



Analytical investigation of temperature and thermostressed state of ingots at cooling is carried out and dependence of the temperature stresses level on index of surface heat-sink cooling along the perimeter of ingot is determined.

В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, ПИИ «ЕВРОСТАЛЬ ЛТД» (УКРАИНА),  
И. А. ТРУСОВА, П. Э. РАТНИКОВ, Д. В. МЕНДЕЛЕВ, БНТУ

УДК 669.18

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СТАЛЬНОГО СЛИТКА ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ ИЗ ПЕЧИ НА ПРОКАТНЫЙ СТАН

**Введение.** Одной из основных проблем повышения качества проката является предотвращение трещинообразования в металле. Появление трещин в прокатываемом слитке обусловлено наложением термических напряжений, возникающих за счет неоднородности температурного поля остывающего слитка, и напряжений, вызванных деформированием металла при прокатке. Суперпозиция указанных напряжений особенно сказывается на появлении рванин в тех случаях, когда нарушается синхронность работы технологической цепи «нагревательное устройство – транспортное обеспечение – прокатный стан». Однако даже при синхронной работе этой системы, когда снижение среднemasсовой температуры слитка находится в допустимых пределах, поверхность слитка подвергается более глубокому охлаждению, особенно углы и ребра. Такая неоднородность температурного поля вызывает не только появление температурных напряжений. Более охлажденный металл увеличивает сопротивляемость пластическому деформированию. Поэтому в более охлажденных местах (в зоне ребер) при прокатке возникают остаточные растягивающие напряжения.

Имеющиеся в настоящее время некоторые рекомендации по выравниванию температурного поля слитков, как правило, основаны на практических наблюдениях и недостаточно обоснованы с теоретической точки зрения.

В настоящей работе проведено аналитическое исследование температурного и термонапряженного состояния слитков при охлаждении и установлена зависимость уровня температурных напряжений от показателя неоднородности поверхностного теплоотвода по периметру слитка.

**Математическое моделирование температурного поля остывающего слитка.** Для аналитического исследования влияния неоднородности теплоотвода по периметру слитка на его температурное и термонапряженное состояние использована математическая модель

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi_2^2} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi_1} \Big|_{\xi_1=1} = -Ki_0[1 + P(\tau)\xi_2^2], \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi_1} \Big|_{\xi_1=0} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi_2} \Big|_{\xi_2=1} = -Ki_0[1 + P(\tau)\xi_1^2], \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi_2} \Big|_{\xi_2=0} = 0, \quad (3)$$

$$\theta(\xi_1, \xi_2, 0) = 1 - \frac{Ki_0}{2}(\xi_1^2 + \xi_2^2), \quad (4)$$

где

$$\theta(\xi_1, \xi_2, \tau) = \frac{T(\xi_1, \xi_2, \tau) - T_c}{T_0 - T_c};$$

$$\xi_1 = \frac{x}{H}; \quad \xi_2 = \frac{y}{H}; \quad \tau = F_0 = \frac{at}{H^2}; \quad Ki_0 = \frac{q_0 H}{\lambda(T_0 - T_c)}$$

$T_0, T_c$  – начальная температура центра слитка и температура охлаждающей среды (воздуха);  $2H$  – ширина стороны сечения призмы (квадрата);  $q_0$  – поверхностный тепловой поток по центру грани слитка;  $P(\tau)$  – функция, учитывающая неоднородность поверхностного потока  $q_n(\tau, \xi_1, \xi_2)$  по периметру слитка.

Так как в самом начале охлаждения предполагается, что температурное поле однородное, то при  $\tau = 0$  функция  $P(\tau)$  должна быть равна нулю.

В конце процесса охлаждения, когда температура слитка сравнивается с температурой воздуха (теоретически при  $\tau \rightarrow \infty$ ), функция  $P(\tau)$  также должна обращаться в нуль. Таким образом,

$$P(0) = \theta, \quad P(\tau)|_{\tau \rightarrow \infty} \rightarrow 0. \quad (5)$$

