

Таблица 3. Влияние длины раздельной стенки на неравномерность

$\frac{\Delta u}{v}$, %	0	1,0	2,5	5,0	7,5	10,0
$\frac{L}{b}$	1,50	0,95	0,73	0,61	0,53	0,47

Таблица 4. Длина раздельной стенки при $\frac{\Delta u}{v} = 20\%$

d/b	0,01	0,02	0,03	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18
$\frac{L}{b}$	1,5	1,0	0,78	0,68	0,54	0,47	0,42	0,375	0,345	0,325	0,32

$$\frac{u_{N-v}}{v} = \frac{(a+t_1)(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})^2}{[\sqrt{t_1(a+1)} + \sqrt{a(t_1-1)}]^2} - 1. \quad (12)$$

Интегрированием (4) от 1 до t_1 получаем длину участка CN

$$\frac{CN}{b} = \frac{1}{\pi} \frac{v}{u_{C_1}} \int_1^{t_1} \frac{[\sqrt{t(a+1)} + \sqrt{a(t-1)}]^2}{a+t} \frac{dt}{t+a}. \quad (13)$$

Для ширины раздельной стенки $d = 0,16b$ расчеты по формулам (12) и (13) показывают, что полное выравнивание скоростей потока в плане наступает при значительной длине раздельной стенки $L > 1,5b$. При уменьшении длины раздельной стенки неравномерность потока в створе В - В возрастает (табл. 3). На основании экспериментальных данных в работе [2] для ширины $d = 0,16b$ рекомендуется назначать длину $L = \frac{b}{3}$, что, по нашим расчетам, соответствует неравномерности распределения скоростей в плане $\frac{\Delta u}{v} = 20\%$, при дальнейшем уменьшении длины раздельной стенки $\frac{\Delta u}{v}$ быстро возрастает (табл. 3). В табл. 4 дана длина раздельной стенки для различных $\frac{d}{b}$ при этом же значении $\frac{\Delta u}{v}$. Минимальные значения $\frac{L}{b}$ имеют место при устройстве раздельной стенки шириной $d = (0,14 - 0,3)b$.

распределения скоростей в плане в сечении В—В

12,5	15,0	17,5	20,0	22,5	25,0
0,43	0,39	0,35	0,325	0,315	0,30

0,20	0,24	0,26	0,30	0,32	0,35	0,40	0,50	1,0
0,32	0,32	0,325	0,345	0,355	0,370	0,41	0,54	1,7

Л и т е р а т у р а

1. Слиссский С.М. Гидравлика зданий ГЭС. М., 1970.
2. Mosonyi E. Wasserkraftwerke. В. 1, Budapest 1956.
3. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости. М., 1961.

М.В. Кравцов, В.В. Суворов

СКОРОСТЬ ПОДЪЕМА И ДЕФОРМАЦИИ ПУЗЫРЬКОВ
В ЖИДКОСТЯХ

Изучение закономерностей движения пузырьков газа в жидкостях необходимо при расчетах процессов барботажа жидкостей, флотации, аэрации, пенообразования в нефтедобывающей промышленности, воздухоотделения при применении осветлителей и т.п.

Так как в механизме всплытия капель и пузырьков нет очевидных принципиальных различий, то при расчете скорости движения сферических пузырьков можно использовать формулу, полученную ранее при изучении закономерностей движения капель [1]:

$$v = - \frac{2\mu}{(k+0,0625d)\rho} + \sqrt{\left[\frac{2\mu}{(k+0,0625d)\rho} \right]^2 + \frac{d^2 \Delta \rho g}{3(k+0,0625d)\rho}} \quad (1)$$

где $k = \sqrt[3]{\frac{3,5 \Delta \rho \rho g}{\mu^2}}$.

При сопоставлении расчетных значений по формуле (1) с опытными данными (табл. 1) о скоростях подъема воздушных пузырьков в воде, глицерине, касторовом масле и кукурузном сиропе (рис. 1) получена хорошая степень совпадения [2].

