ВОДНОЕ ХОЗЯЙСТВО БЕЛОРУССИИ

МИНСК 1971

М. Г. Красник, И. М. Лившиц

РАСЧЕТ МНОГОЛЕТНИХ КОЛЕБАНИЙ МИНИМАЛЬНОГО СТОКА*

Для большинства рек снегового и снего-дождевого питания минимальные расходы наступают в периоды полного отсутствия или незначительного стока, формированного за счет поверхностных вод. Это чаще всего наблюдается на малых и средних реках в период длительного бездождья или устойчивых морозов.

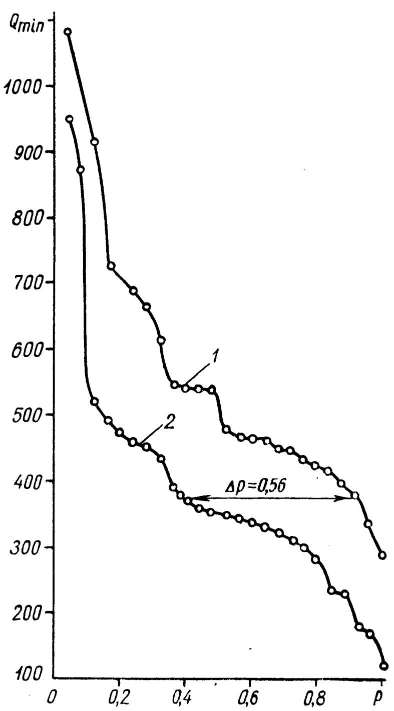

Рис. 1. Река Днепр у п. Киев. Кривые обеспеченности летних и зимних минимумов:

1 — летние минимумы; *2* — зимние (период 1937—1962 гг.).

Комплекс физико-географических факторов (особенно климатических) способствует формированию годовых минимумов в северной полосе Европейской территории Союза преимущественно зимой и в южной — летом. В центральной же части наиболее низкие расходы в году наступают в период как летней, так и зимней межени.

Исходя из накопленных за последние годы исследований о генезисе минимального стока, можно сделать предположение об однородности статистических выборок летних и зимних минимумов в средней полосе Европейской территории страны.

Анализ однородности летних и зимних минимумов может быть произведен с помощью существующих критериев различия, в частности непараметрических (порядковых).

Однородность выборок летних и зимних минимумов позволяет их объединить и, следовательно, повысить точность вычисления параметров кривых распределения вероятностей.

---

* Вопросам формирования минимального стока и его расчетам при отсутствии непосредственных наблюдений посвящен ряд научных и практических работ, проведенных ГГИ, МГУ, ВОДГЕО и др.

Для выявления однородности (или различия) между сравниваемыми выборками минимумов нами принят наиболее чувствительный (мощный) критерий Колмогорова—Смирнова. Этот критерий основан на сравнении двух эмпирических функций распределения [3].

Не вдаваясь в теорию метода, рассмотрим лишь его алгоритм. Для этого располагаем значения каждой выборки по ранжиру и вычисляем обеспеченность ее членов по формуле

$$p = \frac{m}{n}, \tag{1}$$

где m — порядковый номер величины; n — число членов в выборке.

По полученным данным строим две кривые обеспеченности Q (рис. 1) и находим наибольшую разность обеспеченностей (абсцисс) $\Delta p_э$ (рис. 2).