Исходя из этого, в качестве  $P(\tau)$  принята функция

$$P(\tau) = P_0 \tau \exp(-b\tau). \quad (6)$$

Полученное методом эквивалентных источников [1] приближенное аналитическое решение поставленной задачи нестационарной теплопроводности (1)–(6) имеет вид

$$\begin{aligned} \theta(\xi_1, \xi_2, \tau) = & 1 - \frac{Ki_0}{2} \left\{ [(\xi_1^2 + \xi_2^2) + 4(\tau - \tau_0)] + \right. \\ & + \frac{P_0 \tau e^{-b\tau}}{12} [2(\xi_1^2 + \xi_2^2) + 12\xi_1^2 \xi_2^2 - (\xi_1^4 + \xi_2^4)] + \\ & + \frac{4P_0 e^{-b\tau_0}}{3b^2} [b(\tau_0 - \tau e^{-b(\tau - \tau_0)}) + (1 - e^{-b(\tau - \tau_0)})] + \\ & \left. + \frac{13P_0 e^{-b\tau_0}}{90} [\tau_0 - \tau e^{-b(\tau - \tau_0)}] \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

Приближенное решение описывает температурное поле квадратного слитка в упорядоченный период его остывания, когда  $\tau \geq \tau_0$ . Полагая в выражении (7)  $\tau = \tau_0$ , находим температурное поле в момент окончания инерционного этапа

$$\begin{aligned} \theta(\xi_1, \xi_2, \tau) = & 1 - \frac{Ki_0}{2} \left\{ (\xi_1^2 + \xi_2^2) + \right. \\ & \left. + \frac{P_0 \tau_0 e^{-b\tau_0}}{12} [2(\xi_1^2 + \xi_2^2) + 12\xi_1^2 \xi_2^2 - (\xi_1^4 + \xi_2^4)] \right\}. \quad (8) \end{aligned}$$

Продолжительность  $\tau_0$  инерционного этапа определяется по формуле  $\frac{1}{\tau_0} = \frac{1}{\tau_{01}} + \frac{1}{\tau_{02}} = \frac{2}{\tau_{01}}$ , вытекающей из предположения, что скорость прогрева квадратной призмы и скорости прогрева соответствующих пластин, образующих в пересечении призму, связаны между собой соотношением

$$v_2 = v_1^2 + v_2^2, \quad v = u\sqrt{\tau}, \quad v_1 = v_2 = u_1\sqrt{\tau_1}.$$

В нашем случае, согласно работе [2], продолжительность прогрева пластины при граничном условии II рода равна  $\tau_{01} = 1/6$ . Следовательно, период инерционного этапа прогрева (или охлаждения) длинного слитка квадратного сечения будет в 2 раза меньше, т. е.  $\tau_0 = \tau_{01}/2 = 0,0833$ , что соответствует инерционному этапу для длинного цилиндра.

**Математическое моделирование поля температурных напряжений в остывающем слитке.** Как известно (например, [3, 4]), для определения термоупругих напряжений, возникающих в длинной прямоугольной призме, необходимо решить систему уравнений

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{1+\mu}{1-\mu} \alpha_T T(x, y, t), \quad (9)$$

$$\frac{\partial^4 \Psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Psi}{\partial y^4} = 0 \quad (10)$$

с граничными условиями

$$\left[ 2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right]_{x=\pm H} = 0, \quad (11)$$

$$\left[ 2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right]_{y=\pm H} = 0,$$

$$\left[ 2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} \right]_{x=\pm H} = 0. \quad (12)$$

Зная функции Эри  $\Phi(x, y, t)$  и  $\Psi(x, y, t)$ , нормальные и касательные напряжения определяем по формулам

$$\sigma_x = - \left( 2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right), \quad (13)$$

$$\sigma_y = - \left( 2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right), \quad (14)$$

$$\tau_{xy} = + \left( 2G \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} \right), \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z = & \left[ \frac{1}{H^2} \int_0^H \int_0^H T(x, y, t) dx dy - T(x, y, t) \right] - \\ & - \mu \left[ \frac{1}{H^2} \int_0^H \int_0^H \nabla^2 \Psi dx dy - \nabla^2 \Psi \right]. \quad (17) \end{aligned}$$

Для решения поставленной задачи термоупругости введем безразмерную функцию напряжений

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{K_\sigma}, \quad K_\sigma = \frac{\alpha_1 E}{1-\mu} (T_0 - T_c) Ki_0, \quad (18)$$

где  $E$  – модуль упругости I рода;  $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$  – модуль упругости II рода;  $\mu$  – коэффициент Пуассона

на;  $\alpha_T$  – коэффициент линейного температурного расширения.

В первой части уравнения Пуассона (9) под  $T$  следует понимать избыточную функцию температуры, т. е. разность между начальной температурой и температурой в произвольный момент времени.

