К.И. Шимко А.Е. Елисеев

УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПЕРФОРИРОВАННЫХ ТРУБОПРОВОДАХ ПОСТОЯННОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ С УЧЕТОМ ЗАКОНА РАЗДАЧИ РАСХОДА ВДОЛЬ ПУТИ

В водохозяйственном строительстве находят широкое применение перфорированные трубопроводы (мелиорация, гидроэнергетика, водоснабжение и др.). Определение закономерностей изменения пьезометрического давления по длине перфорированных трубопроводов в зависимости от расхода вдоль пути является основным условием разработки надежной и экономически эффективной работы трубопроводов для заданного режима истечения. Предлагаемые большинством авторов [1, 2, 3] расчетные зависимости получены на основании предположения о равномерном распределении жидкости вдоль пути, что справедливо при конструктивном отношении (отношении площади всех отверстий стенки дырчатой трубы к площади ее поперечного сечения ($k_\omega < 0{,}4$) [4]). С увеличением конструктивного отношения ($k_\omega > 0{,}4$) равномерность раздачи жидкости через отверстия нарушается и применение указанных зависимостей снижает точность расчета.

В работе [5] предпринята попытка учесть неравномерность раздачи жидкости по длине трубопровода. Однако предлагаемая методика расчета достаточно сложна, что затрудняет ее практическое применение. Кроме того, в приведенных зависимостях принимается коэффициент гидравлического трения по длине трубопровода λ постоянным, с чем нельзя согласиться, так как с изменением скорости движения жидкости вдоль перфорированного трубопровода коэффициент λ также будет изменяться.

В настоящей работе предлагается вывод зависимости для определения пьезометрического давления в перфорированных трубопроводах с учетом линейного приращения расхода вдоль дырчатой трубы (производная $\frac{dQ}{dx}$), изменения коэффициента гидравлического трения λ и проекции скорости отделяемых частиц на направление скорости основного потока.

Вначале установим закон изменения распределяемого расхода вдоль пути. Выделив участок трубы длиной dx, будем считать, что движение здесь происходит с равномерным отделением расхода $q=k\frac{Q}{L}$ на каждую единицу длины пути, где k —параметр, учитывающий интенсивность распределения воды дырчатой трубой. Тогда вытекающий на этом участке расход будет равен

$$dQ = q\,dx = k\frac{Q}{L}\,dx.$$

При раздаче $Q_{x+dx} < Q_x$, т.е. значение dQ будет отрицательным и $dQ = -k\frac{Q}{L}\,dx$.

Решая данное уравнение, получаем

$$Q = Q_o \exp\left(-k\frac{x}{L}\right), \tag{1}$$

откуда $k = \frac{\ln Q_0 - \ln Q}{x} L$. Здесь Q —расход в рассматриваемом сечении; Q_o—начальный расход; x— расстояние до рассматриваемого сечения; L —длина трубопровода.

Из уравнения (1) видно, что изменение расхода по длине происходит по показательному закону.

Установив закон распределения расхода вдоль перфорированной трубы, выведем уравнение движения жидкости с раздачей расхода, используя дифференциальное уравнение движения потока с переменной массой [1, 6]. Для случая установившегося движения и горизонтального трубопровода уравнение имеет вид

$$\frac{\alpha v dv}{g} + d\left(\frac{p}{\gamma}\right) + i_f\,dx + \frac{\alpha}{g}(v-\theta)dv, \tag{2}$$

где α —корректив скорости; dp —градиент давления; γ —удельный вес жидкости; v —средняя скорость потока; i_f —сила гидравлических сопротивлений трению; θ — проекция скоростей, отделяемых частиц на направление скорости основного потока; g —ускорение силы тяжести.

Определяем значение отдельных членов, входящих в уравнение (2).