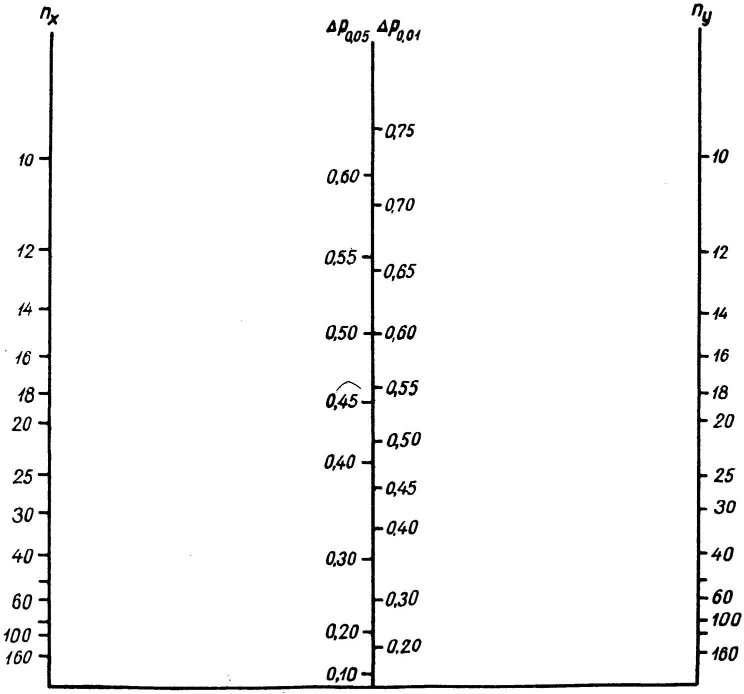

Рис. 2. Номограмма для определения Δp_β по Колмогорову—Смирнову.

По Колмогорову—Смирнову предположение о принадлежности исследуемых рядов к одной генеральной совокупности, т. е. нулевая гипотеза H_0 отвергается, если $\Delta p_э > \Delta p_\beta$, и принимается при $\Delta p_з < \Delta p_\beta$ [2]. Обычно задаются двумя уровнями значимости β_1 и β_2.

При этом H_0 отвергается, если $\Delta p_э > \Delta p_{\beta_1}$, и принимается при $\Delta p_э < \Delta p_{\beta_2}$. Для случаев $\Delta p_{\beta_2} < \Delta p_э < \Delta p_{\beta_1}$ возможность отвергнуть H_0 сомнительна.

Для вычисления значений Δp_β можно пользоваться приближенной формулой

Таблица 1

Анализ однородности летнего и зимнего среднесуточных и среднемесячных минимумов по методам Колмогорова-Смирнова и Ван дер Вардена

Номер по порядку	Река	Пункт	Площадь водосбора, $км^2$	$n_x + n_y = n$	Среднесуточные минимумы				Среднемесячные минимумы		Коэффициенты корреляции		Средние расходы за период		Коэффициенты вариации	
					метод Колмогорова-Смирнова		метод Ван дер Вардена		метод Колмогорова-Смирнова							
					$\Delta p_э$	оценка	X	оценка	$\Delta p_э$	оценка	r_1	r_2	$\bar{Q}_л$	$\bar{Q}_з$	$C_{v_л}$	$C_{v_з}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	Гайна	Гайна	15,7	22	0,36	+	3,77	+	0,36	+	0,35	0,04	0,05	0,06	0,13	0,13
2	Ручей без назв.	Сенно	28,8	28	0,42	+	2,01	+	0,36	+	0,36	0,16	0,06	0,06	0,49	0,42
3	Гуйка	Радошковичи	97,1	32	0,31	+	2,16	+	0,25	+	0,08	0,17	0,12	0,1	0,33	0,34
4	Рыбчанка	»	159	26	0,23	+	2,48	+	0,23	+	0,82	0,65	0,67	0,6	0,28	0,34
5	Удранка	Удранка	183	30	0,4	+	2,85	+	0,47	+	—0,01	0,47	0,54	0,59	0,35	0,29
6	Хмара	Красиловка	534	26	0,31	+	2,08	+	0,15	+	0,07	0,01	0,72	0,61	0,25	0,39
7	Вязьма	Старая	580	38	0,16	+	0,1	+	0,21	+	0,02	0,3	0,46	0,41	0,66	0,41
8	Полота	Янково 1-е	618	50	0,40	±	8,46	±	0,44	±	0,05	0,5	1,1	1,58	0,47	0,48
9	Нарочь	Нарочь	1480	34	0,35	+	2,38	+	0,35	+	0,02	0,29	3,59	4,14	0,25	0,31
10	Обша	Белый	1590	50	0,16	+	0,64	+	0,27	+	0,43	0,53	1,3	1,36	0,57	0,68
11	Дрисса	Демехи	1810	26	0,39	+	3,59	+	0,46	+	0,24	0,55	6,01	7,69	0,42	0,32
12	Птичь	Кринка	2010	50	0,32	—	7,13	±	0,52	—	—0,07	0,19	2,67	3,47	0,47	0,43
13	Бобр	Клыпенка	2150	48	0,13	+	0,16	+	0,22	+	0,3	0,3	6,29	6,08	0,24	0,27
14	Вихра	Куровичи	2160	50	0,24	+	3,94	+	0,32	+	0,23	0,28	2,33	2,7	0,41	0,4
15	Зап. Двина	Зап. Двина	2180	36	0,17	+	0,01	+	0,17	+	—0,07	0,27	6,69	6,23	0,51	0,46
16	Сож	Ускосы	2600	46	0,17	+	0,02	+	0,17	+	0,32	0,21	3,52	3,56	0,38	0,34
17	Неман	Столбцы	3070	50	0,16	+	3,2	+	0,2	+	0,30	0,27	6,37	6,52	0,33	0,27
18	Улла	Промыслы	3330	50	0,32	+	4,66	+	0,28	+	0,12	0,50	5,26	6,43	0,53	0,46
19	Оресса	Андреевка	3580	50	0,44	±	9,06	—	0,48	—	0,09	0,57	4,67	6,44	0,56	0,44
20	Днепр	Пос. Надежда	3640	40	0,15	+	0,42	+	0,14	+	0,16	0,36	3,89	3,93	0,41	0,37
21	Друть	Румок	4650	38	0,32	+	2,13	+	0,26	+	0,21	—0,13	8,7	9,4	0,29	0,22
22	Каспля	Лепино	4940	26	0,23	+	1,07	+	0,23	+	—0,1	0,15	6,33	5,94	0,43	0,44
23	Березина	Борисов	5690	36	0,17	+	0,31	+	0,22	+	—0,08	0,35	17,4	16,9	0,29	0,27
24	Птичь	Лучицы	8770	50	0,48	—	8,54	—	0,44	±	0,02	0,50	12,5	15,9	0,56	0,37