Поэтому введем относительную избыточную температуру

$$U(\xi_1, \xi_2, \tau) = \frac{T_0 - T(\xi_1, \xi_2, \tau)}{T_0 - T_c}, \quad (19)$$

которая с предыдущей температурной функцией  $\theta(\xi_1, \xi_2, \tau)$  связана очевидным соотношением

$$U(\xi_1, \xi_2, \tau) = 1 - \theta(\xi_1, \xi_2, \tau). \quad (20)$$

После этого уравнения (9), (10), граничные условия (11), (12) и формулы (13)–(16) принимают вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi_2^2} = \frac{U(\xi_1, \xi_2, \tau)}{Ki_0}, \quad (21)$$

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial \xi_1^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \xi_1^2 \partial \xi_2^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \xi_2^4} = 0, \quad (22)$$

$$\bar{\sigma}_x = \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2} (\varphi - \varphi) \Big|_{\xi_1 = \pm 1} = 0, \quad \bar{\sigma}_y = \frac{\partial^2}{\partial \xi_1^2} (\varphi - \varphi) \Big|_{\xi_1 = \pm 1} = 0, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_{xy} &= \frac{\partial^2}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} (\varphi - \varphi) \Big|_{\xi_1 = \pm 1} = \\ &= \frac{\partial^2}{\partial \xi_2 \partial \xi_1} (\varphi - \varphi) \Big|_{\xi_2 = \pm 1} = 0, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_x &= \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2} (\varphi - \varphi), \quad \bar{\sigma}_y = \frac{\partial^2}{\partial \xi_1^2} (\varphi - \varphi), \\ \bar{\tau}_{xy} &= \frac{\partial^2}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} (\varphi - \varphi), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_z &= \left[ \int_0^1 \int_0^1 \frac{U}{Ki_0} (\xi_1, \xi_2, \tau) d\xi_1 d\xi_2 - \frac{U}{Ki_0} (\xi_1, \xi_2, \tau) \right] - \\ &- \mu \left[ \int_0^1 \int_0^1 \nabla^2 \varphi d\xi_1 d\xi_2 - \nabla^2 \varphi (\xi_1, \xi_2, \tau) \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь

$$\varphi(\xi_1, \xi_2, \tau) = \frac{\Phi}{K_\Phi}; \quad K_\Phi = \frac{1 + \mu}{E} H^2 K_\sigma;$$

$$\varphi(\xi_1, \xi_2, \tau) = \frac{\Psi}{K_\Psi}; \quad K_\Psi = H^2 K_\sigma; \quad \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2;$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2}$$

– оператор Лапласа.

Полученные аналитические выражения термоупругой задачи (21)–(26) с учетом тепловой задачи (1)–(4) имеют вид

$$\bar{\sigma}_x = \frac{1 - \xi_1^2}{2} \left\{ \left[ 1 + \frac{P(\tau)}{6} \right] + \frac{P(\tau)}{6} \left[ (1 + \xi_2^2) + \frac{1}{6} (1 + \xi_1^2) \right] \right\}, \quad (27)$$

$$\bar{\sigma}_y = \frac{1 - \xi_2^2}{2} \left\{ \left[ 1 + \frac{P(\tau)}{6} \right] + \frac{P(\tau)}{6} \left[ (1 - \xi_1^2) + \frac{1}{6} (1 - \xi_2^2) \right] \right\}, \quad (28)$$

$$\bar{\tau}_{xy} = \xi_1 \xi_2 \left\{ \left[ 1 + \frac{P(\tau)}{6} \right] + \frac{P(\tau)}{6} \left[ 1 + \frac{1}{3} (\xi_1^2 + \xi_2^2) \right] \right\}. \quad (29)$$

Следует отметить, что если выражения для нормальных напряжений  $\bar{\sigma}_x$  (27) и  $\bar{\sigma}_y$  (28) удовлетворяют граничным условиям (23) точно, то касательные напряжения (29) – условиям (24) приближенно (интегрально) при условии Сен-Венана–Лейбензона:

$$\int_{-1}^{+1} \bar{\tau}_{xy} \Big|_{\xi_1 = \pm 1} d\xi_2 = \int_{-1}^{+1} \bar{\tau}_{yx} \Big|_{\xi_2 = \pm 1} d\xi_1 = 0. \quad (30)$$

