

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 539.3

ЩЕРБАКОВ
Сергей Сергеевич

**ПРОСТРАНСТВЕННОЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ
СОСТОЯНИЕ, ОБЪЕМНАЯ ПОВРЕЖДАЕМОСТЬ
И МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ ПРЕДЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ
ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ КОНТАКТНОМ
ВЗАИМОДЕЙСТВИИ И ОБЪЕМНОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ**

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Минск, 2015

Работа выполнена в Белорусском государственном университете (БГУ)

Научный консультант –

Журавков Михаил Анатольевич,
доктор физико-математических наук,
профессор, Министр образования Республики
Беларусь

Официальные оппоненты:

Манжиров Александр Владимирович,
иностраный член Национальной академии
наук Республики Армения, доктор физико-
математических наук, профессор, зав.
лабораторией моделирования в механике
деформируемого твердого тела, Институт
проблем механики РАН, Российская
Федерация;

Чигарев Анатолий Власович,
доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
«Теоретическая механика», Белорусский
национальный технический университет;

Чижик Сергей Антонович,
академик НАН Беларуси, доктор технических
наук, Первый заместитель Председателя
Президиума НАН Беларуси

Оппонирующая организация –

ГНУ «**Объединенный институт
машиностроения**» НАН Беларуси

Защита состоится 10 апреля 2015 г. в 14⁰⁰ часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.05.07 при Белорусском национальном техническом университете по адресу: 220013, г. Минск, проспект Независимости, 65, 1 корпус, ауд. 202, тел. ученого секретаря 292-24-04.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского национально-го технического университета.

Автореферат разослан 9 марта 2015 г.

Ученый секретарь совета
по защите диссертаций Д 02.05.07,
кандидат физико-математических наук



Ширвель П.И.

© Щербakov С.С., 2015

© Белорусский национальный
технический университет, 2015

ВВЕДЕНИЕ

Среди современных задач механики деформируемого твердого тела и механики контактного взаимодействия одной из важных является построение механико-математических моделей пространственного напряженно-деформированного состояния систем, в которых одновременно реализуется контактное взаимодействие с трением (качения, скольжения) между твердыми деформируемыми телами и неконтактное (объемное, в том числе циклическое) деформирование по крайней мере одного из элементов системы. Данные системы изучаются в трибофатике и получили название силовых (ГОСТ 30638-99).

Характерными примерами подобных систем являются системы ролик/вал, ролик/кольцо, труба/поток вязкой жидкости. Эти системы представляют собой модели таких практически важных систем, как зубчатые зацепления, колесо/рельс, участок магистрального трубопровода и мн. др.

Применительно к данным объектам остается малоизученным взаимодействие их элементов во многоэлементных системах, задача комплексной оценки механических состояний деформируемой системы и ее элементов, включающая последовательную постановку и решение задач об их пространственном напряженно-деформированном состоянии, состояниях объемной повреждаемости и многокритериальных предельных состояниях.

Диссертация посвящена решению указанных задач, предпринятые в ней исследования представляются необходимыми и актуальными.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами, темами

Работа выполнялась в рамках следующих научно-технических программ и тем: 1) «Разработка теории комплексного износоусталостного повреждения и динамики разрушения силовых систем машин и оборудования» (№ ГР 20053443, 2003–2005 гг.) в рамках ГПОФИ «Механика»; 2) «Разработка и исследование комплекса средств и методов оценки и обеспечения заданного эксплуатационного ресурса зубчатых передач ведущего моста семейства автомобилей МА3-5440 по критериям изгибной и контактной усталости» (№ ГР 20044113, 2004–2005 гг.) в рамках ГППНИ «Новые компоненты в машиностроении»; 3) «Разработка технологии изготовления, термообработки и методики испытаний литых зубчатых колес взамен колес, изготавливаемых из стальных поковок» (№ ГР 20067086, 2006–2010 гг.) в рамках ГКПНИ «Механика»; 4) «Моделирование и решение нового класса контактных задач механики ответственных узлов и систем современных машин и оборудования для обеспечения их заданной долговечности; разработка методологии и средств многоцелевых ускоренных испытаний материалов, элементов конструкций, моделей узлов трения и силовых систем в условиях комплексного нагружения, механической усталости, трения и изнашивания» (№ ГР 20061791, 2006–2010 гг.) в рамках ГКПНИ «Механика»; 5) «Разработка, исследование и экспериментальное обоснование модели коррозионно-эрозионной усталости труб и создание алгоритмов и методов управления эксплуатационной долговечностью линейной части нефтепроводов» (№ ГР 20061794, 2006–2010 гг.) в рамках ГКПНИ «Механика»; 6) «Оптимизи-

зация затрат по техническому перевооружению – замене рельсов на линиях Минского метрополитена на основе экспериментальных исследований состояния пути и остаточных свойств материала рельсов» по договору № 341/3181 от 23.02.04 с Транспортным коммунальным дочерним унитарным предприятием «Минский метрополитен»; 7) «Механико-математические модели трехмерного напряженно-деформированного состояния механических систем в условиях контактного взаимодействия и объемного деформирования» (№ ГР 20102561, 2010–2012 гг.), в рамках проекта БРФФИ № Ф10М-040; 8) «Развитие теории мобильных машин, методов расчета функциональных свойств, оценки и обеспечения надежности узлов, агрегатов и машин в целом при проектировании и эксплуатации. Разработка новых методов расчета прочности и износостойкости силовых систем» (№ ГР 20114942, 2011–2015 гг.) в рамках ГПНИ «Механика, техническая диагностика, металлургия»; 9) «Разработка расчетно-экспериментальных методов оценки статической и циклической трещиностойкости пластичной стали и повышение эксплуатационной долговечности и безопасности труб линейной части нефтепровода «Дружба» по критерию трещиностойкости. Разработка проекта государственного стандарта Республики Беларусь по методам испытаний пластичных сталей на трещиностойкость» (№ ГР 20114940, 2011–2013 гг.) в рамках ГПНИ «Механика, техническая диагностика, металлургия»; 10) «Разработка методики расчета, оценка напряженно-деформированного состояния и состояния повреждаемости системы нож (чугун ВЧТГ) – прижим (сталь) режущего барабана кормоуборочного комбайна» в рамках договора с ПО «Гомсельмаш» № 21869 (№ ГР 20112288, 2011 г.); 11) «Разработка компьютерных моделей и программ для расчета и прогнозирования механических состояний трибфатической системы «противорежущий брус/нож/прижим/основание/болты режущего» барабана в динамической постановке» в рамках договора с ПО «Гомсельмаш» № 21912 (2012–2013 гг.).

Цель и задачи исследования

Целью работы является создание методологии, позволяющей рассчитывать пространственное напряженно-деформированное состояние, состояние объемной повреждаемости и многокритериальные предельные состояния системы деформируемых тел, находящихся в условиях контактного взаимодействия и неконтактного объемного деформирования.

Для достижения основной цели исследования были решены следующие задачи:

- на основе фундаментальных решений теории упругости построена система разрешающих интегральных уравнений для системы n взаимодействующих твердых тел с учетом контактного взаимодействия между ними, а также неконтактных смешанных граничных условий;
- интегрированием решений задачи Черрути получены аналитические решения для равномерно распределенных по прямоугольной области поверхности полупространства касательных усилий;
- построено решение задачи определения контактного давления при согласованном и несогласованном контактом взаимодействии трехмерных тел методом обращения матрицы с учетом влияния напряженно-деформированного состояния, обусловленного неконтактным нагружением;

– разработана теория объемной повреждаемости элементов силовых систем, позволяющая определить не только уровень повреждаемости, но и интегральную (абсолютную и относительную) характеристику повреждаемости в виде величины опасного объема деформируемого твердого тела;

– разработана теория предельных состояний силовых систем в конечной области с критическим уровнем напряжений в ней, позволяющая давать прогноз отказа элементов системы по разным критериям достижения предельного состояния (объемное разрушение – разделение на части; критическое поверхностное разрушение – предельный износ и др.);

– установлены основные закономерности влияния локального контактного взаимодействия на напряженно-деформированное состояние и повреждаемость объемно деформируемого элемента (прямой эффект), а также влияния объемного деформирования элемента системы на характеристики ее контактного взаимодействия (обратный эффект);

– построено решение граничной задачи определения пространственного напряженно-деформированного состояния и состояния повреждаемости в условиях несогласованного контакта взаимодействующих элементов силовой системы при произвольном направлении силы трения;

– построено решение граничной задачи определения пространственного напряженно-деформированного состояния и состояния повреждаемости системы ролик/вал с учетом контактного взаимодействия между элементами системы и изгиба вала;

– разработана квазистатическая модель явления троппи – образования нерегулярных остаточных поверхностных волнообразных повреждений в результате нестационарного процесса циклического упругопластического деформирования в зоне контактного взаимодействия твердых тел при трении качения, практически значимым проявлением которого являются волнообразные повреждения рельсов;

– разработаны модели квазистатического трехмерного напряженно-деформированного состояния и состояния объемной повреждаемости применительно к силовым системам, работающим в условиях нестационарного циклического деформирования в зоне контактного взаимодействия при трении качения, сопровождающегося самовозбуждением колебаний в системе и потерей устойчивости движения ее элементов;

– разработана модель напряженно-деформированного состояния и состояния повреждаемости многоэлементной системы «прижим–нож–основание» режущего аппарата сельскохозяйственного комбайна, одновременно работающей в условиях изгиба ножа вследствие резания и контактного взаимодействия с трением элементов системы, обусловленного болтовыми соединениями.

Объектом исследования являются силовые системы, в которых одновременно реализуется контактное взаимодействие между их элементами и объемное деформирование по крайней мере одного из элементов.

Предмет исследования – пространственное напряженно-деформированное состояние, состояние повреждаемости, а также предельное состояние силовой системы.

Положения, выносимые на защиту

Новыми результатами, выносимыми на защиту диссертации, являются:

1) Методология последовательной постановки и решения задач определения пространственного напряженно-деформированного состояний, состояния объемной повреждаемости и многокритериальных предельных состояний деформируемых систем, которая позволяет одновременно учесть действие объемного деформирования при растяжении–сжатии, изгибе и локальных при контактном взаимодействии с трением нагрузок.

2) Система разрешающих интегральных уравнений для n взаимодействующих тел, к которым приложены смешанные граничные условия, построенная на основе модели кусочнооднородной среды с использованием фундаментальных решений Кельвина, Буссинеска и Черрути и позволившая провести моделирование взаимодействия тел по неизвестным заранее поверхностям контакта, содержащим подобласти проскальзывания и сцепления.

3) Метод численно-аналитического расчета контактных усилий и пространственного напряженно-деформированного состояния при взаимодействии с трением трехмерных тел произвольной формы для учета влияния неконтактных нагрузок, основанный на применении известных аналитических решений для равномерно распределенных по прямоугольной области нормальных усилий и полученных интегрированием решений задачи Черрути аналитических решениях для равномерно распределенных по той же области касательных усилий. Применение данных аналитических решений приводит к уменьшению погрешности около 1% при расчете напряженного состояния полупространства, нагруженного неравномерно распределенными усилиями.

4) Модель состояний объемной повреждаемости силовых систем, построенная на базе обобщенного представления о вероятностной мере повреждаемости, называемой опасным объемом, для прогнозирования зон возможного появления и развития первичного (начального) трещинообразования, позволившая для трехмерного напряженно-деформированного состояния определить характеристики абсолютной и относительной объемных мер повреждаемости по параметрам интенсивности напряжений, потенциальной энергии деформирования, компонентам тензора напряжений. Неконтактное растяжение и сжатие приводит к увеличению повреждаемости в окрестности контактного взаимодействия, оцениваемой с помощью энергетического опасного объема, на 40% и 25% соответственно, в то время как оцениваемая обычным образом по максимуму контактного давления повреждаемость остается неизменной.

5) Модель многокритериальных предельных состояний силовой системы при трехмерном напряженно-деформированном состоянии, позволившая учесть силовые, температурные и трениевые нагрузки и описать отказы элементов системы по разным признакам критического состояния: объемному разрушению – разделению на части; поверхностному разрушению – предельному износу, и в частном случае термосилового нагружения показавшая соответствие экспериментальным данным с высоким, более 0,722, коэффициентом корреляции.

6) Подтвержденные износоусталостными испытаниями закономерности влияния локального контактного взаимодействия на изменение напряженно-деформированного состояния и повреждаемость объемно деформируемого

элемента (прямой эффект), а также влияния объемного деформирования элемента системы на изменение характеристик ее контактного взаимодействия (обратный эффект). Неконтактный изгиб вала системы ролик-вал приводит к уменьшению в зоне растяжения и увеличению в зоне сжатия до 50% максимальных сжимающих осевых напряжений в окрестности контакта.

7) Постановка и решение прикладной граничной задачи контактного взаимодействия в используемой в износоусталостных испытаниях системе ролик/вал с учетом объемного деформирования при растяжении–сжатии или изгибе вала, позволившие провести численный анализ трехмерного напряженно-деформированного состояния и состояния повреждаемости системы в зависимости от величин контактных и неконтактных нагрузок в сравнении со случаем только контактного взаимодействия. Изгиб вала приводит к увеличению повреждаемости, оцениваемой с помощью октаэдрического опасного объема, примерно в 2 раза в вале в окрестности контактного взаимодействия с роликом.

8) Квазидинамическая механико-математическая модель обнаруженного в ходе износоусталостных испытаний системы ролик/вал явления троппи – самопроизвольного образования нерегулярных остаточных поверхностных волнообразных повреждений в результате нестационарного процесса циклического упругопластического деформирования в зоне контактного взаимодействия при трении качения, позволившая определить параметры движения системы с учетом ее деформирования, трехмерное напряженно-деформированное состояние и состояние объемной повреждаемости в условиях изменения во времени геометрических и силовых характеристик контактного взаимодействия. Такое изменение во времени параметров площадки контакта в условиях троппи обуславливает вариации до 200% в нестационарных пространственных распределениях напряжений и локальной повреждаемости.