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
25	Днепр	Смоленск	14100	50	0,28	+	6,26	+	0,24	+	—0,02	0,37	25,7	20,9	0,43	0,38
26	Зап. Двина	Устье-Горяне	17600	42	0,19	+	1,07	+	0,24	+	0,11	0,26	36,3	36,6	0,41	0,3
27	Сож	Славгород	17700	50	0,16	+	1,05	+	0,12	+	0,27	0,38	32,5	31,1	0,31	0,22
28	Днепр	Орша	18000	50	0,28	+	7,24	±	0,16	+	0,06	0,30	34,4	26,1	0,46	0,35
29	Березина	Бобруйск	20200	50	0,16	+	1,65	+	0,28	+	—0,13	0,43	50,6	47,2	0,38	0,26
30	Днепр	Могилев	20800	44	0,28	+	5	+	0,18	+	0,38	0,27	44	36,9	0,33	0,27
31	Зап. Двина	Витебск	27300	50	0,16	+	1,52	+	0,12	+	0,22	0,37	52,9	48,6	0,51	0,44
32	Днепр	Жлобин	30300	50	0,36	+	6,31	+	0,14	+	—0,01	0,18	64	53,9	0,32	0,2
33	Неман	Гродно	33600	36	0,5	±	6,24	±	0,33	+	—0,21	0,31	87,3	70,2	0,19	0,35
34	Сож	Гомель	38900	50	0,4	+	7,87	+	0,16	+	0,01	0,44	62,9	50	0,40	0,36
35	Зап. Двина	Полоцк	41700	44	0,23	+	2,4	+	0,18	+	0,24	0,25	84,4	77,8	0,45	0,45
36	Неман	Бирштонас	42800	50	0,6	—	13,6	—	0,24	+	0,12	0,21	134	94,2	0,19	0,35
37	Днепр	Речица	58200	50	0,6	—	9,68	—	0,32	+	0,28	0,52	142	111	0,25	0,36
38	Неман	Лампеджяй	71400	46	0,64	—	11,5	—	0,30	+	0,18	0,31	225	167	0,17	0,35
39	Припять	Туров	71400	50	0,24	+	1,9	+	0,40	±	—0,17	0,1	82,6	93,3	0,44	0,52
40	Неман	Смалининкай	81200	50	0,44	±	6,77	±	0,44	±	0,24	0,3	235	204	0,14	0,25
41	Припять	Мозырь	97200	50	0,2	+	1,55	+	0,44	±	—0,12	0,13	111	122	0,47	0,54
42	Днепр	Киев	328000	50	0,56	—	11,56	—	0,24	+	—0,09	0,35	556	382	0,37	0,49
1	Солза	Сухие Пороги	1190	50	0,48	—	8,68	—								
2	Кулой	Кулой	3040	50	0,76	—	16,6	—								
3	Берда	Осипенко	1620	50	0,48	—	8,43	±								
4	Сев. Донец	Белая Калитва	80900	48	0,71	—	10,8	—								
5	Урал	Верхнеуральск	2650	50	0,6	—	14,2	—								