Выражение для определения продольного напряжения  $\bar{\sigma}_z$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= - \left[ 1 + \frac{P(\tau)}{6} \right] \frac{2 - 3(\xi_1^2 + \xi_2^2)}{6} - \\ &- \frac{P(\tau)}{18} \left( 1 + \frac{2}{3} \mu \right) (1 - 9\xi_1^2 \xi_2^2) + \\ &+ \frac{P(\tau)}{120} \left( 1 + \frac{4}{3} \mu \right) \left[ 2 - 5(\xi_1^4 + \xi_2^4) \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

Полученные аналитические выражения температурных напряжений, возникающих в охлаждаемой неограниченной призме, позволяют провести анализ зависимости термонапряженного состояния от степени неоднородности поверхностного теплоотвода по периметру слитка.

**Анализ температурного и термонапряженного состояния охлаждаемого слитка.** Проведем анализ температуры поверхности в зависимости

Таблица 1. Изменение температурного перепада (37) по ширине  $0 \leq \xi_1 \leq \pm 1$  граней ( $\xi_2 = \pm 1$ ) призмы для случая  $P = \text{const} = -0,923$

$\xi_1$	0	$\pm 0,25$	$\pm 0,50$	$\sqrt{0,50}$	$\pm 0,75$	$\pm 1$
$\frac{\Delta\theta}{Ki_0}$	0,4615	0,4593	0,4573	0,4519	0,4521	0,4615
$\delta\left(\frac{\Delta\theta}{Ki_0}\right)\%$	+ 0,92	+ 0,44	0	-1,18	-1,14	-0,92

от периметра  $P(\tau)$ . Полагая в выражении (7)  $\xi_2 = 1$ , имеем функцию, описывающую изменение температуры поверхности по ширине грани призмы:

$$\theta_n(\xi_1, 1; \tau) = \theta_n(\tau) - \frac{Ki_0}{2} \left[ 1 + \xi_1^2 + \frac{P(\tau)}{12} (1 + 14\xi_1^2 - \xi_1^4) \right]. \quad (32)$$

Здесь значение относительной избыточной функции  $\theta$  определяется, как и в задаче (1)–(4):

$$\theta_n(\tau) = 1 - 2Ki_0 \left\{ (\tau - \tau_0) + \frac{P(\tau_0)}{3b^2\tau_0} [b(\tau_0 - \tau)e^{-b(\tau-\tau_0)} + (1 - e^{-b(\tau-\tau_0)})] + \frac{13P(\tau_0)}{360\tau_0} [\tau_0 - \tau e^{-b(\tau-\tau_0)}] \right\}. \quad (33)$$

Исследуем функцию (32) на экстремум по координате  $\xi_1$ . Для этого приравняем нулю производную

$$\frac{\partial\theta_n}{\partial\xi_1} = -\frac{Ki_0}{2} \left[ 2\xi_1 + \frac{P(\tau)}{12} (28\xi_1 - 4\xi_1^3) \right].$$

Приходим к кубическому уравнению

$$\xi_* + \frac{P(\tau)}{6} \xi_* (7 - \xi_*^2) = 0, \quad (34)$$

корни которого, очевидно, следующие:

$$\xi_*' = 0, \quad \xi_*'' = \sqrt{\frac{6}{P(\tau)} \left[ 1 + \frac{7}{6} P(\tau) \right]}, \quad \xi_*''' = -\xi_*''. \quad (35)$$

Следовательно, по ширине грани призмы температурное поле имеет три экстремальные точки, положение которых зависит от параметра  $P(\tau)$ .

При  $P(\tau) = -\frac{6}{7}$  все три точки сливаются в одну ( $\xi_* = 0$ ); при  $P(\tau) = -1$  экстремальные точки находятся на концах интервала  $[0, \pm 1]$ ; при  $P > 0$  и  $P < -1$  координаты  $\xi_*''$  и  $\xi_*'''$  теряют физический смысл, так как выходят за границы призмы, т. е. становятся большими единицы.

Определим значение параметра  $P(\tau)$ , при котором функция  $\theta_n(\xi_1, \tau)$  (32) на концах интервала  $(0; \pm 1)$  будет иметь одинаковые значения, т. е. будет выполняться условие

$$\theta_n|_{\xi_1=0} = \theta_n|_{\xi_1=\pm 1}. \quad (36)$$

Подставляя в равенство (36) функцию (32), устанавливаем, что оно будет выполняться, если  $P(\tau) = -\frac{12}{13}$ . Таким образом, если параметр  $P(\tau)$  поддерживается постоянным и равным  $P \approx P_0 \approx -0,923$ , то температуры середины грани и ребра слитка будут одинаковы.

