

В. Б. Хейнман

НОМОГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ КРИВОЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С. Н. КРИЦКОГО И М. Ф. МЕНКЕЛЯ ПО СПОСОБУ Г. А. АЛЕКСЕЕВА

Кривые обеспеченности (интегральные кривые распределения) широко применяются в гидрологических расчетах мелиоративных систем при расчете паводочных и дождевых максимумов, предпосевных расходов и др. Графоаналитический способ определения параметров кривой распределения, разработанный Г. А. Алексеевым, основан на нахождении параметров непосредственно по эмпирической кривой обеспеченности. Метод заключается в следующем.

По сглаженной эмпирической кривой распределения находят x_5 , x_{50} , x_{95} — квантили уровня вероятности соответственно при $p=5\%$, 50% и 95% . Затем находят не стандартные параметры C_{sx} , σ_x , \bar{x} , а значения C_{sz} , α , \bar{z} , где

$$z = x^a. \quad (1)$$

Величина z распределена по нормальному закону.

Для нахождения этих параметров пользуются формулами:

$$S_z = \frac{2 \lg x_{50} - \lg x_5 - \lg x_{95}}{\lg x_5 - \lg x_{95}}, \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{\lg k_5 - \lg k_{95}}{\lg x_5 - \lg x_{95}}, \quad (3)$$

$$\lg z = \alpha \lg x_{50} - \lg k_{50}. \quad (4)$$

Коэффициент скошенности S_z связан с коэффициентом асимметрии C_{sz} трансцендентной зависимостью, которая в пределах точности вычислений может быть выражена интерполяционной формулой

$$C_{sz} = 7,15 S_z.$$

Следовательно,

$$C_{sz} = 7,15 \frac{2 \lg x_{50} - \lg x_5 - \lg x_{95}}{\lg x_5 - \lg x_{95}}. \quad (5)$$

Входящие в формулы (3) и (4) модульные коэффициенты k_5 , k_{50} , k_{95} определяются по таблице ординат биномиальной кривой обеспеченности при $C_s=2C_\sigma$ как функции C_s .

Для нахождения ординат x_p искомой кривой обеспеченности $x_p = f(p)$ по формулам (5), (3), (4) находят сначала C_{sz} , α , \bar{z} [1], а затем производят вычисления по схеме (табл. 1).

Таблица 1

Обеспеченность p , %	1	2	3	и т. д.
$k_p = 1 + C_{sz}\Phi(p, C_{sz})$ (при $C_{sz} = 2C_{sz}$)				
$\lg k_p$				
$\lg z_p = \lg \bar{z} + \lg k_p$				
$\lg x_p = \frac{1}{\alpha} \lg z_p$				
x_p				

Как видно, построение кривой С. Н. Крицкого и М. Ф. Менкеля по способу Г. А. Алексеева требует громоздких вычислений по формулам и таблицам.

Нами разработан номографический метод нахождения ординат x_p кривой обеспеченности, заключающийся в том, что по номограмме, представленной на рис. 1, находим значение C_{sz} по трем опорным ординатам x_5 , x_{50} , x_{95} , а затем по номограмме (рис. 2 или 3) находим значения x_p .

Остановимся на описании конструирования номограмм. Записав уравнение (5) в виде

$$0,14C_{sz}(\lg x_5 - \lg x_{95}) - 2 \lg x_{50} + (\lg x_5 + \lg x_{95}) = 0,$$

приведем его к канонической форме Коши [2, 3].

Для этого уравнения построена номограмма с двумя параллельными прямолинейными шкалами переменных C_{sz} и x_{50} и бинарным полем (x_5 , x_{95}).

После предварительных расчетов, подбора параметров, построения ряда эскизов получена номограмма, изображенная на рис. 1. Уравнения ее элементов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Координаты	Шкала C_{sz}	Шкала x_{50}	Поле (x_5 , x_{95})
x	0	100	$\frac{400}{\lg x_5 - \lg x_{95} + 4}$
y	$42C_{sz}$	$-150 \lg x_5 + 60$	$\frac{240 - 300(\lg x_5 + \lg x_{95})}{\lg x_5 - \lg x_{95} + 4}$

