

Л и т е р а т у р а

1. Волошин А.А. Расчет на прочность трубопроводов судовых энергетических установок. Л., 1967. 2. Камерштейн А.Г., Рождественский В.В., Ручимский М.Н. Расчет трубопроводов на прочность. М., 1969. 3. Филин А.П. Матрицы в статике стержневых систем. М.--Л., 1966.

В.Н. Заяц

АНАЛИЗ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БАЛКИ С ПОДАТЛИВЫМ ОСНОВАНИЕМ

Балки на упругом основании относят к статически неопределимым системам. Деформации балок и оснований под нагрузками неразрывно связаны между собой, т.е. оказывают взаимное влияние друг на друга. Они выполняют общую инженерную задачу, но доля участия их в работе зависит от строительных свойств каждого элемента в отдельности. Строительные свойства включают геометрические и физические параметры балки и основания.

При расчетах балок на упругом основании различают два основных направления: по методу коэффициента упругой постели (гипотеза Винклера) и по методу упругого полупространства, предложенному значительно позже. Метод коэффициента упругой постели применяется в частности при расчетах балок на основании из слабых грунтов (ил, торф, мелкозернистые водонасыщенные пески) или на слое сжимаемого грунта незначительной мощности, опирающемся на несжимаемое основание [1--3]. В доступности практического использования второй метод уступает первому.

Рассмотрим метод коэффициента упругой постели применительно к расчету деформации колеиных железобетонных плит на торфяном основании, укладываемых при строительстве дорог на осушаемых торфяных массивах. Армированная железобетонная плита размерами 300×100×15 см по существующим критериям [2] в поперечном направлении относится к жестким. Опыты показали, что под нагрузкой на торфе поперечный прогиб практически отсутствует, в связи с этим величину прогиба в продольном направлении будем определять по теории расчета балок.

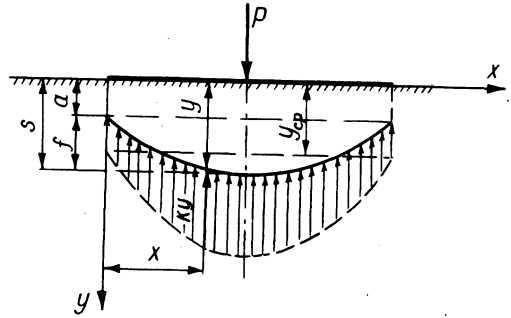


Рис. 1.

Теория расчета по методу коэффициента упругой постели основана на предпосылке о прямой пропорциональности между давлением на основание и осадкой. Расчетные уравнения получают исходя из условий совместной работы балки и упругого основания. Общее дифференциальное уравнение решено как для балок бесконечно длинных, так и для балок конечной длины. Для практического использования составлены таблицы функций. Основной трудностью применения этого метода (как и других) является отсутствие единой и достоверной методики определения коэффициента упругой постели, как главной расчетной характеристики грунтов основания.

В связи с этим заслуживает внимания приближенный метод расчета осадки оснований под центрально нагруженной балкой конечной длины. При соответствующем подборе жесткостей балок и размеров основания этот метод может служить в качестве эталона для определения физических параметров грунтов основания. Заключается он в том, что упругая линия балки, изогнутой под центральной сосредоточенной нагрузкой, принята в виде квадратной параболы. Уравнение ее применительно к принятой схеме деформации, приведенной на рис. 1, имеет вид

$$y = a + bx - cx^2, \quad (1)$$

где постоянные b и c можно выразить через длину l и стрелу прогиба балки f . Тогда получим

$$y = a + \frac{4f}{l} x - \frac{4f}{l^2} x^2. \quad (2)$$

Реактивное давление грунта основания на единицу площади балки принято пропорциональным величине осадки, которая равна погружению балки в основание:

$$q = ky, \quad (3)$$

где k -- коэффициент упругой постели, кг/см^3 .

Для получения в уравнении (2) численных значений a и f использован энергетический метод [4], в соответствии с которым потенциальная энергия деформации системы, накопленная при деформации балки и погружении ее в основание, равна

$$U = \frac{1}{2EI} \int_0^l M^2 dx + \frac{kb}{2} \int_0^l y^2 dx,$$

где $M = EIy''$; b -- ширина балки по основанию.

