

Министерство образования Республики Беларусь  
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

Кафедра «Техническая физика»

**МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА.  
МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ**

Учебно-методическое пособие по физике  
для студентов дневной и заочной форм обучения

*Учебное электронное издание*

**М и н с к  
БНТУ  
2 0 1 1**

УДК 539.19(075.8)

**Авторы:**

*В.И. Кудин, В.А. Мартинович*

**Рецензенты:**

*В.Р. Соболев*, зав. кафедрой «Общая и теоретическая физика» БГПУ,  
доктор физико-математических наук;

*А.А. Баранов*, доцент кафедры «Физика» БНТУ

В пособии рассмотрено магнитное поле постоянного тока, а также магнитное поле в веществе. Приведены основные свойства диамагнетиков, парамагнетиков и ферромагнетиков. Раздел, посвященный ферромагнетикам, излагается в редакции М.Б. Ржевского. Для проверки усвоения материала приведены контрольные вопросы. Материал изложен в объеме программы курса физики для технического университета и окажет помощь студентам в освоении лекционного курса, на практических занятиях, а также при подготовке к выполнению лабораторных работ физического практикума по данному разделу физики.

Белорусский национальный технический университет  
пр-т Независимости, 65, г. Минск, Республика Беларусь  
Тел.(017) 292-77-52 факс (017) 292-91-37  
Регистрационный № ЭИ БНТУ/ФИТР 47–12.2011

© Кудин В.И., Мартинович В.А., 2011  
© БНТУ, 2011

# СОДЕРЖАНИЕ

1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА .....	4
1.1. Магнитное взаимодействие параллельных токов.....	4
1.2. Магнитное поле. Вектор магнитной индукции магнитного поля.....	5
1.3. Магнитное поле элемента тока. Закон Био-Савара-Лапласа .....	9
1.4. Магнитное поле прямолинейного проводника с током .....	10
1.5. Магнитное поле на оси кругового тока.....	11
1.6. Теорема о циркуляции для магнитного поля .....	13
1.7. Магнитное поле тороида и соленоида .....	14
1.8. Движение заряженных частиц в постоянном магнитном поле .....	15
1.9. Эффект Холла.....	17
1.10. Действие магнитного поля на проводник с током. Закон Ампера.....	19
1.11. Действие магнитного поля на контур с током .....	21
Контрольные вопросы.....	22
Приложение 1. Магнитное поле в вакууме.....	24
2. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ .....	25
Введение .....	25
2.1. Магнитный момент атома .....	26
2.2. Намагниченность магнетика. Вектор напряженности магнитного поля ..	29
2.3. Диамагнетики и парамагнетики.....	31
2.4. Ферромагнетики .....	34
2.5. Магнитные материалы.....	39
Контрольные вопросы.....	40
Приложение 2. Магнитное поле в веществе.....	41
ЛИТЕРАТУРА .....	41

## 1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

### 1.1. Магнитное взаимодействие параллельных токов

Взаимодействие проводников с током было открыто в 1820 г. и подробно изучено Ампером. Проведенные им опыты показали, что взаимодействие проводников с током подобно действию токов на магниты, а также действию магнитов на токи. Поэтому взаимодействие проводников с током получило название магнитного взаимодействия.

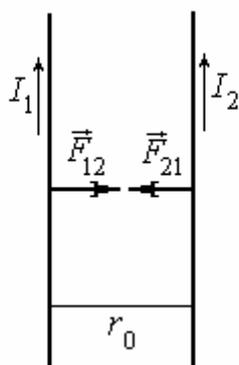


Рис. 1.1. Взаимодействие параллельных токов

Рассмотрим два длинных параллельных проводника, расположенных на расстоянии  $r_0$  друг от друга, по которым текут токи  $I_1$  и  $I_2$  (рис. 1.1). Опыт показывает, что если токи  $I_1$  и  $I_2$  направлены в одну сторону, проводники будут притягиваться друг к другу, а если токи направлены в противоположные стороны, проводники будут отталкиваться. В обоих случаях сила взаимодействия, приходящаяся на единицу длины проводника, прямо пропорциональна силе токов и обратно пропорциональна расстоянию между проводниками:

$$F = k \frac{2I_1I_2}{r_0}.$$

Коэффициент пропорциональности  $k$  зависит от среды, в которой находятся проводники, и от выбора системы единиц. В СИ в вакууме  $k = \frac{\mu_0}{4\pi}$ , где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная.

С учетом выбора коэффициента  $k$  в СИ в вакууме выражение для силы, действующей на единицу длины проводника, примет вид

$$F = \frac{\mu_0 2I_1I_2}{4\pi r_0}. \quad (1.1)$$

Формула (1.1) справедлива только в случае, когда длина проводников намного больше расстояния между ними, т. е. в случае двух бесконечных параллельных проводников с током.

Между магнитной постоянной  $\mu_0$  и электрической постоянной  $\epsilon_0$  существует связь:  $\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$ , где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в вакууме. Однако магнитное взаимодействие проводников с током существенно отличается от электрического взаимодействия зарядов, рассмотренного в электростатике. Электрическое взаимодействие возникает при наличии зарядов на проводниках и зависит от величины и знака этих зарядов. Магнитное взаимодействие возникает только при наличии токов в проводниках (т. е. движущихся зарядов) и, несмотря на то, что в проводниках движутся заряды одного и того же

знака, проводники с током могут либо притягиваться друг к другу, либо отталкиваться в зависимости от направления движения зарядов.

Магнитное взаимодействие проводников с током используется для определения эталона основной единицы измерения силы электрического тока – 1 Ампер. Принято, что

*1 Ампер – это сила постоянного электрического тока, который, проходя по двум параллельным бесконечным прямолинейным проводникам, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м друг от друга, вызывает между этими проводниками силу, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на каждый метр длины проводника.*

## **1.2. Магнитное поле. Вектор магнитной индукции магнитного поля**

Взаимодействие между проводниками с током объясняется существованием в окружающем их пространстве магнитного поля. Силовой характеристикой магнитного поля является *вектор магнитной индукции*  $\vec{B}$ . Сила, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле, определяется величиной заряда  $q$ , скоростью его движения  $\vec{v}$  и магнитной индукцией  $\vec{B}$  в той точке, где находится заряд в данный момент времени. Опытным путем установлено, что эта сила равна

$$\vec{F}_m = q[\vec{v}\vec{B}]. \quad (1.2)$$

Соотношение (1.2) можно рассматривать как определение магнитной индукции  $\vec{B}$  магнитного поля подобно тому, как формула  $\vec{F}_e = q\vec{E}$  дает определение вектора напряженности  $\vec{E}$  электрического поля.

Далее по аналогии с тем, что напряженность  $\vec{E}$  электрического поля неподвижного точечного заряда

$$\vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3},$$

можно записать формулу для вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  магнитного поля движущегося точечного заряда:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q[\vec{v}\vec{r}]}{4\pi r^3}. \quad (1.3)$$

В формулах (1.2) и (1.3) векторное произведение используется, чтобы установить связь между тремя векторными величинами.

Магнитная индукция  $B$  магнитного поля в СИ измеряется в теслах и обозначается следующим образом:  $[B] = 1$  Тл.

С помощью приведенных выше формул (1.2) и (1.3) вычислим силу взаимодействия двух движущихся положительных точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$ . Это взаимодействие складывается из электрического (по закону Кулона) и

магнитного взаимодействия. Далее будем рассматривать только магнитное взаимодействие движущихся зарядов (рис. 1.2).

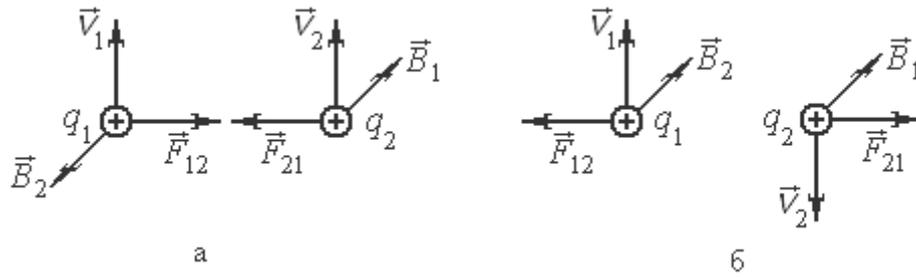


Рис. 1.2. Магнитное взаимодействие движущихся зарядов

Пусть  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  означают скорости движущихся зарядов, тогда магнитное поле, создаваемое зарядом  $q_1$  в точке нахождения заряда  $q_2$ , будет

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 q_2 [\vec{v}_1 \vec{r}_{12}]}{4\pi r_{12}^3},$$

где  $\vec{r}_{12}$  – радиус-вектор, проведенный от первого заряда ко второму.

На заряд  $q_2$  это поле будет действовать с силой

$$\vec{F}_{21} = q_2 [\vec{v}_2 \vec{B}_1] = \frac{\mu_0 q_1 q_2}{4\pi r_{12}^3} [\vec{v}_2 [\vec{v}_1 \vec{r}_{12}]].$$

Аналогично заряд  $q_2$  действует на заряд  $q_1$  с силой

$$\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 q_2 q_1}{4\pi r_{21}^3} [\vec{v}_1 [\vec{v}_2 \vec{r}_{21}]],$$

где радиус-вектор  $\vec{r}_{21}$  проведен от заряда  $q_2$  к заряду  $q_1$ .

Если скорости  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  параллельны, одинаково направлены и перпендикулярны к вектору  $\vec{r}_{12}$ , то в случае одноименных зарядов силы  $\vec{F}_{12}$  и  $\vec{F}_{21}$  будут силами притяжения (рис.1.2, а).

Если же скорости  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  будут направлены в противоположные стороны, то в случае одноименных зарядов силы  $\vec{F}_{12}$  и  $\vec{F}_{21}$  будут силами отталкивания (рис.1.2, б).

В обоих случаях величина этих сил определяется выражением

$$F_{12} = F_{21} = F_m = \frac{\mu_0 q_1 q_2}{4\pi r_{12}^2} v_1 v_2.$$

Если скорости одинаковы, то

$$F_m = \frac{\mu_0 q_1 q_2}{4\pi r_{12}^2} v^2.$$

Сравним полученное выражение для силы магнитного взаимодействия  $F_m$  с силой электрического взаимодействия зарядов  $q_1$  и  $q_2$ :

$$F_e = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 r_{12}^2}.$$

Для этого вычислим их отношение:

$$\frac{F_m}{F_e} = \frac{\mu_0 q_1 q_2 v^2 4\pi r_{12}^2}{4\pi r_{12}^2 q_1 q_2} = \epsilon_0 \mu_0 v^2 = \left(\frac{v}{c}\right)^2.$$

Скорости  $v$  установившегося движения электронов в металлах при прохождении электрического тока не превышают нескольких сантиметров в секунду, поэтому отношение  $\left(\frac{v}{c}\right)^2$  ничтожно мало и не превышает  $10^{-20}$ .

Почему же тогда наблюдается магнитное взаимодействие проводников с током? Дело в том, что в переносе заряда в проводнике участвует огромное количество заряженных частиц, и это обстоятельство компенсирует малую величину множителя  $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ .

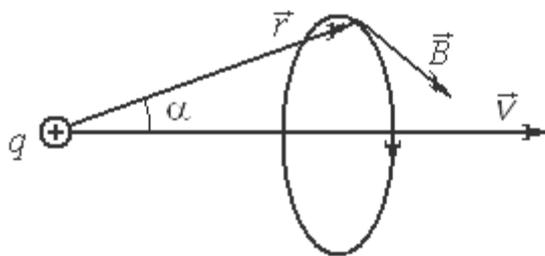
При этом существенно, что действие магнитного поля на движущийся заряд  $q$  определяется не  $q$  и  $\vec{v}$  в отдельности, а произведением этих величин  $q\vec{v}$ . Когда течет электрический ток, то заряды противоположных знаков движутся в противоположных направлениях, так что произведение  $q\vec{v}$  имеет для них один и тот же знак. Силы, действующие в магнитном поле на частицы противоположных знаков, *арифметически складываются*, а не вычитаются. Точно так же магнитные поля, создаваемые движущимися зарядами, зависят от произведения  $q\vec{v}$ , поэтому магнитные поля противоположных зарядов также арифметически складываются.