9) Постановка и решение методами граничных и конечных элементов прикладных граничных задач о нагружении многоэлементной системы «прижим–нож–основание» режущего инструмента сельскохозяйственного комбайна, позволившие в зависимости от величин сил резания и затяжки болтовых соединений, а также материалов ножа провести численный анализ формирования поверхностей контактного взаимодействия между прижимом и ножом, ножом и основанием, дву- и трехмерных напряженно-деформированных состояний и состояний повреждаемости системы. Высокие механические свойства отечественного высокопрочного чугуна марки ВЧТГ, предел прочности и относительное удлинение которого достигают 1500 МПа и 4 % соответственно, обеспечили в трехмерном случае увеличение повреждаемости чугуна по сравнению со сталью лишь на 1 %, что дало возможность замены импортных стальных ножей на изготовленные из чугуна данной марки.

Личный вклад соискателя

Представленные в работе новые научные результаты получены автором лично. Научный консультант принимал участие в выборе направлений исследования, постановке задач, анализе и интерпретации результатов. Экспериментальные результаты износоусталостных испытаний получены совместно с Л. А. Сосновским, В. В. Комисаровым, С. А. Тюриным. В гранично-элементном и конечно-

элементном моделировании системы «прижим–нож–основание» принимали участие А. В. Круподеров и О. А. Насань. Другим соавторам принадлежат результаты, не вошедшие в работу.

Апробация результатов диссертации

Материалы диссертации докладывались на следующих международных и республиканских научных конференциях:

III World Tribology Congress (Washington D.C. USA, 2005), 7th International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems (Brisbane. Australia, 2006), 7th International Conference «The Improvement of the Quality, Reliability and Long Usage of Technical Systems and Technological Processes» (Sharm El Sheikh, Egypt, 2008), Joint Hungarian-Ukrainian-Bulgarian Conference «Safety, Reliability and Risk of Engineering Plants and Components» and XIV International Colloquium «Mechanical Fatigue of Metals» (Varna, Bulgaria, 2008) 36th Solid Mechanics Conference (Gdansk, Poland, 2008), IV World Tribology Congress (Kyoto, Japan, 2009), V World Tribology Congress (Turin, Italy, 2013), 17th International Colloquium Tribology Solving Friction and Wear Problems (Ostfildern, Germany, 2010), 15th International Conference on Experimental Mechanics (Porto, Portugal), IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, Россия, 2006), X Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, Россия, 2011), III Белорусский конгресс по теоретической и прикладной механике «Механика – 2007» (Минск, 2007), IV Белорусский конгресс по теоретической и прикладной механике «Механика – 2009» (Минск, 2009), X Белорусская математическая конференция (Минск, 2008), VI Международный симпозиум по трибофатике (Минск, 2010). Международная научно-техническая конференция «Динаміка, міцність і ресурс машин та конструкторів» (Киев, 2005), Международной научно-технической конференции «Прочность материалов и элементов конструкций» (Киев, 2010 г.), IV Международная научно-техническая конференция «Информационные технологии в промышленности» (Минск, 2005), Международная научно-техническая конференция «Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии в машиностроении» (Минск, 2007), Международная научная конференция «Веб-программирование и Интернет-технологии» (Минск, 2009), 68-я Международная научно-практическая конференция «Проблемы и перспективы развития железнодорожного транспорта» (Днепропетровск, Украина, 2008 г), XIX Международная научно-техническая конференция «Прикладные задачи математики и механики» (Севастополь, Украина), XX Международная научно-техническая конференция «Прикладные задачи математики и механики» (Севастополь, Украина), II Международная научно-практическая конференция «Проблемы и перспективы развития транспортных систем и строительного комплекса» (Гомель, 2008), Международная научно-техническая конференция «МТ-2008» (Киев, Украина, 2008), XIV Международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» (Москва, Россия, 2008 г), Научно-практическая конференция ОАО «ВНИИЖТ» «Устройство и содержание пути и подвижного состава при тяжеловесном и скоростном движении поездов. Колесо-рельс» (Щербинка, Россия, 2008), Форум-конкурс молодых ученых «Проблемы недропользования» (Санкт-Петербург, Россия, 2011), Форум-конкурс молодых ученых «Проблемы

недропользования» (Санкт-Петербург, Россия, 2012), Международная научно-техническая конференция «Поликомтриб-2009» (Гомель, 2009), Международная научная конференция «Живучесть и конструкционное материаловедение» (Москва, Россия, 2008), Международная конференция «Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений» (Минск, 2009), Международная конференция «Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений» (Минск, 2011), II Международная конференция «Актуальные проблемы механики сплошной среды» (Дилижан, Армения, 2010).

Опубликованность результатов диссертации

Содержание диссертации опубликовано в 134 работах, в том числе 3 монографиях, 6 главах в 3 монографиях, 40 статьях в научных журналах согласно перечню ВАК и за рубежом (52 авторских листа), 46 статьях в материалах конференций, 36 тезисах докладов, 3 патентах.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, семи глав основного текста, заключения, библиографического списка и трех приложений. Общий объем диссертации составляет 300 страниц. Работа включает 153 иллюстрации на 55 страницах, 16 таблиц на 8 страницах, список использованных источников в количестве 253 наименования на 18 страницах, список публикаций соискателя из 134 наименований на 15 страницах и 3 приложений на 28 страницах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** кратко рассмотрено современное состояние проблем, связанных с темой работы, обосновывается ее актуальность, определены основные направления дальнейших научных исследований, представлены основные положения, выносимые на защиту, показана научная и практическая значимость работы.

В первой главе проведен обзор современного состояния основных направлений исследований по теме диссертации.

Отмечается значительный вклад отечественных и зарубежных ученых в развитие таких научных направлений, как механика деформируемого твердого тела, механика износоусталостного повреждения, контактное взаимодействие твердых тел, трибология: В. М. Александров, В. Б. Альгин, В. Л. Басенюк, В. А. Белый, О. В. Берестнев, А. В. Богданович, П. Н. Богданович, С. В. Босаков, Ю. В. Василевич, Л. А. Галин, Р. В. Гольдштейн, В. А. Гапанович, А. Г. Горшков, И. Г. Горячева, М. С. Высоцкий, П. А. Витязь, Ю. Н. Дроздов, М. А. Журавков, А. А. Ильюшин, А. Ю. Ишлинский, А. С. Кравчук, И. В. Крагельский, И. А. Кийко, В. А. Кукареко, И. С. Куликов, А. А. Лебедев, А. В. Манжиров, М. Д. Мартыненко, Ю. Г. Матвиенко, Н. А. Махутов, В. В. Москвитин, В. И. Моссаковский, Н. К. Мышкин, В. Е. Панин, Г. С. Писаренко, Б. Е. Победря, Г. Я. Попов, А. Т. Скойбеда, И. А. Солдатенков, Л. А. Сосновский, Э. И. Старовойтов, Г. П. Тариков, Д. В. Тарлаковский, С. П. Тимошенко, В. В. Можаровский, Ю. М. Плескачевский, В. Т. Трощенко, К. В. Фролов, Г. В. Цыбанев, А. В. Чигарев, С. А. Чижик, А. В. Чичинадзе, И. Я. Штаерман. В.

Bhushan, P. K. Banerjee, R. S. Dwyer-Joyce, K. L. Johnson, K. Kato, Jyh-Jong Liao, Cheng-Der Wang, J. A. Williams и мн. др.

Обоснована необходимость комплексного анализа механических состояний нового класса деформируемых систем, которые находятся под воздействием локальных (поверхностных, контактных) нагрузок с трением с учетом объемного деформирования. Применительно к таким системам производится последовательная постановка и решение задач о трехмерном напряженно-деформированном состоянии, состояниях объемной повреждаемости и многокритериальных предельных состояниях как отдельных элементов, так и систем в целом.

Вторая глава содержит описание механико-математической модели взаимодействия системы n тел с различными механическими свойствами, деформируемых в том числе нелинейно.

Рассмотрим задачу определения напряженно-деформированного состояния каждого из тел системы.

Для некоторой конфигурации k -го тела, заданной его положением в пространстве \mathbf{r}^k в некоторый момент времени t , выполняются соотношения, определяющие механическое состояние частицы (элементарного объема) тела: уравнение неразрывности, уравнения движения частиц тела, зависимость между перемещениями и деформациями и закон Гука.

К данным уравнениям добавляются граничные условия первого типа, если на поверхности S_u упругого тела заданы перемещения $\bar{u}_i^{k*}(\mathbf{r}^k)$:

$$u_i^k = \bar{u}_i^{k*}(\mathbf{r}^k, t) \quad (1)$$

и/или второго типа, если на поверхности тела S_σ задано распределение усилий \bar{p}_i

$$\sigma_{ij}^k \alpha_j = \bar{p}_i^k(\mathbf{r}^k, t), \quad (2)$$

где α_j^k – направляющие косинусы.

Помимо этого могут быть определены начальные условия

$$u_i^k \Big|_{t=0} = u_i^{k0}, \quad \dot{u}_i^k \Big|_{t=0} = \dot{u}_i^{k0}. \quad (3)$$

Взаимодействие n деформируемых тел можно описать с помощью контактных граничных условий, определяемых следующими соотношениями:

$$\bar{\mathbf{u}}_l \Big|_{S_u^{(lm)}} - \bar{\mathbf{u}}_m \Big|_{S_u^{(lm)}} = \boldsymbol{\delta}_{lm}^{(u)}(\mathbf{r}^l, \mathbf{r}^m, t) \Big|_{S_u^{(lm)}}, \quad (4)$$

$$\mathbf{L}_\sigma \left(\bar{\mathbf{u}}_l \Big|_{S_\sigma^{(lm)}} \right) - \mathbf{L}_\sigma \left(\bar{\mathbf{u}}_m \Big|_{S_\sigma^{(lm)}} \right) = \bar{\mathbf{p}}_l \Big|_{S_\sigma^{(lm)}} - \bar{\mathbf{p}}_m \Big|_{S_\sigma^{(lm)}} = \boldsymbol{\delta}_{lm}^{(\sigma)}(\mathbf{r}^l, \mathbf{r}^m, t) \Big|_{S_\sigma^{(lm)}}, \quad (5)$$

где $S^{(lm)}$ – поверхность контакта тел l и m , $S_\sigma^{(lm)} \subset S^{(lm)}$, $S_u^{(lm)} \subset S^{(lm)}$,

$\bar{\mathbf{p}}_k = \{\bar{p}_1^k, \bar{p}_2^k, \bar{p}_3^k\} = \{p_n^k, p_\tau^k\}$ и $\bar{\mathbf{u}}_k = \{\bar{u}_1^k, \bar{u}_2^k, \bar{u}_3^k\}$ – векторы усилий и перемещений на поверхности k -го тела, p_n^k и p_τ^k – нормальная и касательная компоненты вектора усилий, $\boldsymbol{\delta}_{lm}^{(u)} = \{\delta_{lm}^{(n,u)}, \delta_{lm}^{(\tau,u)}\}$, $\boldsymbol{\delta}_{lm}^{(\sigma)} = \{\delta_{lm}^{(n,\sigma)}, \delta_{lm}^{(\tau,\sigma)}\}$ – векторы перемещений и усилий на поверхности контакта, $\bar{\mathbf{L}}_\sigma = \{L_{11}, L_{12}, L_{13}\}$ – вектор, компонентами

которого являются дифференциальные операторы, определяющие зависимость напряжений от деформаций. Так, в упругой постановке данные операторы имеют следующий вид:

$$L_{ij}(\mathbf{u}) = \mu(u_{i,j} + u_{i,j}) + \lambda u_{q,q} \delta_{ij}. \quad (6)$$

где δ_{ij} – дельта Кронекера, μ и λ – постоянные Ламе.

Контактные граничные условия (4), (5) позволяют описать как взаимодействие компонент одного тела с разными механическими свойствами (зонально-однородная среда):

$$\delta_{lm}^{(u)}(\mathbf{r}^l, \mathbf{r}^m, t) \Big|_{S_u^{(lm)}} = \bar{\mathbf{u}}_l \Big|_{S_u^{(lm)}} - \bar{\mathbf{u}}_m \Big|_{S_u^{(lm)}} = 0, \quad \delta_{lm}^{(\sigma)}(\mathbf{r}^l, \mathbf{r}^m, t) \Big|_{S_\sigma^{(lm)}} = \bar{\mathbf{p}}_l \Big|_{S_\sigma^{(lm)}} - \bar{\mathbf{p}}_m \Big|_{S_\sigma^{(lm)}} = 0, \quad (7)$$

так и взаимодействие элементов системы тел. В последнем случае величина касательных поверхностных усилий в соответствии с законом Кулона является ограниченной и граничные условия (4), (5) примут вид

$$\begin{aligned} \delta_{lm}^{(n,\sigma)}(\mathbf{r}^l, \mathbf{r}^m, t) \Big|_{S_u^{(lm)}} &= \bar{p}_n \Big|_{S_\sigma^{(lm)}} - \bar{p}_n \Big|_{S_\sigma^{(lm)}} = \bar{p}_n^{lm} - \bar{p}_n^{lm} = 0, \\ \delta_{lm}^{(\tau,\sigma)}(\mathbf{r}^l, \mathbf{r}^m, t) \Big|_{S_u^{(lm)}} &= \bar{p}_\tau \Big|_{S_\sigma^{(lm)}} - \bar{p}_\tau \Big|_{S_\sigma^{(lm)}} = \bar{p}_\tau^{lm} - \bar{p}_\tau^{lm} = 0, \quad \bar{p}_\tau^{lm} \leq f \bar{p}_n^{lm}, \\ \delta_{lm}^{(n,u)}(\mathbf{r}^l, \mathbf{r}^m, t) \Big|_{S_u^{(lm)}} &= \bar{u}_n^l \Big|_{S_u^{(lm)}} - \bar{u}_n^m \Big|_{S_u^{(lm)}} = \bar{u}_n^{lm} - \bar{u}_n^{lm} = 0, \\ \delta_{lm}^{(\tau,u)}(\mathbf{r}^l, \mathbf{r}^m, t) \Big|_{S_u^{(lm)}} &= \bar{u}_\tau^l \Big|_{S_u^{(lm)}} - \bar{u}_\tau^m \Big|_{S_u^{(lm)}} = \begin{cases} \bar{u}_\tau^{lm} - \bar{u}_\tau^{lm} = 0, \quad \bar{p}_\tau^{lm} < f \bar{p}_n^{lm}, \\ \Delta \bar{u}_\tau^{lm} = var, \quad \bar{p}_\tau^{lm} = f \bar{p}_n^{lm}, \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

где f – коэффициент трения, $\Delta \bar{u}_\tau^{lm}$ – переменная величина, подлежащая определению.