Таблица 1. Физические свойства жидкостей [2]

Жидкость	Обозначения	Температура, °С	ρ , г/см ³	μ , пуаз	σ , дин/см
Касторовое масло	1	16,7	0,962	13,6	39,2
	2	31,8	0,953	3,76	38,8
	3	15,9	1,27	19,6	63,6
Глицерин	4	30,0	1,26	13,3	63,4
	5	25,3	1,26	3,78	63,2
	6	25,4	1,26	1,57	63,2
Кукурузный сироп	7	13,5	1,38	103,8	95,6
	8	20,5	1,38	45,8	86,0
	9	29,5	1,38	19,4	81,0

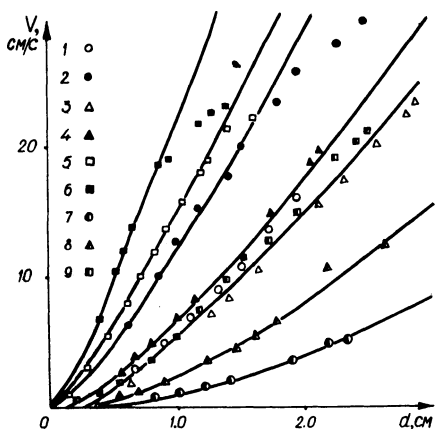


Рис. 1. Скорости подъема пузырьков воздуха в жидкостях (сплошные линии — расчет по формуле (1), точки — опытные данные [2]).

При медленном движении малых капель и пузырей сохраняется сферическая форма. Начиная с некоторого предельного размера капля или пузырь деформируется, приобретая вначале сфероидальную форму, затем плоскую и, наконец, грибообразную.

Зависимостей для определения предельного диаметра, при котором каплю или пузырь уже нельзя считать сферической, имеется несколько. Наиболее соответствует требованиям логики зависимость [3]

$$d_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \sigma}{\Delta \rho g}}, \quad (2)$$

где σ -- коэффициент поверхностного натяжения, дин/см; $\Delta \rho$ -- разность плотностей среды и пузырька, г/см³; g -- ускорение силы тяжести, см/с²; ε_0 -- безразмерный параметр, равный по экспериментальным данным 0,4 [4].

Формулу (2) можно получить, если разделить силу сопротивления, равную весу капли или пузырька в жидкости, на силу поверхностного натяжения. Действительно деформация капли или пузырька зависит от действующих сил при равномерном движении: силы сопротивления движению и силы поверхностного натяжения. Однако в формулу (2) не входит параметр вязкости среды. В то же время на основании опытных данных легко обнаружить, что вязкость среды при прочих равных условиях сильно влияет на величину предельного диаметра. Это вызвано тем, что величина предельного диаметра зависит не только от величины силы сопротивления, но и от соотношения в общем сопротивлении силы вязкого трения и гидродинамического давления.

На основании исследований [5] и из анализа опытных данных установлено, что сила сопротивления движению капель и пузырьков имеет вид

$$F = \psi \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{\rho v^2}{2}, \quad (3)$$

где $\psi = \frac{16}{\text{Re}} + \frac{667}{\sqrt{\text{Re}}} + 0,25$ -- коэффициент сопротивления; $\text{Re} = \frac{v d \rho}{\mu}$ -- число Рейнольдса; v , d -- скорость и диаметр капли или пузырька; μ , ρ -- динамический коэффициент вязкости и плотность среды.

По упрощенной формуле [1]

$$F = 2 \pi \mu d v + k \pi d \frac{\rho v^2}{2} + 0,25 \frac{\pi d^2}{4} \frac{\rho v^2}{2}. \quad (4)$$

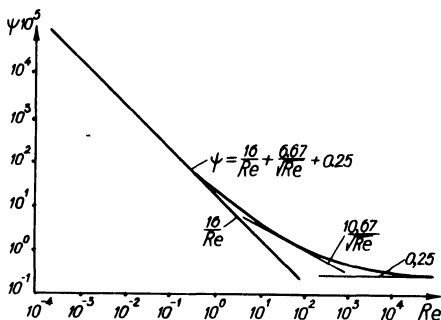


Рис. 2. Опытный график зависимости $\psi = f(Re)$ при движении капель и пузырьков.