После замены значений величины y и второй производной от нее функцией (2), интегрирования по длине балки и некоторых преобразований получим

$$U = 32 \frac{EI}{l^3} f^2 + \frac{kbl}{30} (15a^2 + 20af + 8f^2). \quad (4)$$

Незначительное повышение нагрузки P на величину dP приведет к изменению потенциальной энергии системы, которое численно равно работе нагрузки на соответствующих приращениях перемещений da и df . В связи с этим частные производные от функции (4) по a и f равны силе P . Получим систему из двух уравнений, из которой находим, что

$$f = \frac{P}{C_0} \frac{0,375}{0,1 + \frac{C_6}{C_0}}, \quad (5)$$

$$a = \frac{P}{C_0} - \frac{2}{3} f = \frac{P}{C_0} \left(1 - \frac{0,25}{0,1 + \frac{C_6}{C_0}} \right), \quad (6)$$

где $C_6 = \frac{48EI}{l^3}$ -- жесткость балки, кг/см ; $C_0 = kbl$ -- жесткость основания, кг/см .

Наибольшее погружение балки в основание будет под точкой приложения нагрузки P . Осадка основания в этой точке $s = a + f$. После замены a и f из (5) и (6) получим

$$s = \frac{P}{C_0} \left(1 + \frac{0,125}{0,1 + \frac{C_6}{C_0}} \right). \quad (7)$$

Сравнение результатов подсчета численных значений a , f , s по полученным формулам, приближенным и точным, показало практически полное совпадение. Использование в точном методе расчета таблиц гиперболических и тригонометрических функций с интерполяцией числовых данных может приводить к тем же погрешностям, которые дают приближенные формулы. Подсчеты выполнены для деревянного бруса на воде ($k = 0,001 \text{ кг/см}^3$), стальной пластинки на торфе ($k = 1 \text{ кг/см}^3$) и стального бруса на песке ($k = 40 \text{ кг/см}^3$). Во всех случаях совпадение результатов было достаточно приемлемым.

Преимущество использования полученных приближенных формул в практических расчетах по сравнению с точными несомненное. По ним можно не только просто и удобно производить вычисления: структура их позволяет проследить степень влияния каждого фактора на искомую величину. Применение этих формул ограничивается только одним видом нагружения: сосредоточенной нагрузкой в центре балки.

Анализ структуры формул (5)—(7) показывает, что осадка основания под центральной нагруженной балкой, а также прогиб балки на упругом основании зависят в первую очередь от величины нагрузки и жесткости основания. В каждую формулу входит, кроме того, сомножитель, содержащий отношение жесткостей балки и основания.

Найдем связь прогиба балки с осадкой основания. Для этого возьмем отношение f/s по формулам (5) и (7). После преобразований получим

$$\frac{f}{s} = \frac{0,375}{0,225 + \frac{C_6}{C_0}} \quad (8)$$

Как следует из формулы (8), доля прогиба балки от осадки основания убывает с ростом отношения жесткостей. При $C_6 = 0,15C_0$ прогиб балки f и осадка s окажутся равными. Если случится, что $C_6 < 0,15C_0$, то формулы (5)—(7) использовать в расчетах нельзя, так как при этом прогиб балки будет больше осадки. Это очень гибкие балки, которые под нагрузкой погружаются в основание не по всей длине.

С другой стороны, для того чтобы прогиб f составлял от осадки s меньше одного процента, достаточно принять $C_6 = 37,5C_0$. При этом балка будет достаточно жесткой, чтобы погружаться в основание под центральной нагрузкой без заметного прогиба. Такие балки называют абсолютно жесткими.

Рассмотренный ограниченный вид нагружения с простыми расчетными формулами можно рекомендовать в качестве эталонного для определения коэффициента постели основания. Найденный для этого случая нагружения коэффициент постели используется в расчетах осадки той же балки при других, более сложных видах загрузки. В случае невозможности использовать балку под эталонную нагрузку следует выполнить модель и провести испытания грунтов основания с пересчетом результатов измерений.

Для определения численных величин коэффициента упругой постели рекомендуют использовать значения модуля общей деформации, найденные по результатам испытаний грунтов оснований жесткими штампами [2]. При таком пересчете учитываются только размеры и форма балки и штампа. Жесткость балки в расчет не принимается, однако она важна при определении показателей основания по опытным данным, поскольку наблюдается полное взаимодействие между ними при совместной работе под нагрузками.