Если между телами l и m реализуется случай неконформного контактного взаимодействия, то контактная поверхность $S^{(lm)}$ является изначально неизвестной. В этом случае размеры и формы областей контакта, а также распределение контактных усилий можно найти, воспользовавшись вариационными методами или итерационным методом обращения матрицы.

С учетом контактного взаимодействия между l -м и m -м телами (компонентами зонально-однородного тела), система разрешающих интегральных уравнений для состояния статического равновесия для поверхностей двух тел примет вид:

$$\begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{p}}_l^{(S)} \\ \bar{\mathbf{u}}_l^{(S)} \\ \delta_{lm}^{(p)} \\ \delta_{lm}^{(u)} \\ \bar{\mathbf{p}}_m^{(S)} \\ \bar{\mathbf{u}}_m^{(S)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{L}}_p^{(S)} & 0 \\ \bar{\mathbf{L}}_u^{(S)} & 0 \\ \bar{\mathbf{L}}_p^{(S)} & -\bar{\mathbf{L}}_p^{(S)} \\ \bar{\mathbf{L}}_u^{(S)} & -\bar{\mathbf{L}}_u^{(S)} \\ 0 & \bar{\mathbf{L}}_p^{(S)} \\ 0 & \bar{\mathbf{L}}_u^{(S)} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{p}}_l \\ \bar{\mathbf{p}}_m \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{L}}_p^{(V)} & 0 \\ \bar{\mathbf{L}}_u^{(V)} & 0 \\ \bar{\mathbf{L}}_p^{(V)} & -\bar{\mathbf{L}}_p^{(V)} \\ \bar{\mathbf{L}}_u^{(V)} & -\bar{\mathbf{L}}_u^{(V)} \\ 0 & \bar{\mathbf{L}}_p^{(V)} \\ 0 & \bar{\mathbf{L}}_u^{(V)} \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_l \\ \mathbf{q}_m \end{Bmatrix}, \quad (9)$$

где \mathbf{q} – вектор объемных сил во внутренней точке тела, $\mathbf{L}_j^{(S)} = \{L_1^{(S,j)}, L_2^{(S,j)}, L_3^{(S,j)}\}$, и

$\mathbf{L}_j^{(V)} = \{L_1^{(V,j)}, L_2^{(V,j)}, L_3^{(V,j)}\}$ – векторы, компонентами которых являются интегральные операторы для действия поверхностных и объемных сил:

$$L_i^{(S,u)}(\bar{p}_\varphi) = \int_{S(\xi)} \bar{p}_\varphi(\xi) G_i^{(\varphi,u)}(\xi, \mathbf{x}) dS(\xi), \quad L_i^{(S,p)}(\bar{p}_\varphi) = \int_{S(\xi)} \sum_{j=1}^3 \alpha_j^\varphi(\xi, \mathbf{x}) \bar{p}_\varphi(\xi) G_{ij}^{(\varphi,\sigma)}(\xi, \mathbf{x}) dS(\xi),$$

$$L_i^{(V,u)}(q_\varphi) = \int_{V(\xi)} q_\varphi(\xi) G_i^{(\varphi,u)}(\xi, \mathbf{x}) dV(\xi), \quad L_i^{(V,p)}(q_\varphi) = \int_{V(\xi)} \sum_{j=1}^3 \alpha_j^\varphi(\xi, \mathbf{x}) q_\varphi(\xi) G_{ij}^{(\varphi,\sigma)}(\xi, \mathbf{x}) dV(\xi), \quad (10)$$

где $G_i^{(\varphi,u)}$, $G_{ij}^{(\varphi,\sigma)}$ – функции влияния из фундаментальных решений (например, Кельвина, Буссинеска, Черрути), $\varphi = 1, 2, 3$.

Решение системы (9) заключается в определении так называемых неизвестных «фиктивных» граничных условий в напряжениях $\bar{\mathbf{p}}_l$, соответствующих совокупности приложенных граничных условий в напряжениях $\bar{\mathbf{p}}_i^{(S)}$, $\delta_{lm}^{(\sigma)}$ и перемещениях $\bar{\mathbf{u}}_i^{(S)}$, $\delta_{lm}^{(u)}$. Система уравнений для взаимодействия n строится аналогично системе (9).

После расчета $\bar{\mathbf{p}}_l$ напряженно-деформированное состояние в точке $M(x_1, x_2, x_3)$ тела l может быть определено из следующих соотношений для поверхностных и объемных сил

$$u_i^l = L_i^{(S,u)}(\bar{\mathbf{p}}_l) + L_i^{(V,u)}(\mathbf{q}_l), \quad \sigma_{ij}^l = L_{ij}^{(S,\sigma)}(\bar{\mathbf{p}}_l) + L_{ij}^{(V,\sigma)}(\mathbf{q}_l). \quad (11)$$

$$\text{где } L_{ij}^{(S,\sigma)}(\bar{p}_\varphi) = \int_{S(\xi)} \bar{p}_\varphi(\xi) G_{ij}^{(\varphi,\sigma)}(\xi, \mathbf{x}) dS(\xi), \quad L_{ij}^{(V,\sigma)}(q_\varphi) = \int_{V(\xi)} q_\varphi(\xi) G_{ij}^{(\varphi,\sigma)}(\xi, \mathbf{x}) dV(\xi).$$

В модели взаимодействия тел (1)–(11), в отличие от моделей зонально-однородных тел, дополнительно рассматриваются касательные поверхностные усилия p_τ для областей проскальзывания и сцепления. Это позволяет учитывать вклад силы трения в формирование механического состояния взаимодействующих тел.

Записана система уравнений для взаимодействия n тел при действии поверхностных усилий с учетом (9):

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{D}_{13} \\ \mathbf{C}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{D}_{2n} \\ \mathbf{D}_{3n} \\ \mathbf{C}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{A}_{12} & -\mathbf{A}_{21} & 0 & & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2 & 0 & & 0 \\ \mathbf{A}_{13} & 0 & -\mathbf{A}_{31} & & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_3 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \mathbf{A}_{2n} & 0 & & -\mathbf{A}_{n2} \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_{3n} & & -\mathbf{A}_{n3} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{A}_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{p}}_1 \\ \bar{\mathbf{p}}_2 \\ \bar{\mathbf{p}}_3 \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{p}}_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{B}_{12} & -\mathbf{B}_{21} & 0 & & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_2 & 0 & & 0 \\ \mathbf{B}_{13} & 0 & -\mathbf{B}_{31} & & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{B}_3 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \mathbf{B}_{2n} & 0 & & -\mathbf{B}_{n2} \\ 0 & 0 & \mathbf{B}_{3n} & & -\mathbf{B}_{n3} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{B}_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \\ \mathbf{q}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{q}_n \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где \mathbf{A}_{lm} , \mathbf{B}_{lm} и \mathbf{D}_l , \mathbf{C}_l , \mathbf{A}_l , \mathbf{B}_l – краткие обозначения элементов и групп элементов.

Разрешающая система (12) описывает взаимодействия по крайней мере тел 1 с 2,

1 с 3, 2 и 3 с л.

Рассмотрено построение системы разрешающих уравнений с учетом волновых эффектов на основе, например, фундаментальных решений задачи Кельвина в динамической постановке.

В этом случае операторы, аналогичные (10) и (11), примут вид

$$\begin{aligned}
 L_i^{(\Omega,t,u)}(\overline{\omega}_\varphi) &= \int_0^t \int_{\Omega(\xi)} \overline{\omega}_\varphi(\xi, \tau) G_i^{(\varphi,u)}(\xi, \mathbf{x}, t, \tau) d\Omega(\xi) d\tau, \\
 L_{ij}^{(\Omega,t,\sigma)}(\overline{\omega}_\varphi) &= \int_0^t \int_{\Omega(\xi)} \overline{\omega}_\varphi(\xi) G_{ij}^{(\varphi,\sigma)}(\xi, \mathbf{x}, t, \tau) d\Omega(\xi) d\tau, \\
 L_i^{(\Omega,t,p)}(\overline{\omega}_\varphi) &= \int_0^t \int_{\Omega(\xi)} \sum_{j=1}^3 \alpha_j^\varphi(\xi, \mathbf{x}, \tau) \overline{\omega}_\varphi(\xi) G_{ij}^{(\varphi,\sigma)}(\xi, \mathbf{x}, t, \tau) d\Omega(\xi) d\tau,
 \end{aligned} \tag{13}$$

где $\Omega = S, V$, $\overline{\omega} = \overline{p}, q$.

С учетом операторов (13) система (9) будет следующей

$$\begin{Bmatrix} \overline{\mathbf{p}}_l^{(S)}(t) \\ \overline{\mathbf{u}}_l^{(S)}(t) \\ \delta_{lm}^{(p)}(t) \\ \delta_{lm}^{(u)}(t) \\ \overline{\mathbf{p}}_m^{(S)}(t) \\ \overline{\mathbf{u}}_m^{(S)}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{L}}_p^{(S,t)} & 0 \\ \overline{\mathbf{L}}_u^{(S,t)} & 0 \\ \overline{\mathbf{L}}_p^{(S,t)} & -\overline{\mathbf{L}}_p^{(S,t)} \\ \overline{\mathbf{L}}_u^{(S,t)} & -\overline{\mathbf{L}}_u^{(S,t)} \\ 0 & \overline{\mathbf{L}}_p^{(S,t)} \\ 0 & \overline{\mathbf{L}}_u^{(S,t)} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \overline{\mathbf{p}}_l(t) \\ \overline{\mathbf{p}}_m(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{L}}_p^{(V,t)} & 0 \\ \overline{\mathbf{L}}_u^{(V,t)} & 0 \\ \overline{\mathbf{L}}_p^{(V,t)} & -\overline{\mathbf{L}}_p^{(V,t)} \\ \overline{\mathbf{L}}_u^{(V,t)} & -\overline{\mathbf{L}}_u^{(V,t)} \\ 0 & \overline{\mathbf{L}}_p^{(V,t)} \\ 0 & \overline{\mathbf{L}}_u^{(V,t)} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_l(t) \\ \mathbf{q}_m(t) \end{Bmatrix}, \tag{14}$$

где $\mathbf{L}_j^{(S,t)} = \{L_1^{(S,t,j)}, L_2^{(S,t,j)}, L_3^{(S,t,j)}\}$, $\mathbf{L}_j^{(V,t)} = \{L_1^{(V,t,j)}, L_2^{(V,t,j)}, L_3^{(V,t,j)}\}$, $j=u,p,\sigma$.

Система разрешающих уравнений в динамической постановке формулируется с помощью уравнений (14) аналогично системе (12).

Представлен пример реализации системы (9) для двух тел применительно к исследованию обратного эффекта в трибофатике (влияние неконтактной нагрузки на изменение контактного давления). В качестве объекта исследования принята силовая тема ролик/вал, на которую действуют контактная F_N и неконтактная F_b силы (рисунок 1, б). Данная модель используется, в частности, при износоусталостных испытаниях на контактно-механическую усталость.

Из рисунка 1, б, видно, что поверхности контактирующих тел ограничены поверхностями второго порядка, поэтому для определения контактного давления можно было бы ограничиться теорией Герца. Однако поскольку при решении системы (9) возможны случаи контакта тел с поверхностями произвольной формы, предпочтительнее пользоваться при расчете контактного давления более общими методами численного моделирования. В расчете использовался метод обращения матрицы.