При выборе параметра, характеризующего предельный недеформированный диаметр, будем рассуждать следующим образом. Из анализа опытного графика зависимости $\psi = f(Re)$ (рис. 2) для случая движения капель и пузырьков видно, что кривая при стремлении $Re \rightarrow 0$ имеет асимптоту $\psi = \frac{16}{Re}$. К этой кривой можно провести бесчисленное множество касательных, уравнение которых будет иметь вид

$$\psi = B/Re^n.$$

При этом показатель степени n изменяется от 1 до 0 ($n = 1$ —формула Адамара $\psi = 16/Re$; $n = 0,5$ —формула Прандтля—Аллена—Блязиуса $\psi = B/\sqrt{Re}$; $n = 0$ —формула Ньютона $\psi = const$).

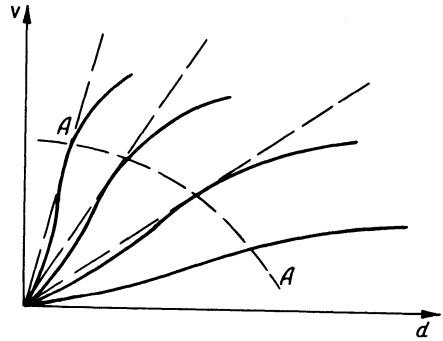
Из анализа формулы (3) видно, что если доля вязкого сопротивления, выражаемого первым членом, будет больше доли силы гидродинамического давления, выражаемого последним членом, то показатель степени $n > 0,5$. В противном случае $n < 0,5$. При равенстве первого и последнего членов показатель степени $n = 0,5$, а уравнение касательной к кривой $\psi = f(Re)$ будет $\psi = B/\sqrt{Re}$.

Положение точки касания можно легко определить из условия равенства первого и третьего членов в уравнении (3) ($\frac{16}{Re} = 0,25$; $Re = 64$; $\psi = 1,334$; $B = 10,67$).

Отметим, что касательная $\psi = \frac{10,67}{\sqrt{Re}}$ имеет точку касания с кривой $\psi = f(Re)$ в так называемой "переходной" области и направление этой касательной с осями координат ψ и Re составляет угол 45° .

Учитывая, что $\psi = \frac{4}{3} \frac{d\Delta\rho g}{\rho v^2}$, из уравнения касательной получаем функцию скорости

Рис. 3. Касательные $v = k_{\Delta} d$ к зависимости $v = f(d)$; А—А — линии равных сопротивлений.



$$v = 0,116 \sqrt[3]{\frac{\Delta \rho^2 g^2}{\rho \mu}} d = k_{\Delta} d, \quad (4)$$

где $k_{\Delta} = a \sqrt[3]{\frac{\Delta \rho^2 g^2}{\rho \mu}}$; а -- постоянный коэффициент.

Изменяя вязкость среды при постоянных ρ , $\Delta \rho$, σ , g , можно получить семейство кривых $v = f(d)$ (рис. 3). Анализ формы кривых зависимостей $v = f(d)$ показывает, что к каждой из них из центра координат можно провести одну касательную $v = k_{\Delta} d$. Эта касательная, как и касательная $\psi = B/\sqrt{Re}$ к зависимости $\psi = f(Re)$, имеет точку касания в переходной области, соответствующую $Re = 64$ и $\psi = 1,334$.

Линия А—А является линией равного сопротивления; координаты точки пересечения этой кривой с кривыми $v = f(d)$, равно как и коэффициент k_{Δ} , могут служить мерой соотношения сил вязкого сопротивления и гидродинамического давления в общем сопротивлении среды.

Используя значение коэффициентов k_{Δ} и k

$$k = \frac{B}{4 \sqrt{\frac{k_{\Delta} \rho_B}{\mu_B}}} = \frac{b}{\sqrt[3]{\frac{\Delta \rho \rho g}{\mu^2}}}$$

в качестве меры соотношения силы вязкого трения и гидродинамического давления в общем сопротивлении среды, мы получили следующий безразмерный параметр на основании обработки опытных данных:

