

Д. А. Козлов, А. В. Молочко

ВЛИЯНИЕ ВХОДНОГО ПОРОГА НА СЖАТИЕ СТРУИ ЗА ЩИТОМ

Наличие входного порога оказывает некоторое влияние на пропускную способность щитового отверстия. Рассмотрим схему (рис. 1), позволяющую учесть влияние на величину коэффициента сжатия не только относительного открытия щита

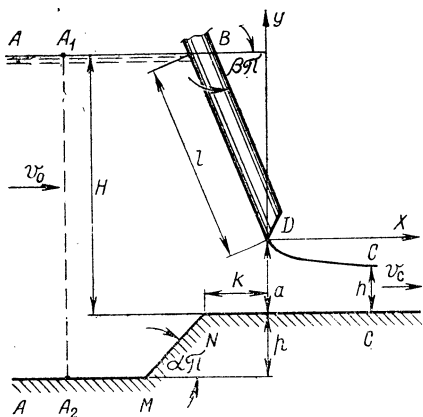


Рис. 1. Расчетная схема.

и его угла наклона β , но и геометрических размеров входного порога.

В данном случае коэффициент сжатия

$$\varepsilon = f \left(\frac{a}{H}; \beta; \alpha; \frac{p}{a}; \frac{k}{a} \right),$$

где α — угол наклона входного порога MN ; p — высота порога; k — расстояние от входного ребра N до нижней кромки щита D .

Жидкость считается идеальной, течение плоским [1]. Указанной плоскости течения $z = x + iy$ соответ-

ствует в плоскости комплексного потенциала W бесконечная полоса шириной

$$q = \frac{Q}{b} = v_0(H + p),$$

где q — расход на единицу ширины канала; v_0 — скорость подхода.

Конформное отображение области изменения комплексного потенциала W на верхнюю полуплоскость вспомогательного параметрического переменного t осуществляется функцией

$$W(t) = \frac{q}{\pi} \ln(t + 1). \tag{1}$$

Для нахождения комплексной скорости $\frac{dW}{dz}(t)$ вводится функция Н. Е. Жуковского [2]:

$$\omega = \ln \frac{1}{v_c} \cdot \frac{dW}{dz} = \ln \frac{v}{v_c} - i\theta, \tag{2}$$

где v — модуль скорости; θ — ее угол наклона.

Решение сводится к смешанной краевой задаче — найти функцию ω , аналитическую, в верхней полуплоскости t по известным значениям ее действительной и мнимой частей на действительной оси t . Пользуясь формулой Келдыша—Седова, находим функцию ω в виде

$$\omega = \alpha \ln \frac{(m+t) [\sqrt{t(n-1)} + \sqrt{n(1+t)}]^2}{(n+t) [\sqrt{t(m-1)} + \sqrt{m(1+t)}]^2} - \beta \ln \frac{[\sqrt{t(1+b)} + \sqrt{b(1+t)}]^2}{t-b}. \quad (3)$$

Используя (3), можем получить соотношение, связывающее скорость подхода со скоростью в сжатом сечении:

$$\frac{v_0}{v_c} = \omega(t=\infty) = \frac{[\sqrt{n-1} + \sqrt{n}]^{2\alpha}}{[\sqrt{m-1} + \sqrt{m}]^{2\alpha} [\sqrt{1+b} + \sqrt{b}]^{2\beta}}, \quad (4)$$

а из уравнения постоянства расхода

$$\frac{H}{h} = \frac{H+p}{h} - \frac{p}{h} = \frac{v_c}{v_0} - \frac{p}{h}. \quad (5)$$

Исходя из (1) и (3), переход на физическую плоскость осуществляем следующим образом:

$$z = \frac{1}{v_c} \int e^{-\omega} \frac{dW}{dt} dt = -\frac{h}{\pi} \int e^{-\omega} \frac{dt}{t+1}. \quad (6)$$

Таким образом, относительная длина щита равна

$$\frac{l}{h} = \frac{1}{\pi} \int_0^b \left\{ \frac{(n+t) [\sqrt{t(m-1)} + \sqrt{m(1+t)}]^2}{(m+t) [\sqrt{t(n-1)} + \sqrt{n(1+t)}]^2} \right\}^\alpha \times \left\{ \frac{[\sqrt{t(1+b)} + \sqrt{b(1+t)}]^2}{b-t} \right\}^\beta \frac{dt}{t+1}, \quad (7)$$

а высота порога

$$\frac{p}{h} = \frac{\sin \alpha \pi}{\pi} \int_{-m}^{-n} e^{-\omega} \frac{dt}{t+1}. \quad (8)$$

