

2. Щетинин, А.И. Сопоставительная оценка известных конфигураций аэротенков для удаления азота и фосфора. Сборник докладов международного конгресса ЭТЭВК- 2003.

УДК 624.131.3

И.П. Крошнер (БНТУ)

## **ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ГЛАВНЫХ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СООТНОШЕНИЙ МЕЖДУ ФАЗОВЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ЛИНЕЙНОЙ ФАЗОВОЙ МОДЕЛИ ДИСПЕРСНЫХ ГРУНТОВ**

Для оценки осадок геоснований К.Терцаги в 1919 г. была предложена расчетная схема грунта с абсолютно жесткими, неподвижными и непроницаемыми границами между его фазами: твердыми (минеральными) частицами ( $q_1, V_1$ ), водой ( $q_2, V_2$ ) и воздухом ( $q_3, V_3$ ). Эта схема с вытекающими из нее формулами по расчету фазовых характеристик (ФХ) является основой современного грунтоведения и механики грунтов. Поэтому по предложению проф. М.Н. Гольдштейна (1952 г.) она называется фазовой моделью (ФМ) дисперсных грунтов. В работах [1-3] установлено определяющее уравнение данной модели и доказано, что она является линейной. В этой связи и возникла необходимость в графоаналитическом представлении ее констант и функций.

Анализ ФМ Терцаги показал, что условия (или критерии) ее существования в обобщенном виде можно представить как сумму четырех основных положений:

1) Свойств фаз:

$$|q_2| = |V_2|; q_3 = 0. \quad (1)$$

2) Признаков нейтральности фаз (не допускают изменения объема и массы фаз при увлажнении и обезвоживании грунта):

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \text{const} \neq f(W); & V_1 &= \text{const} \neq f(W); \\ V_n &= V_2 + V_3 = \text{const} \neq f(W); & V_{\text{ск}} &= V = \text{const} \neq f(W). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

3) Балансовых равенств (массового и объемного):

$$q = q_1 + q_2 \rightarrow 1 = q_1/q + q_2/q = m_q + W_q; \quad (3)$$

$$q/V = q_1/V + q_2/V \rightarrow \rho = \rho_d + \rho_w; \quad (4)$$

$$V = V_1 + V_n \rightarrow 1 = V_1/V + V_n/V = m_V + n. \quad (5)$$

4). Необходимого и достаточного условия оценки фазового состояния грунта – экспериментальное измерение 4-х основных фазовых величин

$$q, V, q_1, V_1. \quad (6)$$

где  $q$  – масса влажного грунта объемом  $V$ ;  $q_1$  – масса абсолютно сухого грунта (его скелета или каркаса), равная массе твердых частиц;  $V_1$  – объем твердых частиц;  $q_2$  – масса воды объемом  $V_2$ ;  $V_{\text{ск}}$  – объем скелета грунта, равный объему грунта  $V$ ;  $V_n$  – объем пор.

Докажем, что исходные величины (6) позволяют определять все ФХ грунта: **основные** (прямые или опытные) – без использования балансовых равенств (3)...(5) – и **расчетные** (косвенные или производные), которые выражаются через основные и вычисляются с использованием этих равенств.

Анализ условий 1)...4) показывает, что из опытных величин (6) парные сочетания

$$(q, V), (q_1, V_1), (q_1, V), (q_1, q) \text{ и } (V_1, V) \quad (7)$$

имеют физический смысл и образуют группу основных ФХ, куда входят: плотность влажного грунта  $\rho = q/V = f(W)$ ; плотность твердых (минеральных) частиц  $\rho_s = q_1/V_1 = \text{const}$ ; плотность абсолютно сухого грунта  $\rho_d = q_1/V_{\text{ск}} = q_1/V = \text{const}$ ;

$$m_v = V_1/V = 1 - n = \rho_d / \rho_s = \text{const} - \quad (8)$$

объемная скелетность грунта, равная доли объема твердых частиц в объеме скелета (является естественным критерием степени уплотненности грунта и потому может быть названа *коэффициентом предельного уплотнения грунта*).