Если есть опытные данные по осадке основания под нежесткой балкой, то коэффициент упругой постели определяют по среднему значению осадки y_{cp} и среднему удельному давлению $p = P/F$ из зависимости

$$k = \frac{p}{y_{cp}}. \quad (9)$$

В рассматриваемом методе линия осадок поверхности основания под центральной нагрузкой на балку принята параболической, поэтому с учетом уравнения (2)

$$y_{cp} = \frac{1}{l} \int_0^l y dx = a + \frac{2}{3} f. \quad (10)$$

При проведении опытов удобнее всего измерять осадки основания под концами и серединой балки. Прогиб балки f определяется по разности осадок $s-a$. Тогда из выражения (10) следует, что

$$y_{cp} = \frac{2s + a}{3}. \quad (11)$$

Сравнивая выражения (6) и (10), получаем

$$C_o = \frac{P}{y_{cp}} = \frac{3P}{2s + a},$$

откуда

$$k = \frac{C_o}{bl} = \frac{3P}{bl(2s + a)}. \quad (12)$$

Из анализа расчетных формул вытекает, что средняя осадка ($y_{cp} = P/C_o$) зависит лишь от жесткости основания. Жесткость балки в расчет не входит. Отсюда следует, что коэффициент упругой постели (k) является величиной постоянной, характеризующей свойства основания под балками любой жесткости. В опытах для определения постоянной k можно загружать основание балкой без учета ее жесткости. Это облегчает задачу эксперимента.

Для проверки рассмотренных положений сравнивались результаты измерений осадки центрально нагруженной железобетонной колеиной плиты на торфяном основании и результаты моделирования этой плиты тонкими металлическими пластинками на том же торфе. Плиту моделировали также пластинкой из органического стекла.

В процессе испытания под каждой ступенью нагрузки измеряли индикаторами часового типа перемещения концов и середины плиты. Аналогичные измерения выполнены при испытаниях пластинок. Размеры пластинок в плане уменьшены в 10 раз по сравнению с плитой, нагрузки -- в 100 раз. По данным испытаний определяли значения y_{cp} для каждой ступени нагрузки и строили графические зависимости y_{cp} от P , из которых получали для каждого опыта жесткость основания C_o .

Исходные данные и конечные результаты опытов сведены в табл. 1, из которой следует, что для одного и того же торфяного грунта получены в зависимости от жесткости балки различные значения коэффициента упругой постели k . Это указывает на необходимость учитывать жесткость балки при моделировании ее в лабораторных опытах.

Так, для рассмотренной железобетонной колеиной плиты с жесткостью 6120 кг/см пластинку модели, уменьшенную в плане в 100 раз, необходимо брать такой толщины, чтобы жесткость ее была в 100 раз меньшей, чем у плиты. При этом условии коэффициент k модели будет соответствовать необходимой величине k основания плиты, если в опыте использован тот же грунт.

В заключение следует отметить, что для определения численных значений коэффициента упругой постели в основании балок можно использовать метод, в котором балка или ее мо-

Таблица 1

Исходные данные		Полученные результаты	
Балки на основании	C_{β} , кГ/см	C_{ρ} , кГ/см	K , кГ/см ³
Железобетонная плита 300 x 100 x 15 см на торфе H = 120 см	6120	7000	0,233
Металлические пластинки:			
30x10x0,2 см на торфе H=30 см	24	60	0,200
30x10x0,3 см на торфе H=30 см	80	76	0,253
30x10x0,4 см на торфе H=30 см	190	80	0,286
Пластинки из органического стекла			
30x10x0,8 см на торфе H=30 см	27	63	0,210

дель нагружаются центральной сосредоточенной нагрузкой. При испытании фиксируют перемещения концов и середины балки, по которым производятся расчеты. Жесткость пластины модели выбирается с учетом жесткости балки и масштабов моделирования в плане. В основании модели необходимо иметь те же грунты, что и в натуре. Размеры слоев основания желательнее назначать с учетом масштабов моделирования балки.

Л и т е р а т у р а

1. Флорин В.А. Основы механики грунтов. Т. 1. М., 1959.
2. Горбунов-Посадов М.И., Маликова Т.А. Расчет конструкций на упругом основании. М., 1973.
3. Цытович Н.А. и др. Основания и фундаменты. М., 1970.
4. Тимошенко С.П. Курс сопротивления материалов. М.--Л., 1930.

С.В. Войтеховский, А.Г. Дмитриев, Е.И. Вербицкий

ЗОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКТЫ НА СТРОИТЕЛЬСТВО ВОДОЗАБОРНЫХ СКВАЖИН В УСЛОВИЯХ БССР

В целях более оперативного решения вопросов водоснабжения, в первую очередь в сельской местности, республиканским специализированным трестом "Промбурвод" Белсельхозтехники