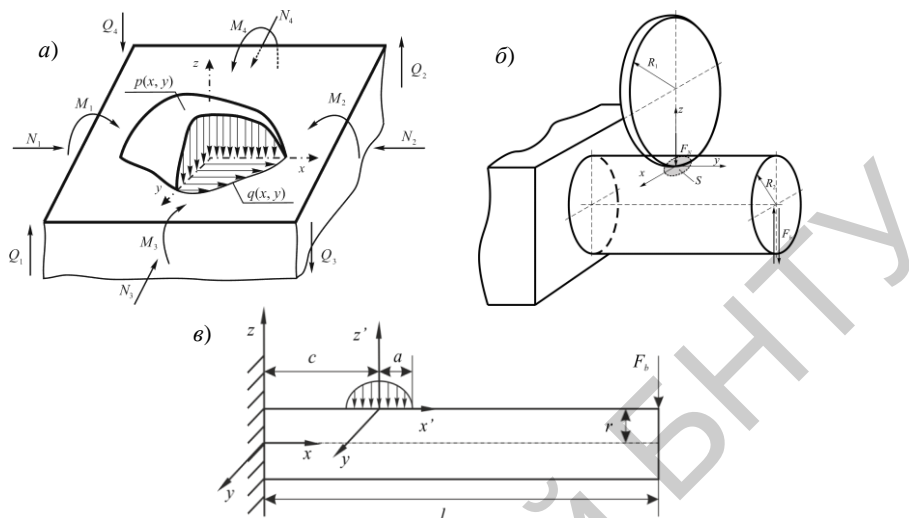


Рисунок 1 – Схемы: а – нагружения силовой системы, б – износоусталостных испытаний, в – вала

Упругие перемещения соответствующих точек двух поверхностей удовлетворяют соотношению

$$\bar{u}_{z_1} + \bar{u}_{z_1} + [z_1(x, y) - z_2(x, y)] - \delta = \bar{u}_{z_1} + \bar{u}_{z_1} + h(x, y) - \delta \begin{cases} = 0, (x, y) \in S, \\ > 0, (x, y) \notin S, \end{cases} \quad (15)$$

где δ – сближение контактирующих тел, $z_1(x, y)$ и $z_2(x, y)$ – уравнения поверхностей тел, S – область контакта.

Численное моделирование контактного взаимодействия двух тел проводилось при следующих параметрах: $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$, $E_1 = E_2 = 2,01 \cdot 10^{11}$ Па, $R_{11} = 0,005$ м, $R_{12} = 0,05$ м, $R_{21} = 0,01$ м, $R_{22} = -0,01$ м (см. рисунок 1, б).

Статическая контактная нагрузка задавалась сближением $\delta = 2,723 \cdot 10^{-5}$ м, соответствующим по теории Герца значению $F_N = 2000$ Н. Соотношение полуосей эллипса контакта $a/b = 0,89$. Размеры расчетной области: $-1,5a \leq x, y \leq 1,5a$, где $a = 5,296 \cdot 10^{-4}$ м. Область разбивалась на 21×21 квадратных элементов.

Полученное в результате итерационного решения распределение контактного давления сравнивалось с аналитическим решением для распределения эллиптического вида.

В соответствии с формулами

$$\varepsilon_i = \frac{p_i^H - p_i}{p_0^H}, \varepsilon_{\max} = \max_i |\varepsilon_i|, \varepsilon_{\text{avg}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\varepsilon_i| \quad (16)$$

погрешности составили $\varepsilon_{\max} = 5,9 \cdot 10^{-2}$ и $\varepsilon_{\text{avg}} = 4 \cdot 10^{-3}$.

Вертикальные перемещения области контакта при неконтактном растяжении–

сжатии или изгибе силой F_b , составляют соответственно

$$\bar{u}_z^{(b1)} = -\frac{V_2}{E_2} \sigma_{xx}^{(b1)} R_2 \quad \text{и} \quad \bar{u}_z^{(b2)} = -\frac{V_2}{2E_2} \sigma_{xx}^{(b2)} R_2. \quad (17)$$

Из рисунка 2, а, следует, что контактная сила F_N , отнесенная к $F_N^{(c)} = 2000$ Н, в зависимости от неконтактных напряжений в центре области контакта σ_a , отнесенных к $\sigma_a^{(\max)} = 6,4 \cdot 10^8$ Па, изменяется примерно от +60 % до –50 % при растяжении–сжатии и примерно от +27 % до –25 % при изгибе.

Из рисунка 2, б, видно, что при испытаниях на контактно-механическую усталость изменение коэффициента сопротивления качению несколько больше в зоне сжатия, чем в зоне растяжения. Это в качественном отношении соответствует результатам приведенных расчетов (см. рисунок 2).

В третьей главе рассматриваются прикладные механико-математические модели напряженно-деформированного состояния системы силовых систем, вызванного действием как распределенных нормальных $p_n(x,y)$ и касательных $p_t(x,y)$ контактных усилий, так и неконтактных M_i, N_i, Q_i нагрузок.

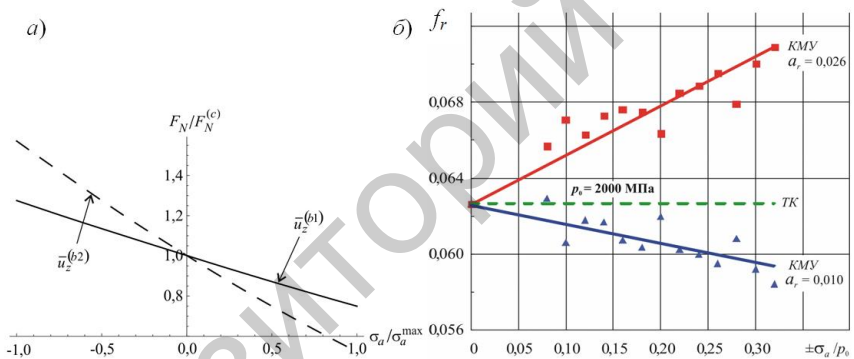


Рисунок 2 – Расчетная зависимость контактной нагрузки от уровня неконтактных напряжений (а) и экспериментальная зависимость между коэффициентом трения качения и неконтактными напряжениями в области контакта (б) для системы ролик/вал

При исследовании силовых систем (рисунок 1, а) принимались следующие основные положения.

1. По крайней мере одна из нагрузок, приложенных к системе, вызывает в последней как локальные контактные деформации, так и объемное деформирование хотя бы одного из элементов системы.
2. Напряжения, обусловленные контактной и неконтактной нагрузками, в системе действуют одновременно и в единой области.
3. Форма и площадь контакта в силовой системе дополнительно определяются изменением кривизны поверхности того из ее элементов, который подвергается

объемному деформированию.

4. Сила и коэффициент трения в силовой системе зависят от дополнительных граничных условий в области контакта, налагаемых действием неконтактной нагрузки.

Таким образом, применительно к силовой системе совместно решались две граничные задачи:

контактная для взаимодействия элементов системы

$$\sigma_{nn}^{(c)}|_S = p(F_c, S), \quad \sigma_{n\tau}^{(c)}|_S = fp(F_c, S), \quad \sigma_{ij}^{(c)}|_{\rho \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (18)$$

и задача теории упругости

$$Q|_{S_Q} = Q(F_b), \quad N|_{S_N} = N(F_b), \quad M|_{S_M} = M(F_b), \quad u_i|_{S_u} = u_b, \quad (19)$$

где $S(x, y)$ – площадка контакта, F_c и F_b – контактная и изгибающая силы, f – коэффициент трения, ρ – расстояние от центра контакта, $\sigma_{ij}^{(c)}$ – напряженное состояние при контакте, $n \perp S$, $\tau \parallel S$, Q , N , M – внутренние поперечное и продольное усилие, а также внутренний момент, u – перемещения, S_Q , S_N , S_M , S_u – множества точек твердого тела, к которым приложены внешние нагрузки, соответствующие внутренним усилиям, перемещениям и температуре.

Пусть $G_{ij}^{(n,\sigma)}$, $G_i^{(n,u)}$ и $G_{ij}^{(\tau,\sigma)}$, $G_i^{(\tau,u)}$ – функции влияния из решений Буссинеска и Черрути.

Тогда на основе (11) суперпозиция напряженных состояний дает

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} = & \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)} = \iint_{S(\xi,\eta)} p_n(\xi,\eta) G_{ij}^{(n,\sigma)}(x-\xi, y-\eta, z) d\xi d\eta + \\ & + \iint_{S(\xi,\eta)} p_\tau(\xi,\eta) G_{ij}^{(\tau,\sigma)}(x-\xi, y-\eta, z) d\xi d\eta + \sigma_{ij}^{(M)}(x, y, z) + \sigma_{ij}^{(N)}(x, y, z) + \sigma_{ij}^{(Q)}(x, y, z), \end{aligned} \quad (20)$$

где индексы M , N и Q соответствуют внутренним моменту, продольному и поперечному усилиям.

Напряженное состояние описывается в (20) суперпозицией напряжений, обусловленных как контактной, так и неконтактными нагрузками. Поэтому с точки зрения трибофатик анализ (20) возможен с двух позиций. С одной стороны, можно исследовать, как поле напряжений, обусловленных объемным деформированием, возмущается в локальной области, в которой одновременно возбуждается поле контактных напряжений. Такой анализ полезен, когда в силовой системе реализуется прямой эффект. С другой стороны, можно изучать изменение локального поля контактных напряжений, когда на него накладывается поле напряжений, обусловленных объемным деформированием. Такой анализ полезен, когда в силовой системе реализуется обратный эффект.

При реализации модели (20) с помощью, например, метода граничных элементов на основе известных фундаментальных решений точка приложения сосредоточенной силы имеет особенность: в ее окрестности перемещения и напряжения стремятся к бесконечности.

Одним из эффективных методов решения данной задачи является получение непрерывных в полупространстве аналитических решений без особенностей у его поверхности для простейших (равномерных, полиномиальных) распределений

поверхностных нагрузок. Суперпозиция подобных решений позволяет получить решения для произвольных распределений поверхностных усилий.

Рассмотрен случай равномерно распределенных нормальных $p_n(x,y)$ и касательных $p_\tau(x,y)$ усилий по прямоугольной области $S = \{x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2\}$. Тогда общие выражения, определяющие напряжения и перемещения во всем полупространстве, примут вид

$$\sigma_{ij}^{(l)} = p_l \int_{x_1}^{x_2} ds_x \int_{y_1}^{y_2} G_{ij}^{(l,\sigma)}(x-s_x, y-s_y, z) ds_y, u_i^{(l)} = p_l \int_{x_1}^{x_2} ds_x \int_{y_1}^{y_2} G_i^{(l,u)}(x-s_x, y-s_y, z) ds_y, \quad (21)$$

где $l = n, \tau$.

Расчет интегралов в соответствии с (21) может быть упрощен с помощью замены переменных $e_x = x - s_x$, $e_y = y - s_y$.

Применение решений (21) для моделирования произвольного распределения поверхностных усилий может быть представлено суперпозицией решений для всех граничных элементов:

$$u_i^{(l)} = \sum_{k=1}^N p_i^k G_i^{(l,u)}(x_1^k, x_2^k, y_1^k, y_2^k), \sigma_{ij}^{(l)} = \sum_{k=1}^N p_i^k G_{ij}^{(l,\sigma)}(x_1^k, x_2^k, y_1^k, y_2^k), \quad (22)$$

где $G_i^{(l,u)}$ и $G_{ij}^{(l,\sigma)}$ – функции влияния из решений (21); N – количество граничных элементов.

Рассмотрено применение формул (22) для моделирования эллиптического распределения вида

$$p_n(x, y) = p_n^0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}, \quad (23)$$

где a и b большая и меньшая полуоси эллипса, p_n^0 – максимальное значение эллиптически распределенных нормальных поверхностных усилий.

Сравнение напряжений $\sigma_{zz}^{(n,h)}$, рассчитанных вдоль оси z , с помощью квадратных граничных элементов со стороной $h = 0,05a$ с известным для этой оси аналитическим решением $\sigma_{zz}^{(n,A)}$ по формуле

$$\varepsilon_{zz}^{(n,h)} = (\sigma_{zz}^{(n,A)} - \sigma_{zz}^{(n,h)}) / \sigma_{zz}^{(n,A)}, \quad (24)$$

показало, что величина относительной погрешности $\varepsilon_{zz}^{(n,h)} < 0,005$.

Четвертая глава посвящена оценке повреждаемости силовой системы на основе статистической модели деформируемого твердого тела с опасным объемом, а также рассматривается построение обобщенного критерия предельного состояния силовой системы.

В соответствии с данной моделью состояние системы в некоторой точке может оцениваться как предельное при достижении (в том числе одновременном) некоторыми механическими параметрами своих предельных значений.

Опасные объемы представляет собой трехмерные области твердого тела, в которых напряжения достигают повреждающего уровня. По сути, опасные объемы

являются нелокальной, в сравнении с опасной точкой, характеристикой распределения физико-механических свойств, определяемой структурой материала.

Рассмотрен механический параметр φ , конкретизациями которого являются тензоры напряжений σ , деформаций ϵ , а также потенциальная энергия деформации U . В общем случае при действии на силовую систему предельной нагрузки F_{*lim} примем предельное значение механического параметра $\varphi^{(*lim)}$.

Переходя непосредственно к оценке повреждаемости, для анизотропного деформируемого твердого тела предельное значение механического параметра для каждой независимой компоненты тензора $\varphi_{ij}^{(\pm*lim)}$, $i, j = x, y, z$, каждого главной компоненты $\varphi_i^{(\pm*lim)}$, $i = 1, 2, 3$ и интенсивности $\varphi_{int}^{(*lim)}$ при действии на систему предельной нагрузки F_{*lim} (обуславливающей, в общем случае, трехмерное напряженно-деформированное состояние), определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \varphi_{ij}^{(\pm*lim)} &= \text{extr}_{dV} [\varphi_{ij}(F_{*lim}, dV)], \varphi_i^{(\pm*lim)} = \text{extr}_{dV} [\varphi_i(F_{*lim}, dV)], \\ \varphi_{int}^{(*lim)} &= \max_{dV} [\varphi_{int}(F_{*lim}, dV)], \end{aligned} \quad (26)$$

где dV – элементарный объем нагруженного тела, $\text{extr}(y) = \begin{cases} \max(y) & \text{при } y \geq 0, \\ \min(y) & \text{при } y < 0. \end{cases}$

В соответствии с (26) предельные значения напряжений или деформаций для анизотропного деформируемого твердого тела представляют собой экстремальные (максимальные для растягивающих и минимальные для сжимающих напряжений или деформаций) значения распределений параметра φ .