Остальные ФХ являются расчетными и вычисляются с использованием разностей  $q_2 = q - q_1$  и  $V_n = V - V_1$ , вытекающих из балансовых равенств (3) и (5):

*пористость*

$$n = V_n/V = e / (1 + e) = 1 - \rho_d / \rho_s = \text{const}, \quad (9)$$

поскольку

$$n = V_n / (V_1 + V_n) = (V_n / V_1) / (1 + V_n/V_1) = e / (1 + e),$$

$$n = (V - V_1)/V = 1 - (V_1/q_1)/(V/q_1) = 1 - \rho_d / \rho_s$$

*коэффициент пористости*

$$e = V_n/V_1 = n / (1 - n) = \rho_s / \rho_d - 1 = \text{const}, \quad (10)$$

поскольку

$$e = (V_n/V) / [(V - V_n)/V] = n / (1 - n),$$

$$e = (V - V_1)/V_1 = (V/q_1) / (V_1/q_1) - 1 = \rho_s / \rho_d - 1;$$

*абсолютная влажность* (доля массы воды в массе скелета грунта)

$$W = q_2/q_1 = (q - q_1)/q_1 = (q/V) / (q_1/V) - 1 = (\rho / \rho_d) - 1; \quad (11)$$

*объемная влажность* ( $W_0$ ) или "водная" плотность ( $\rho_w$ ) скелета

$$W_0 = \rho_w = V_2/V = q_2/V = \rho - \rho_d = \rho_d W, \quad (12)$$

поскольку

$$W_0 = \rho_w = q_2 / V = (q - q_1) / V = \rho - \rho_d;$$

$$W_0 = \rho_w = q_2 / V = (q_2 / q_1) / (V / q_1) = \rho_d W;$$

*степень влажности грунта* (степень заполнения пор водой)

$$S_r = V_2 / V_{II} = W_0 / n = (\rho_s / e) W = (\rho_d / n) W, \quad (13)$$

поскольку

$$S_r = V_2 / V_{II} = (V_2 / V) / (V_{II} / V) = W_0 / n; S_r = (q_2 / V_{II}) = (q_2 / V_1) / e = (\rho_s / e) W;$$

$$S_r = q_2 / (V - V_1) = W / (1 / \rho_d - 1 / \rho_s) = (\rho_d / n) W;$$

*полная влагоемкость* – максимальная влажность грунта, наблюдаемая при полном заполнении пор водой

$$W_{sat} = W_{max} = q_{2max} / q_1 = e / \rho_s = n / \rho_d = \text{const}, \quad (14)$$

поскольку

$$q_{2max} / q_1 = V_{II} / q_1 = (V_{II} / V_1) / (q_1 / V_1) = e / \rho_s;$$

$$W_{sat} = V_{II} / q_1 = (V_{II} / V) / (q_1 / V) = n / \rho_d.$$

Если полную влагоемкость выражать через объемную влажность

$W_{0sat} = W_{0max}$ , то при  $V_2 = V_{II}$  будем иметь:

$$W_{0sat} = W_{0max} = V_{II} / V = n = \text{const}. \quad (15)$$

Приведенные зависимости составляют основу современной ФМ. Чтобы расширить и уточнить физико-математический смысл ее констант ( $\rho_d$ ,  $\rho_s$ ,  $n$ ,  $e$ ) и функций влажности ( $W_0$ ,  $\rho$ ,  $S_r$ ), представим ФХ модели как угловые коэффициенты или начальные отрезки в

соответствующих графоаналитических преобразованиях, отражающих прямую функциональную связь между данными параметрами.