Если A_1A_2 — линия равного потенциала скорости $\varphi_{A_1} = \varphi_{A_2}$, тогда из (1) получаем $t_{A_1} = -2 - t_{A_2}$. Задав t_{A_2} достаточно малым, чтобы A_2M получалось больше $3(H+P)$, можно считать эквипотенциаль A_1A_2 вертикальной прямой. Удаление входного ребра от кромки щита k найдется по следующей зависимости:

$$\frac{k}{h} = \frac{|A_1B|}{h} + \frac{l}{h} \cos \beta \pi - \frac{|A_2M|}{h} - \frac{p}{h} \operatorname{ctg} \alpha \pi, \quad (9)$$

$$\frac{|A_1 B|}{h} = \frac{1}{\pi} \int_b^{A_1} e^{-\omega} \frac{dt}{t+1}, \quad \frac{|A_2 M|}{h} = \frac{1}{\pi} \int_{A_2}^{-m} e^{-\omega} \frac{dt}{t+1}. \quad (10)$$

Из геометрических соотношений с учетом (5) и (7) относительное открытие равно

$$\frac{a}{H} = 1 - \frac{l}{h} \cdot \frac{h}{H} \sin \beta \pi, \quad (11)$$

а коэффициент сжатия ε будет равен

$$\varepsilon = \frac{h}{a} \frac{1}{\frac{H}{h} - \frac{l}{h} \sin \beta \pi}. \quad (12)$$

С учетом (8), (9) и (11) относительные геометрические размеры входного порога равны

$$\frac{p}{a} = \varepsilon \frac{p}{h}; \quad \frac{k}{a} = \varepsilon \frac{k}{h}. \quad (13)$$

При заданных углах α и β , задаваясь значениями m , n , b ($\infty > m > n$; $1 < n < m$; $0 < b < \infty$), по полученным формулам находим соответствующие им относительные геометрические характеристики

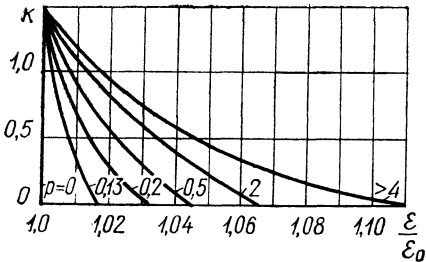


Рис. 2. Зависимость $\varepsilon = f(k, p)$ для $\alpha \pi = 45^\circ$, $\beta \pi = 90^\circ$, $\frac{a}{H} = 0,1$.

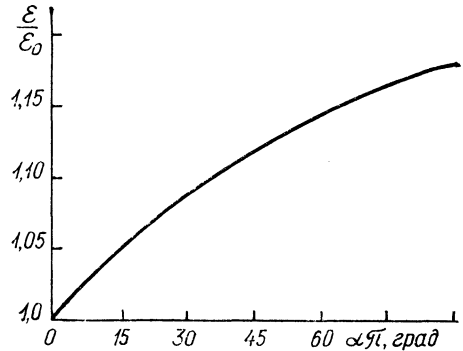


Рис. 3. Зависимость $\varepsilon = f(\alpha \pi)$ для $\beta \pi = 90^\circ$, $k=0$, $p > 4a$, $\frac{a}{H} = 0,1$.

течения $\frac{h}{a}$; $\frac{p}{a}$; $\frac{k}{a}$ и коэффициент сжатия ε . При $\alpha=0$ полученные

формулы дают решение известной задачи истечения из-под плоского щита в канале с горизонтальным дном.

Для вертикального щита ($\beta \pi = 90^\circ$) при значениях $\alpha \pi = 30^\circ$; 45° ; 60° ; 90° и различных комбинациях значений b , m , n , что соответствует различным k и p по формулам (7)–(13) были выполнены примеры числовых расчетов на ЭВМ «Одра-1204».

Расчеты показывают, что при $k > 1,5$ а наличие порога перед щитом не оказывает влияния на истечение и коэффициент сжатия ε остается

практически таким же, как при истечении в канале с горизонтальным дном. При уменьшении расстояния между щитом и входным порогом $k < 1,5a$ присутствие порога несколько уменьшает сжатие потока за щитом и величина ϵ растет (рис. 2). Увеличение высоты порога вызывает аналогичное влияние. При увеличении $p > 4a$ коэффициент сжатия остается неизменным. При увеличении угла наклона входного порога α ϵ также увеличивается (рис. 3).

Анализ принятых при построении решения допущений и сравнение полученных результатов с некоторыми предварительными опытами указывают на применимость приведенных формул только при малых относительных открытиях $\left(\frac{a}{H} < 0,2\right)$. Опыты показывают, что при больших α возможно возникновение отрывного течения за точкой N , однако его влияние на общую картину течения пренебрежимо мало.

Литература

1. М. И. Гуревич. Теория струй идеальной жидкости. М., 1961.
2. Н. Е. Жуковский. Видоизменение метода Кирхгофа для определения движения жидкости в двух измерениях при постоянной скорости, данной на неизвестной линии тока. Поли. собр. соч., т. III. М., 1936.