$$\varepsilon_0 \frac{d}{k} = \frac{\Delta \rho g d^2}{\sigma}. \quad (5)$$

Таблица 2. Сопоставление расчетных (по (6)) и опытных данных

о предельном недеформированном диаметре капель и пузырьков

№ п/п	Литера- турный источ- ник	Наименование жидкости капли	Наименование среды	к, см	σ , дин	$\Delta\rho$,	μ ,	d ,	d ,
					см	г/см ³	спуз	см, (расчет по (6))	см, опыт
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	[6]	Четыреххлористый углерод (тетрахло- рид)	вода	0,0181	45,30	0,589	0,894	0,35	0,35
2	[6]	Хлорбензол	вода	0,0319	36,81	0,107	0,894	0,70	0,70
3	[6]	Бромбензол	вода	0,0192	38,12	0,493	0,894	0,36	0,36
4	[6]	Этил бромид	вода	0,0198	31,09	0,447	0,894	0,35	0,35
5	[6]	Нитробензол	вода	0,0241	26,08	0,201	0,894	0,46	0,46
6	[6]	О-Нитротолуол	вода	0,0279	26,89	0,161	0,894	0,51	0,51
7	[7]	Хлорбензол	вода	0,0313	36,02	0,0979	0,828	0,71	0,71
8	[7]	n-Амил фталат	вода	0,0550	20,20	0,0179	0,828	1,25	1,25
9	[7]	n-Амил фталат	вода	0,0550	7,07	0,0179	0,828	0,89	0,90
10	[7]	Анилин	вода	0,0550	6,545	0,0179	0,828	0,86	0,80
11	[7]	Карбон дисульфид	вода	0,0247	45,67	0,261	0,9419	0,52	0,54
12	[7]	m-Крезол	вода	0,0463	4,134	0,0299	0,828	0,59	0,60
13	[7]	Эвгенол	вода	0,0368	12,34	0,0599	0,828	0,60	0,59
14	[7]	Нитробензол	вода	0,0263	15,84	0,1589	0,828	0,44	0,50
15	[7]	О-Нитротолуол	вода	0,0258	26,03	0,1569	0,7848	0,51	0,52
16	[7]	1,2-Дихлоропропан	вода	0,0261	31,11	0,1502	0,7850	0,52	0,50
17	[7]	Карбон тетрагидрид	вода	0,0183	44,66	0,5851	0,9156	0,34	0,34
18	[7]	Эпихлорогидрин	вода	0,0255	10,98	0,1715	0,8085	0,36	0,30
19	[7]	1,2-Дибром этан	вода	0,0152	36,58	1,1711	0,8280	0,25	0,24
20	[7]	1,2,2,2-Тетрахлорэтан	вода	0,0173	30,09	0,5829	0,8280	0,31	0,30
21	[7]	Тетрабромэтан	вода	0,0240	7,04	1,943	0,7809	0,14	0,14
22	[7]	Метил фталат	вода	0,0245	12,26	0,1839	0,7848	0,40	0,40
23	[7]	Бромформ	вода	0,0139	40,60	1,8541	0,9156	0,21	0,20
24	[7]	m-Нитротолуол	вода	0,0294	28,38	0,1567	0,9594	0,53	0,46
25	[7]	Нитробензол	вода	0,0260	24,81	0,1975	0,8085	0,48	0,45
26	[7]	Хлорбензол	вода	0,0309	24,54	0,090	0,828	0,70	0,70
27	[7]	Тетрахлорэтилен	вода	0,0153	43,38	0,6129	0,7848	0,28	0,33
28	[7]	Дифенильный эфир	вода	0,0366	40,80	0,0709	0,7848	0,82	0,85
29	[7]	1-Хлорнафталин	вода	0,0233	41,90	0,2047	0,766	0,52	0,55
30	[7]	Этилфталат	вода	0,0318	14,40	0,1285	0,9759	0,54	0,60
31	[7]	Этилхлорацетат	вода	0,0269	15,46	0,1379	0,7848	0,44	0,40
32	[7]	Изогенол	вода	0,036	9,38	0,0839	0,9499	0,50	0,65
33	[7]	Хлорбензол	вода	0,0342	9,14	0,075	0,828	0,50	0,50
34	[7]	n-Бутилфталат	вода	0,0402	23,61	0,0449	0,9499	0,78	0,90