С этих позиций особый интерес представляют основные ФХ и прежде всего главная константа механики грунтов  $\rho_s$ . Физически она зависит от соотношения  $q_1/V_1$ , в которое могут быть вовлечены три константы:  $\rho_d = q_1/V$ ,  $n = (V-V_1)/V$  и  $e = (V-V_1)/V_1$ . Анализ зависимостей (9) и (10) показывает, что экспериментальной апробации наиболее доступна одна из них:

$$\rho_s = \rho_d + \rho_d e. \quad (16)$$

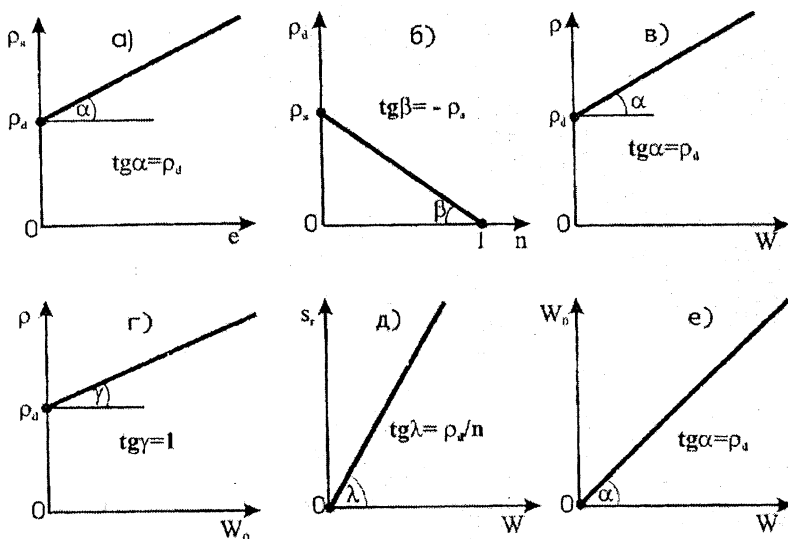


Рисунок 1 – Графоаналитическое представление главных корреляционных соотношений между фазовыми характеристиками линейной фазовой модели дисперсных грунтов:

- а)  $\rho_s(e) = \rho_d + \rho_d e$ ; б)  $\rho_d(n) = \rho_s - \rho_s n$ ; в)  $\rho(W) = \rho_d + \rho_d W$ ; г)  $\rho(W_0) = \rho_d + W_0$ ;  
 д)  $S_r(W) = (\rho_d/n) W$ ; е)  $W_0(W) = \rho_d W$ .

Функция  $\rho_s(e)$  – возрастающая кусочно-линейная (рисунок 1,а) с начальным отрезком

$$\rho_s = \rho_d \text{ при } \rho_s = e = 0 \quad (17)$$

и угловым коэффициентом

$$\rho_d = (\rho_{s2} - \rho_{s1}) / (e_2 - e_1) = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{const}. \quad (18)$$

Второй по значимости ФХ в теории ФМ грунтов является плотность скелета  $\rho_d$ . Из (9)...(13) имеем

$$\rho_d = \rho - W_0 = \rho / (1 + W) = n(S_r / W) = \rho_s / (1 + e) = \rho_s - \rho_s n. \quad (19)$$

В корреляционном отношении практическое значение имеет последнее равенство. Его можно сформулировать как закон изменения функции  $\rho_d(n)$ : с ростом пористости грунта плотность его скелета уменьшается по линейной зависимости от максимальной величины  $\rho_d = \rho_s$  при  $n = 0$  до  $\rho_d = 0$  при  $n = 1$  (рисунок 1, б); темп уменьшения  $\rho_d(n)$  – угловой коэффициент этой прямой – характеризуется константой

$$\operatorname{tg} \beta = (\rho_{d2} - \rho_{d1}) / (n_2 - n_1) = -\rho_s = \operatorname{const}. \quad (20)$$

Третья основная ФХ грунта является функцией его влажности (рисунок 1, в):

$$\rho(W_0) = \rho(W) = \rho_d + W_0 = \rho_d + \rho_d W. \quad (21)$$

Из (21) видно, что с ростом влажности грунта  $W$  значение его плотности  $\rho(W)$  линейно возрастает от минимальной величины  $\rho = \rho_d$  при  $W = 0$  до максимальной

$$\rho_{max} = \rho_d(1 + W_{sat}) = \rho_d + n \quad (22)$$

при полной влагоемкости грунта; темп роста функции  $\rho(W)$  – угловой коэффициент этой прямой – характеризуется константой  $\rho_d = \operatorname{tg} \alpha$ .

