

УДК517.3+004

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ WOLFRAM MATHEMATICA ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ

Чернявская С. В., Гундина М. А.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Аннотация. В данной статье рассматривается реализация некоторых встроенных возможностей компьютерной системы Wolfram Mathematica для решения интегралов. Раздел «Криволинейные интегралы» является одним из основных в курсе «Математика» для изучения студентами второго, порой трудно поддающимся для глубокого усвоения и понимания изучаемого материала.

Ключевые слова: криволинейный интеграл, компьютерная система Wolfram Mathematica.

APPLICATION WOLFRAM MATHEMATICA COMPUTER SYSTEM TO FIND INTEGRALS

Cherniavskaja S., Hundzina M.

Belarusian National Technical University
Minsk, Republic of Belarus

Abstract. This article discusses the implementation of some of the built-in possibilities of the Wolfram Mathematica computer system for solving integrals. The section “Line integrals” is one of the main ones in the “Mathematics” for students to study, which is sometimes difficult for deep assimilation and understanding of the material being studied.

Key words: line integral, computer system Wolfram Mathematica.

Адрес для переписки: Гундина М. А., пр. Независимости, 65, г. Минск 220013, Республика Беларусь
e-mail: hundzina@bntu.by

Раздел «Криволинейные интегралы» является одним из сложных для изучения разделов по дисциплине «Математика» для студентов второго курса технических университетов.

Известно, что криволинейные интегралы имеют многочисленные приложения в геометрии, механике и различных областях инженерного дела. Так, с их помощью можно вычислить длину кривой, статические моменты, координаты центра тяжести, площади плоских фигур и цилиндрических поверхностей, работу переменной силы и многие другие важные характеристики процессов, анализируемых в инженерии.

Для решения некоторых задач данной тематики можно использовать WolframCloud.

WolframCloud сочетает в себе современный блокнотный интерфейс с самым продуктивным в мире языком программирования, пригодным для разработки программ от маленьких до самых больших, с непосредственным глубоким доступом к встроенным алгоритмам и знаниям. Изначально работая на языке Wolfram Language, WolframCloud делает каждый аспект облачных операций программируемым, внося беспрецедентный уровень интеграции, гибкости, простоты и предоставляемых возможностей в новое поколение облачных технологий [1].

Для демонстрации некоторых возможностей этого программного продукта, рассмотрим решение следующих задач с применением компьютерной системы Wolfram Mathematica:

Задача 1. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L xy \, dl$ по дуге окружности $x(t) = \cos t$, $y(t) = \sin t$ при изменении параметра $\frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi$.

Решение. Команда для вычисления данного интеграла может быть представлена с помощью приложения языка Wolfram, которое специализировано для программирования и разработки облачных программ (рисунок 1).

```
LineIntegrate[x y, {x, y} ∈ Circle[{0, 0}, 1, {Pi/2, Pi}]]
1
-2
```

Рисунок 1 – Команда для вычисления криволинейного интеграла первого рода

Задача 2. Вычислить длину дуги кубической параболы $y = \frac{x^3}{4}$ между точками абсциссами 1 и 2.

Решение. Для вычисления длины дуги можно воспользоваться следующей командой, представленной на рисунке 2:

```
f[x_] := x^3/4
Plot[f[x], {x, 1, 2}]
|график функции
ArcLength[f[x], {x, 1.0, 2}]
|длина дуги
```

Рисунок 2 – Команды для нахождения длины дуги в декартовой системе координат

График подинтегральной функции представлен на рисунке 3.

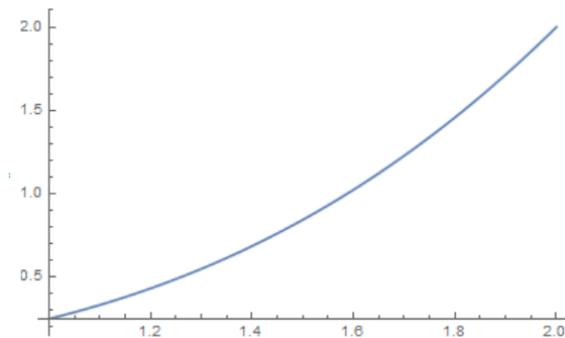


Рисунок 3 – График подынтегральной функции в декартовой системе координат

Можно вычислить длину дуги кривой, заданной не только в декартовых координатах, но и параметрически или в полярной системе координат. Например, для вычисления длины дуги для функции $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos t \end{cases}$ заданной параметрически, воспользуемся командой, представленной на рисунке 4.

```
ArcLength[{Sin[θ], Cos[θ]}, {θ, 0, 2 Pi}]
```

длина дуги | синус | косинус | число

Рисунок 4 – Команда для вычисления длины дуги для функции, заданной параметрически

Подключая опцию «Polar», можно получить возможность вычислить интеграл для участка кривой, заданной в полярной системе координат (рисунок 5).

```
ArcLength[{Sin[fi], fi}, {fi, 0, 2 Pi}, "Polar"]
```

длина дуги | синус | число пи

2 π

Рисунок 5 – Команда для вычисления длины дуги для функции, заданной в полярной системе координат

Рассмотрим вычисление криволинейного интеграла второго рода или криволинейного интеграла по координатам.

Задача 3. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L \frac{y-1}{x} dx + \frac{x+1}{y} dy$, где L – это отрезок прямой от точки $A(1;1)$ до точки $B(3;2)$.

Решение. Воспользуемся командой, представленной на рисунке 6:

```
f = {(y-1)/x, (x+1)/y};
reg = Line[{{1, 1}, {3, 2}}];
LineIntegrate[f, {x, y} ∈ reg]
3 - Log[3]
2
```

Рисунок 6 – Команда для вычисления криволинейного интеграла второго рода

Решим задачу на вычисление криволинейного интеграла второго рода в трехмерном пространстве.

Задача 4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L y^2 dx + (x^2 + z)dy + (x + y + z^2)dz$, где L – отрезок прямой в пространстве от точки $A(1,0,2)$ до точки $B(3,1,4)$.

Решение. Воспользуемся командой, представленной на рисунке 7:

```
f = {y^2, x^2+z, x+y+z^2};
reg = Line[{{1, 0, 2}, {3, 1, 4}}];
LineIntegrate[f, {x, y, z} ∈ reg]
95
3
```

Рисунок 7 – Команда для вычисления криволинейного интеграла второго рода

При изучении темы «Векторные поля» представляется интересной возможность визуализации векторного поля. Такая возможность также предусмотрена в компьютерной системе Wolfram Mathematica.

Основным преимуществом использования применяемых технологий являются непрерывность и доступность обучения в любом месте и в любое время. Взаимодействие преподавателей, студентов реализуется с помощью любого устройства (компьютер, планшет, мобильный телефон и т. п.), на котором установлен браузер с возможностью подключения к сети Интернет. Любой студент может начать выполнять задание в аудитории, а продолжить работу дома без необходимости копирования части выполненного задания на любой носитель информации благодаря тому, что вся необходимая информация сохранена в облаке (центре обработки информации) на удаленном сервере.

Литература

1. O WolframCloud [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.wolfram.com/cloud/index.php.ru?source=footer>.