Среднюю скорость по длине перфорированного трубопровода определяем по зависимости

$$v = \frac{Q_o}{\omega} \exp\left(-k\frac{x}{L}\right). \tag{3}$$

При постоянном ω производная скорости по длине

$$\frac{dv}{dx} = -k\frac{Q_o}{\omega L}\exp\left(-k\frac{x}{L}\right). \tag{4}$$

Известно, что потеря напора на трение между сечениями в трубопроводах определяется по формуле Дарси

$$dh_w = i_f\, dx = \lambda \frac{dx}{D} \frac{v^2}{2g}, \qquad (5)$$

где D —диаметр трубопровода; λ —коэффициент гидравлического трения трубопровода при средней скорости, изменяющейся вдоль пути.

Для определения коэффициента λ предложено большое количество эмпирических формул в зависимости от области сопротивления. В дальнейших расчетах используем формулу, которая справедлива для всей области турбулентного течения [7]:

$$\lambda = 0{,}11 \left(\frac{k_э}{D} + \frac{68\nu}{vD}\right)^{0{,}25}, \qquad (6)$$

где $k_э$ —абсолютная эквивалентная шероховатость трубопровода; ν —кинематический коэффициент вязкости.

После интегрирования получим уравнение потерь напора, учитывающее изменение скорости и коэффициента гидравлического трения по длине λ:

$$h_w = 0{,}11 \left(\frac{k_э}{D} + \frac{68\nu}{v_o D}\right)^{0{,}25} \frac{L}{D} \frac{v_o^2}{2g} \times$$

$$\times \exp\left(-1{,}75k\frac{x}{L}\right) \frac{1}{1{,}75k} = A\frac{\lambda_0 L}{D} \frac{v_o^2}{2g} \cdot \frac{1}{1{,}75k}, \qquad (7)$$

где $A = \exp\left(-1{,}75k\frac{x}{L}\right)$ —коэффициент перехода от λ_0 в начальном сечении к λ в любом сечении перфорированного трубопровода.

Как видно из уравнения (7), значения λ с непрерывной раздачей жидкости существенно отличаются от значения λ при равномерном движении и зависят от интенсивности распределения воды по длине (параметр k) и соотношения расстояния до рассматриваемого сечения к общей длине трубопровода ($\frac{x}{L}$).

Значения θ определяем по формуле А.И. Егорова [2]

$$\theta = v_п \cos\left(1{,}155 \frac{\delta}{d_o}\right), \qquad (8)$$

где $v_п$ --скорость потока; δ --толщина стенки трубопровода; d_o --диаметр отверстия.

Подставив в формулу (8) значения $v_п$ из (3), получаем

$$\theta = \frac{Q_o}{\omega} \exp\left(-k\frac{x}{L}\right)\beta , \qquad (9)$$

где $\beta = \cos 1{,}155 \dfrac{\delta}{d_o}$.

Подставляя (3), (4), (6), (9) в уравнение (2) и интегрируя при постоянном ω , k , D , получаем уравнение

$$h + \frac{Q_o^2}{2g\omega^2} \exp\left(-2k\frac{x}{L}\right)\left[2\alpha - \beta - N\exp\left(0{,}25k\frac{x}{L}\right)\right] = C , \qquad (10)$$

где $N = \lambda_o \dfrac{L}{D} \quad \dfrac{1}{1{,}75k}$, $\dfrac{P}{\gamma} = h$.

Постоянную интегрирования C определяем из граничных условий при x=0, $h = h_н$:

$$C = h_н + \frac{Q_o^2}{2g\omega^2}(2\alpha - \beta - N). \qquad (11)$$

Тогда уравнение (10) будет иметь вид

$$h_н - h = \frac{Q_o^2}{2g\omega^2}\left\{\exp\left(-2k\frac{x}{L}\right)\left[2\alpha - \beta - N\exp\left(0{,}25k\frac{x}{L}\right)\right] + N + \beta - 2\alpha\right\} . \qquad (12)$$

Представим уравнение (13) в безразмерной форме, разделив все члены на $\dfrac{V_o^2}{2g}$:

$$\eta = \frac{h_н - h}{\frac{v_o^2}{2g}} = \exp\left(-2k\frac{x}{L}\right)\left[2\alpha - \beta - N\exp\left(0{,}25k\frac{x}{L}\right)\right] + N + \beta - 2\alpha . \qquad (13)$$

Уравнение (13) описывает изменение напора вдоль перфорированного трубопровода на участке, где имеет место отток воды с учетом закона изменения расхода вдоль пути.