Рассмотрим, как при этом значении  $P$  будет изменяться температурное поле вдоль ширины грани призмы ( $\xi_2 = \pm 1; 0 \leq \xi_1$ ).

Запишем функцию температурного перепада

$$\frac{\Delta\theta_0(\xi_1; 1; \tau)}{Ki_0} = \frac{\theta_n(\tau) - \theta_n(\xi_1; 1; \tau)}{Ki_0}. \quad (37)$$

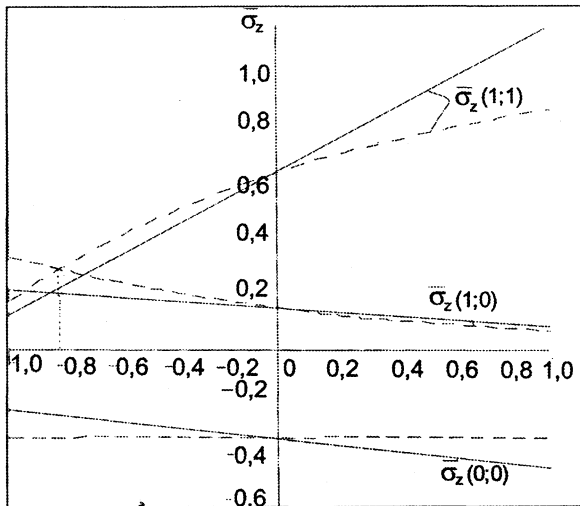
Соответствующие расчеты температурного перепада приведены в табл. 1.

Расчеты показали, что центр тяжести фигуры, ограниченной функцией (37) с учетом (33) при  $P = -0,923$ , находится в точке  $\xi_1 = 0,4986$ , что практически совпадает с серединой интервала  $0 \leq \xi_1 \leq 1$ , где температурный перепад  $\frac{\Delta\theta}{Ki_0} = 0,4986$ .

В таблице также показано отклонение (в %) температурного перепада, определенного по выражению (37), от его среднего значения вдоль ширины грани призмы. Это отклонение весьма незначительно и находится в пределах точности как математической модели, так и ее аналитического решения.

Таким образом, если обеспечить изменение теплового потока на границе слитка по закону

$$\frac{\partial\theta}{\partial\xi_2} = -Ki_0(1 - 0,923\xi_1^2), \quad (38)$$



Зависимость осевых напряжений  $\bar{\sigma}_z$  от параметра  $P$  периметрической неоднородности поверхностного теплового потока охлаждающего слитка

то температурный перепад вдоль периметра слитка будет практически неизменным (возможны колебания порядка  $\pm 1\%$ ).

Аналогичный анализ выполнен для термонапряженного состояния, при этом рассмотрены продольные (осевые) напряжения как наиболее существенные с точки зрения трещинообразования при прокатке слитков.

Функцию  $\bar{\sigma}_z$  (31) для нескольких характерных точек сечения слитка (при  $\mu = 0,25$ ) запишем в виде:

$$\bar{\sigma}_z(1;1) = \frac{2}{3}(1+0,811P), \quad \bar{\sigma}_z(1;0) = \frac{1}{6}(1-0,422P),$$

$$\bar{\sigma}_z(0;0) = \frac{1}{3}(1+0,328P).$$

На рисунке показана зависимость осевых напряжений  $\bar{\sigma}_z$  (37) в области ребра, середины грани

и центра сечения от параметра  $P$  неравномерности теплоотвода по периметру призмы. Сплошными линиями представлена зависимость  $\bar{\sigma}_z$  от  $P$  при одном и том же значении  $Ki_0$  (тепловой поток в средней точке грани). Но при постоянстве  $Ki_0$  при различных значениях среднemasовая интенсивность охлаждения будет различная, что также влияет на уровень напряжений. Поэтому, чтобы исключить это влияние и выделить в чистом виде связь  $\bar{\sigma}_z$  только от параметра  $P$  при одной и той же интегральной характеристике теплоотвода, для каждого значения параметра  $P$  вычисляли эквивалентный критерий  $Ki_0$ , при котором суммарные потери теплоты с поверхности были бы во всех случаях одинаковы и равны  $Ki_3$ .