Аналогично график функции  $\rho(W_0)$  представляется прямой с начальным отрезком  $\rho = \rho_d$  при  $W_0 = 0$  и угловым коэффициентом  $\operatorname{tg} \gamma = 1$  (рис. 1, г).

Из расчетных ФХ только две -  $S_r(W)$  и  $W_0(W)$  – обладают прямой функциональной связью между ними и влажностью. Из (13) следует, что функция  $S_r(W)$  является прямолинейной, выходящей из начала координат  $S_r = W = 0$  и имеющей угловой коэффициент  $\operatorname{tg}\lambda = \rho_d/n = (\operatorname{tg}\alpha)/n$ . Поскольку в реальных грунтах  $n \ll 1$ , то  $\operatorname{tg}\lambda \gg \operatorname{tg}\alpha$  (рисунок 1, д).

Из всех фазовых соотношений двойная функция влажности  $W_0(W = \rho_w(W) = \rho_d W)$ , выражаемая зависимостью (12), удовлетворяет основным требованиям определяющего уравнения ФМ: в качестве независимого аргумента имеет влажность ( $W$ ) как единственный фактор, наиболее полно определяющий фазовое состояние грунтов; указывает на существование прямой функциональной связи между “водной” плотностью скелета ( $\rho_w$ ) и влажностью грунта ( $W$ ); легко проверяется опытом; является прямолинейной и содержит один универсальный не комплексный параметр

$$\rho_d = W_0/W = \rho_w/W = \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{const} \quad (23)$$

угловой коэффициент прямой  $W_0(W) = \rho_w(W) = q_1(V)$ , исходящей из начала координат ( $W_0 = \rho_w = W = 0$  или  $q_1 = V = 0$ ) (рисунок 1, е). На этом основании функция (12) принята в качестве математической модели фазового состояния грунтов. Линейность ( $W_0 = \rho_d W$ ) или нелинейность ( $W_0 = \rho_d(W)W$ ) этой функции однозначно указывают на линейность или нелинейность ФМ грунта, т.е. на независимость или зависимость от  $W$  фазовых констант ( $\rho_s$ ,  $\rho_d$ ,  $n$ ,  $e$  и др.). Доказано [4, 5], что биогенные и глинистые грунты естественной структуры практически на всем диапазоне изменения их влажности подчиняются нелинейным ФМ, в которых все ФХ являются нелинейными функциями  $W$ .

### Выводы:

Установлено, что критерии существования ФМ дисперсных грунтов включают: свойства фаз и признаки их нейтральности, балансовые равенства, необходимое и достаточное условие определения ФХ грунтов – экспериментальное измерение четырех фазовых величин ( $q$ ,  $V$ ,  $q_1$ ,  $V_1$ ). Эти критерии должны стать методологиче-

ской основой оценки фазового состояния грунтов в полевых и лабораторных условиях.

Доказано, что  $\Phi X$  -  $\rho_s$ ,  $\rho_d$ ,  $\rho$ ,  $m_v$  - относятся к основным. Они вычисляются по опытным величинам ( $q$ ,  $V$ ,  $q_1$ ,  $V_1$ ) без привлечения балансовых равенств. Остальные  $\Phi X$  -  $n$ ,  $e$ ,  $W_0$  или  $\rho_w$ ,  $W$ ,  $S_r$ ,  $W_{sat}$  - являются расчетными, поскольку определяются с привлечением балансовых равенств и выражаются через три основные характеристики ( $\rho_s$ ,  $\rho_d$ ,  $\rho$ ). Точность оценки основных и расчетных  $\Phi X$  одинаковая, так как связующим звеном между ними являются четыре экспериментально измеряемые фазовые величины ( $q$ ,  $V$ ,  $q_1$ ,  $V_1$ ) и три опытные плотности ( $\rho_s$ ,  $\rho_d$ ,  $\rho$ ). Таким образом, инженерно-геологическая классификация  $\Phi X$  на основные и расчетные наконец получила научное обоснование. Отсюда следует, что экспериментальное определение исходных фазовых величин должно стать нормой всех рекомендаций и стандартов по инженерно-геологическим изысканиям и лабораторным методам оценки фазового состояния грунтов.