Для анализа пьезометрических напоров вдоль трубопровода с непрерывной раздачей используем формулу (14). Взяв первую производную функцию и приравняв ее к нулю, определяем значение x, соответствующее экстремальным значениям η :

$$\exp\left(-2k\frac{x}{L}\right)(\beta - 2\alpha) + 0{,}875N\exp\left(-1{,}75k\frac{x}{L}\right) = 0.$$

После преобразования находим

$$x = \frac{\ln(2\alpha - \beta) - \ln 0{,}875N}{0{,}25\,k}\,L. \qquad (14)$$

При решении уравнения (15) могут быть следующие случаи:

1) $2\alpha - \beta > 0{,}875\ N$; $\qquad x > 0$,

т.е. экстрема с h_{max} или h_{min} устанавливается в промежутке между начальным и конечным сечениями дырчатой трубы;

2) $2\alpha - \beta = 0{,}875\ N$; $\qquad x = 0$,

т.е. экстрема с h_{max} или h_{min} устанавливается в начальном сечении трубы;

3) $2\alpha - \beta < 0{,}875\ N$; $\qquad x < 0$,

т.е. экстремы в интервале между начальным и конечным сечениями не существует.

Характер изменения пьезометрической линии можно производить через критерий F , который определяется в предельном случае из равенства (10) при $h = 0$ и $x = L$:

$$F = \frac{(2\alpha - \beta)D\,1{,}75k\left[\exp(-2k) - 1\right]}{\lambda_o L\left[\exp(-1{,}75k) - 1\right]} \qquad (15)$$

При $F > 1$ имеем короткие распределители, давление вдоль перфорированной трубы увеличивается. При $F = 1$ — предельно короткие распределители, для которых значения пьезометрического напора в их начале и в конце равны между собой. При $F < 1$ — длинные распределители, давление по направлению течения жидкости уменьшается.

Последние соотношения могут быть использованы как критерии, аналогичные критериям Я. Т. Ненько [6] при конструктивном отношении $K_{\omega} > 0{,}4$.

Выводы

1. Установлено, что значения коэффициента гидравлического трения в трубопроводах с непрерывной раздачей жидкости существенно отличаются от коэффициента λ при равномерном движении. Предложено определять значения коэффициента λ в любом сечении по длине трубопровода от начального сечения через поправочный переходный коэффициент $A = \exp(-1{,}75k\frac{x}{L})$.

2. Описано уравнение движения жидкости при распределении воды перфорированным трубопроводом постоянного поперечного сечения с учетом принятого закона изменения расхода вдоль пути.

Литература

1. Петров Г.А. Гидравлика переменной массы. Харьков, 1964. 2. Егоров А.И. Распределение воды дырчатыми трубами с постоянным шагом отверстий.—"Труды института ВОДГЕО", 1972, вып. 36. 3. Смыслов В.В., Константинов Ю.М. К расчету дырчатых труб с раздачей расхода вдоль пути.—В сб. : Гидравлика и гидротехника. Вып. 12.Киев, 1971. 4. Клячко В.А., Апельцин И.Э. Очистка природных вод. М., 1971. 5. Смыслов В.В., Езерский Н.О. Анализ уравнения движения жидкости в трубопроводах с переменной раздачей вдоль пути.—В сб. : Гидравлика и гидротехника. Вып. 18. Киев, 1974. 6. Ненько Я.Т. О движении жидкости с переменной вдоль потока массой. Харьков, 1938. 7. Альтшуль А.Д. Киселев П.Г. Гидравлика и аэродинамика. М., 1965.

А.И. Куприн, Е.К. Седых, А.М. Тихонцов

МЕТОД РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ СЕЧЕНИЯ ОТКРЫТОГО ПОТОКА ПУЛЬПЫ НА ЗАКРУГЛЕНИЯХ

Движение пульпы на закруглениях (в коленах) характеризуется прежде всего изменением величины и формы живого сечения потока.

Под действием центробежной силы в желобе с внутренней стороны закругления уменьшается глубина потока, вследствие