Аналогично для изотропного деформируемого твердого тела определяются предельные нормальные и касательные значения $\varphi_n^{(*lim)}$ и $\varphi_\tau^{(*lim)}$ тензора $\varphi_{ij}^{(\pm*lim)}$, а также предельные главные $\varphi_i^{(*lim)}$ напряжения (деформация), предельная интенсивность напряжений (деформаций) $\varphi_{int}^{(*lim)}$ и предельную потенциальную энергию деформирования $U^{(*lim)}$:

$$\begin{aligned} \varphi_n^{(*lim)} &= \max_{dV, i} (|\varphi_{ii}(F_{*lim}, dV)|), \quad i = x, y, z, \quad \varphi_q^{(*lim)} = \max_{dV} (|\varphi_q(F_{*lim}, dV)|), \\ \varphi_\tau^{(*lim)} &= \max_{dV, i, j} (|\varphi_{ij}(F_{*lim}, dV)|), \quad i, j = x, y, z, \quad i \neq j, \quad U^{(*lim)} = \max_{dV} (|U(F_{*lim}, dV)|), \end{aligned} \quad (27)$$

где $q = \{i, \text{int}\}$.

Если рассмотреть механический параметр φ в каждом элементарном объеме dV тела, то в общем случае для описания изменения величины действующих φ по сравнению с величиной предельных можно ввести тензоры (матрицы) относительных повреждающих механических параметров (компонентные, главные, октаэдрические, энергетические):

$$\Psi_q = \varphi_q / \varphi_q^{(*lim)}, \quad \Psi_U = U / U^{(*lim)}, \quad (28)$$

где $q = \{ij, i, \text{int}\}$, Ψ_{ij} , Ψ_i , Ψ_{int} , Ψ_U , вообще говоря, имеют вероятностную природу, поскольку в условиях прочности как действующие φ_{ij} , φ_i , φ_{int} , U , так и предельные

значения механического параметра $\Phi_k^{(*\text{lim})}$, $\Phi_i^{(*\text{lim})}$, $\Phi_{\text{int}}^{(*\text{lim})}$, $U^{(*\text{lim})}$ являются случайными величинами с соответствующими плотностями распределения.

В отличие от изученного одноосного напряженного состояния определение опасных объемов для трехосного напряженно-деформированного состояния является значительно более сложным. Критериальные условия для ограничения опасных объемов, и формула для расчета их величин в последнем случае имеют вид

$$V_q = \{dV / \Psi_q \geq 1, dV \subset V_k\}, V_q = \int_{\Psi_q \geq 1} dV, \quad (29)$$

где $q = \{ij, i, \text{int}, U\}$, V_k – рабочий объем деформируемого твердого тела.

Простейшие функции накопления повреждаемости во времени для единицы объема и полного объема будут соответственно иметь вид

$$d\Psi_q^{(t)} = \int_t \Psi_q(t) dt, \quad \Psi_q^{(V,t)} = \int_{\Psi_q \geq 1} \int \Psi_q(V,t) dt dV. \quad (30)$$

Для интегральной оценки повреждаемости могут быть использованы показатели средней по объему повреждаемости и ее изменения во времени

$$\Psi_q^{(V_{av})} = \frac{1}{V_q} \int_{\Psi_q \geq 1} \Psi_q(V) dV, \quad \Psi_q^{(V_{av},t)} = \frac{1}{V_{ij}} \int_{\Psi_q \geq 1} \int \Psi_q(V,t) dt dV. \quad (31)$$

Функции (29)–(31) позволяют анализировать повреждаемости систем в различных пространственных областях во времени.

Обобщенный критерий предельного состояния силовой системы на основе ее объединенного напряженного состояния формулируется следующим образом:

$$u_{\Sigma}^{\text{eff}}(\sigma^{(V,W)}, \varepsilon^{(V,W)}, T_{\Sigma}, Ch, \Lambda(V), m_k) = u_0, \quad (32)$$

где принимается, что величина эффективной энергии u_{Σ}^{eff} определяется тензорами напряжений σ_{ij} и деформаций ε_{ij} , а также температурой от всех источников тепла T_{Σ} , а u_0 следует трактовать как начальную энергию активации процесса разрушения.

Было показано, что величина u_0 примерно совпадает с теплотой сублимации для металлов и кристаллов с ионными связями, а также с энергией активации термодеструкции для полимеров. Тензоры напряжений и деформаций с индексом V обусловлены действием объемных нагрузок (общие случаи трехмерного изгиба, кручения, растяжения–сжатия), а с индексом W – контактным взаимодействием элементов системы.

Для определения эффективной энергии рассмотрена работа внутренних сил в элементарном объеме dV силовой системы. Будем исходить из того положения, что в общем случае определяющую роль в формировании износоусталостного повреждения играют и нормальные и касательные напряжения, которые обуславливают соответственно процессы сдвига (вследствие трения) и отрыва (вследствие циклического растяжения–сжатия). В связи с этим тензор σ целесообразно разделить на две части: σ_{τ} – тензор фрикционно-сдвиговых напряжений, или тензор сдвига, и σ_n – тензор нормальных напряжений (растяжения–сжатия), или тензор отрыва.

Из общей энергии деформирования выделяется ее эффективная часть. Для этого вводятся коэффициенты $A_n(V)$, $A_\tau(V)$ и $A_T(V)$ соответствующей размерности, которые определяют долю поглощенной (затраченной на производство поврежденной) энергии:

$$du_\Sigma^{eff} = \Lambda_{M/T}(V) \left\{ \Lambda_{\tau/n}(V) \left[A_n(V) \sigma_n \cdot d\varepsilon_{ij} + A_\tau(V) \sigma_\tau \cdot d\varepsilon_{ij} \right] + A_T(V) k dT_\Sigma \right\}, \quad (33)$$

где $\Lambda_{\tau/n}(V)$, $\Lambda_{M/T}(V)$ – функции взаимодействия между энергиями различной природы (механической сдвига или отрыва, тепловой).

То, что коэффициенты A могут быть, вообще говоря, различными для различных точек объема V , позволяет учитывать неоднородность среды.

Критерий (32) с учетом (33) примет вид

$$\Lambda_{M/T}(V) \left\{ \Lambda_{\tau/\sigma}(V) \left[du_n^{eff} + du_\tau^{eff} \right] + du_T^{eff} \right\} = u_0. \quad (34)$$

В случае линейной зависимости между напряжениями и деформациями выражения (33) и (34) будут соответственно

$$u_\Sigma^{eff} = \left\{ \left[u_n^{eff}(\sigma_n^{(V,W)}, \varepsilon_n^{(V,W)}) + u_\tau^{eff}(\sigma_\tau^{(V,W)}, \varepsilon_\tau^{(V,W)}) \right] \Lambda_{n/\tau} + u_T^{eff} \right\} \Lambda_{T/M} = u_0. \quad (35)$$

Таким образом, критерий (32) можно представить следующим образом:

$$u_\Sigma^{eff} = \left\{ \left[u_n^{eff}(\sigma_n^{(V,W)}, \varepsilon_n^{(V,W)}) + u_\tau^{eff}(\sigma_\tau^{(V,W)}, \varepsilon_\tau^{(V,W)}) \right] \Lambda_{n/\tau} + u_T^{eff} \right\} \Lambda_{T/M} = u_0, \quad (36)$$

или в терминах повреждений:

$$\Psi_u^{eff} = u_\Sigma^{eff} / u_0 = 1. \quad (37)$$

Могут быть введены следующие энергетические характеристики повреждаемости: интегральная энергетическая повреждаемость (в пределах опасного объема) и средняя энергетическая повреждаемость (в каждой точке опасного объема)

$$\Psi_u^{(eff)} = \int_{\Psi_u^{eff}(dV) \geq 1} \Psi_u^{eff} dV, \quad \Psi_u^{(eff, V_{av})} = \frac{1}{V_u} \int_{\Psi_u^{eff}(dV) \geq 1} \Psi_u^{eff} dV. \quad (38)$$

Накопление во времени энергетической повреждаемости (в пределах опасного объема) описывается уравнениями:

$$\Psi_u^{(eff, t)} = \int_{\Psi_u^{eff}(dV) \geq 1} \int \Psi_u^{eff} dt dV, \quad \Psi_u^{(eff, V_{av}, t)} = \frac{1}{V_U} \int_{\Psi_u^{eff}(dV) \geq 1} \int \Psi_u^{eff} dt dV \quad (39)$$

С помощью формул (38), (39) могут быть описаны и проанализированы повреждаемость силовой системы с наиболее общей – энергетической точки зрения.

Подтверждение практической работоспособности энергетического критерия предельных состояний силовых систем получено на примере анализа изотермической механической усталости в соответствии с уравнением (36). Из него нетрудно получить (при $\sigma = \sigma_{-1T}$) уравнение для оценки сопротивления термомеханической усталости. Проверка для частных случаев материалов разных классов проведена по результатам соответствующих экспериментальных исследований многих авторов (более 300 результатов испытаний). Она показала, что для температурной зависимости пределов прочности при растяжении коэффициент корреляции очень высок – не менее $r = 0,722$, но в большинстве случаев он

превышает $r = 0,9$.

В пятой главе рассмотрено напряженно-деформированное состояние и повреждаемость в условиях эллиптического контакта с трением и характерной силовой системы ролик-вал. В расчетах использовались механико-математические модели, описанные в главах 1-3.

Рассмотрено сравнение одного из решений традиционной контактной задачи для пары ролик-ролик при эллиптическом распределении контактного давления и аналогичное решение (20) для силовой системы ролик-вал, в которой вал дополнительно изгибается неконтактной силой. Изгибающая нагрузка приложена таким образом, что в окрестности контакта формируется область растягивающих напряжений.

При исследовании напряженного состояния расчет проводился в области $z \in [0; 1,5a]$, $x \in [-1,5a; 1,5a]$, $y \in [-1,5a; 1,5a]$ для $20 \times 39 \times 39$ точек при неконтактной нагрузке $F_b = 1,2 p_0 \frac{4(1+\nu)J}{12r^2}$ (где p_0 – максимальное контактное давление, r – радиус вала, J – момент инерции вала), длине вала $12r$. Приняты следующие значения для свойств материалов и геометрических характеристик $E_1 = E_2 = 2,01 \cdot 10^{11}$ Па, $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$, R_{II} , коэффициент трения $f = 0,2$, соотношение полуосей эллипса контакта $b/a = 0,5$. Некоторые результаты расчетов приведены на рисунке 3.

На основе рисунка 3 можно сделать следующие выводы. Влияние неконтактных напряжений на изменение напряженного состояния в области контакта состоит в том, что

а) распределение σ_{xx} смещается в плоскости $y = 0$ неравномерно, а именно соответственно величине действующих изгибных напряжений, которые линейно изменяются по координате z ;

б) поле сжимающих напряжений трансформируется в поле растягивающих напряжений ($\sigma_{xx}^{(n+|a+b)}$).

Анализ напряженного состояния в плоскости $z = -0,5a$ приводит к аналогичным выводам относительно влияния неконтактных напряжений на изменение напряженного состояния в области контакта:

а) распределение σ_{xx} смещается неравномерно на величину действующих в данной плоскости изгибающих напряжений;

б) поле сжимающих напряжений частично трансформируется в поле растягивающих напряжений.

На рисунке 4 представлены опасные объемы V_{int} и их параметр повреждаемости Ψ_{int} для разных нагрузок. Расчетные данные были приняты такими же, как и для построения рисунка 3 (за исключением величины F_b , которая в данном случае принималась равной $0,54 p_0 \frac{(1+\nu)J}{12r^2}$).

Из рисунка 4 видно, что по сравнению с контактным взаимодействием без трения действие касательных усилий увеличивает опасный объем V_{int} примерно на 3 %, а повреждаемость Ψ_{int} примерно 5 %. Если вал дополнительно изгибается неконтактной нагрузкой, то в зоне растяжения V_{int} дополнительно увеличивается примерно на 20 %, а повреждаемость Ψ_{int} примерно 22 %, а в зоне сжатия на 8 % и

3 % соответственно.

В шестой главе рассмотрено явление троппи, которое представляет собой образование нерегулярных волнообразных остаточных повреждений в результате нестационарного процесса циклического деформирования в зоне контактного взаимодействия при трении качения.

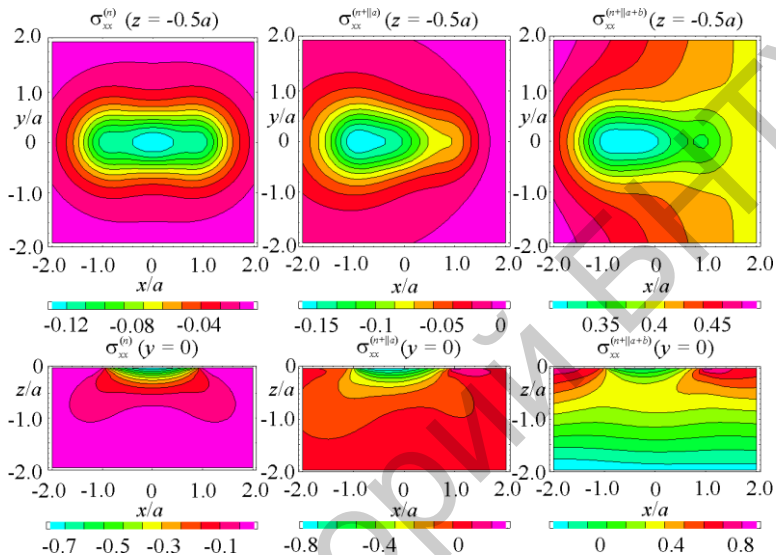


Рисунок 3 – Сравнение полей напряжений σ_{xx} , отнесенных к p_0 , для силовой системы ролик-вал

Силовые системы типа ролик/вал, подвергаемые лабораторным испытаниям на контактно-механическую усталость, в известной мере воспроизводят условия эксплуатации системы колесо/рельс: в рабочей зоне одновременно возникают как циклические напряжения при объемном деформировании (например, изгиб нагрузкой F_b), так и поле контактных напряжений при действии контактной нагрузки. При таких условиях испытания был обнаружен особый тип предельного состояния: образование на дорожке качения остаточных волнообразных повреждений. Характерные волнообразные нерегулярные повреждения системы ролик-вал и рельсов показаны на рисунке 5.