С целью изучения корреляционных связей между  $\Phi X$  грунтов среди них необходимо различать константы ( $\rho_s$ ,  $\rho_d$ ,  $n$ ,  $e$ ,  $m_v$ ,  $W_{sat}$ ) и линейные функции влажности ( $W_0(W)$ ,  $\rho(W)$ ,  $\rho(W_0)$ ,  $S_r(W)$ ), наблюдаемые только в линейной ФМ (модели К.Терцаги). Установлено, что прямая функциональная зависимость между  $\Phi X$  существует внутри этих групп, т.е. в отдельности или между константами, или между линейными функциями  $W$ . Искать корреляционные связи между  $\Phi X$ , которые являются нелинейными функциями  $W$ , не следует, поскольку такие связи здесь не существуют. Поэтому при обработке массивов опытных данных по  $\Phi X$  грунтов статистическими или графоаналитическими методами необходимо прежде всего устанавливать тип ФМ этих грунтов: они линейные, нелинейные или комбинированные. Доказано [4, 5], что в нелинейных ФМ, которым подчиняется фазовое состояние биогенных и большинства глинистых грунтов, все  $\Phi X$  являются нелинейными функциями  $W$ .

Графоаналитическое представление констант линейной ФМ в виде угловых коэффициентов или начальных отрезков соответствующих линейных преобразований, отражающих характер прямых функциональных связей между ними, имеет ряд преимуществ перед традиционной методикой их дифференцированно-табличного



представления: а) уточняется и расширяется физико-математический смысл ФХ, особенно в условиях предельного перехода одной фазы в другую; б) осуществляется обобщенный анализ массивов опытных данных и корреляционных связей между ФХ; в) является мощным методологическим средством исследования ФМ дисперсных грунтов.

Установлено, что основу графоаналитических методов исследования ФХ в линейной и нелинейных ФМ составляют функции  $W_0(W)$ ,  $Sr(W)$ ,  $ps(e)$ ,  $\rho_A(n)$ ,  $\rho(W)$ ,  $\rho(W_0)$ , представленные зависимостями (12), (13), (16), (19), (21).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Костюкович, И. П. Динамика фазовых характеристик влажных грунтов при их уплотнении // Материалы международной 53-й научно-технической конференции БГПА. Часть 3. – Минск, 1999. – 30 с.
2. Костюкович, И. П., Костюкович, П. Н. Фазовые модели грунтов Беларуси // Материалы международной 54-й научно-технической конференции БГПА. Часть 7. – Минск, 2000. – 124 с.
3. Костюкович, И. П. Главные корреляционные соотношения между фазовыми характеристиками влажных грунтов // Проблемы мелиорации, водохозяйственного строительства и обустройства сельских территорий на современном этапе: Материалы международной научно-практической конференции, посвященной 160-летию образования БГСХА. – Горки, 2001. – С. 218-223.
4. Крошнер, И. П. Водно-физические свойства грунтов Беларуси // Эффективные строительные материалы, конструкции и технологии: Сборник трудов международной научно-практической конференции / Под ред. Н.П. Блещика. – Мн.: Технопринт, 2000. – С. 516-524.
5. Крошнер, И. П., Костюкович, П. Н. Константы и функции фазовых моделей дисперсных грунтов // Будівельні конструкції. Випуск 53. Книга 1. – Київ: НДЦБК, 2000. – С. 141-144.