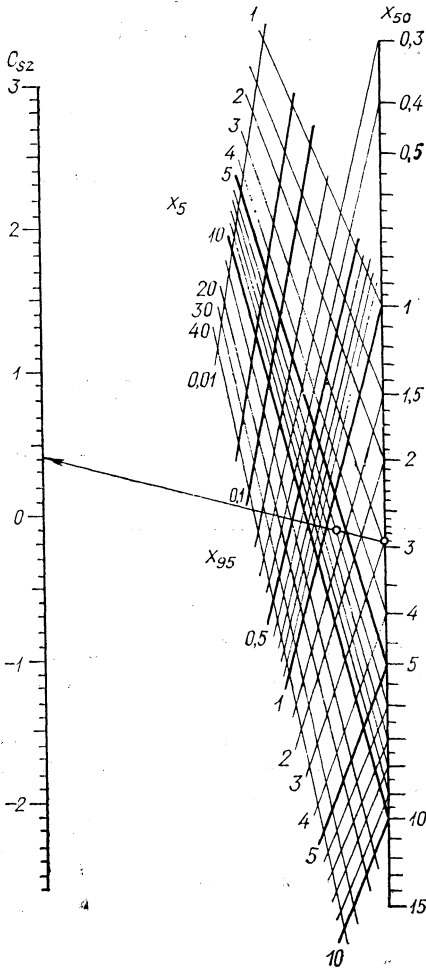


Рис. 1.

Чтобы построить номограмму для нахождения значений x_p при $C_{sz} > 0$, сделаны некоторые преобразования. Из уравнения (1) следует

$$z_p = x_p^\alpha$$

или

$$\lg x_p = \frac{1}{\alpha} \lg z_p.$$

Так как

$$k_p = \frac{z_p}{z},$$

то

$$\lg x_p = \frac{1}{\alpha} (\lg \bar{z} + \lg k_p).$$

Подставив в это уравнение значения α и $\lg \bar{z}$ из формул (3) и (4), получим

$$\begin{aligned} \lg x_p = & \lg x_{50} + (\lg x_5 - \lg x_{95}) \times \\ & \times \frac{\lg k_p - \lg k_{50}}{\lg k_5 - \lg k_{95}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Выражение

$$\frac{\lg k_p - \lg k_{50}}{\lg k_5 - \lg k_{95}}$$

является функцией переменных C_{sz} и p , т. е.