Продолжение

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
35	[8]	Бромистый метил	вода	0,0135	36,1	1,435	0,894	0,22	0,22
36	[8]	Карбон тетрахлорид	вода	0,0180	41,60	0,587	0,902	0,34	0,24
37	[8]	Тетрабромэтан	вода	0,0121	39,06	1,963	0,894	0,20	0,19
38	[8]	Бромформ	вода	0,0123	40,6	1,893	0,894	0,20	0,15
39	[8]	Бромистый этилен	вода	0,0144	31,9	1,173	0,894	0,23	0,21
40	[8]	Бромистый этил	вода	0,0199	31,09	0,448	0,894	0,16	0,16
41	[9]	Воздух	Раствор уксуса	0,0168	26,6	1,01	1,04	0,24	0,24
42	[9]	Воздух	Метанол	0,0125	22,6	0,788	0,593	0,23	0,50
43	[9]	Воздух	31%-ный раствор этилацетата в раститель- ном масле	0,0644	29,9	0,893	7,0	0,466	0,350
44	[9]	Воздух	5,5%-ный раствор этилацетата в раститель- ном масле	0,177	34,1	0,902	31,0	0,6	0,6
45	[9]	Воздух	70% водный раствор ук- суса	0,0165	34,3	1,041	1,04	0,25	0,22
46	[9]	Воздух	40,9%-ный рас- твор этилово- го спирта в растительном масле	0,0519	27,3	0,890	5,0	0,37	0,31
47	[9]	Воздух	Этиловый ацетат	0,0107	22,6	0,893	0,47	0,205	0,35
48	[9]	Воздух	40%-ный раствор уксуса в воде	0,0165	40,7	1,042	1,04	0,27	0,20
49	[9]	Воздух	Изопропил алкоголь	0,0281	20,7	0,790	1,78	0,286	0,250

Тогда предельный диаметр, при котором капля или пузырек сохраняет сферическую форму:

$$d = \sqrt[3]{\frac{\varepsilon_0 \sigma}{\Delta \rho g}} = A \sqrt[3]{\frac{k \sigma}{\Delta \rho g}}, \quad (6)$$

где $A = \sqrt[3]{\varepsilon_0}$ — постоянный коэффициент, который на основании опытных данных оказался равным 3,15.

Опытных исследований скоростей падения или подъема, включающих и область сильно деформированных капель и пузырьков, проведено достаточно [1—4, 6—9].

Сопоставление расчетных (по формуле (6)) и опытных данных представлено в табл. 2. При этом получена хорошая степень совпадения расчетных и опытных данных.

Для деформированных пузырьков и капель связь между скоростью движения и размером довольно сложна. Поэтому общей формулы для определения скорости движения, которая давала бы хорошие результаты при расчете в различных условиях, до сих пор нет.

Многие авторы полагают возможным считать скорость движения деформируемых капель и пузырьков неизменяемой с изменением размеров. В этом случае проще всего определить по формуле (6) предельный недеформируемый диаметр капли или пузырька и затем по формуле (1) для этого и больших диаметров постоянную скорость движения. Видимо, такой подход возможен при движении капель и пузырьков со сравнительно

малыми скоростями в сильновязких растворах. При движении с большими скоростями скорость движения капель и пузырьков не остается постоянной. Вначале она снижается, а затем вновь возрастает. Для более точного определения скоростей движения в работе [7] предлагается формула, полученная из предположения, что скорость всплытия пузырей тождественно равна фазовой скорости распространения в жидкостях капиллярных волн. В этом случае

$$v = \left[\frac{gd}{2} \frac{\rho - \rho_1}{\rho + \rho_1} + \frac{2\sigma}{d(\rho + \rho_1)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

Сопоставление расчетных (по формуле (7)) и опытных данных о скоростях подъема пузырей воздуха в воде дает хорошую степень совпадения. Однако для случая движения капель расчет по формуле (7) не дает удовлетворительных результатов.

Для расчета скорости движения деформированных пузырьков существует также теоретическая формула Тейлора:

$$v = 2/3 (gR')^{\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

где R' — радиус кривизны сферической "шапки", который равен $2/3$ радиуса пузырька.

В большинстве случаев опытный график зависимости $v = f(d)$ для деформированных пузырьков разбивают на ряд участков и для расчета скоростей движения на каждом участке применяют эмпирические формулы.