Совсем иначе ведут себя электрические заряды по отношению к электрическим полям. В выражения для напряженностей электрических полей и сил, действующих на заряды в таких полях, скорость  $\vec{v}$  не входит. Силы, действующие на положительные и отрицательные заряды, направлены противоположно, а потому арифметически вычитаются.

Магнитные поля, так же как и электрические, можно изображать графически при помощи силовых линий. *Магнитной силовой линией* или *линией вектора магнитной индукции*  $\vec{B}$  называется линия, касательная к которой в каждой точке поля совпадает с направлением вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ .

Подобно электрическим силовым линиям магнитные силовые линии прочерчивают с такой густотой, чтобы число линий, пересекающих единицу поверхности, перпендикулярной к ним, было равно (или пропорционально) модулю вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  в данном месте. Поэтому, изображая магнитные силовые линии, можно наглядно представить, как меняется в пространстве магнитная индукция магнитного поля по величине и по направлению.

Рассмотрим силовые линии магнитного поля положительного заряда  $q$ , движущегося со скоростью  $\vec{v}$  (рис. 1.3).



**Рис. 1.3. Магнитное поле движущегося заряда**

Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  магнитного поля в точке, задаваемой радиус-вектором  $\vec{r}$ , как уже указывалось, определяется выражением

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q [\vec{v} \vec{r}]}{4\pi r^3}.$$

Согласно определению векторного произведения вектор  $\vec{B}$  направлен перпендикулярно плоскости, содержащей вектор скорости  $\vec{v}$  и рассматриваемую точку. Поэтому силовая линия, проходящая через данную точку, будет являться окружностью, центр которой лежит на прямой, вдоль которой направлен вектор  $\vec{v}$ . В результате силовые линии магнитного поля движущегося заряда будут представлять собой концентрические окружности.

Так как электрический ток есть направленное движение электрических зарядов, то проведенное рассмотрение будет иметь место и для прямого проводника с током. В данном случае силовые линии магнитного поля также представляют собой семейство концентрических окружностей с центрами на оси проводника (рис. 1.4). При этом направление силовых линий определяется *по правилу правого винта*: если вращать винт по направлению силовой линии, то направление движения винта должно совпадать с направлением тока  $I$ .



**Рис. 1.4. Магнитное поле прямого проводника с током**

Как видно из рис. 1.3 и 1.4, силовые линии магнитного поля являются замкнутыми линиями. Это имеет место для любого магнитного поля. Векторные поля, обладающие замкнутыми силовыми линиями, называются *вихревыми полями*. Таким образом, *магнитное поле есть вихревое поле*.

В этом заключается существенное отличие магнитного поля от электростатического. В электростатическом поле силовые линии всегда не замкнуты: они начинаются и заканчиваются на электрических зарядах. Магнитные силовые линии не имеют ни начала ни конца. Это соответствует тому, что в природе нет магнитных зарядов.

### 1.3. Магнитное поле элемента тока. Закон Био–Савара–Лапласа

Элементом тока называется величина, равная произведению силы тока  $I$  на элемент длины проводника  $d\vec{l}$ , т. е.  $I d\vec{l}$ . Направление вектора  $d\vec{l}$  определяется направлением тока в проводнике и совпадает с направлением движения положительных зарядов.

Итак, возьмем проводник с током  $I$ , выделим элемент тока  $I d\vec{l}$  и определим магнитную индукцию  $d\vec{B}$  данного элемента тока в точке, задаваемой радиус-вектором  $\vec{r}$  (рис. 1.5).

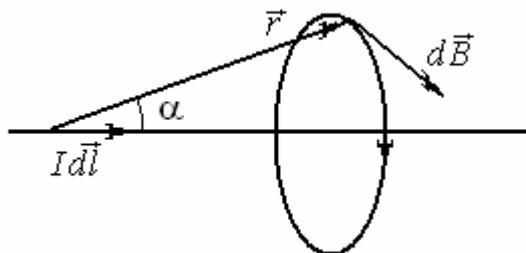


Рис. 1.5. Магнитное поле элемента тока

Как и в электростатике, будем исходить из принципа суперпозиции как обобщения опытных фактов. Согласно этому принципу магнитные поля отдельных движущихся зарядов геометрически складываются, причем каждый движущийся заряд создает магнитное поле, совершенно не зависящее от наличия других движущихся зарядов.

Тогда

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 dq [\vec{v} \vec{r}]}{4\pi r^3} \quad \text{или} \quad dB = \frac{\mu_0 dq v \sin \alpha}{4\pi r^2},$$

где  $dq$  – заряд, содержащийся в элементе тока  $I d\vec{l}$  ;  
 $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{r}$  .

Если электрический ток  $I$  создается движением одинаковых частиц с зарядом  $e$  и концентрацией  $n$ , то  $dq = e n dl S$ , где  $S$  – площадь поперечного сечения проводника. С учетом того, что плотность тока равна  $j = e n v$ , получаем

$$dq v = e n v dl S = j S dl = Idl .$$

Таким образом, магнитная индукция  $dB$  магнитного поля элемента тока

$$dB = \frac{\mu_0 Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

или в векторной форме

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 [Id\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3} . \quad (1.4)$$

Эта формула выражает так называемый закон Био–Савара–Лапласа.

Полное магнитное поле проводника с током находится интегрированием данного выражения по всем элементам тока. Опытной проверке доступна только интегральная форма закона Био-Савара-Лапласа, так как невозможно изолировать отдельные элементы постоянных токов и экспериментировать с ними. Поэтому выше при изложении магнитного поля постоянных токов был использован не элементарный закон Био-Савара-Лапласа, а закон, определяющий магнитное поле движущегося заряда.

Магнитное поле движущегося заряда может быть измерено на опыте, хотя практически это весьма трудная задача в силу малости величины магнитного поля. Такие опыты были проведены рядом экспериментаторов только в конце 19-го – начале 20-го столетия.

Далее рассмотрим применение закона Био-Савара-Лапласа для расчета магнитных полей некоторых проводников с током.

### 1.4. Магнитное поле прямолинейного проводника с током

Возьмем прямолинейный проводник с током и вычислим магнитную индукцию  $\vec{B}$  магнитного поля, создаваемого током  $I$  в точке  $A$ , расположенной на расстоянии  $r_0$  от проводника (рис. 1.6).

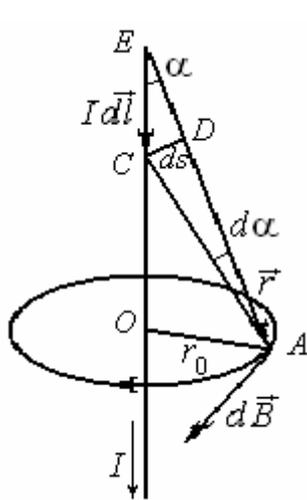


Рис. 1.6. К выводу формулы (1.8)

Выделим на проводнике элемент тока  $I d\vec{l}$  и, используя закон Био-Савара-Лапласа, определим магнитную индукцию  $d\vec{B}$  магнитного поля этого элемента тока в точке  $A$ :

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad (1.5)$$

где  $\alpha$  – угол между элементом тока  $I d\vec{l}$  и радиусом-вектором  $\vec{r}$ .

Все элементы тока создают магнитное поле одинакового направления, поэтому полная магнитная индукция  $B$  магнитного поля в точке  $A$  вычисляется путем интегрирования выражения (1.5) для модуля вектора  $dB$  по всем  $dl$ . Однако в данном случае интегрирование удобно проводить не по длине проводника  $l$ , а по углу  $\alpha$ . Для этого необходимо выразить  $dl$  через угол  $d\alpha$ , для чего из конца вектора  $d\vec{l}$  опустим перпендикуляр  $CD$  на направление радиуса-вектора  $\vec{r}$ . Из  $\Delta CDE$  находим

$$\frac{ds}{dl} = \sin \alpha \Rightarrow dl = \frac{ds}{\sin \alpha} = \frac{rd\alpha}{\sin \alpha}. \quad (1.6)$$

Последнее равенство записано в силу того, что  $dl$  и, соответственно,  $ds$  намного меньше расстояния  $r$  от элемента длины  $dl$  до данной точки  $A$ .

Расстояние  $r$ , зависящее от угла  $\alpha$ , найдем из  $\triangle AOE$ :

$$\frac{r_0}{r} = \sin \alpha \Rightarrow r = \frac{r_0}{\sin \alpha}. \quad (1.7)$$

Подставляя (1.6) и (1.7) в формулу (1.5), получим

$$dB = \frac{\mu_0 I \sin \alpha d\alpha}{4\pi r_0}. \quad (1.8)$$

Для того чтобы установить пределы интегрирования по  $\alpha$ , построим новый рисунок для конечного проводника  $CD$  с током  $I$  (рис. 1.7). Тогда

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Таким образом, магнитная индукция  $B$  магнитного поля конечного проводника с током

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (1.9)$$

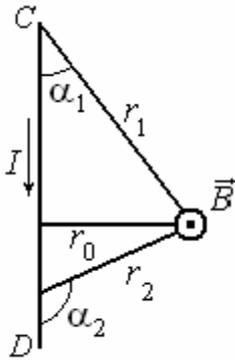


Рис. 1.7. К выводу формулы (1.9)

На рис. 7 кружок с точкой в центре означает, что вектор  $\vec{B}$  направлен перпендикулярно листу на нас.

Перейдем теперь к бесконечному прямолинейному проводнику с током. В этом случае  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = \pi$ , и тогда согласно формуле (1.9) магнитная индукция магнитного поля бесконечного прямолинейного проводника с током будет

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}.$$

Вычисления показывают, что даже при использовании токов, равных нескольким десяткам ампер, магнитная индукция  $B$  в случае прямого проводника с током имеет малое численное значение. Чтобы получить сильное магнитное поле, необходимо брать большое количество проводников. В случае прямых проводников это технически осуществить трудно. Поэтому представляет интерес рассмотреть магнитное поле кругового тока. Наматыв на цилиндрический каркас большое количество витков провода и пропустив по проводу электрический ток, внутри катушки можно получить сильное магнитное поле.

### 1.5. Магнитное поле на оси кругового тока

Возьмем круговой проводник (виток провода) с током  $I$  и вычислим магнитную индукцию  $\vec{B}$  магнитного поля, создаваемого данным током в точке  $A$ , лежащей на оси кругового тока и расположенной от центра витка  $O$  на расстоянии  $a$  (рис. 1.8).

Выделим элемент тока  $I d\vec{l}$  и, используя закон Био–Савара–Лапласа, найдем магнитную индукцию  $d\vec{B}$  магнитного поля, создаваемого данным элементом тока:

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}.$$

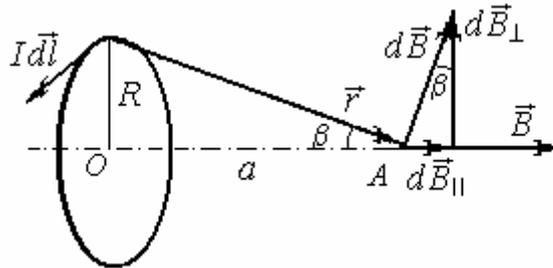


Рис. 1.8. Магнитное поле на оси кругового тока

В случае кругового тока  $r = const$ ,  $\alpha = \pi/2$ , и тогда  $dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2}$ . Вектор  $d\vec{B}$  перпендикулярен векторам  $I d\vec{l}$  и  $\vec{r}$  и направлен под углом  $90^\circ - \beta$  к оси кругового тока. Как показано на рис. 1.8, его можно разложить на две составляющие:

$$d\vec{B} = d\vec{B}_\perp + d\vec{B}_\parallel.$$

При суммировании по всем элементам кругового тока

$$\sum_{i=1}^n d\vec{B}_\perp = 0, \quad \text{а} \quad \sum_{i=1}^n d\vec{B}_\parallel = \vec{B},$$

где

$$dB_\parallel = dB \sin \beta = \frac{\mu_0 I dl \sin \beta}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I dl R}{4\pi r^2 r}.$$

Заменяя в пределе суммирование интегрированием по  $dl$ , получим

$$B = \int_0^{2\pi R} dB_\parallel = \frac{\mu_0 IR 2\pi R}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}.$$

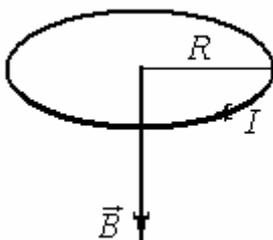


Рис. 1.9. Магнитное поле в центре кругового тока

Наконец, замечая, что  $r = \sqrt{a^2 + R^2}$ , получим окончательное выражение для магнитной индукции магнитного поля на оси кругового тока:

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(a^2 + R^2)^{3/2}}. \quad (1.10)$$

Формула (1.10) принимает особенно простой вид, когда магнитное поле вычисляется в центре проволочного витка с током (рис. 1.9), т. е. когда  $a = 0$ . В этом случае магнитная индукция  $B$  магнитного поля в центре кругового тока

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}, \quad (1.11)$$

где  $R$  – радиус витка.