Применительно к построению модели троппи обратимся к квазистатическому нагружению силовых систем.

С теоретической точки зрения такое повреждение можно представить как результат потери устойчивости движения ролика по валу (рисунок 6), характеризующейся самовозбуждением колебаний в системе при упругопластическом деформировании тел в области контакта.

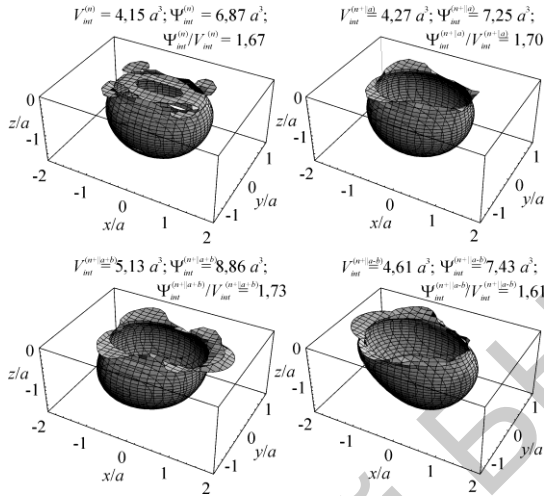


Рисунок 4 – Опасные объемы $V_{int}^{(n)}$, $V_{int}^{(n+\tau+b)}$ при $\sigma_{int}^{*lim} = 0,186 p_0$, $f = 0,2$, $b/a = 0,5$

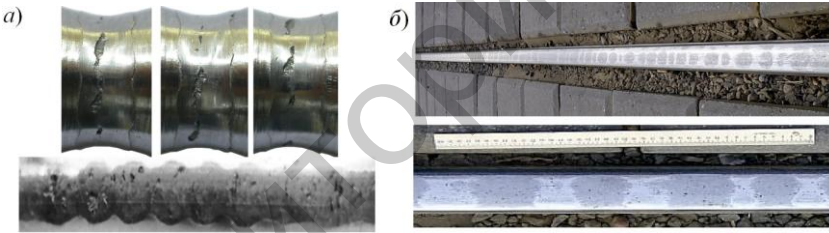


Рисунок 5 – Характер повреждений системы ролик–вал после испытаний на контактно-механическую усталость (а) и железнодорожных рельсов при эксплуатации (б)

В соответствии с постановкой задачи записаны общие дифференциальные уравнения движения ролика по валу, которые учитывают возможность колебаний ролика в трех плоскостях; особенности геометрии взаимодействующих элементов в области контакта; неоднородность поверхностных свойств материала в локальных зонах вдоль дорожки катания; возмущающее действие внешних (контактной и неконтактной) нагрузок

$$\begin{aligned}
 I_y \ddot{\psi} + I_{yz} \ddot{\theta} + i\omega \dot{\theta} &= -k_{\psi} \psi + M_{\psi}^p + M_{\psi}^{\sigma}, \\
 I_{yz} \ddot{\psi} + I_z \ddot{\theta} - i\omega \dot{\psi} &= -k_{\theta} \theta + M_{\theta}^p + M_{\theta}^{\sigma}, \\
 \ddot{z} + \kappa^2 z &= \kappa^2 Z(t),
 \end{aligned}
 \tag{40}$$

где I_y, I_z, I_{yz} – моменты инерции диска, ψ и θ – углы поворота ролика, k_ψ, k_θ – коэффициенты пропорциональности, M_ψ^p, M_ψ^σ – моменты сил, вызванных контактными и неконтактными нагрузками и передаваемых на диск через площадку контакта диска и цилиндра, $i\omega\theta$; $i\omega\psi$ – гироскопические моменты относительно осей y и z .

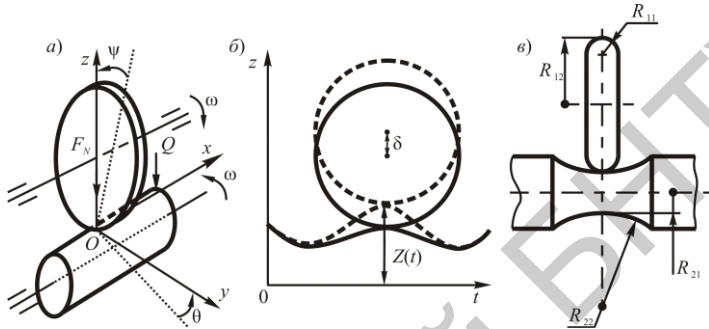


Рисунок 6 – Расчетные схемы (а), (б) и обозначение радиусов кривизны (е)

В предположении об эллиптическом характере контактного взаимодействия, имея выражения для полуосей эллипса a, b , наибольшего давления p_0 в центре площадки контакта, сближения осей δ , параметры площадки контакта рассматривались как функции времени:

$$a = a(e(t)), \quad b = b(e(t)), \quad \delta = \delta(e(t)), \quad p_0 = p_0(e(t)) \quad (41)$$

где эксцентриситет площадки контакта

$$e(\Omega) = e(\Omega(R_{11}(t), R_{12}(t), R_{21}(t), R_{22}(t), \theta(t))).$$

Правая часть дифференциальных уравнений движения с учетом аналитической зависимости эксцентриситета e эллипса контакта от радиусов кривизны тел в точке контакта примет вид

$$\begin{aligned} M_\psi^p &= M_\psi^p(F_c, \psi(t)), M_\psi^\sigma = M_\psi^\sigma(F_b(t), a(t), b(t), \delta(t), \psi(t)), \\ M_\theta^\sigma &= M_\theta^\sigma(F_b(t), a(t), b(t), \delta(t), \theta(t)), M_\theta^{fp} = M_\theta^{fp}(F_c, f_r, \psi(t)). \end{aligned} \quad (42)$$

Напряженное состояние в любой точке силовой системы в общем случае динамического нагружения, например при виброударных нагрузках, в условиях упругого деформирования представляется суперпозицией нестационарного напряженного состояния $\sigma_{ij}(t)$ в каждый момент времени t :

$$\sigma_{ij}(t) = \sigma_{ij}^{(n)}(t) + \sigma_{ij}^{(\tau)}(t) + \sigma_{ij}^{(b)}(t), \quad (43)$$

где верхние индексы n, τ и b соответствуют действию нормальной, касательной контактных и неконтактной нагрузок, а $\sigma_{ij}^{(k)}(t)$ ($k = n, \tau, b$) – квазистатические тензоры напряжений.

Механико-математическая модель, которая удовлетворительно описывает явление троппи на этапе квазистационарного нагружения до начала виброударного процесса (40), (43), позволяет выполнить анализ кинематики контактного взаимодействия на основе рассчитанного изменения параметров контакта во времени.

Например, если изменение R_{11} , R_{21} и F_N во времени происходит в соответствии с рисунком 7, а, то изменение параметров контакта в соответствии с формулами (41) будет таким, как показано на рисунке 7, б. Здесь X_{ab} , Y_{ab} – величины полуосей эллипса контакта на осях x и y соответственно.

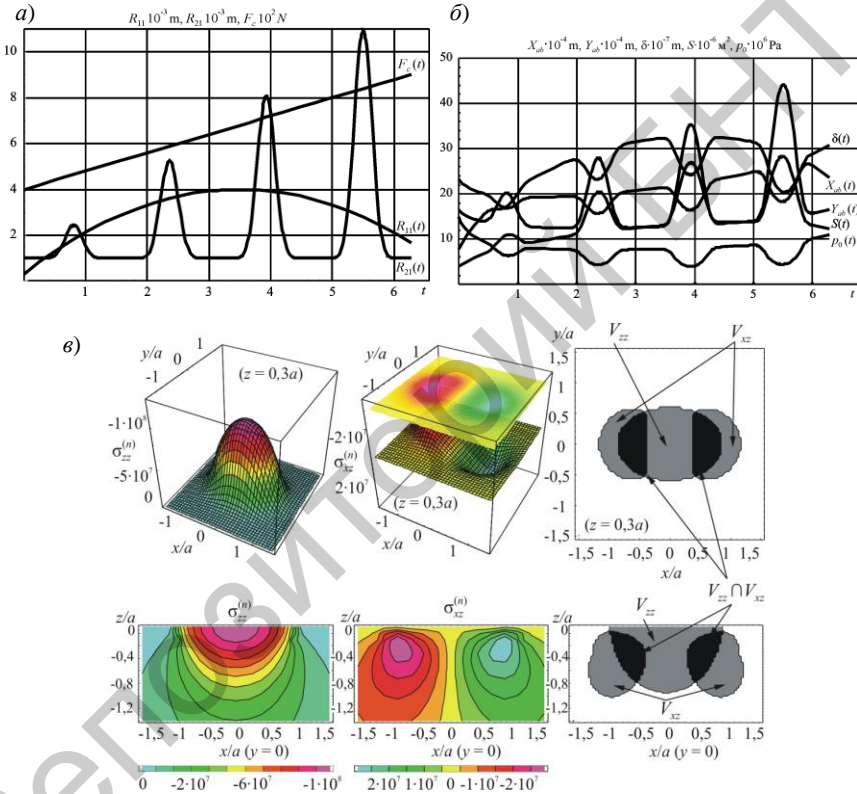


Рисунок 7 – Закон изменения R_{11} , R_{21} и F_N (а) и X_{ab} , Y_{ab} , S , p_0 , δ (б) во времени, а также распределение напряжений $\sigma_{zz}^{(n)}$ (Па), $\sigma_{xz}^{(n)}$ (Па) и соответствующие опасные объемы в момент времени $t = 6$ (в)

Зависимости на рисунке 7, а, выбраны таким образом, чтобы можно было изучить влияние $R_{ij}(t)$ $i, j = 1, 2$ и $F_N(t)$ на изменение всех контактных параметров на рисунке 7, б.

Распределения напряжений $\sigma_{zz}^{(n)}$ и $\sigma_{xz}^{(n)}$, отнесенных к p_0 в некоторый момент времени в плоскостях $z = 0,3a$ (левая верхняя пара) $y = 0$ (правая нижняя пара), где a – величина большей полуоси эллипса контакта, показаны на рисунке 7, в. Данная группа из шести графиков позволяет провести анализ напряженного состояния и состояния повреждаемости в рассматриваемый момент времени.

Динамика контактного взаимодействия, описанная теоретически качественно, подтверждается экспериментальными результатами. Т. е. изменение параметров контакта во времени определяет динамику образования волнообразных повреждений при контактно-механической усталости. Отметим, что в теоретическом решении отсутствует функция пластичности. Тем не менее анализ упругопластического поведения проведен неявно посредством учета неупругого изменения геометрических характеристик области контакта. Данное изменение также учитывается в используемой модели деформируемого упругого твердого тела с опасным объемом.

В результате исследований была разработана общая методика расчета силовой системы, работающей в условиях троппи. Показано, что нестационарный процесс деформирования в анализируемых условиях сопровождается колебаниями размеров площадки контакта, давления и пространственного напряженного состояния в окрестности контактного взаимодействия в соответствии с (43).

Результаты систематического экспериментального исследования явления подтверждают адекватность теоретического исследования.

В **седьмой главе** рассмотрено напряженно-деформированное состояние и состояние повреждаемости практически значимой системы «прижим–нож–основание» режущего барабана сельскохозяйственного комбайна. Она представляет собой типичную силовую систему, нагруженную режущей изгибающей нож силой, а также контактными силами, обусловленными сжимающим болтовым соединением. Одним из направлений работ по усовершенствованию данной системы, проводимых на ПО «Гомсельмаш», является замещение импортных стальных ножей на изготовленные из чугуна марки ВЧГГ. Данный высокопрочный чугун отечественной разработки имеет высокие прочностные (до 1500 МПа) и пластические (относительное удлинение до 4 %) характеристики. Применение нового материала для изготовления ножей обусловило актуальность задачи оценки напряженно-деформированного состояния системы «прижим–нож–основание» с учетом силы резания и контактного взаимодействия между элементами системы.

Геометрические характеристики и схема нагружения системы «прижим–нож–основание» представлены на рисунке 8, а. Жестко закреплено основание, а также правый торец ножа для моделирования отсутствия горизонтальных перемещений ножа вследствие болтового соединения. Расчет напряженно-деформированного состояния и состояния повреждаемости системы в двумерной постановке для равномерно распределенной режущей нагрузки, моделирующей резание толстого слоя зеленой массы, проведены на основе метода граничных элементов.

Для расчета напряженно-деформированного состояния системы «прижим–нож–основание» воспользуемся системой разрешающих уравнений для многокомпонентной силовой системы (12). К элементам системы 1–3 приложены граничные условия первого и второго типа:

$$u_i^3|_{S_u} = 0, \quad \sigma_{ij}^k a_j^k|_{S_\sigma} = \bar{p}_{i2}^k. \quad (44)$$

Отметим, что на свободных поверхностях нормальные и касательные к ним усилия $\bar{p}_n^k, \bar{p}_\tau^k$ равны нулю.