Примечания. 1. Число членов по x и y принято одинаковым. Для большинства пунктов $n_x = n_y = 25$ и по Колмогорову-Смирнову $\Delta p_{0,05} = 0{,}38$, $\Delta p_{0,01} = 0{,}46$. 2. Знак + («плюс») означает, что H_0 принимается (выборки однородны), знак — («минус»), что H_0 отвергается, знак ± («плюс, минус»), что возможность отвергнуть H_0 сомнительна. 3. В выборках приняты материалы за последние годы по 1962 г.

$$\Delta p_\beta = \sqrt{\frac{1}{2}\ln\frac{2}{\beta}}\sqrt{\frac{1}{n_x}+\frac{1}{n_y}} = \lambda_\beta\sqrt{\frac{1}{n_x}+\frac{1}{n_y}}, \quad (2)$$

где n_x и n_y — число членов в отдельных выборках.

По формуле (2) нами построена номограмма, дающая возможность приближенного определения Δp_β (рис. 2), для обычно принимаемых значений критериев значимости $\beta_1=0{,}01$ и $\beta_2=0{,}05$. Для них λ_β соответственно равны 1,63 и 1,36.

Значения $\Delta p_э$ нами вычислены для 42 пар выборок летних и зимних минимумов по территории Белоруссии и Верхнего Поднепровья. Значения их даны в табл. 1. Здесь же в качестве иллюстраций зависимости однородности летних и зимних минимумов от географических условий проведена оценка для двух пунктов севера и трех пунктов юга Европейской территории Союза (Солза — Сухие Пороги, Кулой — Кулой, Берда — Осипенко, Сев. Донец — Белая Калитва, Урал — Верхнеуральск).

На территории Белоруссии и Верхнего Поднепровья для преобладающего числа пунктов оценка однородности летних и зимних минимумов дает положительные ответы, и только для 6 пунктов из 42 однородность отвергается, а для 5 пунктов сомнительна.

Что же касается выбранных в качестве примера рек Севера и юга Европейской территории Союза, то, как и следовало ожидать, вероятность однородности летних и зимних минимумов для них мала в связи с климатическими факторами, обусловливающими их формирование.

В табл. 1 показаны результаты анализа однородности и по методу Ван дер Вардена [2]. Этот метод представляет собой модификацию критерия инверсии. Для анализа однородности обе исследуемые совокупности располагаем в один ранжированный ряд. Величины одной совокупности обозначаем через x, а второй — через y.

Пронумеруем все члены общего ряда по порядку их расположения и обозначим номера x через r_x и номера y через r_y; Σr_x или Σr_y определяет собой число инверсий [2, 3], которое может служить аргументом для установления однородности выборок (критерий Вилкоксона). По Ван дер Вардену вместо Σr_x (или Σr_y) составляется сумма функций, обратных интегралу вероятностей, определяемых по аргументу $\frac{r_x}{n+1}$ или $\frac{r_y}{n+1}$, где $n=n_x+n_y$.

При этом нулевая гипотеза отвергается, если полученная сумма функций $\psi\left(\frac{r_x}{n+1}\right)$ или сумма $\psi\left(\frac{r_y}{n+1}\right)$ превысит некоторую критическую величину, соответствующую принятому уровню значимости и величинам n_x и n_y.

Результаты анализа однородности минимумов по Колмогорову—Смирнову и Ван дер Вардену показывают, что оценки по обоим критериям хорошо согласуются.

В табл. 1 приведены также значения средних минимумов и коэффициентов вариации для исследуемых рядов. Здесь же приведены коэффициенты корреляции для сопряженных по времени летних и зимних минимумов. Коэффициенты корреляции для каждого пункта вычислялись дважды, а именно: для лета и последующей зимы (r_1) и для зимы и последующего лета (r_2).

Рассматривая полученные значения r_1 и r_2, видим, что теснота связи между летними и зимними минимумами мала. Для некоторых же пунктов коэффициент корреляции получен и отрицательный. Подобные результаты можно было ожидать заранее, так как промежутки времени между наступлением обоих видов минимумов значительны.

В табл. 2 показано распределение значений коэффициентов корреляции r_1 и r_2.