Как и в случае  $a \neq 0$ , вектор  $\vec{B}$  направлен по оси кругового тока в сторону, определяемую правилом правого винта.

### 1.6. Теорема о циркуляции для магнитного поля

Пусть имеется бесконечный прямолинейный проводник с током  $I$ . Он создаёт в окружающем пространстве магнитное поле с индукцией

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

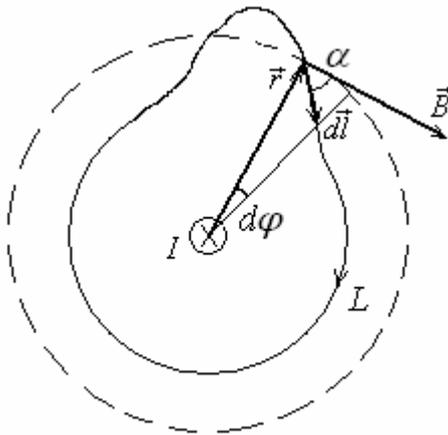


Рис. 1.10. К вычислению циркуляции вектора  $\vec{B}$  по контуру  $L$

Возьмем замкнутый контур  $L$ , охватывающий проводник с током (рис. 1.10), и вычислим циркуляцию вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  по контуру  $L$

$$C = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B dl \cos \alpha.$$

В данном случае интегрирование удобно проводить по углу  $\varphi$ , на который поворачивается радиус-вектор  $\vec{r}$  при перемещении точки по контуру  $L$ . Как видно из рисунка:

$$dl \cos \alpha = r d\varphi.$$

Тогда 
$$C = \int_0^{2\pi} B r d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I r}{2\pi r} d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I.$$

Если магнитное поле создается несколькими проводниками с током, то, согласно принципу суперпозиции для магнитных полей, циркуляция вектора  $\vec{B}$  по замкнутому контуру  $L$ , охватывающему эти проводники:

$$C = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k.$$

Это выражение и составляет содержание **теоремы о циркуляции** для индукции магнитного поля:

*Циркуляция вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  по замкнутому контуру  $L$  равна алгебраической сумме токов, охватываемых данным контуром, умноженной на  $\mu_0$ .*

За положительное направление тока принимается такое направление, которое связано с направлением обхода контура по правилу правого винта или буравчика.

**Пример 1.** Пусть имеются четыре проводника с токами, перпендикулярные плоскости рисунка (рис. 1.11). При этом токи  $I_1, I_3, I_4$  направлены от нас, а ток  $I_2$  направлен к нам. Возьмём контур  $L$ , охватывающий токи  $I_1, I_2, I_3$ . Тогда циркуляция вектора  $\vec{B}$  по замкнутому контуру  $L$ :

$$C = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I_1 - I_2 + I_3).$$

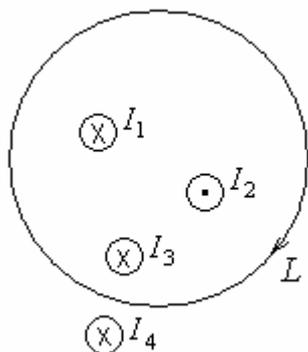


Рис. 1.11. К примеру 1

Теперь вернемся к аналогии между электростатическим полем и магнитным полем постоянного тока:

$$C_{\text{эл}} = \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

Это означало, что электростатическое поле является потенциальным полем и его силовые линии являются незамкнутыми линиями:

$$C_{\text{маг}} = \oint_L \vec{B} d\vec{l} \neq 0.$$

Теперь это означает, что магнитное поле не является потенциальным полем и оно вихревое, т. е. его силовые линии являются замкнутыми линиями.

Теорема о циркуляции для магнитного поля дает возможность вычислять индукцию  $\vec{B}$  магнитного поля, создаваемого системой проводников с током.

### 1.7. Магнитное поле тороида и соленоида

*Тороид* – это катушка, которая имеет замкнутый сердечник в форме кольца или тора (рис. 1.12). Пусть на сердечник намотано  $N$  витков провода, по которому течет ток  $I$ .

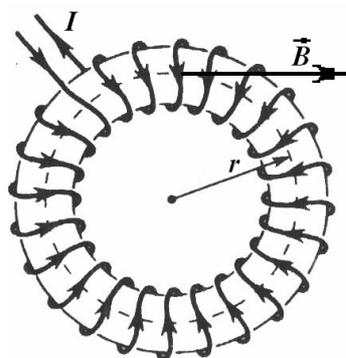


Рис. 1.12. Магнитное поле тороида

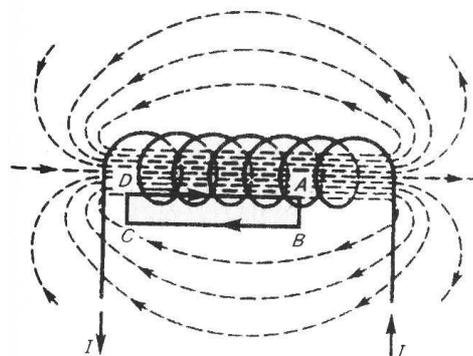


Рис. 1.13. Магнитное поле соленоида

Каждый виток создаёт магнитное поле, и результирующее магнитное поле сконцентрировано внутри сердечника. Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$

направлен по касательной к осевой линии тора и по величине является постоянным во всех точках осевой линии:  $B = \text{const}$ . Вычислим циркуляцию вектора  $\vec{B}$  по осевой линии тора:

$$C = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B dl = B \oint_L dl = Bl, \quad (1.12)$$

где  $l$  – длина осевой линии тора.

С другой стороны, по теореме о циркуляции для магнитного поля

$$C = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k = \mu_0 N I. \quad (1.13)$$

Сравнивая (1.12) и (1.13), получим:

$$Bl = \mu_0 N I,$$

откуда следует, что

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I,$$

где  $n = N/l$  – число витков, приходящихся на единицу длины осевой линии тора.

Таким образом:

$$B = \mu_0 n I \text{ — индукция магнитного поля тороида.} \quad (1.14)$$

*Соленоид* – это катушка с плотно намотанными друг к другу витками на цилиндрический сердечник (рис. 1.13).

Если длина сердечника намного больше диаметра, то соленоид можно считать бесконечным, и к нему применима формула (1.14):

$$B = \mu_0 n I \text{ — индукция магнитного поля соленоида.}$$

### **1.8. Движение заряженных частиц в постоянном магнитном поле**

На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила Лоренца:

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \vec{B}].$$

Величина этой силы зависит от угла  $\alpha$  между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ :

$$F_L = q v B \sin \alpha.$$

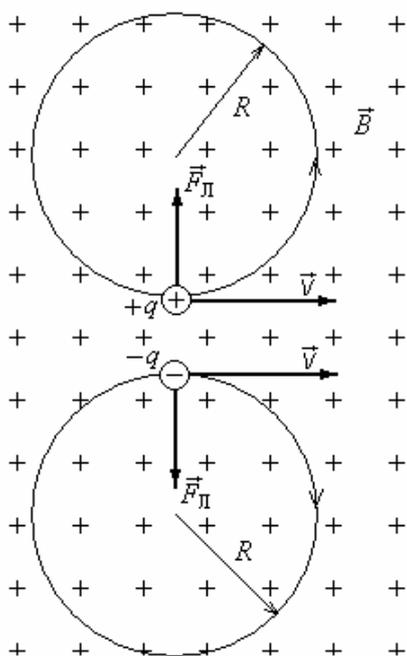
Поэтому в зависимости от угла, под которым заряженная частица влетает в магнитное поле, она может двигаться по одной из трех траекторий:

- 1) если  $\alpha = 0, \pi$ , то  $F_L = 0$  и частица будет двигаться прямолинейно и равномерно;
- 2) если  $\alpha = \pi/2, 3\pi/2$ , то частица будет двигаться по окружности;
- 3) если  $0 < \alpha < \pi/2, 3\pi/2 < \alpha < \pi$ , частица будет двигаться по винтовой линии.

Так как сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы, то магнитное поле не совершает работы, и поэтому модуль скорости частицы остаётся постоянным, т. е.  $v = const$ .

Остановимся подробно на случаях 2 и 3.

**Случай 2.** Заряженная частица влетает перпендикулярно линиям магнитной индукции магнитного поля, т. е.  $\vec{v} \perp \vec{B}$ . В этом случае движение происходит



**Рис. 1.14.** Движение заряженных частиц в магнитном поле по окружности

исходит в плоскости перпендикулярно линиям магнитной индукции и так как  $\vec{F}_L \perp \vec{v}$ , сила Лоренца  $\vec{F}_L$  вызывает центростремительное ускорение, и частица движется по окружности с постоянной скоростью  $v$ . При этом разноименно заряженные частицы будут двигаться в противоположных направлениях.

Пусть две противоположно заряженные частицы, имеющие одинаковый по величине заряд  $q$ , влетают с одинаковой скоростью  $\vec{v}$  в однородное магнитное поле  $\vec{B}$  перпендикулярно силовым линиям поля. На них действуют противоположно направленные силы Лоренца, и частицы будут двигаться по окружностям, как показано на рис. 1.14.

Чтобы получить выражение для радиуса окружности  $R$  и периода обращения  $T$  частицы, запишем второй закон Ньютона:

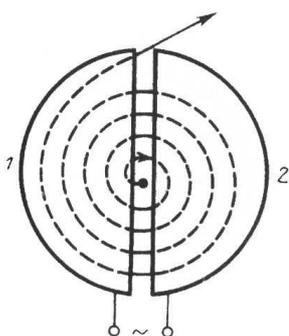
$$m \vec{a}_c = \vec{F}_L.$$

Подставляя сюда  $a_c = \frac{v^2}{R}$  и  $F_L = qvB$ , получим

$$\frac{mv^2}{R} = qvB.$$

Откуда следует выражение для радиуса окружности:

$$R = \frac{mv}{qB}.$$



Выражение для периода обращения частицы получим, разделив длину окружности на скорость движения частицы:

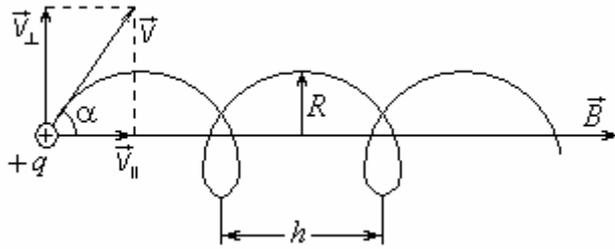
$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Результат примечателен тем, что период обращения

**Рис. 1.15.** Ускорение заряженных частиц в циклотроне

ния частицы не зависит от ее скорости. Этот результат нашёл применение в первом кольцевом ускорителе заряженных частиц – циклотроне (1932 г.) (рис. 1.15). Заметим, что  $T$  не зависит от  $V$  только до тех пор, пока скорость частицы намного меньше скорости света  $c$  в вакууме. При скоростях, сравнимых со скоростью света  $c$ , в нашем рассмотрении необходимо пользоваться релятивистской механикой, и период обращения частицы  $T$  будет теперь зависеть от скорости  $V$  частицы.

**Случай 3.** Заряженная частица влетает в магнитное поле под некоторым углом ( $0 < \alpha < \pi/2$ ) к силовым линиям магнитного поля.



**Рис. 1.16** Движение заряженных частиц в магнитном поле по винтовой линии

В этом случае заряженная частица участвует одновременно в двух движениях: прямолинейном движении со скоростью  $\vec{v}_{\parallel}$  и движении по окружности со скоростью  $\vec{v}_{\perp}$ . Результатом сложения этих движения является винтовая линия с радиусом винта

$$R = \frac{m v_{\perp}}{q B} = \frac{m v}{q B} \sin \alpha$$

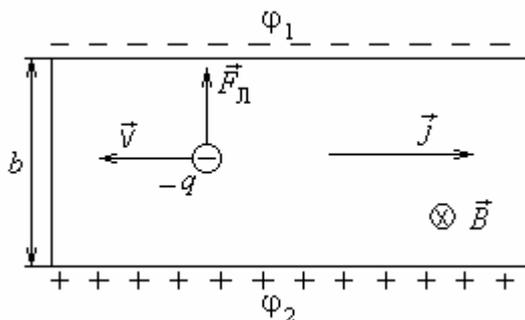
и шагом винта

$$h = v_{\parallel} T = \frac{2\pi m v}{q B} \cos \alpha.$$

Этот тип движения заряженных частиц в магнитном поле используется в электронных микроскопах.

