени для случаев двух вариантов симметричного расположения меканум колёс по четырём траекториям, приведены на рис. 4.



а

— гипотрохоида, конф. б) — эллипс, конф. а) — трек, конф. а) — лемниската, конф. а)
 — гипотрохоида, конф. а) — эллипс, конф. б) — трек, конф. б) — лемниската, конф. б)



б

Рисунок 4. а) График ошибок положения по осям X и Y для двух вариантов симметричного расположения меканум колёс по четырём траекториям $e_{X,Y} = f(t)$; б) График углов отклонения корпуса робота от времени для двух вариантов симметричного расположения меканум колёс по четырём траекториям $\varphi_{X,Y} = f(t)$

Анализ графиков ошибок по положению (рис. 4, *a*) показал наличие отклонений, принимающих максимальное значение 0,37 м по оси X и 0,31 м по оси Y . Наиболее точное позиционирование робота зафиксировано при перемещении по траектории эллипса и лемнискаты. Для эллипса максимальная ошибка положения при симметричной конфигурации рис. 1, *a*) составила 0,02 м, при конфигурации рис. 1, *б*) максимальная ошибка равна 0,063 м. При отработке траектории лемнискаты наибольшая ошибка положения равнялась 0,11 м для топологии рис. 1, *a*) и 0,17 м) для топологии рис. 1, *б*).

Наихудшие результаты по ошибке положения отмечены при перемещении робота по треку. Наибольшее отклонение по оси X составило 0,33 м для конфигурации рис. 1, *б*) и 0,24 м для другой конфигурации. При отработке траектории гипотрохоиды заметные отклонения по осям X и Y наблюдались для конфигурации б) и составили 0,19 м, для конфигурации а) составили 0,1 м.

Прослеживается тенденция к увеличению ошибки позиционирования робота при усложнении формы траектории и увеличении порядка кривой. Учитывая, что в реальном роботе имеются инерционности и задержки, влияющие на динамику, а во время движения действуют силы трения и силы реакции опоры, в траекториях с частым и более интенсивным изменением курса наблюдаются наибольшие отклонения.

Анализ графиков угла отклонения корпуса робота от времени имеет корреляцию с графиками ошибок позиционирования. Максимальные отклонения робота происходили при передвижении по треку и гипотрохоиде и составили 36° и минус 23° соответственно. Причём для топологии б) отклонения угла более существенны, чем для конфигурации а). Наименьшие отклонения угла поворота корпуса отмечены при отработке траекторий лемнискаты: $8,9^\circ$ для конфигурации а) и $9,9^\circ$ для конфигурации б) и эллипса: $12,7^\circ$ для конфигурации а).

Заключение

В результате проведённого анализа можно сделать некоторые выводы о поведении механум-робота при двух вариантах симметричных топологий колёс при перемещении вдоль четырёх криволинейных траекторий.

1. Перемещение вдоль траекторий, имеющих меньшую кривизну и меньшую интенсивность изменения кривой и описываемых уравнениями меньшего порядка (эллипс, лемниската) характеризуется меньшими ошибками положения и отклонением угла поворота корпуса по сравнению с кривыми более высоких порядков сложной формы. Это связывается с влиянием внешних и внутренних динамических факторов, вызывающих задержку и ухудшение управляемости в моменты интенсивной смены курса траектории.

2. Симметричная колёсная конфигурация, показанная на рис. 1, *a*) обладает более высокими динамическими показателями по сравнению с конфигурацией, показанной на рис. 1, *б*). Ошибки положения и угла отклонения корпуса робота принимают большие значения. Это подтверждает выводы, сделанные в статье [12] и может учитываться при дальнейшем анализе управляемости механум-робота.

В заключение необходимо отметить, что при рассмотрении траекторного управления автономными мобильными роботами для повышения качества их движения перспективными вариантами являются применение адаптивных, нечётких и нейросетевых регуляторов скорости и положения.

Благодарности

Работа выполнена за счет гранта Министерства образования Республики Беларусь (рег. № 20240802).

Acknowledgements

The work was supported with a grant of the Ministry of Education of the Republic of Belarus (registration no. 20240802).

REFERENCES

1. **Mishra S., Sharma M., Mohan S.** Behavioural Fault tolerant control of an Omni directional Mobile Robot with Four mecanum Wheels. *Defence Science Journal*. 2019. Vol. 69. No. 4. Pp. 353-360. DOI: 10.14429/dsj.69.13607
2. **Li Y, Dai S, Zhao L, Yan X, Shi Y.** Topological Design Methods for Mecanum Wheel Configurations of an Omnidirectional Mobile Robot. *Symmetry*. 2019. No. 11 (10) 1268. DOI: 10.3390/sym11101268
3. **P. Chotikunnan, T. Matsuura, N. Thongpance, M. Sangworasil, M. Pluemchan, T. Wannarat, and A. Teerasoradech.** The design and construction of surrounding control system for the rehabilitative walker using mecanum wheel. 2017 10th Biomedical Engineering International Conference (BMEiCON), Hokkaido, Japan. 2017. Pp. 1-4. DOI: 10.1109/BMEiCON.2017.8229166
4. **R. Wen, M. Tong.** Mecanum wheels with Astar algorithm and fuzzy PID algorithm based on genetic algorithm. 2017 International Conference on Robotics and Automation Sciences (ICRAS), Hong Kong, China. 2017. Pp. 114-118. DOI: 10.1109/ICRAS.2017.8071927