Взаимодействие n деформируемых тел описывалось на основе (8) с помощью контактных граничных условий, определяемых следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \bar{p}_n^l|_{S_\sigma^{(lm)}} + \bar{p}_n^m|_{S_\sigma^{(lm)}} &= \bar{p}_n^{lm} - \bar{p}_n^{lm} = 0, \\ \bar{p}_\tau^l|_{S_\sigma^{(lm)}} + \bar{p}_\tau^m|_{S_\sigma^{(lm)}} &= \bar{p}_\tau^{lm} \leq \bar{f}\bar{p}_n^{lm}, \end{aligned} \quad (45)$$

где $lm=12,23$ $S^{(lm)}$ – поверхность контакта тел l и m , $S_\sigma^{(lm)} \subset S^{(lm)}$, $S_u^{(lm)} \subset S^{(lm)}$, $\bar{\mathbf{p}}_k = \{\bar{p}_1^k, \bar{p}_2^k, \bar{p}_3^k\} = \{p_n^k, p_\tau^k\}$ и $\bar{\mathbf{u}}_k = \{\bar{u}_1^k, \bar{u}_2^k, \bar{u}_3^k\}$ – векторы усилий и перемещений на поверхности k -го тела, p_n^k и p_τ^k – нормальная и касательная компоненты вектора усилий.

При решении задачи (44)–(45) использовалось фундаментальное решение задачи Кельвина для плоскости в случае действия сосредоточенной нормальной (верхний индекс n) и касательной к некоторой линии в плоскости сил (верхний индекс τ) в перемещениях и напряжениях. Чтобы избавиться от особенностей указанных решений в точках приложения сосредоточенной нагрузки, данные решения были проинтегрированы вдоль некоторой линии приложения равномерно распределенных нормальных p_n и касательных усилий p_τ по аналогии с формулами для трехмерного случая (21).

Рассмотрены результаты граничноэлементного моделирования силовой системы «прижим–нож–основание» при отсутствии объемных сил для двумерного случая.

На рисунке 8, *a* представлены распределения полей напряжений в элементах системы «прижим–нож–основание» для чугунного ножа. Из данного рисунка видно, что напряжения σ_{xx} достигают наибольших значений в двух областях: в окрестности кромки лезвия, где приложена режущая нагрузка, и в области болтового соединения (верхняя поверхность прижима и нижняя поверхность основания). Анализ напряжений σ_{xx} показывает, что в окрестности контакта прижима и ножа контакта вследствие изгиба ножа режущей силой поверхность прижима испытывает растяжение, а поверхность ножа сжатие.

Напряженно-деформированное состояние системы для ножа из стали в качественном отношении схоже с таковым для чугунного ножа. Совместный анализ распределений напряжений и деформаций в чугунном и стальном ножах показывает, что свойства материала ножа значительно изменяют напряженно-деформированное состояние системы. Например, максимальные значения напряжений σ_{xx} и интенсивность напряжений σ_{int} примерно на 10 % и 20 % соответственно меньше в чугунном ноже по сравнению со стальным. С другой стороны, в такой же степени деформации ε_{xx} и интенсивность деформаций ε_{int} больше в

стальном ноже. Данный эффект в целом соответствует примерно 20 %-й разнице модулей упругости стали и чугуна.

Анализ контактного взаимодействия в системе представлен на рисунке 8, б. Из него видно, что изгибающая неконтактная режущая нагрузка приводит к изменению контактного давления и касательных усилий (силы трения), т. е. реализуется обратный эффект, установленный в трибофатике. На поверхностях контакта между прижимом и ножом и ножом и опорой режущая нагрузка вызывает уменьшение области фактического контакта.

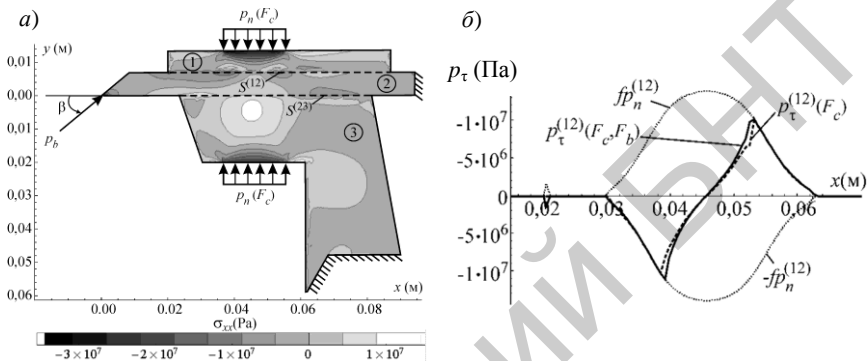


Рисунок 8 – Система прижим-нож-основание: а – распределение напряжений σ_{xx} , б – касательные усилия между ножом и опорой при нагрузках

$$F_b = 16,475 \text{ кН и } F_c^1 = 60 \text{ кН,}$$

Кроме того, вследствие изгиба ножа на левой границе поверхности контакта между прижимом и ножом происходит резкое возрастание контактного давления и касательных усилий. Эта область, по сути, представляет собой точку вращения ножа вокруг прижима.

В рамках трехмерного конечно-элементного моделирования системы рассматривалась сосредоточенная нагрузка, действующая на нож и моделирующая резание тонкого слоя зеленой массы. Из рисунка 9 видно, что при увеличении предельных напряжений σ_{int}^{lim} с 250 МПа до 700 МПа величина опасного объема уменьшается примерно в 5,3 раза.

Опасный объем V_{int} для стали примерно на 1 % меньше, чем для чугуна. Такое незначительное отличие повреждаемости для двух материалов в трехмерной системе при действии сосредоточенной нагрузки свидетельствует о возможности замены стали чугуном при изготовлении ножей.

Граничноэлементное моделирование многокомпонентной силовой системы «прижим–нож–основание» показало, что напряженно-деформированное состояние в целом, и распределение контактных усилий определяются совместным действием как контактных, так и неконтактных нагрузок.

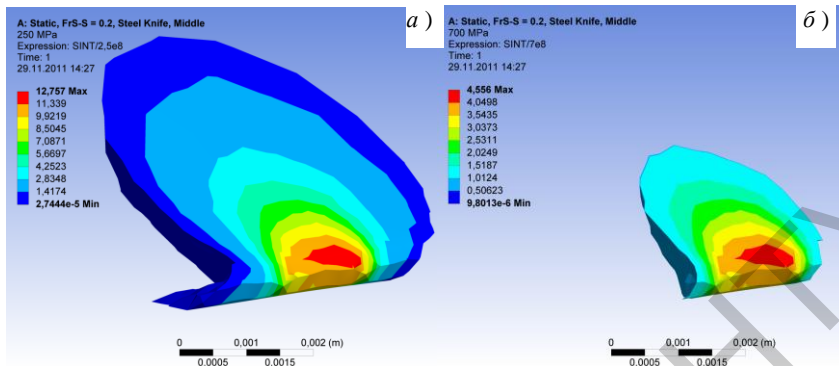


Рисунок 9 – Распределение повреждаемости ψ_{int} посередине стального ножа для предельных напряжений: $a - \sigma_{\text{int}}^{\text{lim}} = 250 \text{ МПа}$, $\delta - \sigma_{\text{int}}^{\text{lim}} = 700 \text{ МПа}$ при нагрузках $F_b = 3295 \text{ Н}$, $F_c = 59729 \text{ Н}$

Анализ трехмерной модели свидетельствует о том, что повреждаемость чугуновых ножей практически не отличается от повреждаемости стальных. Таким образом, в силу значительно меньшей стоимости и сложности изготовления применение чугуновых ножей в системе «нож–прижим–основание» предпочтительнее стальных.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертационной работы

1) Разработана методология последовательной постановки и решения задач определения пространственного напряженно-деформированного состояния, состояния объемной повреждаемости и многокритериальных предельных состояний деформируемых систем, которая позволяет одновременно учесть действие объемного деформирования при растяжении–сжатии, изгибе и локальных нагрузок при контактном взаимодействии с трением [1–4, 9, 12, 13, 15, 17, 20, 21, 27, 29, 30, 31, 35, 36, 37–44, 46, 50, 52, 60–70, 72, 78, 79, 85, 98, 100–106, 114–121, 123–125, 132–134].

2) На основе модели кусочнооднородной среды с использованием фундаментальных решений Кельвина, Буссинеска и Черрути построена система разрешающих интегральных уравнений для n взаимодействующих тел, к которым приложены смешанные граничные условия, позволившая провести моделирование взаимодействия тел по неизвестным заранее поверхностям контакта, содержащим подобласти проскальзывания и сцепления [3, 26, 31, 41, 42, 46, 76, 78, 95, 122, 123, 130].

3) Создан метод численно-аналитического расчета контактных усилий и пространственного напряженно-деформированного состояния при взаимодействии с трением трехмерных тел произвольной формы для учета влияния неконтактных нагрузок, основанный на применении известных аналитических решений для рав-

номерно распределенных по прямоугольной области нормальных усилий и полученных интегрированием решений задачи Черрути аналитических решениях для равномерно распределенных по той же области касательных усилий. Применение данных аналитических решений позволило добиться погрешности около 1% при росте напряженного состояния полупространства, нагруженного неравномерно распределенными усилиями [3, 15, 21, 22, 29, 30, 33, 45, 43, 51, 53, 58, 59, 64, 66, 76, 82, 84, 112, 116, 122].

4) На базе обобщенного представления о вероятностной мере повреждаемости, называемой опасным объемом построена модель состояний объемной повреждаемости силовых систем для прогнозирования зон возможного появления и развития первичного (начального) трещинообразования, позволившая для трехмерного напряженно-деформированного состояния определить характеристики абсолютной и относительной объемных мер повреждаемости по параметрам интенсивности напряжений, потенциальной энергии деформирования, компонентам тензора напряжений. С помощью энергетического опасного объема было установлено увеличение повреждаемости вследствие неконтактного растяжения и сжатия на 40% и 25% соответственно в окрестности контактного взаимодействия, в то время как обычным образом оцениваемая по максимуму контактного давления повреждаемость остается неизменной [1–3, 8, 12, 14, 17, 19–21, 23, 25, 27, 28, 32, 34, 35, 38, 48, 56, 57, 60–62, 67, 70–83, 87, 92, 98, 99, 107, 113, 114, 119, 121, 124, 126, 131].

5) Построена модель многокритериальных предельных состояний силовой системы при трехмерном напряженно-деформированном состоянии, позволившая учесть силовые, температурные и фрикционные нагрузки и описать отказы элементов системы по разным признакам критического состояния: объемному разрушению – разделению на части; поверхностному разрушению – предельному износу, и в частном случае термосилового нагружения показавшая соответствие экспериментальным данным с высоким, более 0,722, коэффициентом корреляции [1–3, 6, 8, 16, 18, 29, 35, 52, 60, 72, 85, 108, 120].

6) Найдены подтвержденные износоусталостными испытаниями закономерности влияния локального контактного взаимодействия на изменение напряженно-деформированного состояния и повреждаемость объемно деформируемого элемента (прямой эффект), а также влияния объемного деформирования элемента системы на изменение характеристик ее контактного взаимодействия (обратный эффект). Установлено, что неконтактный изгиб вала системы ролик-вал приводит к уменьшению в зоне растяжения и увеличению в зоне сжатия до 50% максимальных сжимающих осевых напряжений в окрестности контакта [1–5, 9, 13, 17, 21, 24, 36, 37, 54, 62, 63, 65, 66, 68, 70, 75, 101–103, 106, 110, 115, 117–119, 125, 132–134].

7) Реализованы постановка и решение прикладной граничной задачи контактного взаимодействия в использующейся в износоусталостных испытаниях системе ролик/вал с учетом объемного деформирования при растяжении-сжатии или изгибе вала, позволившие провести численный анализ трехмерного напряженно-деформированного состояния и состояния повреждаемости системы в зависимости от величин контактных и неконтактных нагрузок в сравнении со случаем только контактного взаимодействия. Было установлено, что в вале в окрестности контактного взаимодействия с роликом повреждаемость, оцениваемая с по-

мощью октаэдрического опасного объема, вследствие изгиба увеличивается примерно в 2 раза [1–5, 9, 12, 15, 17, 20–22, 24, 29, 30, 33, 38, 39, 43–49, 52–55, 58, 59, 61, 74, 84, 86, 88, 89, 98, 100, 101, 105, 106, 109, 112, 116, 129].

8) Построена квазидинамическая механико-математическая модель обнаруженного в ходе износоустойчивых испытаний системы ролик/вал явления тропи – самопроизвольного образования нерегулярных остаточных поверхностных волнообразных повреждений в результате нестационарного процесса циклического упругопластического деформирования в зоне контактного взаимодействия при трении качения, позволившая определить параметры движения системы с учетом ее деформирования, трехмерное напряженно-деформированное состояние и состояние объемной повреждаемости в условиях временного изменения геометрических и силовых характеристик контактного взаимодействия. Данная модель позволила определить изменения до 200% в нестационарных пространственных распределениях напряжений и локальной повреждаемости при временном изменении параметров площадки контакта [2, 3, 7, 10–12, 27, 29, 50, 70, 75, 96, 97–99, 111, 115, 124].