### 1.9. Эффект Холла

Действием на движущиеся заряженные частицы силы Лоренца объясняется эффект Холла.



**Рис. 1.17.** Эффект Холла

Если металлическую пластину, вдоль которой течёт ток, поместить в магнитное поле, то между гранями, параллельными току и полю  $\vec{B}$ , возникает разность потенциалов  $U_H = \phi_1 - \phi_2$ . Это явление было обнаружено Холлом в

1880 г. и называется *эффектом Холла*. При этом оказалось, что

$$U_H = RbjB, \quad (1.15)$$

где  $b$  – ширина пластины;

$j$  – плотность тока;

$B$  – индукция магнитного поля;

$R$  – постоянная Холла.

Выражение для холловской разности потенциалов можно получить теоретически. В случае наличия электрического тока электроны движутся в металле с некоторой дрейфовой скоростью  $\vec{v}$ . На них действует сила Лоренца  $F_L = qvB$ , и они отклоняются от прямолинейного движения в сторону верхней грани пластины (рис. 1.17). На верхней грани накапливается отрицательный заряд, на нижней грани, соответственно, положительный заряд. Этот процесс продолжается до тех пор, пока кулоновская сила возникшего поперечного электрического поля не уравнивает силу Лоренца. Установится некоторое динамическое равновесие, и между верхней и нижней гранями пластины возникает некоторая разность потенциалов, величину которой можно оценить следующим образом:

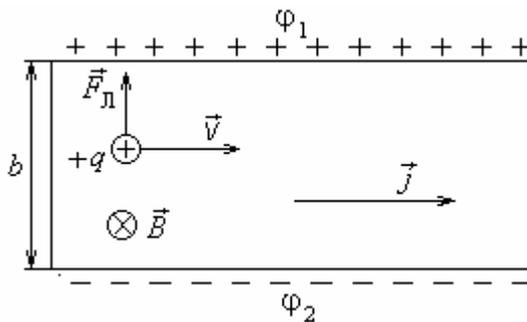
$$F_{кул} = F_L, \quad qE = qvB, \quad E = vB, \quad U_H = bE = bvB.$$

Величину дрейфовой скорости  $v$  можно найти из выражения для плотности тока  $j = qnv$ , где  $n$  – концентрация электронов в металле. Тогда  $v = \frac{j}{qn}$ , и выражение для холловской разности потенциалов примет вид

$$U_H = \frac{1}{nq} b j B. \quad (1.16)$$

Сравнивая уравнения (1.15) и (1.16), находим *постоянную Холла*

$$R = \frac{1}{nq}.$$



**Рис. 1.18.** Эффект Холла для носителей положительного заряда

Измерив постоянную Холла, можно определить концентрацию электронов в металле.

Эффект Холла имеет место и в случае полупроводников, где имеются носители и положительного и отрицательного заряда. В случае положительных зарядов холловская разность потенциалов имеет противоположный знак. Это видно из рис. 1.18.

Вспомним, что дрейфовая скорость носителей тока прямо пропорциональна напряженности электрического поля  $\vec{E}$ :

$$\vec{v} = u \vec{E},$$

где  $u$  – подвижность носителей тока – ещё одна важная характеристика проводящей среды.

Из закона Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

(где  $\sigma$  – удельная проводимость) и выражения для плотности тока

$$j = q n v$$

следует, что

$$\sigma = q n u.$$

Таким образом, измерив постоянную Холла  $R$  и удельную проводимость  $\sigma$ , можно найти концентрацию носителей тока  $n$  и их подвижность  $u$ , которые полностью характеризуют проводящую среду.

### 1.10. Действие магнитного поля на проводник с током. Закон Ампера

Поскольку электрический ток обусловлен движущимися заряженными частицами, то при помещении проводника с током в магнитное поле на каждую заряженную частицу будет действовать сила Лоренца. Геометрическая сумма этих сил будет представлять собой результирующую силу, действующую на проводник с током, т. е. силу Ампера.

Покажем, что закон Ампера вытекает из выражения для силы Лоренца. Заметим, что исторически было наоборот: сначала Ампер открыл свой закон, потом уже Лоренц ввел понятие силы, действующей на заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле.

Рассмотрим постоянное однородное магнитное поле, в котором находится проводник с током  $I$ , расположенный под углом  $\alpha$  к линиям магнитной индукции  $\vec{B}$ .

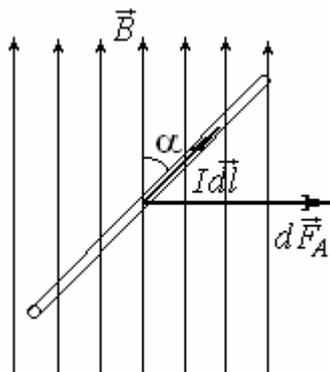


Рис. 1.19. Проводник с током в магнитном поле

На рис. 1.19 проводник с током расположен в плоскости, перпендикулярной плоскости рисунка. Вычислим силу Ампера  $d\vec{F}_A$ , действующую на элемент тока  $I d\vec{l}$ . Эта сила равна

$$d\vec{F}_A = dN \vec{F}_L, \quad (1.17)$$

где  $dN$  – число заряженных частиц в элементе тока  $I d\vec{l}$ ,

$\vec{F}_L$  – сила Лоренца, действующая на заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле  $\vec{B}$ :

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}\vec{B}], \quad (1.18)$$

где  $\vec{V}$  – дрейфовая скорость заряженной частицы,  
 $q$  – заряд частицы.

Величина этой силы  $F_{Л} = qvB \sin \alpha$ . Как видно из (1.17), направление силы Ампера определяется направлением силы Лоренца (1.18).

Чтобы вычислить величину силы Ампера  $d\vec{F}_A$ , заметим, что число заряженных частиц в элементе тока

$$dN = nS dl, \quad (1.19)$$

а силу тока  $I$  можно представить в виде

$$I = qn v S. \quad (1.20)$$

В формулах (1.19), (1.20)  $n$  – концентрация заряженных частиц,  $S$  – площадь поперечного сечения проводника.

С учетом (1.19), (1.20) получим величину силы Ампера  $dF_A$ :

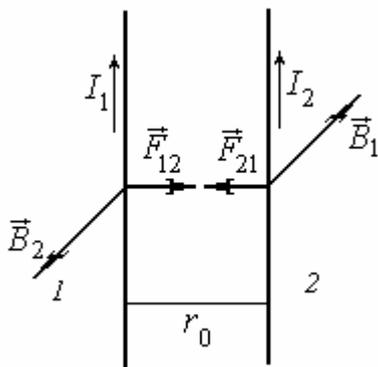
$$dF_A = dN F_{Л} = n S dl q v B \sin \alpha = Idl B \sin \alpha.$$

Отсюда видно, что сила, действующая на элемент проводника с током:

$$d\vec{F}_A = [I d\vec{l}, \vec{B}].$$

Это и составляет содержание *закона Ампера*.

Зная закон Ампера, можно получить выражение для силы, с которой взаимодействуют два параллельных бесконечных проводника с токами. Пусть токи направлены в одну сторону, как показано на рис. 1.20. Ток  $I_1$  создает вокруг себя магнитное поле, индукция  $\vec{B}_1$  которого в месте расположения проводника 2



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_0}$$

и направлена так, как показано на рис. 1.20. Это магнитное поле действует на проводник 2 с силой Ампера (на единицу длины проводника)

$$F_{21} = I_2 B_1.$$

Подставляя выражение для  $B_1$ , получим:

$$F_{21} = \frac{\mu_0 2 I_1 I_2}{4\pi r_0}.$$

**Рис. 1.20** Взаимодействие параллельных токов

Аналогичное выражение получится для силы  $\vec{F}_{12}$ , с которой второй проводник с током  $I_2$  действует на первый проводник:

$$F_{12} = \frac{\mu_0 2 I_1 I_2}{4\pi r_0}.$$

Таким образом, если токи  $I_1$  и  $I_2$  направлены в одну сторону, проводники с током будут притягиваться друг к другу. Аналогично можно показать, что

если токи  $I_1$  и  $I_2$  направлены навстречу друг другу, они будут отталкиваться друг от друга с силами  $F_{12} = F_{21} = \frac{\mu_0 2I_1 I_2}{4\pi r_0}$ .

### 1.11. Действие магнитного поля на контур с током

Пусть замкнутый контур с током  $I$  находится в однородном постоянном магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ , как показано на рис. 1.21. При этом линии магнитной индукции  $\vec{B}$  направлены слева направо.

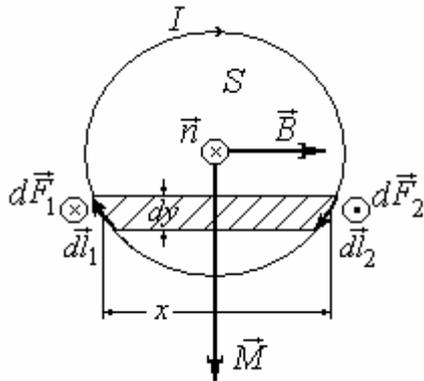


Рис. 1.21. Контур с током в магнитном поле

Представим площадь контура  $S$  в виде узких полосок одинаковой ширины  $dy$ , длину которых обозначим  $x$ . Одна из этих полосок изображена на рисунке. Она вырезает из контура два элемента длины  $d\vec{l}_1$  и  $d\vec{l}_2$ . Силы Ампера, действующие на элементы тока  $I d\vec{l}_1$  и  $I d\vec{l}_2$ , представляют пару сил  $d\vec{F}_1$  и  $d\vec{F}_2$ , которые создают вращающий момент  $d\vec{M}$ , направленный на рисунке вниз. Вычислим величину этого вращающего момента  $dM$ .

Согласно закону Ампера

$$dF_1 = IB dl_1 \sin \alpha_1 = IB dy,$$

$$dF_2 = IB dl_2 \sin \alpha_2 = IB dy,$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – соответственно углы между  $d\vec{l}_1$  и  $\vec{B}$  и между  $d\vec{l}_2$  и  $\vec{B}$ .

Тогда момент пары сил  $d\vec{F}_1$  и  $d\vec{F}_2$  будет:

$$dM = IB x dy = IB dS,$$

где  $dS = x dy$  – площадь полоски.

Чтобы записать момент пары сил  $d\vec{F}_1$  и  $d\vec{F}_2$  в векторном виде, введем единичный вектор нормали  $\vec{n}$  к контуру, направление которого связано с направлением тока  $I$  по правилу правого винта. Тогда

$$d\vec{M} = I[\vec{n} \vec{B}]dS. \quad (1.21)$$

Просуммировав выражение (1.21) по всем полоскам, получим вращательный момент, действующий на контур с током:

$$\vec{M} = I[\vec{n} \vec{B}]S = [IS \vec{n}, \vec{B}].$$

Введем физическую величину

$$\vec{p}_m = IS \vec{n},$$

которая называется *магнитным моментом* контура с током.

Направление магнитного момента контура с током  $\vec{p}_m$  связано с направлением тока  $I$  по правилу правого винта (рис. 1.22). Тогда вращательный момент, действующий на контур с током, можно представить в виде

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}].$$

Его величина

$$M = p_m B \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между нормалью к контуру с током и линиями магнитной индукции  $\vec{B}$ .

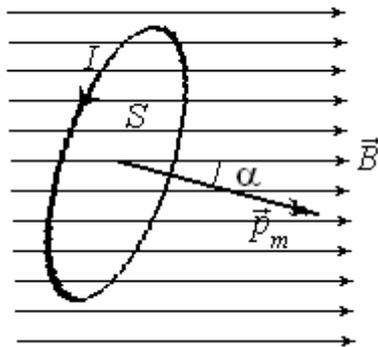


Рис. 1.22. Магнитный момент контура с током

Если контур с током свободный, то вращательный момент будет поворачивать контур и установит его перпендикулярно к полю.