При принятых объемах выборок ($n_x = n_y \leqslant 25$) и низких коэффициентах корреляции вероятность случайности их может быть достаточно большой. Приняв для выборочной оценки корреляции способ Фишера, мы можем считать коэффициенты корреляции отличными от нуля, когда

$$f(r)\sqrt{n-3} = z\sqrt{n-3} > u_\beta . \tag{3}$$

Пользуясь таблицей критических значений выборочного коэффициента корреляции [7] (при уровне значимости $\beta_1=0{,}01$ и $\beta_2=0{,}05$), получаем для $n=25$ значения $r_{0,05}=0{,}40$ и $r_{0,01}=0{,}51$.

Таблица 2

Коэффициенты корреляции	Частота распределения					Всего
	отрицательный	0,00—0,19	0,20—0,39	0,40—0,51	>0,51	
r_1	12	14	14	1	1	42
r_2	2	9	20	6	5	42

Таким образом, коэффициент корреляции значим при $r>0{,}51$ и незначим при $r \leqslant 0{,}40$.

На основании данных табл. 2 видно, что значение $r_1>0{,}51$ получено только для одного пункта из 42 (Рыбчанка — Радошковичи). При этом для него $n_x=n_y=13$ и $r_{0,01}=0{,}68<0{,}82$, т. е. коэффициент корреляции значим.

Рассматривая значения r_2, мы видим, что величины $r_2>0{,}51$ получены для 5 пунктов из 42, но из них для двух r_2 незначимы (так как $n_x=n_y=13$). Само распределение r_2 отличается от распределения r_1 (малое число отрицательных r_2, сдвиги в сторону увеличения бо́льших положительных r_2) и приводит к мысли о наличии некоторой слабой связи между минимумами зимы и последующего лета, т. е. о влиянии зимнего истощения подземных вод на последующие летние минимумы. Вопрос требует более глубокого исследования на более обширном материале.

Возвращаясь к вопросу оценки однородности летних и зимних минимумов, необходимо отметить, что их различие может явиться следствием как генетических факторов, так и несовершенства гидрометрии.

К первой причине различия минимумов относятся условия формирования их для крупных бассейнов, где на низкие значения подземного стока может в некоторые годы накладываться транзитный поверхностный сток (особенно в летнюю межень).

Из табл. 1 видно, что большинство пунктов, по которым однородность минимумов отвергается или является сомнительной, имеют значительные водосборные площади, что может явиться причиной различия в генезисе обоих видов минимумов.

Что же касается малых бассейнов с неглубоким врезом русла, то причинами неоднородности их минимумов могут служить неодинаковые в летние и зимние сезоны условия формирования и дренирования подземных вод.

Ко второй причине неоднородности относится неодинаковая точность установления низких расходов для летнего и зимнего периодов (учет зарастаемости, выбор переходных коэффициентов от летних расходов к зимним и др.).

Представляет интерес и вопрос о статистической сущности неоднородности, которая может быть связана с характеристиками центральной тенденции (положения) или рассеяния. В математической статистике имеются критерии для изучения этих характеристик, в том числе и непараметрические.

Для установления различия выборок по центральной тенденции нами применен ранговый критерий Вилкоксона [1, 7]. Этот критерий называют также ранговым критерием Уайта и Манна — Уитни. Здесь обе исследуемые совокупности располагаем в один ранжированный ряд и проставляем ранги r_x и r_y по аналогии с методом Ван дер Вардена.

Обозначив Σr_x через W_x и Σr_y через W_y, сравниваем меньшую сумму с табличным значением W для двустороннего критерия при данных n_x и n_y. Индексом x обозначаем ранги для меньшей из сумм и соответственно сумму рангов W_x. Нулевую гипотезу можно принять при $W_x \geqslant W_{0,05}$ и отвергнуть при $W_x < W_{0,01}$.

