



Работа переменной силы: пусть под действием некоторой силы  $F$  материальная точка  $M$  движется по прямой  $Ox$ , причем направление силы совпадает с направлением движения. Требуется найти работу, произведенную силой  $F$  при перемещении точки  $M$  из положения  $s=a$  в положения  $s=b$ .

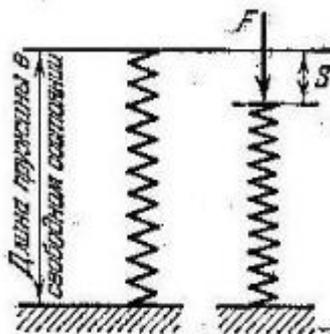


Рисунок – 3

Если сила  $F$  постоянна, то работа  $A$  выражается произведением силы  $F$  на длину пути, т.е.

$$A = F(b - a).$$

Предположим, что сила  $F$  непрерывно меняется в зависимости от положения материальной точки, т.е. представляет собой  $a \leq s \leq b$ .

Разобьем отрезок  $[a, b]$  на  $n$  производных частей с длинами  $\Delta s_1, \Delta s_2, \dots, \Delta s_n$ , затем в каждом частичном отрезке  $[s_{i-1}, s_i]$  выберем произвольную точку, и заменим работу силы  $F(s)$  на пути  $\Delta s_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) произведением  $F(\xi_i) \Delta s_i$ .

Это значит, что в пределах частичного отрезка мы принимаем силу  $F$  за постоянную, а именно полагаем  $F = F(\xi_i)$ . В таком случае выражение  $F(\xi_i) \Delta s_i$

При достаточно малом  $\Delta s_i$  дает нам приближенное значение работы силы  $F$  на пути  $\Delta s_i$ , а сумма  $A_n = \sum_{i=1}^n F(\xi_i) \Delta s_i$  будет приближенным выражением работы силы  $F$  на всем отрезке  $[a, b]$ .

Очевидно,  $A_n$  представляет собой интегральную сумму, составленную для функции  $F = F(s)$  на отрезке  $[a, b]$ . Предел этой суммы при  $\max \Delta s_i \rightarrow 0$  существует и выражает работу силы  $F(s)$  на пути от точки  $s=a$  до точки  $s=b$ :

$$A = \int_a^b F(s) ds$$

Пример: Сжатие  $S$  винтовой пружины пропорционально приложенной силе  $F$ . Вычислить работу силы  $F$  при сжатии пружины на 5см, если для сжатия ее на 1 см нужна сила 10 Н (Рис.3)

Решение: Сила  $F$  и перемещение  $S$  связаны по условию зависимостью  $F = ks$ , где  $k$  – постоянная.

Будем выражать  $S$  в метрах,  $F$ - в ньютонах. При  $S=0,01$   $F=10$ . т. е,  $10 = k * 0,01$ , откуда  $k=1000$ ,  $F=1000 S$ . На основе формулы (1) имеем:

$$A = \int_0^{0,05} 1000 S ds = 1000 \frac{S^2}{2} \Big|_0^{0,05} = 1,25 \text{ Дж}$$

Вывод: Интегралы играют важную роль во многих областях науки, техники и повседневной жизни. Их использование позволяет решать широкий круг задач, связанных с вычислением площадей, объемов, работы силы и других моментов. Интегралы являются универсальным инструментом анализа и моделирования. Их применение как абстрактных задачах математики, так и в конкретных проблемных, возникающих в прикладных задачах инженерии.

#### Литература:

1. Киреева, Ю.И. Современные строительные материалы и изделия / Ю.И. Киреева. — Рн/Д: Феникс, 2010. — 245 с.
2. Барабанщиков, Ю.Г. Строительные материалы и изделия: Учебник / Ю.Г. Барабанщиков. — М.: Academia, 2015. — 64 с.
3. Электронный учебно-методический комплекс по учебной дисциплине "Математика" (разделы: матричная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ) для студентов специальностей 6-05-0731-01 «Геодезия», 6-05-0732-02 «Экспертиза и управление недвижимостью», 6-05-0718-01 «Инженерная экономика» / Белорусский национальный технический университет, Кафедра «Математические методы в строительстве» ; сост.: В. Н. Воронова, Н. В. Коваленок, С. К. Корженевич [и др.]. – Минск : БНТУ, 2024.