Заметим, что контур с током в однородном магнитном поле будет совершать только вращательное движение, потому что результирующая сила, действующая на контур с током, равна нулю. Действительно,

$$\vec{F} = \oint_L I [d\vec{l}, \vec{B}] = I \left[ \oint_L d\vec{l}, \vec{B} \right] = 0,$$

поскольку  $\oint_L d\vec{l} = 0$ .

Введенный выше магнитный момент  $\vec{p}_m = IS \vec{n}$  можно использовать также для вычисления магнитной индукции  $\vec{B}$  магнитного поля на оси кругового тока. Формулы (1.10), (1.11) можно записать в виде

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{2\pi (a^2 + R^2)^{3/2}},$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{2\pi R^3}.$$

### Контрольные вопросы

1. Какая физическая величина является силовой характеристикой магнитного поля, и в каких единицах измеряется эта величина в СИ?
2. Сформулируйте принцип суперпозиции магнитных полей. Приведите примеры.
3. Для чего служат силовые линии вектора магнитной индукции магнитного поля, как они строятся и как они направлены? Чем они отличаются от силовых линий напряженности электростатического поля?
4. Чему равна магнитная индукция магнитного поля движущегося заряда?

5. Приведите выражение для магнитной индукции магнитного поля элемента тока (закон Био–Савара–Лапласа).
6. Получите выражение для магнитной индукции  $B$  магнитного поля, создаваемого отрезком проводника с током  $I$ , в точке, находящейся на расстоянии  $r_0$  от проводника.
7. Определите магнитную индукцию  $B$  магнитного поля в вакууме, создаваемого отрезком прямолинейного проводника с током  $I$ , в точке, равноудаленной от концов проводника и находящейся на расстоянии  $r_0$  от его середины, если длина отрезка проводника равна  $l$ .
8. Получите выражение для магнитной индукции  $B$  магнитного поля, создаваемого бесконечным прямолинейным проводником с током  $I$ , в точке, находящейся на расстоянии  $r_0$  от проводника.
9. Изобразите силовые линии индукции магнитного поля прямолинейного проводника с током.
10. Получите выражение для магнитной индукции  $B$  магнитного поля, создаваемого круговым проводником с током  $I$ , в точке, находящейся на оси кругового проводника на расстоянии  $a$  от его центра.
11. Изобразите силовые линии индукции магнитного поля кругового проводника с током.
12. Дайте формулировку теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции магнитного поля. Для чего она служит? Как вычисляется циркуляция вектора магнитной индукции  $B$  магнитного поля по заданному контуру?
13. Получите выражение для магнитной индукции  $B$  магнитного поля на осевой линии тороида, по обмотке которого течет ток  $I$ .
14. Получите выражение для магнитной индукции  $B$  магнитного поля на осевой линии длинного соленоида, по обмотке которого течет ток  $I$ .
15. Изобразите силовые линии индукции магнитного поля соленоида.
16. Определите магнитную индукцию  $B$  магнитного поля внутри соленоида без сердечника при силе тока  $I$ . Длинный прямой соленоид из проволоки диаметром  $d$  намотан в один слой так, что витки плотно прилегают друг к другу (толщиной изоляции провода пренебречь).
17. Сила Лоренца. Дайте определение этой силы, запишите для нее формулу. Как определяется направление вектора силы Лоренца?
18. Когда заряженная частица будет двигаться в однородном магнитном поле прямолинейно и равномерно? Приведите рисунок и дайте обоснование ответа.
19. Когда заряженная частица будет двигаться в однородном магнитном поле по окружности? Получите выражения для скорости заряженной частицы на круговой орбите, а также выражение для периода обращения этой частицы.
20. Электрон ( $e^-$ ) и позитрон ( $e^+$ ) влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно магнитным силовым линиям. Изобразите траектории движения электрона и позитрона в магнитном поле.
21. Протон влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции и стал вращаться по окружности. Как можно увели-

- читать период его обращения? Изобразите траекторию движения протона в магнитном поле.
22. Когда заряженная частица будет двигаться в однородном магнитном поле по винтовой линии? Получите выражения для радиуса и шага винтовой линии в этом случае.
  23. Опишите принцип действия циклотрона.
  24. Опишите принцип действия электронного микроскопа. Для чего он служит?
  25. В чем заключается эффект Холла? Запишите выражение для холловской разности потенциалов.
  26. Дайте объяснение эффекта Холла и получите выражение для постоянной Холла. Где применяется эффект Холла?
  27. По однородной металлической пластинке, находящейся в однородном магнитном поле течет электрический ток вдоль оси  $x$ . Как направлена индукция магнитного поля, если холловская напряженность электрического поля, возникающая в пластинке, направлена вдоль оси  $y$ ?
  28. Сила Ампера. Дайте определение этой силы, запишите для нее формулу. Как определяется направление вектора силы Ампера?
  29. Как объясняется взаимодействие проводников с током? Как вычисляется сила взаимодействия параллельных токов?
  30. Дайте определение силы тока в 1 А в СИ (Международный ампер).
  31. Что называется магнитным моментом контура с током? Как определяется направление этого вектора?
  32. Магнитный момент кругового проволочного витка радиусом  $R$ , по которому течет ток, равен  $p_m$ . Получите выражение для магнитной индукции  $B$  магнитного поля в центре витка.
  33. Магнитный момент кругового проволочного витка радиусом  $R$ , по которому течет ток, равен  $p_m$ . Получите выражение для магнитной индукции  $B$  магнитного поля в точке на оси витка, расположенной на расстоянии  $a$  от центра витка.
  34. Получите выражение для вращающего момента  $M$ , действующего на контур с током  $I$  в однородном магнитном поле.
  35. Проволочный виток с током находится в однородном магнитном поле. Чему равен угол  $\alpha$  между магнитным моментом витка и магнитной индукцией магнитного поля, если виток находится в равновесии?

### **Приложение 1. Магнитное поле в вакууме**

## 2. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

### *Введение*

Исторически магнитные явления сначала были обнаружены и изучены на естественных и искусственных магнитах. Однако понимание процессов, происходящих в магните, требует предварительного изучения более простых и фундаментальных явлений. Поэтому при изложении современного учения о магнетизме не стоит следовать историческому пути. Вот почему изучение магнетизма мы начали с рассмотрения магнитного поля постоянного тока.

В веществе магнитное поле создается не только электрическими токами, текущими по проводникам, но и движениями заряженных частиц внутри самих атомов и молекул. Согласно полуклассической теории Бора, электроны вращаются вокруг атомных ядер по замкнутым орбитам. Кроме того, они совершают вращения вокруг собственных осей подобно вращениям планет вокруг своих осей. С таким внутренним вращением связан определенный момент импульса, называемый *спином электрона*. Спином обладают не только электроны, но и атомные ядра. Орбитальные и спиновые вращения заряженных частиц аналогичны токам и создают магнитные поля. Наглядное представление о движении электронов по классическим орбитам и об их вращении вокруг собственных осей позднее было заменено на более общую и абстрактную картину движения, которую дает квантовая механика. В этой картине не существует понятия траектории частицы. Термин «орбитальное движение» сохранился, но он носит условный характер. Однако для учения о магнетизме существенна не наглядность движения, а механический и магнитный моменты, связанные с этим движением.

Таким образом, по современным представлениям магнетизм вещества обусловлен тремя причинами:

- 1) орбитальным движением электронов вокруг атомных ядер;
- 2) собственным вращением или спином электронов;
- 3) собственным вращением или спином ядер.

Тяжелые атомные ядра движутся значительно медленнее легких электронов. Поэтому магнитные моменты атомных ядер в тысячи раз меньше орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов. Ядерный магнетизм становится существенным только вблизи абсолютного нуля температур, да и то при условии, что орбитальные и спиновые магнитные моменты скомпенсированы, так что их результирующий момент равен нулю. Орбитальные и спиновые вращения электронов и атомных ядер в отношении создаваемого ими магнитного поля эквивалентны некоторым токам, циркулирующим в атомах вещества. Они получили общее название *молекулярных токов*.

Атомы вещества, совершая беспорядочное тепловое движение, в отсутствие внешнего магнитного поля обычно ориентированы хаотически. Создаваемые ими магнитные поля в окружающем пространстве компенсируют друг друга. При наложении внешнего магнитного поля атомы полностью или частично ориентируются в направлении этого поля, и тогда компенсация нарушается, и вещество *намагничивается*, т.е. появляется дополнительное магнитное поле. Вещества, способные намагничиваться, называются *магнетиками*. Большинство веществ при внесении в магнитное поле намагничивается слабо. Сильными магнитными свойствами обладают только ферромагнитные вещества: железо, никель кобальт и множество их сплавов. Постоянные магниты, изготовленные из стали и различных магнитных сплавов, намагничены и в отсутствие внешнего магнитного поля.

### 2.1. Магнитный момент атома

Рассмотрим простейшую боровскую модель атома, в которой электрон движется по стационарной круговой орбите. Пусть электрон движется со скоростью  $v$  по орбите радиуса  $r$  (рис. 2.1). При этом через площадку, расположенную перпендикулярно движению электрона, в единицу времени переносится электрический заряд  $e/T$ , где  $e$  – элементарный заряд,  $T$  – период обращения электрона на орбите. Следовательно, движущийся по орбите электрон образует эквивалентный круговой ток  $I = e/T$ . Поскольку заряд электрона отрицательный, направление тока противоположно направлению движения электрона. Магнитный момент кругового тока, создаваемого электроном:

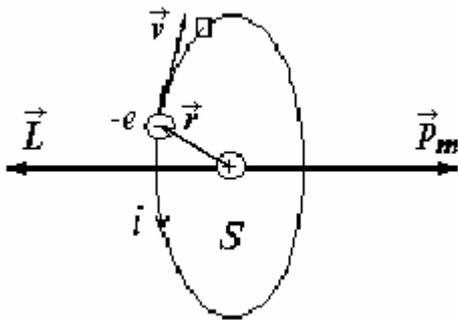


Рис. 2.1. Орбитальный магнитный момент электрона

где  $\omega = 2\pi/T$  – угловая скорость вращения электрона на орбите.

$$p_m = IS = \frac{e\pi r^2}{T} = \frac{e\omega r^2}{2}, \quad (2.1)$$

где  $\omega = 2\pi/T$  – угловая скорость вращения электрона на орбите.

Магнитный момент (2.1) обусловлен движением электрона по орбите и поэтому называется *орбитальным магнитным моментом* электрона. Направление вектора  $\vec{p}_m$  связано с направлением тока по правилу правого винта (см. рис. 2.1).

Движущийся по орбите электрон обладает также моментом импульса  $\vec{L} = [\vec{r}, m\vec{v}]$ , величина которого

$$L = mvr = m\omega r^2, \quad (2.2)$$

где  $m$  – масса электрона.

Вектор  $\vec{L}$  называют *орбитальным механическим моментом* электрона. Как следует из рис. 2.1, векторы  $\vec{p}_m$  и  $\vec{L}$  направлены в противоположные стороны. С учетом (2.1) и (2.2) имеет место соотношение

$$\vec{p}_m = -\frac{e}{2m} \vec{L}. \quad (2.3)$$

Величина  $g = \frac{p_m}{L}$  называется *магнитомеханическим* или *гиромагнитным отношением*. Для электрона, движущегося по орбите, оно будет

$$g = \frac{e}{2m}. \quad (2.4)$$

Согласно квантовой теории орбитальный механический момент электрона может принимать только дискретный набор значений  $L = n \hbar$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), где  $\hbar = h/2\pi$ ,  $h$  – постоянная Планка. Тогда

$$p_m = n \frac{e\hbar}{2m} = n \mu_B \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

где величина  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 0,927 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{Тл}}$  называется *магнетоном Бора*.

Из квантовой теории также следует, что электрон обладает собственным механическим моментом  $\vec{L}_s$ , называемым *спином*, и собственным магнитным моментом  $\vec{p}_{ms}$ . При этом  $L_s = \frac{1}{2} \hbar$ ,  $p_{ms} = \frac{e\hbar}{2m} = \mu_B$ , и между векторами  $\vec{p}_{ms}$  и  $\vec{L}_s$  теперь имеет место соотношение

$$\vec{p}_{ms} = -\frac{e}{m} \vec{L}_s,$$

т. е. в этом случае гиромагнитное отношение  $g_s = \frac{e}{m}$ .