При достаточно больших объемах выборок распределение W_x и W_y приближается к нормальному со средними значениями

$$\overline{W}_x = \frac{n_x(n+1)}{2} \quad \text{и} \quad \overline{W}_y = \frac{n_y(n+1)}{2} \tag{4}$$

и среднеквадратическими отклонениями

$$\sigma_{W_x} = \sigma_{W_y} = \sqrt{\frac{n_x n_y (n+1)}{12}}. \tag{5}$$

Значимость отклонения W_x от $\overline{W}_x$ оцениваем по u=критерию [7]:

$$u_x = \frac{\overline{W}_x - W_x}{\sigma_{W_x}} = \frac{\frac{n_x(n+1)}{2} - W_x}{\sqrt{\frac{n_x n_y (n+1)}{12}}} = \sqrt{3}\,\frac{n_x(n+1) - 2W_x}{\sqrt{n_x n_y (n+1)}}, \tag{6}$$

сравнивая его с критическими значениями $u_{0,05} = 1{,}96$ и $u_{0,01} = 2{,}58$ (площади под нормальной кривой). При $u_x < u_{0,05}$ нулевая гипотеза H_0 принимается (выборки однородны), при $u_x > u_{0,01}$ H_0 отвергается.

В табл. 3 приведены результаты анализа характера однородности по ранговому критерию Вилкоксона. Для большинства пунктов H_0 отвергается и, следовательно, можно считать, что неоднородность является следствием неодинакового «положения» варьирующих величин (центральная тенденция). В число сомнительных (по однородности) выборок попали реки Неман (п. Гродно и Смалининкай), Сож (п. Гомель) и Птичь (п. Кринки). Следует отметить, что эти же пункты оказались в числе сомнительных по Колмогорову—Смирнову и Ван дер Вардену (см. табл. 1). Причины этого явления должны быть изучены более глубоко на анализе исходных данных и на больших объемах выборок.

При анализе различия минимумов по характеру рассеяния нами применен модифицированный ранговый критерий для выявления значимости относительного рассеивания в двух выборках [4].

Для этого ряды летнего и зимнего минимумов также располагаем в виде одной общей последовательности. При этом приписываем ранг 1 наименьшему числу, ранг 2 — наибольшему числу, ранг 3 — числу, предшествующему наибольшему, ранги 4 и 5 приписываем второму и третьему наименьшим числам и т. д. В случае, когда общее число членов $(n = n_x + n_y)$ является нечетным, медианный член следует исключить и ранг ему не приписывать (самый высокий ранг должен быть четным).

Далее вычисляем сумму рангов в выборке наименьшего объема (Σr_x).

При $n_x < 20$ и $n_y < 20$ критические значения сумм, соответствующие принятому уровню значимости, определяются по таблицам [4].

Однородность отвергается, если ΣR_x меньше критического значения R_β.

При большем значении n_x и n_y критические значения вычисляются по следующим интерполяционным формулам:

$$\bar{R} = \frac{n(n+1)}{4}; \tag{7}$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{n(2n+1)(n+1)}{24}}; \tag{8}$$

$$R_{0,01} = \bar{R} - 2{,}58\sigma_R; \tag{9}$$

$$R_{0,05} = \bar{R} - 1{,}96\sigma_R, \tag{10}$$

где $n = n_x + n_y$; $\bar{R}$ — среднее число рангов; σ_R — среднее квадратическое отклонение рангов при распределении их по нормальному закону.

В табл. 3 приведены результаты анализа однородности по модифицированному ранговому критерию. По характеру рассеяния все анализируемые парные выборки минимумов однородны.

Анализ характера однородности по рассеянию произведен и по предлагаемому нами способу использования критерия Колмогорова — Смирнова. Для этого варьирующие величины обеих выборок выражаем в долях средних $\left(\text{модульных коэффициентах } — k_{i(x)} = \frac{x_i}{\bar{x}},\ k_{i(y)} = \frac{y_i}{\bar{y}}\right)$, что в известной мере исключает влияние центральной тенденции. Значения $\Delta p_э$ и оценка однородности приведены в табл. 3.

Полученные данные подтверждают результаты модифицированного критерия рангов. Таким образом, причиной выявленной неоднородности распределения летних и зимних минимумов для некоторых пунктов исследуемой территории следует считать сдвиги начала отсчетов. Характер же рассеяния для всех исследованных гидрологических пунктов является однородным.

