

## Особенности расчета реакции динамической системы спектральным методом

Кочеров А.Л., Кочерова В.А.

Белорусский национальный технический университет

Для анализа линейных стационарных систем широко используется спектральный метод. Задача настоящего анализа: на вход динамической системы с комплексной передаточной функцией  $K(j\omega)$  поступает одиночный сигнал  $x(t)$  длительности  $\tau$ ; необходимо найти реакцию системы  $y(t)$ . Тогда решение этой задачи определяется интегралом Фурье

$$y(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |X(j\omega)K(j\omega)| \cos(\omega t + \arg(K(j\omega)) + \arg(X(j\omega))) d\omega,$$

где  $X(j\omega)$  – комплексная спектральная плотность сигнала  $x(t)$ .

Аналитическое вычисление интеграла Фурье если и возможно, то лишь для простейших случаев. Поэтому на практике почти всегда используют численные методы, реализованные, например, в программной среде MathCad, которая получила широкое распространение именно за простоту «трансляции» математических выражений.

Для поставленной задачи в качестве верхнего предела интеграла используем значение  $\Omega = 100\pi\tau^{-1}$ , при этом непосредственное вычисление интеграла даже для одного момента времени  $t$  занимает существенное время (около минуты), построение графика в силу этого затруднено. Если же разбить интервал частот  $[0; \Omega]$  на  $N$  равновеликих интервалов длины  $s$  с центрами  $\omega_n$ , то интеграл Фурье можно заменить рядом

$$y(t) \approx \frac{s}{\pi} \sum_{n=1}^N |X_n K_n| \cos(\omega_n t + \arg(K_n) + \arg(X_n)),$$

где  $X_n = X(j\omega_n)$ ,  $K_n = K(j\omega_n)$ . В этом случае значения  $X_n$  вычисляются *один раз* и построение графика  $y(t)$  не вызывает затруднений.

Дополнительно было установлено, что для исследуемых сигналов уже при  $N = 30000$  погрешность замены интеграла рядом составляет около 1,5%, с ростом  $N$  погрешность уменьшается медленно, так при  $N = 100000$  погрешность составляет (0,55 – 0,65)%.