Ядро атома также обладает собственным магнитным моментом. Геометрическая сумма всех магнитных моментов электронов и собственного магнитного момента ядра образует *магнитный момент атома (молекулы)* вещества.

Наличие магнитных моментов у электронов приводит к магнитомеханическим явлениям, заключающимся в том, что намагничивание магнетика приводит к его вращению и, наоборот, вращение магнетика вызывает его намагничивание. Существование первого явления было доказано экспериментально Эйнштейном и де Хаасом, второго – Барнеттом.

В основе опыта Эйнштейна и де Хааса лежат следующие соображения. Если намагнитить стержень из магнетика, то магнитные моменты электронов установятся по направлению поля, а механические моменты – против поля. В результате суммарный механический момент электронов  $\sum_{i=1}^n \vec{L}_i$  станет отличным от нуля (первоначально вследствие хаотической ориентации отдельных моментов он был равен нулю). Момент импульса системы стержень + электроны должен остаться без изменений. Поэтому стержень приобретает мо-

мент импульса, равный  $-\sum_{i=1}^n \vec{L}_i$ , и, следовательно, приходит во вращение. Изменение направления намагниченности приведет к изменению направления вращения стержня.

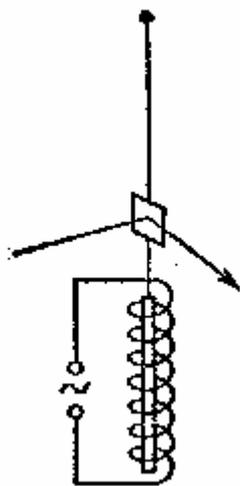


Рис. 2.2. Схема опыта Эйнштейна и де Хааса

Опыт Эйнштейна и де Хааса осуществлялся следующим образом (рис. 2.2). Тонкий железный стержень подвешивался на упругой нити и помещался внутрь соленоида. Закручивание нити при намагничивании стержня постоянным магнитным полем получалось весьма малым. Для усиления эффекта был применен метод резонанса – соленоид питался переменным током, частота которого подбиралась равной собственной частоте механических колебаний системы. При этих условиях амплитуда колебаний достигала значений, которые можно было измерить, наблюдая смещения светового зайчика, отраженного от зеркальца, укрепленного на нити. Из данных опыта было вычислено магнитомеханическое отношение, которое оказалось равным  $(e/m)$ . Знак заряда носителей, создающих молекулярные токи, совпал со знаком заряда электрона.

Однако полученный результат превысил ожидаемое значение магнитомеханического отношения (2.4) в два раза.

Чтобы понять опыт Барнетта, вспомним, что при попытках вовлечь гироскоп во вращение вокруг некоторого направления ось гироскопа поворачивается так, чтобы направления собственного и принудительного вращений гироскопа совпали. Если установить гироскоп, закрепленный в карданном подвесе, на диск центробежной машины и привести ее во вращение, то ось гироскопа установится по вертикали, причем так, что направление вращения гироскопа совпадает с направлением вращения диска. При изменении направления вращения центробежной машины ось гироскопа поворачивается на  $180^\circ$ , т. е. так, чтобы направления обоих вращений снова совпали.

Барнетт приводил железный стержень в очень быстрое вращение вокруг его оси и измерял возникающее при этом намагничивание. Из результатов этого опыта Барнетт также получил для магнитомеханического отношения величину, в два раза превышающую значение (2.4).

В дальнейшем выяснилось, что, кроме орбитальных моментов (2.1) и (2.2) электрон обладает собственными механическим  $L_s$  и магнитным  $p_{ms}$  моментами, для которых магнитомеханическое отношение равно  $(e/m)$ , т. е. совпадает со значением, полученным в опыте Эйнштейна и де Хааса, а также в опыте Барнетта. Отсюда следует, что магнитные свойства железа обусловлены не орбитальным, а собственным магнитным моментом электронов.

## 2.2. Намагниченность магнетика. Вектор напряженности магнитного поля

В отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты атомов ориентированы беспорядочно, поэтому суммарный магнитный момент равен нулю. Под действием внешнего магнитного поля магнитные моменты атомов приобретают преимущественную ориентацию в одном направлении, вследствие чего вещество намагничивается, при этом его суммарный магнитный момент становится отличным от нуля. Степень намагничивания вещества характеризуется *намагниченностью*  $\vec{J}$ .

По определению

$$\vec{J} = \frac{\sum_{k=1}^N \vec{p}_{mk}}{\Delta V},$$

где  $\Delta V$  – макроскопически малый объем вещества, взятый в окрестности рассматриваемой точки;

$\vec{p}_{mk}$  – магнитный момент отдельного атома.

Суммирование производится по всем магнитным моментам атомов, заключенных в объеме  $\Delta V$ .

Намагниченность  $\vec{J}$  является основной величиной, характеризующей магнитное состояние вещества. Зная намагниченность в каждой точке какого-либо тела, можно определить и магнитное поле, создаваемое рассматриваемым намагниченным телом.

Задача сильно упрощается, если намагниченность  $\vec{J}$  одинакова во всех точках магнетика. В этом случае при сложении молекулярных токов прилегающие их отрезки, имеющие противоположные направления токов, взаимно компенсируются и остаются только отрезки токов, примыкающие к поверхности магнетика. Поэтому действие всех молекулярных токов будет такое же, как действие некоторого поверхностного тока, обтекающего намагниченный магнетик. Величина указанного поверхностного тока определяется значением намагниченности  $\vec{J}$ .

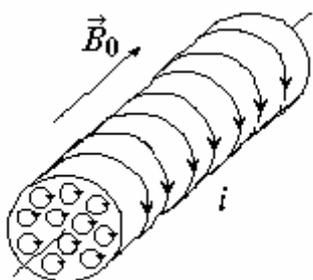


Рис. 2.3. Магнетик во внешнем магнитном поле

Намагниченный магнетик создает магнитное поле  $\vec{B}_1$ , которое накладывается на внешнее магнитное поле  $\vec{B}_0$ . Оба поля в сумме дают результирующее поле в веществе:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1.$$

Индукция магнитного поля  $\vec{B}_1$  связана с намагниченностью  $\vec{J}$ . Для того чтобы установить эту связь, рассмотрим объем магнетика цилиндрической формы, помещенного во внешнее однородное магнитное поле  $\vec{B}_0$  (рис. 2.3). Пусть  $l$  –

длина цилиндра,  $S$  – площадь поперечного сечения, и пусть цилиндр расположен вдоль силовых линий внешнего магнитного поля. Намагниченность  $\vec{J}$  будем считать всюду одинаковой и направленной по оси цилиндра. Соседние молекулярные токи внутри цилиндра будут компенсировать друг друга, а молекулярные токи, находящиеся у поверхности цилиндра, будут эквивалентны некоторому числу  $N$  поверхностных токов  $I$ . Эти токи и будут определять намагниченность  $J$  внутри цилиндра. По определению

$$J = \frac{N p_m}{V},$$

где  $p_m = IS$  – магнитный момент одного поверхностного тока  $I$ ;

$V = Sl$  – объем цилиндра.

Тогда

$$J = \frac{NI}{l} = nI, \quad (2.5)$$

где  $n = N/l$  – число поверхностных токов на единицу длины цилиндра.

С другой стороны, получившийся из поверхностных токов соленоид создает внутри цилиндра магнитное поле, индукция которого, как известно:

$$B_1 = \mu_0 nI. \quad (2.6)$$

Сравнивая (2.5) и (2.6), получим связь индукции магнитного поля  $\vec{B}_1$  с намагниченностью  $\vec{J}$ :

$$\vec{B}_1 = \mu_0 \vec{J}.$$

Тогда результирующее магнитное поле

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J}.$$

Таким образом, магнитное поле в веществе определяется намагниченностью  $\vec{J}$ . Однако более удобно описывать магнитное поле в веществе с помощью новой физической величины

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \quad (2.7)$$

Эта величина называется *напряженностью магнитного поля*. В вакууме  $\vec{J} = 0$ , и поэтому  $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$ . Исторически намагниченность  $\vec{J}$  вещества принято связывать не с магнитной индукцией, а с напряженностью магнитного поля. Полагают, что в каждой точке вещества  $\vec{J}$  пропорционально  $\vec{H}$ , т. е.

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (2.8)$$

где коэффициент  $\chi$  (хи) – безразмерная величина, называемая *магнитной восприимчивостью* вещества.

Подставляя в формулу (2.7) выражение (2.8) для  $\vec{J}$ , получим

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H}.$$

Безразмерная величина  $\mu = 1 + \chi$  называется *относительной магнитной проницаемостью* вещества.

### 2.3. Диамagnetики и парамагнетики

Магнитные свойства различных веществ гораздо разнообразнее, чем электрические свойства. В то время как диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  у всех веществ всегда больше единицы, магнитная проницаемость  $\mu$  может быть как больше, так и меньше единицы. Вещества, для которых  $\mu < 1$ , называются *диамagnetиками*, а вещества с  $\mu > 1$  – *парамагнетиками*. Так как магнитная восприимчивость  $\chi = \mu - 1$ , то для парамагнетиков  $\chi$  положительна, а для диамagnetиков  $\chi$  отрицательна.

Наличие диамagnetичных и парамагнитных веществ качественно легко обнаружить, наблюдая поведение вещества в сильном магнитном поле. Атмосферный воздух является парамагнетиком, его магнитная восприимчивость  $\chi$  при нормальных условиях равна  $0,38 \cdot 10^{-6}$ . Поэтому все парамагнетики, у которых  $\chi > 0,38 \cdot 10^{-6}$ , ведут себя подобно диэлектрикам с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$ , большей, чем  $\epsilon_2$  окружающей среды, т. е. втягиваются в область сильного поля. Напротив, на диамagnetики действуют силы того же знака, что и на диэлектрики с  $\epsilon_1 < \epsilon_2$ , и они выталкиваются из магнитного поля.

Примером парамагнетика может служить хлористое железо. Стеклянная ампула с водным раствором этой соли, подвешенная на тонкой нити в магнитном поле, втягивается полем и устанавливается параллельно направлению поля (рис. 2.4, а).

Примером диамagnetика является висмут. Висмутовая палочка выталкивается из магнитного поля и устанавливается перпендикулярно к направлению поля (рис. 2.4, б).

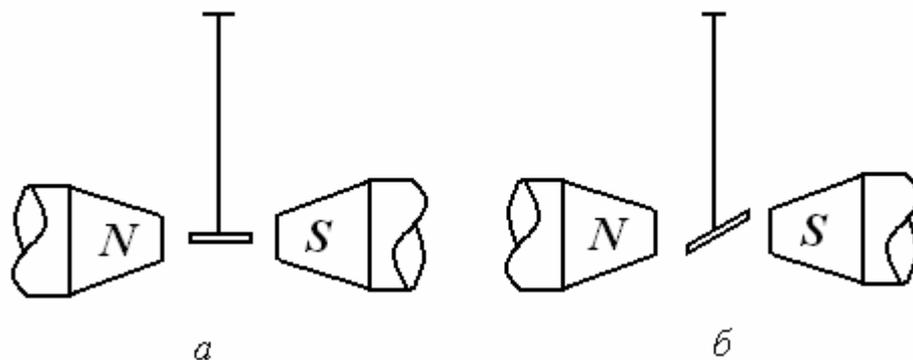


Рис. 2.4. Поведение в магнитном поле: (а) парамагнетика и (б) диамagnetика

*Диамagnetизм* наблюдается у таких веществ, магнитные моменты атомов которых при отсутствии внешнего магнитного поля равны нулю. При

внесении диамагнетика во внешнее магнитное поле происходит прецессия электронных орбит атома (рис. 2.5).

Если орбитальный магнитный момент электрона  $\vec{p}_m$  расположен под углом  $\alpha$  к направлению внешнего магнитного поля  $\vec{B}$ , то на орбиту электрона действует вращающий момент  $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$ . Под действием этого вращающего момента момент импульса  $\vec{L}$  электрона за время  $dt$  получит приращение  $d\vec{L} = \vec{M} dt$ , величина которого

$$dL = p_m B dt \sin \alpha.$$

За время  $dt$  плоскость, в которой лежит вектор  $\vec{L}$ , повернется вокруг направления магнитного  $\vec{B}$  на угол  $d\theta$ :

$$d\theta = \frac{dL}{L \sin \alpha} = \frac{p_m B}{L} dt, \quad (2.9)$$

и электронная орбита начнет *прецессировать* с угловой скоростью  $\Omega = d\theta/dt$ , которая согласно соотношениям (2.3) и (2.9) равна  $\Omega = \frac{e}{2m} B$ .