5. V. Alakshendra, S.S. Chiddarwar. A robust adaptive control of mecanum wheel mobile robot: simulation and experimental validation. 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Daejeon, Korea (South). 2016. Pp. 5606-5611. DOI: 10.1109/IROS.2016.7759824

6. P. Vlantis, C. P. Bechlioulis, G. Karras, G. Furlas, K.J. Kyriakopoulos. Fault tolerant control for omni-directional mobile platforms with 4 mecanum wheels. 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Stockholm, Sweden. 2016. Pp. 2395-2400. DOI: 10.1109/ICRA.2016.7487389

7. M.A.A. Mutalib, N.Z. Azlan, I.A.-T.B. Mahmood. Modelling of Mobility Mechanism for Motorized Adjustable Vertical Platform (MAVeP). 2018 IEEE International Conference on Automatic Control and Intelligent Systems (I2CACIS), Shah Alam, Malaysia. 2018. Pp. 39-46. DOI: 10.1109/I2CACIS.2018.8603699

8. Z. Lieping, H. Chaoning, C. Peng. Retracted: Design of Limited Power Omni-Directional Vehicle Based on Chassis Follow. 2017 International Conference on Smart City and Systems Engineering (ICSCSE), Changsha, China. 2017. Pp. 10-13. DOI: 10.1109/ICSCSE.2017.10

9. S. Shahin, R. Sadeghian, P. Sedigh, M.T. Masouleh. Simulation, control and construction of a four Mecanum-wheeled robot. 2017 IEEE 4th International Conference on Knowledge-Based Engineering and Innovation (KBEI), Tehran, Iran. 2017. Pp. 0315-0319. DOI: 10.1109/KBEI.2017.8324993

10. M.A. Abd Mutalib, N.Z. Azlan. Prototype development of mecanum wheels mobile robot: A review. // Applied Research and Smart Technology (ARSTech). № 1 (2). 2020. Pp. 71–82. DOI: 10.23917/arstech.v1i2.39

11. He C, Wu D, Chen K, Liu F, Fan N. Analysis of the Mecanum wheel arrangement of an omnidirectional vehicle. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. № 233 (15). 2019. Pp. 5329-5340. DOI: 10.1177/0954406219843568

PAULIUKAVETS S.A., VELCHENKO A.A., RADKEVICH A.A.

BEHAVIOR OF A MOBILE ROBOT WITH SYMMETRICAL STRUCTURE OF MECANIUM WHEELS WHEN MOVEMENT ALONG A CURVILINEAR TRAJECTORY

Belarusian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus

The article presents a comparative analysis of two variants of symmetrical placement of omnidirectional mecanum wheels in a mobile robot. The modeling of the mobile robot behavior with two symmetrical variants of mecanum wheel arrangement along curvilinear trajectories in the MATLAB Simulink environment is considered. Graphs of the robot center trajectories in the X–Y axes are obtained for two variants of symmetrical mecanum wheel configurations when moving along the trajectories of a lemniscate, ellipse, hypotrochoid, and track. Dependences of the robot position errors in the X–Y axes on time are obtained for two variants of wheel topologies when moving along four trajectories. Dependences of the robot body rotation angle deviation on time are analyzed for two variants of wheel topologies when moving along four curvilinear trajectories. The comparative analysis made it possible to give recommendations on movement along the ellipse and lemniscate, which are characterized by smaller position errors and deviations in the rotation angle compared to more complex curves.

Keywords: mobile robot, mecanum wheel, symmetrical structure, Jacobian matrix, motion along a trajectory, ellipse, lemniscate, epitrochoid, track, positioning error



Павлюковец Сергей Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов» Белорусского национального технического университета. Область научных интересов связана с разработкой методов и алгоритмов управления мобильными роботами.

Siarhei A. Pauliukavets is a PhD, associate professor, head of the Electric drive and automation of industrial installations and technological complexes department of the Belarusian National Technical University. The area of scientific interests is related to the development of methods and algorithms for controlling mobile robots.

E-mail: sap@bntu.by, s.pauliukavets@gmail.com



Вельченко Анна Александровна, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов» Белорусского национального технического университета. Область научных интересов связана с разработкой и исследованием нейросетевых регуляторов для электропривода в мобильной робототехнике и солнечной энергетике.

Anna A. Velchenko is a PhD, associate professor, associate professor the Electric drive and automation of industrial installations and technological complexes department. The area of scientific interests is related to the development and research of neural network controllers for electric drives in mobile robotics and solar energy.

E-mail: eapu@bntu.by, anna.velchenko@gmail.com



Радкевич Артём Андреевич, магистрант кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов» Белорусского национального технического университета. Область научных интересов связана с применением нейросетевых и адаптивных технологий управления электроприводами в мобильной робототехнике.

Artsiom A. Radkevich is a master student of the Electric drive and automation of industrial installations and technological complexes department of the Belarusian National Technical University. The area of scientific interests is related to neural network control of electric drives in wheeled mobile robotics.

E-mail: radkevichaa@bntu.by, artsiom.a.radkevich@gmail.com