Таблица 3

Оценка характера неоднородности летних и зимних минимумов

Река	Пункт	$n_x = n_y$	Ранговый критерий Вилкоксона				Модифицированный ранговый критерий				Критерий Колмогорова—Смирнова (модифицированный)			
			W_x	$W_{0,05}$	$W_{0,01}$	оценка	ΣR_x	$R_{0,05}$	$R_{0,01}$	оценка	$\Delta p_э$	$\Delta p_{0,05}$	$\Delta p_{0,01}$	оценка
Неман	Гродно	18	262	270	252	±	390	280	259	+	0,22	0,44	0,54	+
Неман	Бирштонас	25	424	536	505	—	566	323	227	+	0,16	0,38	0,48	+
Неман	Лампеджяй	23	366	451	424	—	437	361	306	+	0,35	0,40	0,48	+
Неман	Смалининкай	25	535	536	505	±	557	323	227	+	0,2	0,38	0,48	+
Полота	Янково 1-е	25	500	536	505	—	607	323	227	+	0,16	0,38	0,48	+
Днепр	Речица	25	485	536	505	—	496	323	227	+	0,2	0,38	0,48	+
Днепр	Киев	25	452	536	505	—	586	323	227	+	0,16	0,38	0,48	+
Сож	Гомель	25	521	536	505	±	579	323	227	+	0,16	0,38	0,48	+
Птичь	Кринка	25	534	536	505	±	605	323	227	+	0,2	0,38	0,48	+
Птичь	Лучицы	25	497	536	505	—	542	323	227	+	0,28	0,38	0,48	+
Оресса	Андреевка	25	486	536	505	—	626	323	227	+	0,2	0,38	0,48	+

Примечания. 1. Значения $W_{0,05}$ и $W_{0,01}$ приняты по Л. Н. Большеву и Н. В. Смирнову [2]. 2. Значения $R_{0,05}$ и $R_{0,01}$ приняты по Д. Б. Оуэну [4]. 3. При совпадении значений x и y всем совпавшим величинам приписан одинаковый ранг, равный среднему арифметическому тех рангов, которые имели бы эти величины до совпадения.

Необходимо остановиться и на вопросе об однородности летних и зимних среднемесячных минимумов.

В табл. 1 приведены результаты проверки однородности и среднемесячных минимумов для тех же гидрологических пунктов.

Вполне понятно, что среднемесячные минимумы могут включать в себя некоторую долю поверхностного стока. Однако указанное обстоятельство оказывается несущественным. При принятых уровнях значимости оценки однородности по Колмогорову—Смирнову дали для подавляющего числа пунктов положительные результаты. Однако наличие гидрологических пунктов, где нулевая гипотеза не подтверждается, приводит к выводу, что объединению рядов летнего и зимнего минимумов (как месячных, так и суточных) должен предшествовать статистический анализ объединяемых выборок.

Заключение

1. Комплекс физико-географических факторов способствует формированию годовых минимумов в северной полосе Европейской территории Союза преимущественно зимой, в южной — летом. В центральной же части (Верхний Днепр, Неман, Зап. Двина и др.) наиболее низкие расходы в году наступают в период как летней, так и зимней межени.

2. Генезис обеих категорий минимумов территории Белоруссии и Верхнего Поднепровья дает основание считать их однородными, в особенности для малых и средних бассейнов. Условия формирования летних и зимних минимумов для больших бассейнов иногда способствуют их генетическому различию. При этом различие их обнаруживается не в характере рассеяния, а в центральной тенденции.

3. Произведенные для исследуемой территории оценки однородности летних и зимних минимумов на основе непараметрических критериев различия показали правомерность объединения обеих категорий минимумов в общую совокупность. Это дает возможность увеличить объем информации по многолетним колебаниям минимального стока и более точно определить параметры кривых вероятностей. Сказанное относится как к среднесуточным, так и среднемесячным минимумам.

4. В связи с невозможностью в каждом отдельном случае практики с полной достоверностью считать объединяемые эмпирические совокупности минимумов однородными, целесообразно проверять значимость различия между ними с помощью непараметрических критериев. При этом расчеты являются простыми, а результаты эффективными.

Литература

1. *Большев Л. Н., Смирнов Н. В.* Таблицы математической статистики. М., 1965. 2. *Ван дер Варден Б. Л.* Математическая статистика. Пер. с нем. М., 1960. 3. *Красник М. Г., Лившиц И. М.* О применении порядковых критериев при анализе гидрологических рядов. Сб. «Многолетние колебания стока и вероятностные методы его расчета». М., 1967. 4. *Оуэн Д. В.* Сборник статистических таблиц. М., 1966. 5. Ресурсы поверхностных вод СССР, т. 5. 5. Белоруссия и Верхнее Поднепровье. Л., 1966. 6. Указания по определению минимальных расходов воды рек при строительном проектировании. Л., 1966. 7. *Урбах В. Ю.* Биометрические методы. М., 1964.