Таким образом, при наличии внешнего постоянного магнитного поля внутреннее движение электронов атома не изменяется, но атом в целом получает дополнительное вращение с угловой скоростью

$$\vec{\Omega} = \frac{e}{2m} \vec{B}. \quad (2.10)$$

Этот результат называется *теоремой Лармора*, а величина  $\vec{\Omega}$  – *частотой ларморовой прецессии*.

Как видно из формулы (2.10), угловая скорость ларморового вращения электронов совпадает по направлению с вектором  $\vec{B}$ . Так как заряд электрона отрицательный, то магнитный момент  $p'_m$ , связанный с этим вращением, направлен против магнитного поля  $\vec{B}$ . В результате создается намагниченность  $\vec{J}$ , направленная также против магнитного поля, а это и есть диамагнетизм.

Ларморова прецессия возникает у всех веществ. Однако в тех случаях, когда атомы обладают сами по себе магнитным моментом, магнитное поле не только индуцирует магнитный момент  $p'_m$ , но и оказывает на магнитные моменты атомов ориентирующее действие, устанавливая их по направлению поля. Возникающий при этом положительный магнитный момент бывает значительно больше, чем отрицательный индуцированный магнитный момент. Таким образом, диамагнетизм обнаруживают только те вещества, у ко-

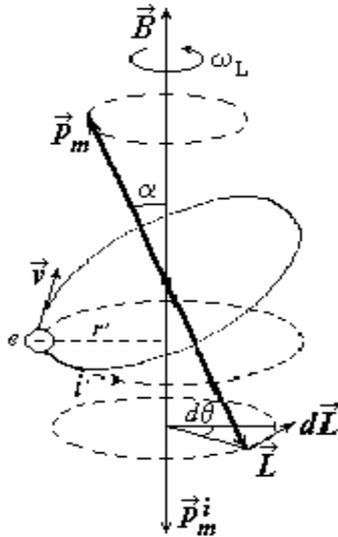


Рис. 2.5. Прецессия электронной орбиты атома

торых атомы не обладают магнитным моментом (векторная сумма орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов атома, а также собственного магнитного момента ядра равна нулю).

К диамагнетикам относятся: инертные газы, большинство органических соединений, стекло, вода, золото, серебро, медь, ртуть и др.

Согласно соотношению (2.8) магнитная восприимчивость диамагнетика:

$$\chi = -\frac{n p'_m}{H},$$

где  $n$  – концентрация атомов.

Для диамагнетиков магнитная восприимчивость  $\chi$  не зависит от температуры.

**Парамагнетизм** наблюдается у веществ, магнитные моменты атомов которых при отсутствии внешнего магнитного поля не равны нулю. Магнитное поле стремится установить магнитные моменты атомов вдоль внешнего магнитного поля, тепловое движение препятствует этому. В результате устанавливается некоторая преимущественная ориентация моментов атомов вдоль поля, тем большая, чем больше  $\vec{B}$ , и тем меньшая, чем выше температура  $T$ . Кюри экспериментально установил закон, согласно которому магнитная восприимчивость парамагнетика

$$\chi = \frac{C}{T},$$

где  $C$  – *постоянная Кюри*, зависящая от рода вещества.

Классическая теория парамагнетизма была разработана Ланжевеном в 1905 году. Эта теория приводит к следующему выражению для магнитной восприимчивости парамагнетика:

$$\chi = \frac{\mu_0 n p_m^2}{3kT},$$

где  $p_m$  – магнитный момент атома;

$n$  – концентрация атомов вещества.

Таким образом, классическая теория объясняет закон Кюри и дает выражение для постоянной Кюри:

$$C = \frac{\mu_0 n p_m^2}{3k}.$$

Вычисления приводят к очень малой величине магнитной восприимчивости  $\chi$ , но в отличие от диамагнетиков теперь  $\chi > 0$  и  $\mu > 1$ . К парамагнетикам относятся кислород, окись азота, алюминий, платина и др.

## 2.4. Ферромагнетики

Особый класс образуют вещества, способные обладать намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля. По своему наиболее распространенному представителю – железу – они получили название *ферромагнетиков*. К их числу, кроме железа, принадлежит никель, кобальт, гадолиний, их сплавы и соединения, а также некоторые сплавы марганца и хрома с неферромагнитными элементами. Ферромагнетизм присущ всем этим веществам только в кристаллическом состоянии.

Ферромагнетики являются сильномагнитными веществами. Магнитная проницаемость большинства ферромагнетиков при обычных температурах измеряется многими сотнями и тысячами единиц, а у некоторых специально приготовленных и обработанных ферромагнетиков она достигает миллиона. Ферромагнетики, помимо способности сильно намагничиваться, обладают рядом свойств, существенно отличающих их от диамагнетиков и парамагнетиков.

Характерной особенностью ферромагнетиков является сложная нелинейная зависимость между намагниченностью  $J$  и напряженностью магнитного поля  $H$ . На графике  $J(H)$ , полученном для предварительно размагниченного ферромагнетика (рис. 2.6, а), можно выделить три области значений  $H$ :

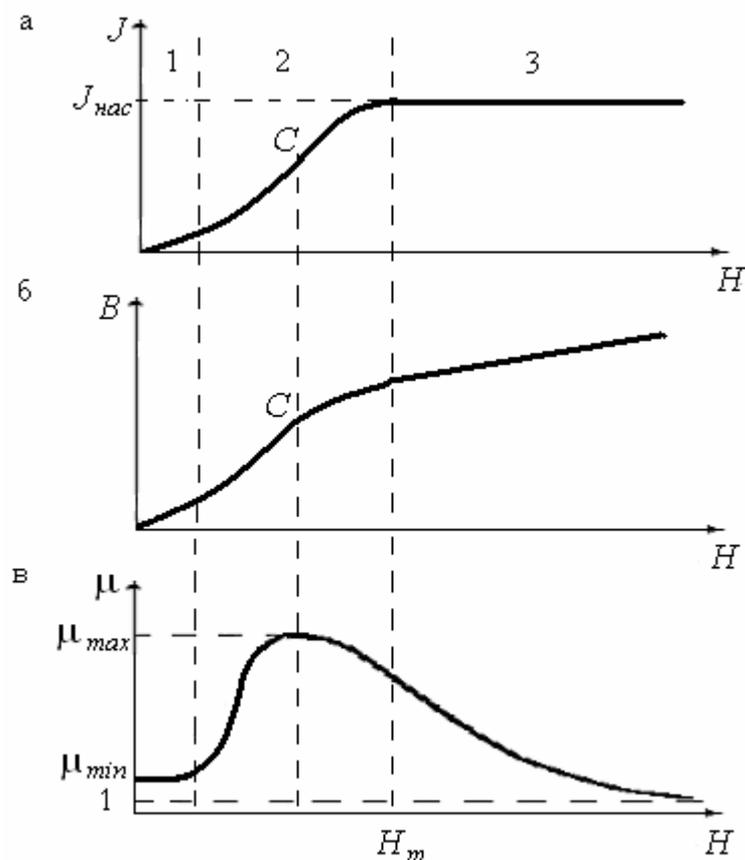
1 – область самых слабых магнитных полей. В этой области  $J$  растет пропорционально  $H$ ;

2 – область слабых магнитных полей, в которой небольшие изменения  $H$  приводят к резкому увеличению  $J$ ;

3 – область сильных магнитных полей. В этой области рост  $J$  прекращается и, начиная с некоторого значения напряженности магнитного поля  $H_m$ , численное значение намагниченности  $J$  остается постоянным и равным  $J_{нас}$ .

Кривая намагниченности  $J(H)$ , полученная для предварительно размагниченного ферромагнетика, называется *основной* или *нулевой кривой намагниченности*.

Зависимость магнитной индукции  $B$  от напряженности магнитного поля  $H$  для предварительно размагниченного ферромагнетика имеет вид, показанный на рис. 2.6, б. Магнитная индукция  $B$  сначала быстро увеличивается, но по мере намагничивания ферромагнетика ее нарастание замедляется. Поскольку  $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J})$ , то по достижении насыщения  $B$  продолжает расти с  $H$  по линейному закону:  $B = \mu_0 H + const$ , где  $const = \mu_0 J_{нас}$ .



**Рис. 2.6.** Сопоставление кривых  $J = f(H)$ ,  $B = f(H)$ ,  $\mu = f(H)$  для ферромагнетика

Вследствие нелинейной зависимости  $B$  от  $H$  магнитная проницаемость  $\mu = B/\mu_0 H$  зависит от напряженности  $H$  магнитного поля. На рис. 2.6 приведены в сопоставлении кривые  $J = f(H)$ ,  $B = f(H)$  и  $\mu = f(H)$ . В области 1  $\mu$  имеет практически постоянное значение  $\mu_{\min}$ . В области 2 магнитная проницаемость достигает максимального значения  $\mu = \mu_{\max}$ . Максимальное значение  $\mu_{\max}$  для ферромагнетиков очень велико. Например, железо, сталь имеют  $\mu_{\max} = 5000$ , железо электролитическое прокаленное –  $\mu_{\max} = 15000$ , пермаллой (78,5 % Ni, 21,5 % Fe) –  $\mu_{\max} \approx 10^5$ . Благодаря большим значениям  $\mu$  внутри ферромагнетиков и вблизи них создается магнитное поле с очень большими значениями магнитной индукции  $B$ . Следует отметить, что магнитную проницаемость, определяемую по формуле  $\mu = B/\mu_0 H$ , называют *статической магнитной проницаемостью*.

Для анализа хода кривой  $\mu = f(H)$  магнитную проницаемость удобно представить в виде  $\mu = 1 + J/H$ . До точки перегиба (рис. 2.6, в) отношение  $J/H$  увеличивается за счет малого изменения величины  $H$  по сравнению с  $J$ ; в точке  $C$   $\mu$  достигает значения  $\mu_{\max}$ ; после точки  $C$  отношение  $J/H$  начинает уменьшаться за счет малого изменения  $J$  по сравнению с  $H$ , и маг-

нитная проницаемость  $\mu$  уменьшается. При  $H = H_m$  намагниченность  $J = J_{нас}$ , т. е.  $J = const$ , и при  $H \gg H_m$  магнитная проницаемость  $\mu \rightarrow 1$ .

Предельное значение магнитной проницаемости  $\mu_{min}$  при напряженности  $H \rightarrow 0$  называют *начальной магнитной проницаемостью*. Эта характеристика имеет важное значение при техническом использовании многих магнитных материалов.  $\mu_{min}$  определяют экспериментально в слабых магнитных полях с  $H \approx 0,1 \text{ А/м}$ .

Крутизну отдельных участков кривой намагничивания  $B = f(H)$  характеризуют *дифференциальной магнитной проницаемостью*  $\mu_{диф} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH}$ .

В одном и том же образце максимальное значение  $\mu_{диф}$  всегда превышает максимальное значение статической магнитной проницаемости  $\mu$ .

Вторая характерная особенность ферромагнетиков состоит в том, что для них зависимость  $B = f(H)$  или  $J = f(H)$  не однозначна, а определяется предшествующей историей намагничивания ферромагнитного образца. Это явление называется *магнитным гистерезисом*.

Если довести намагничивание до насыщения (точка 1 на рис. 2.7) и затем уменьшить напряженность магнитного поля, то магнитная индукция  $B$  следует не по первоначальной кривой 0–1, а изменяется в соответствии с кривой 1–2. В результате, когда напряженность внешнего магнитного поля станет равной нулю (точка 2), намагничивание не исчезает и характеризуется величиной  $B_r$ , которая называется *остаточной магнитной индукцией*. Намагниченность имеет при этом значение  $J_r$ , называемое *остаточной намагниченностью*.