$$\frac{\lg k_p - \lg k_{50}}{\lg k_5 - \lg k_{95}} = F(C_{sz}, p).$$

Уравнение (6) равносильно уравнению

$$\lg x_p - \lg x_{50} = \lg \frac{x_5}{x_{95}} F(C_{sz}, p)$$

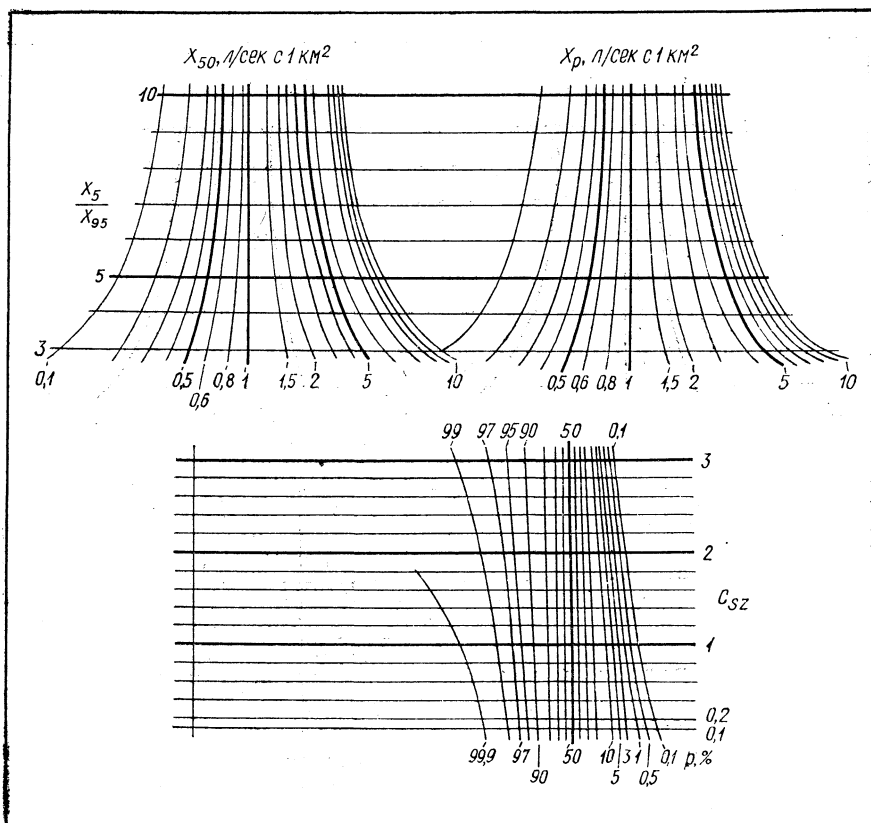
или

$$\frac{\lg x_p}{\lg \frac{x_5}{x_{95}}} - F(C_{sz}, p) = \frac{\lg x_{50}}{\lg \frac{x_5}{x_{95}}}. \quad (7)$$

Таким образом, уравнение (6) приведено к виду

$$f_{12} - f_{34} = f_{15}$$

и для него построена циркулярная номограмма [3].



$C_s < 0$
Рис. 2.

Для построения номограммы составляем систему

$$\left. \begin{aligned} f_{12} - f_{34} &= f_{15} - f_3 \\ g_1 - g_3 &= g_1 - g_3 \end{aligned} \right\}$$

где

$$f_{12} = \frac{\lg x_p}{\lg \frac{x_5}{x_{95}}}; \quad f_{34} = F(C_{sz}, p);$$

$$f_{15} = \frac{\lg x_{50}}{\lg \frac{x_5}{x_{95}}}; \quad f_3 = 0;$$

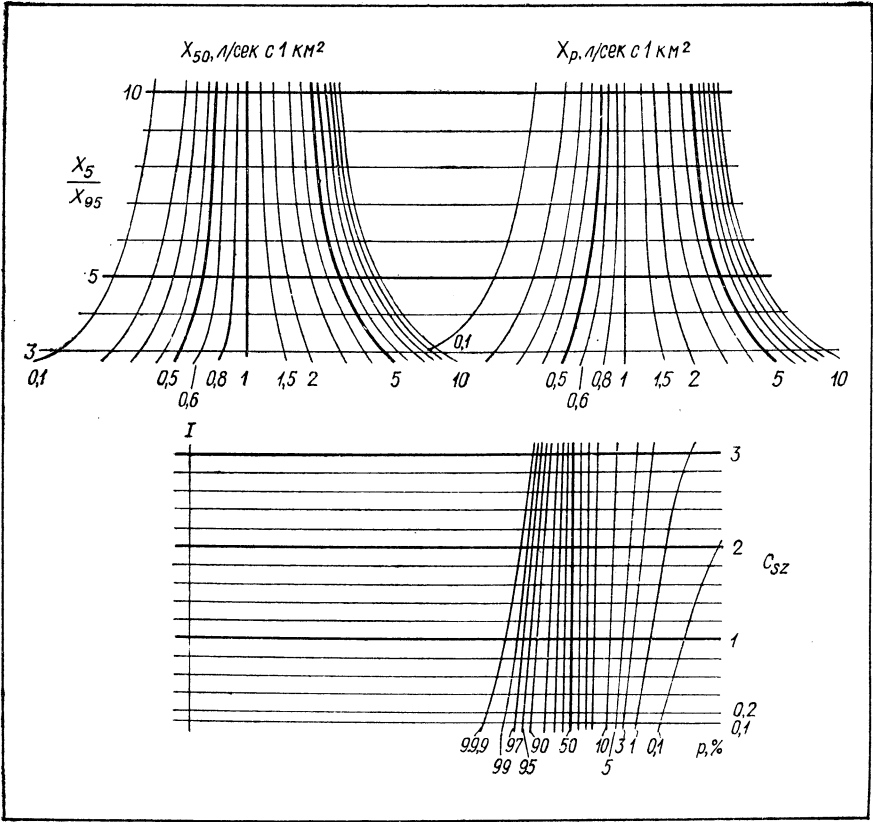
g_1, g_3 — произвольные функции соответственно аргументов

$$\frac{x_5}{x_{95}} \text{ и } C_{sz}.$$

Нами принято

$$g_1 = 10 \frac{x_5}{x_{95}}, \quad g_3 = 25 C_{sz}.$$

Номограмма приведена на рис. 2, а уравнения ее элементов — в табл. 3.