Приведем один из способов расчета [7]:

1) область движения пузырей, имеющих форму плоских, пульсирующих сфероидов

$$2 < Re < 4A^{0,42}, \quad v = 0,33 \frac{g^{0,76}}{\nu^{0,52}} r^{1,28}; \quad (9)$$

2) область движения плоских, относительно устойчивых пузырей ограничена

$$4A^{0,42} < Re < 3A^{0,5}; \quad v = 1,35 \left(\frac{\sigma}{r(\rho - \rho_1)} \right)^{0,5}; \quad (10)$$

3) область движения грибообразных пузырей определяется значением чисел

$$Re > 3 A^{0,5}$$

$$v = \left(\frac{4g \sigma (\rho - \rho_1)}{\xi \rho^2} \right)^{1/4}, \quad (11)$$

где $A = \frac{\sigma^{2/3} \rho}{g \mu^2 \sqrt{\rho - \rho_1}}$; σ -- коэффициент поверхностного натяжения; ν , μ -- кинематический и динамический коэффициенты вязкости; ρ , ρ_1 -- плотность среды и пузырька или капли.

В работе [8] для расчета скоростей движения деформированных пузырьков рекомендуется применять формулу

$$v = A \frac{\mu}{d \Delta \rho} \left[\frac{\sigma^3 \Delta \rho}{\mu^4 g} \right]^m \left[\frac{d^2 g \Delta \rho}{\sigma} \right]^n, \quad (12)$$

где A , m , n -- параметры, определяемые экспериментально для каждой из областей.

В работе [9] предлагается использовать для расчета скоростей движения деформированных газовых пузырьков формулу

$$v = \left(\frac{4\sigma^2 g}{2\rho\mu} \frac{\Delta\rho}{\rho} \right)^{1,5}. \quad (13)$$

Л и т е р а т у р а

1. Кравцов М.В. Формула для расчета скорости равномерного движения капель в статических условиях среды. -- В сб.: Водотведение и очистка вод. Минск, 1969. 2. Kajima Eiichi, Akehata Takashi, Shirai Takashi. Rising velocity and shape of Single air bubbles in highly viscous liquids. -- "J. Chem. Engng. Japan", 1968, № 1. 3. Tibor Z. Harmathy. Velocity of Large Drops and Bubbles in media of Infinite or Restricted Extent. -- "A. Y. Ch. E. journal", 1960, v. 6, № 2. 4. Davies J.T. Mass. - Transfer and Interfacial Phenomena. -- "Advances in Chem. Engng.", 1963, v. 4. 5. Кравцов М.В. Сопротивление свободному установившемуся движению сферы в вязкой среде. -- "Инж.-физ. журнал",

1968, т. 15, № 3. 6. Thorsen G. и др. On the terminal velocity of circulating and oscillating liquid drops. - "Chem Eng Sci", 1968, v. 23, № 5. 7. М а-ленков И.Г. О движении больших пузырей газа, всплывающих в жидкости. - ПМТФ, 1968, № 6. 8. Сахаров В.А. Экспериментальное определение относительной скорости движения газового пузыря в потоке жидкости. - "Изв. вузов. Нефть и газ", 1966, № 6. 9. Бяков В.М. Движение деформированных пузырьков газа в жидкостях. - ЖФК, 1963, т. 37, в. 4.

М.В. Кравцов, В.В. Суворов, И.В. Федюкович

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ НА СКОРОСТЬ ОСАЖДЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ В ЖИДКОСТЯХ

Для определения скорости движения некоторых видов частиц чаще всего используют зависимости, выведенные для частиц шарообразной формы. Это вызвано тем, что движение шарообразных частиц изучено наиболее полно. Для использования соотношений, выведенных для шара, вводят так называемый коэффициент формы. Естественно, что здесь многообразию форм частиц будет соответствовать множество коэффициентов форм. Однако, если иметь дело в технологическом процессе с одним видом частиц, то таким образом задача в какой-то степени может быть решена. Отметим, что отличие движения частиц определенной формы от движения шара проявляется для разных чисел Рейнольдса неодинаково. Так, опытные значения коэффициентов сопротивления диска (рис. 1) до чисел $Re \approx 50$ мало отличается от соответствующих значений коэффициента сопротивления шара [1]. При $Re > 50$ эти различия становятся весьма существенными. Такая же картина наблюдается и для других форм частиц. При расчетах же коэффициент формы для определенного вида частиц считается постоянным и не зависящим от числа Рейнольдса.

Рассмотрим движение некоторых осесимметричных форм тел и покажем, что выведенные ранее зависимости для случая движения шара можно использовать для определения скоростей движения частиц произвольной формы.