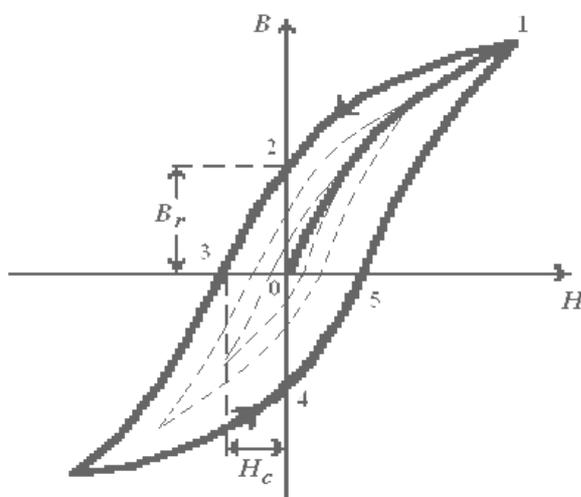


Рис. 2.7. Максимальная петля магнитного гистерезиса

Намагниченность обращается в ноль лишь под действием поля  $H_c$ , имеющего направление, противоположное полю, вызвавшему намагничивание. Напряженность  $H_c$  называется *коэрцитивной силой*. Существование остаточной намагниченности делает возможным изготовление постоянных магнитов, т. е. тел, которые без затраты энергии на поддержание макроскопических токов обладают магнитным моментом и создают в окружающем их пространстве магнитное поле.

При действии на ферромагнетик переменного магнитного поля магнитная индукция изменяется в соответствии с кривой 1–2–3–4–5–1 (см. рис. 2.7), которая называется *петлей гистерезиса*. Если максимальное значение  $H$  таково, что намагниченность достигает насыщения, получается так называемая *максимальная петля гистерезиса* (см. рис. 2.7). Если при амплитудных значениях  $H$  насыщение не достигается, получается петля, называемая *частным циклом*. Частных циклов существует бесконечное множество, все они лежат внутри максимальной петли гистерезиса.

Таким образом, процесс намагничивания ферромагнетика характеризуется основной кривой намагничивания (см. рис. 2.7, кривая 0–1), представляющей собой геометрическое место вершин симметричных циклов, получающихся при намагничивании предварительно размагниченного образца.

При перемагничивании ферромагнетика в периодических магнитных полях в образце имеют место потери энергии на магнитный гистерезис и на вихревые токи. Потери энергии в ферромагнетике пропорциональны площади гистерезисного цикла. Мощность потерь на магнитный гистерезис может быть определена по площади *статического цикла гистерезиса*, снятого при постоянном токе, когда потери на вихревые токи отсутствуют. В связи с неоднозначностью зависимости  $B$  от  $H$  понятие магнитной проницаемости  $\mu$  применяется лишь к основной кривой намагничивания.

Третья характерная особенность ферромагнетиков состоит в том, что для всякого ферромагнетика существует определенная температура  $T = T_k$ , называемая *температурой* или *точкой Кюри*, при переходе через которую вещество ферромагнетика претерпевает фазовый переход второго рода. Вещество является ферромагнетиком только ниже точки Кюри. Выше точки Кюри оно становится парамагнетиком, причем магнитная восприимчивость в окрестности точки Кюри подчиняется закону Кюри–Вейсса:

$$\chi = \frac{C}{T - T_k},$$

где  $C$  – постоянная, зависящая от рода вещества.

Теория ферромагнетизма была построена Я. И. Френкелем и В. Гейзенбергом в 1928 г. на основе квантовой механики. Кратко ее суть заключается в следующем. Если бы к электронам и атомным ядрам ферромагнетика применить обычный закон Кулона, но рассмотреть движение электронов на основе

уравнений квантовой механики, то результат оказался бы таким же, какой получился бы в классической механике при наличии помимо кулоновских некоторых добавочных сил взаимодействия между электронами. Эти добавочные силы, которые надо ввести в классическую механику, чтобы согласовать ее с квантовой механикой, называются *обменными силами*. Обменные силы являются короткодействующими, т. е. существуют на расстояниях порядка атомных. При определенных условиях в кристалле обменные силы стремятся установить спины электронов соседних атомов параллельно друг другу. В результате возникают области *спонтанного* (самопроизвольного) *намагничивания*, которые называются *доменами*. В пределах каждого домена ферромагнетик спонтанно намагничен до насыщения и обладает определенным магнитным моментом. Направления этих моментов для разных доменов различны, так что в отсутствие внешнего поля суммарный момент всего тела равен нулю. Домены имеют размеры порядка 1–10 мкм. Действие магнитного поля на домен на разных стадиях процесса намагничивания оказывается различным. Вначале, при слабых полях, наблюдается смещение границ доменов, в результате чего происходит увеличение тех доменов, моменты которых составляют с  $\vec{H}$  меньший угол, за счет доменов, у которых угол  $\theta$  между векторами  $\vec{p}_m$  и  $\vec{H}$  больше. С увеличением напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  этот процесс идет все дальше и дальше, пока домены с меньшими углами  $\theta$  не поглотят целиком домены с большими углами  $\theta$ . На следующей стадии имеет место поворот магнитных моментов доменов в направлении поля. При этом моменты электронов в пределах домена поворачиваются одновременно, без нарушения их строгой параллельности друг другу. Эти процессы являются необратимыми, что и служит причиной гистерезиса. При повышении температуры до  $T = T_k$  области спонтанного намагничивания распадаются, и вещество утрачивает ферромагнитные свойства. При охлаждении ферромагнетика ниже точки Кюри в нем снова возникают домены.

В некоторых случаях обменные силы приводят к возникновению так называемых *антиферромагнетиков* (хром, марганец и др.). Существование антиферромагнетиков было предсказано Л.Д. Ландау в 1933 г. В антиферромагнетиках собственные магнитные моменты электронов в доменах самопроизвольно ориентированы антипараллельно друг другу. Такая ориентация попарно охватывает соседние атомы. В результате антиферромагнетики обладают крайне малой магнитной восприимчивостью и ведут себя как очень слабые парамагнетики.

Величина остаточной магнитной индукции  $B_r$ , коэрцитивная сила  $H_c$  и максимальная магнитная проницаемость  $\mu_{\max}$  являются основными характеристиками ферромагнетиков. Ферромагнетики с малой (в пределах от нескольких десятых до 100–200 А/м) коэрцитивной силой  $H_c$  (с узкой петлей гистерезиса) называются *мягкими*, а ферромагнетики с большой (от нескольких тысяч до нескольких сотен тысяч ампер на метр) коэрцитивной силой (с широкой петлей гистерезиса) называются *жесткими*. В табл. 2.1 и 2.2, даны

магнитные характеристики некоторых веществ, применяемых в современной технике. В зависимости от назначения берутся ферромагнетики с той или иной характеристикой. Так, для постоянных магнитов употребляются жесткие ферромагнетики, а для сердечников трансформаторов – мягкие.

## 2.5. Магнитные материалы

В качестве ферромагнитных материалов в настоящее время широко применяют железо и его сплавы с другими элементами. Подбором состава сплавов и варьированием их обработки оказывается возможным получить различные ферромагнитные материалы, отличающиеся чрезвычайным разнообразием магнитных свойств. В табл. 2.1 и 2.2 приведены характеристики некоторых *магнито-мягких* и *магнито-жестких* материалов, применяемых в современной технике.

Таблица 2.1

Магнито-мягкие материалы	Состав	$\mu$ начальная	$\mu$ максимальная	$B$ при нас. Тл	$H_c$ , А/м
Железо	99,9 % Fe	200	5 000	2,15	80
Сплав кремний-железо	96,7 % Fe; 3,3 % Si	600	10000	2,0	16
Тот же, отожженный в $H_2$	96,7 % Fe; 3,3 % Si	1500	40000	2,0	8,0
78 % –й пермаллой	78 % Ni; 22 % Fe	8000	100000	1,0	4,0
Суперпермаллой	79 % Ni; 5 % Mo; 16 % Fe	100000	800000	0,80	0,32

Таблица 2.2

Магнито-жесткие материалы	Состав	$B_r$ , Тл	$H_c$ , А/м
Вольфрамовая сталь	6 % W; 0,7 % C; 0,3 % Mn; 93 % Fe	1,0	5200
Сплав ални	25 % Ni; 12 % Al; 63 % Fe	0,70	40 000
Сплав алнико 5	8 % Al; 14 % Ni; 24 % Co; 3 % Cu; 51 % Fe	1,25	44 000
Сплав магнико	13,5 % Ni; 9 % Al; 24 % Co; 3 % Cu; 50 % Fe	1,3	56 000
Сплав платина-кобальт	77 % Pt; 23 % Co	0,45	210 000

Приведенные данные показывают, что в изготовлении магнитных материалов достигнуты выдающиеся успехи. Некоторые сплавы (алнико, магнико) отличаются весьма высокими значениями коэрцитивной силы и остаточной индукции и поэтому позволяют изготавливать исключительные по качеству постоянные магниты, широко применяемые в магнитоэлектрических измерительных приборах и других устройствах, в которых требуется сильное постоянное магнитное поле.

Второе важное достижение заключается в получении *ферритов*. Они представляют собой ферромагнитные химические соединения типа  $MeO \cdot Fe_2O_3$ , где  $Me$  – один (или смесь) из двухвалентных катионов  $Mn, Co, Ni, Cu, Mg, Zn, Cd, Fe$ . В отличие от железа и других ферромагнитных металлов ферриты являются магнитными полупроводниками и имеют большое удельное электрическое сопротивление порядка  $10^2 - 10^6$  Ом·см. Этим и обусловлено большое техническое значение ферритов. Ферриты применяются для изготовления постоянных магнитов, ферритовых антенн, сердечников радиочастотных контуров, элементов оперативной памяти в вычислительной технике, для покрытия пленок в магнитофонах и видеомагнитофонах и т. д.

### **Контрольные вопросы**

1. Как вычисляется орбитальный магнитный момент электрона в атоме и как он связан с орбитальным механическим моментом электрона?
2. Как вычисляется спиновый магнитный момент электрона (магнетон Бора) и как он связан с собственным механическим моментом электрона (спином)?
3. Как вычисляется магнитный момент атомов вещества, и в каких единицах он измеряется в СИ?
4. В каких опытах наблюдались магнитомеханические явления? Дайте описание этих опытов.
5. Какой величиной описывается степень намагниченности магнетика? Дайте определение этой физической величины и запишите наименование единицы ее измерения в СИ.
6. Дайте определение напряженности магнитного поля и запишите наименование единицы ее измерения в СИ. Какая существует связь между магнитной индукцией и напряженностью магнитного поля?
7. Что называется относительной магнитной восприимчивостью магнетика и как она связана с относительной магнитной проницаемостью магнетика?
8. Какие вещества называются диамагнетиками, и какими свойствами они обладают? Как выражается зависимость  $B = f(H)$ ,  $\mu = f(H)$ ,  $\mu = f(T)$  для диамагнетиков?
9. Какие вещества называются парамагнетиками, и какими свойствами они обладают? Как выражается зависимость  $B = f(H)$ ,  $\mu = f(H)$ ,  $\mu = f(T)$  для парамагнетиков?

10. В пространство между полюсами электромагнита подвешиваются поочередно висмутовый и алюминиевый стержни. Оказалось, что при включении электромагнита алюминиевый стержень располагается вдоль, а висмутовый – поперек магнитного поля. Объясните различие в их поведении.
11. Какие вещества называются ферромагнетиками? Как выражается зависимость  $J = f(H)$ ,  $B = f(H)$ ,  $\mu = f(H)$  для ферромагнетиков?
12. Чем обусловлено наличие петли гистерезиса?
13. Какова природа ферромагнетизма и что такое домены?
14. Как влияет изменение температуры на магнитные свойства ферромагнетика? Что такое точка Кюри?
15. Какой вид имеет петля гистерезиса для магнито-мягких и магнито-жестких материалов и где эти магнитные материалы применяются?
16. Какими свойствами обладают ферриты и где они применяются?

## Приложение 2. Магнитное поле в веществе

### ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев, И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для вузов: в 3 т. / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1989. – Т. 2: Электричество и магнетизм. – 432 с.
2. Сивухин, Д.В. Общий курс физики: учеб. пособие для физ. спец. вузов: в 5 т. / Д.В. Сивухин. – М.: Наука, 1990. – Т. 3: Электричество. – 591 с.
3. Калашников, С.Г. Электричество / С.Г. Калашников. – М.: Наука, 1977.
4. Кудин, В.И. Электрические свойства металлов и полупроводников [Электронный ресурс]: учеб. пособие по физике для студентов БНТУ дневной и заочной форм обучения / В.И. Кудин, В.А. Мартинович. – Электрон. данные (697 000 байт). – Минск: БНТУ, 2008. – 1 CD-R. – Регистрационный № БНТУ/ФИТР 47-5.2008.