$C_{sz} < 0$

Рис. 3.

Таблица 3

Координаты	Поле $\left(x_p, \frac{x_5}{x_{95}}\right)$	Поле $\left(x_{50}, \frac{x_5}{x_{95}}\right)$	Фиксированная прямая I	Поле (C_{sz}, p)
x	$25 \frac{\lg x_p}{\lg \frac{x_5}{x_{95}}}$	$25 \frac{\lg x_{50}}{\lg \frac{x_5}{x_{95}}} - 105$	-105	$25F(C_{sz}, p)$
y	$10 \frac{x_5}{x_{95}}$	$10 \frac{x_5}{x_{95}}$	—	$25C_{sz} - 75$

Аналогично построена номограмма для $C_{sz} < 0$. В этом случае

$$F(C_{sz}, p) = \frac{\lg k_{100-p} - \lg k_{50}}{\lg k_{95} - \lg k_5}.$$

Номограмма изображена на рис. 3.

Пример. Даны три опорных значения модуля годового стока реки Туры у г. Тюмень: $x_5 = 5,9$ л/сек с 1 км², $x_{50} = 2,9$ л/сек с 1 км², $x_{95} = 1,3$ л/сек с 1 км² [1]. Построить кривую С. Н. Крицкого и М. Ф. Менкеля.

По номограмме (рис. 1) находим C_{sz} . Для этого прикладываем край линейки к точке шкалы x_{50} с пометкой 2,9 и точке бинарного поля (x_5, x_{95}) , соответствующей значениям $x_5 = 5,9$ и $x_{95} = 1,3$. Край линейки пересекает шкалу C_{sz} в точке с пометкой $C_{sz} = 0,42$.

Для нахождения значений ординат x_p кривой обеспеченности воспользуемся номограммой рис. 2, так как $C_{sz} > 0$.

Первый способ. Помещаем ножку циркуля в точку пересечения линии C_{sz} с пометкой 0,42 и прямой I . Вторую ножку устанавливаем в точку поля (C_{sz}, p) , соответствующую значениям $C_{sz} = 0,42$, $p = 1\%$. Не меняя расстояния между ножками циркуля, помещаем одну из них в точку поля $(x_{50}, \frac{x_5}{x_{95}})$, соответствующую значениям $x_{50} = 2,9$, $\frac{x_5}{x_{95}} = \frac{5,9}{1,3} = 4,5$. Второй ножкой проводим дугу окружности до пересечения

с линией $C_{sz} = 0,42$. Получаем ответ: $x_{1\%} = 8,05$ л/сек с 1 км². Аналогично находим $x_{5\%} = 5,9$ л/сек с 1 км², $x_{20\%} = 4,2$ л/сек с 1 км² и т. д.

Второй способ. Полоску бумаги помещаем на чертеж так, чтобы ее край совпал с линией $C_{sz} = 0,42$. Отмечаем точки пересечения края полоски с прямой I и линиями p с пометками 1; 5; 20% и т. д. Затем накладываем полоску бумаги на чертеж так, чтобы край ее совпадал с линией $\frac{x_5}{x_{95}} = \frac{5,9}{1,3} = 4,5$, а против точки A находилась линия $x_{50} = 2,9$. Точки, соответствующие значениям $p = 1; 5\%$ и т. д., пересекают линии x_p с пометками $x_{1\%} = 8,05$ л/сек с 1 км², $x_{5\%} = 5,9$ л/сек с 1 км², $x_{20\%} = 4,2$ л/сек с 1 км² и т. д.

Следует указать, что построенные номограммы также пригодны для расчетов кривых распределения максимальных и минимальных модулей стока. Для этого все эмпирические квантили следует увеличить или уменьшить в десять или сто раз. Как видно из формулы (5), при этом значение C_{sz} не изменится.

Литература

1. Г. А. Алексеев. Графоаналитические способы определения и приведения к длительному периоду наблюдений параметров кривых распределения. Труды ГГИ, вып. 73. 1960.
2. Н. А. Глаголев. Курс номографии. М., 1961.
3. Г. С. Хованский. Методы номографирования. М., 1964.