Как видно из рисунка, при  $P$ , близком к  $-1$ , напряжения  $\bar{\sigma}_z$  в области ребра и середины грани призмы не только выравниваются, но и резко уменьшаются. В табл. 2 приведены значения  $\bar{\sigma}_z$  для трех вариантов  $P$ .

Так как при охлаждении слитков на воздухе теплоотвод идет более интенсивно от его ребер, чем от середины граней, то в соответствии с граничными условиями (2), (3) из рассмотренных в таблице значений  $P$  качественно наиболее близким к действительности является вариант  $P = 1$ . Если принять его за основу, то с уменьшением  $P$  растягивающие термические напряжения  $\bar{\sigma}_z$  выравниваются по сечению призмы.

Приравняв напряжения  $\bar{\sigma}_z(1;1)$  и  $\bar{\sigma}_z(1;0)$ , легко подсчитать, что при  $P = 0,818$  напряжения на ребре и по средней линии грани будут одинаковыми. В табл. 3 приведены значения напряжений в ряде точек вдоль линии  $-1 \leq \xi_1 \leq 1$  при  $P = -0,812$ .

Из таблицы видно, что при  $P = -0,812$  напряжения  $\bar{\sigma}_z$  по ширине грани распределяются практи-

Таблица 2. Значение  $\bar{\sigma}_z$  при трех значениях параметра  $P$  неравномерности теплоотдачи по периметру

$P$	$\xi_1 = 1; \xi_2 = 1$		$\xi_1 = 1; \xi_2 = 0$		$\xi_1 = 0; \xi_2 = 0$	
	$\bar{\sigma}_z$	$\bar{\sigma}_z, \%$	$\bar{\sigma}_z$	$\bar{\sigma}_z, \%$	$\bar{\sigma}_z$	$\bar{\sigma}_z, \%$
1	1,207	0	0,096	0	-0,433	0
0	0,667	-45	0,167	+74	-0,333	-24
-1	0,126	-90	0,237	+147	-0,235	-46

Таблица 3. Распределение напряжений  $\bar{\sigma}_z$  вдоль линии  $0 \leq \xi_1 \leq 1; \xi_2 \leq \pm 1$  при  $P = -0,812$

$\xi_1$	0	$\pm 0,2$	$\pm 0,4$	$\pm 0,6$	$\pm \sqrt{0,6}$	$\pm 0,8$	$\pm 1,0$
$\bar{\sigma}_z$	0,224	0,2223	0,2179	0,2136	0,2127	0,2146	0,2240
$\Delta \bar{\sigma}_z, \%$	+2,6	+1,83	-0,18	-2,15	-2,56	-2,15	+2,60

чески равномерно. Отклонение от среднего напряжения  $\bar{\sigma}_{z\text{cp}} = 0,2183$  не превышает  $\pm 2,6\%$ , что находится в пределах точности математической модели и ее решения.

Следовательно, если изменить характер охлаждения слитков перед прокаткой таким образом, чтобы теплоотвод от ребра составлял  $\approx 18\%$  теплоотвода от середины грани, то растягивающие температурные напряжения на поверхности слитка будут распределены по периметру равномерно, а уровень их снизится примерно в 5 раз по сравнению с обычным охлаждением:

$$\left( \frac{\sigma_z(P=+1)}{\sigma_z(P=-0,818)} = \frac{1,207}{0,224} = 5,4 \right).$$

### Выводы

Причиной образования поверхностных дефектов при прокатке слитков и заготовок является суперпозиция трех основных факторов: технологически обусловленной неблагоприятной схемы напряженного состояния с наличием растягивающих напряжений, локальных термических напряжений того же знака и механических концентраторов этих напряжений. Внедрение термоэкранирования слитков перед прокаткой значительно уменьшит разницу температур между углами и гранями слитка, что позволит получить равномерное распределение по поверхности слитка температурных растягивающих напряжений при общем снижении их уровня в 5–6 раз по сравнению с обычным охлаждением.

### Литература

1. Постольник Ю. С. Метод эквивалентных источников в задачах нестационарной теплопроводности // Теплообмен и гидродинамика. Киев, 1977. С. 161–167.
2. Постольник Ю. С. Определение скорости распространения тепла // Изв. вузов. Черная металлургия. 1968. № 10. С. 151–154.
3. Мелан Э., Паркус Г. Термоупругие напряжения, вызываемые стационарными температурными полями. М., 1958.
4. Коваленко А. Д. Основы термоупругости. Киев, 1970.