9) Реализованы постановка и решение методами граничных и конечных элементов прикладных граничных задач о нагружении многоэлементной системы «прижим–нож–основание» режущего инструмента сельскохозяйственного комбайна вследствие резания ножом зеленой массы и затяжки болтовых соединений. Это позволило в зависимости от величин сил резания и затяжки болтовых соединений, а также материалов ножа, провести численный анализ формирования поверхностей контактного взаимодействия между прижимом и ножом, ножом и основанием, дву- и трехмерных напряженно-деформированных состояний и состояний повреждаемости системы. Было установлено, что в трехмерном случае повреждаемость стали лишь на 1 % меньше, чем для чугуна, что дало возможность замены импортных стальных ножей на отечественные, изготовленные из высокопрочного чугуна марки ВЧТГ, предел прочности и относительное удлинение которого достигают 1500 МПа и 4 % соответственно [26, 38–41, 44, 46, 74, 86, 89, 90, 91, 93, 94, 126–129].

Рекомендации по практическому использованию результатов диссертации

Полученные результаты позволяют дать практические рекомендации по выбору геометрических и механических параметров (кривизн тел в области контакта, материалов для их изготовления, толщины объемно деформируемого элемента) при проектировании силовых систем, работающих в условиях контактного взаимодействия и объемного деформирования, что позволяет сократить материальные затраты при проведении экспериментальных исследований. Данные результаты могут быть использованы в расчетной практике проектных организаций железнодорожного и машиностроительного профиля.

К настоящему времени полученные результаты исследований

– использованы в УП «Минский метрополитен» при решении проблемы продления срока службы рельсов на 20 % (экономический эффект в 2005 г. составил 131 058 520 рублей, доля эффекта, полученного при непосредственном участии С. С. Щербакова, оценивается примерно в сумме 35 000 000);

– использованы при разработке государственного стандарта СТБ 1758-2007

«Трибофатика. Метод совмещенных испытаний на изгибную и контактную усталость материалов зубчатых колес» в части, касающейся расчета трехмерного напряженно-деформированного состояния и состояния объемной повреждаемости в области контактного взаимодействия;

- использованы при разработке методик испытаний на контактную, изгибную и контактно-механическую усталость материалов в ЛИИ «Гомсельмаш» для расчета трехмерного напряженно-деформированного состояния и состояния и объемной повреждаемости моделей силовых систем (в том числе модели системы колесо-рельс), что нашло отражение в трех патентах;

- использованы в ПО «Гомсельмаш» в качестве одного из обоснований по импортозамещению: изготовлению ножей режущего барабана комбайна КВК 8060 из специального высокопрочного чугуна с шаровидным графитом взамен закупаемых по импорту стальных ножей; целесообразность такой замены показана с помощью критерия повреждаемости ножей, и первые натурные (эксплуатационные) испытания ножей подтвердили обоснованность рекомендации, а разработанные программы расчета напряженно-деформированного состояния и состояния объемной повреждаемости приняты к применению для моделирования действия режущей и болтовой нагрузок различной величины, различных углов скольжения, установки ножа и свойств материалов системы «прижим–нож–основание»;

- вошли в две зарегистрированные компьютерные программы (свидетельства №494 и №495);

- внедрены в учебный процесс БГУ (курс «Фундаментальные и прикладные задачи трибофатики») и БелГУТ (курс «Трибофатика»).

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Монографии

1. Износоусталостные повреждения и их прогнозирование (трибофатика) / Л. А. Сосновский [и др.]; под общ. ред. Л. А. Сосновского. – Гомель, Киев, Москва, Ухань, 2001. – 170 с.
2. Sosnovskiy, L. A. Surprises of Tribo-Fatigue / L. A. Sosnovskiy, S. S. Sherbakov. – Minsk: Magic book. – 2009. – 200 p.
3. Щербаков, С. С. Механика трибофатических систем / С. С. Щербаков, Л. А. Сосновский. – Минск: БГУ, 2011. – 407 с.

Главы в монографиях

4. Сенько, В. И. Нетрадиционный подход к решению контактных задач / В. И. Сенько, Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // В кн: Сенько В. И., Сосновский Л. А. Основные идеи трибофатики и их изучение в техническом университете. – Гомель: УО «БелГУТ», 2005. – С. 147–179.
5. Сосновский, Л. А. Основы механики силовых систем. Напряженное состояние / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // В кн: Сосновский Л. А. Механика износоусталостного повреждения. – Гомель: БелГУТ, 2007. – С. 187–248.
6. Сосновский, Л. А. Механика силовых систем. Предельное состояние. Обобщенное решение / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // В кн: Сосновский Л. А. Механика износоусталостного повреждения. – Гомель: БелГУТ, 2007. – С. 269–278.
7. Щербаков, С. С. Модель троппи / С. С. Щербаков // В кн: Сосновский Л. А. Механика износоусталостного повреждения. – Гомель: БелГУТ, 2007. – С. 339–360.
8. Сосновский, Л. А. Начала механотермодинамики / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // В кн: Сосновский Л. А. Механика износоусталостного повреждения. – Гомель: БелГУТ, 2007. – С. 384–398.
9. Sherbakov, S. S. Three-dimensional stress-strain state of a pipe with corrosion damage under complex loading / S. S. Sherbakov // In book: Tribology – Lubricants and Lubrication, ed. by Chang-Hung Kuo. – Rijeka: InTech, 2011. – P. 139–172.

Статьи в научных журналах

10. Сосновский, Л. А. Формирование остаточных волнообразных поверхностных повреждений при контактно-механической усталости / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // Вестник БелГУТ. – 2005. – № 2. – С. 71–87.
11. Тюрин, С. А. Экспериментальное исследование остаточных волнообразных повреждений при инициированном начальном искажении формы образца / С. А. Тюрин, С. С. Щербаков // Вестник БелГУТ. – 2005. – № 2. – С. 88–93.
12. Sosnovskiy, L. A. Vibro-impact in rolling contact / L. A. Sosnovskiy, S. S. Sherbakov // Journal of Sound and Vibration. – 2007. – Vol. 308, Issues 3–5. – С. 489–503.
13. Махутов, Н. А. Оригинальные методы износоусталостных испытаний системы колесо-рельс на малоразмерных моделях / Н. А. Махутов, В. О. Замятнин, С. А. Тюрин, С. С. Щербаков // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2008. Т. 74. – № 4. – С. 58–61.

14. Сосновский, Л. А. О возможности построения механотермодинамики / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // Наука и инновации. – 2008. – № 2. – С. 24–29.
15. Журавков, М. А. Исследование сопряженного напряженного состояния в условиях контактного нагружения и объемного деформирования / М. А. Журавков, С. С. Щербаков // Вести НАНБ. Сер. 1. – 2008. – № 3. – С. 60–64.
16. Сосновский, Л. А. Обобщенная теория предельных состояний силовых систем / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // Весці НАНБ. Серыя фіз.-тэхн. навук. – 2008. – № 4. – С. 43–49.
17. Щербаков, С. С. Исследование механических состояний силовых систем / Щербаков С. С., Сосновский Л. А. // Вестник БелГУТ. – 2008. – № 1 (16). – С. 89–104.
18. Сосновский, Л. А. Обобщенная теория прочности / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. Сборник научных трудов / Днепропетровск: Днепропетровский национальный университет–ІМА-прес, 2009. – Вып. 13. – С. 214–220.
19. Щербаков, С. С. Контактная задача: анализ опасных объемов / С. С. Щербаков // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. Сборник научных трудов / Днепропетровск: Днепропетровский национальный университет–ІМА-прес, 2009. – Вып. 13. – С. 279–285.
20. Журавков, М. А. Применение методологии механики деформируемого твердого тела в трибофатике / М. А. Журавков, С. С. Щербаков, Л. А. Сосновский // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла: збірник наукових праць / Дніпропетровський національний університет; редкол.: А. П. Дзюба [и др.]. – Дніпропетровськ: ІМА-прес, 2009. Вип. 10 – С. 116–122.
21. Витязь, П. А. Новые подходы в механике деформируемых систем / П. А. Витязь, Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // Доклады Национальной академии наук Беларуси. – 2009. – Т. 53. – № 4. – С. 102–110.
22. Круподеров, А. В. Аналитическое решение задачи определения напряженно-деформированного состояния полупространства при действии на него распределенной нормальной нагрузки / А. В. Круподеров, С. С. Щербаков // Вестн. БГУ. Сер. 1., 2010. – № 1. – С. 17–21.
23. Щербаков, С. С. Состояние повреждаемости при сложном нагружении / С. С. Щербаков, Д. Е. Мармыш // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2010. – № 2. – С. 103–106.
24. Щербаков, С. С. Напряженно-деформированное состояние системы диск-цилиндр в условиях контактного взаимодействия и изгиба цилиндра / С. С. Щербаков // Весці НАНБ. Серыя фіз.-тэхн. навук. – 2010. – № 3. – С. 29–34.
25. Журавков, М. А. Анализ повреждаемости силовой системы с помощью модели деформируемого твердого тела с опасным объемом / М. А. Журавков, С. С. Щербаков // Весці НАНБ. Серыя фіз.-тэхн. навук. – 2010. – № 4. – С. 40–43.
26. Щербаков, С. С. Обобщенная трибофатическая задача / С. С. Щербаков // Механика машин, механизмов и материалов. – 2011. – № 1. – С. 83–87.
27. Щербаков, С. С. Динамика трибофатических систем / С. С. Щербаков // Механика машин, механизмов и материалов. – 2011. – № 2. – С. 85–89.
28. Сосновский, Л. А. Концепции повреждаемости материалов / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // Вестник ТНТУ. – 2011. – Спецвыпуск (1). – С. 14–23.
29. Сосновский, Л. А. Основы механики трибофатических систем / Л. А. Со-

сновский, М. А. Журавков, С. С. Щербаков // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4. (5). – С. 2508–2509.

30. Журавков, М. А. Фундаментальные задачи трибофатики и их практическое применение в машиностроении / М. А. Журавков, С. С. Щербаков // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2011. Т. 13. – № 4(3). – С. 726–732.

31. Журавков, М. А. Некоторые подходы к моделированию контактного взаимодействия движущихся деформируемых тел / М. А. Журавков, С. С. Щербаков // Докл. НАН Беларуси. – 2012. Т. 56. – № 1. – С. 113–123.

32. Журавков, М. А. Объемная мера повреждаемости твердых тел при их контактом взаимодействии и некоторые ее приложения / М. А. Журавков, С. С. Щербаков // Механика машин, механизмов и материалов. – 2011. – № 4. – С. 91–96.

33. Щербаков, С. С. Моделирование напряженно-деформированного состояния трибофатической системы ролик/кольцо / С. С. Щербаков, С. М. Бородако // Механика машин, механизмов и материалов. – 2012. – № 1. – С. 80–86.

34. Щербаков, С. С. Моделирование повреждаемости методом конечных элементов при одновременном действии контактных и неконтактных нагрузок // С. С. Щербаков / Инженерно-физический журнал. – 2012. Т. 85. – № 4. – С. 437–441.

Shcherbakov, S. S. Modeling of the damaged state by the finite-element method on simultaneous action of contact and noncontact loads / S. S. Shcherbakov // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2012. – Vol. 85. – № 2. – P. 472–477.

35. Sosnovskiy, L. Mechanothermodynamical system and its behavior / L. Sosnovskiy, S. S. Shcherbakov. Continuum Mech. Thermodyn. – 2012. – Vol. 24. Issue 3. – P. 239–256.

36. Сосновский, Л. А. Сравнительное экспериментальное исследование параметров трения в паре трения и силовой системе / Л. А. Сосновский, В. В. Комиссаров, С. С. Щербаков // Трение и износ. – 2012. – № 3. – С. 258–264.

Sosnovskii, L. A. Comparative Experimental Study of Friction Parameters in a Tribopair and a Force System / L. A. Sosnovskii, V. V. Komissarov, S. S. Shcherbakov // Journal of Friction and Wear. – 2012. – Vol. 33. – № 3. – P. 258–264.

37. Сосновский, Л. А. Методика экспериментального исследования трения в силовой системе / Л. А. Сосновский, В. В. Комиссаров, С. С. Щербаков // Трение и износ. – 2012. – № 2. – С. 174–184.

Sosnovskii, L. A. A Method of Experimental Study of Friction in a Active System / L. A. Sosnovskii, V. V. Komissarov, S. S. Shcherbakov // Journal of Friction and Wear. – 2012. – Vol. 33. – № 2. – P. 136–145.

38. Щербаков, С. С. Напряженно-деформируемое состояние и повреждаемость трибофатической системы прижим–нож–опора режущего инструмента комбайна / С. С. Щербаков // Механика машин, механизмов и материалов. – 2012. – № 2. – С. 75–80.

39. Щербаков, С. С. Напряженно-деформированное состояние трибофатической системы прижим–нож–основание режущего инструмента комбайна с учетом контактного взаимодействия / С. С. Щербаков, А. В. Круподеров, Д. Е. Мармыш // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформованого твердого тіла: зб. наук. праць / ред. кол.: А. П. Дзюба (відп. ред.) та ін. – Дніпропетровськ:

Ліра, 2012. – Вип. 13 – С. 437–443.

40. Щербаков, С. С. Компьютерное моделирование повреждаемости системы прижим-нож-основание в трехмерной постановке / С. С. Щербаков, Н. В. Псырков, О. А. Насань // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць / ред. кол.: А. П. Дзюба (відп. ред.) [та ін.]. – Дніпропетровськ: Ліра, 2012. – Вип. 19. – С. 329–335.

41. Щербаков, С. С. Взаимодействие движущихся деформируемых тел / С. С. Щербаков // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць / ред. кол.: А. П. Дзюба (відп. ред.) [та ін.]. – Дніпропетровськ: Ліра, 2012. – Вип. 20. – С. 357–363.

42. Щербаков, С. С. Моделирование нелинейного поведения материала системной уругих тел / С. С. Щербаков // Вестн. БГУ. Сер. 1. – 2012. – № 2. – С. 94–98.

43. Щербаков, С. С. Определение трехмерного напряженно-деформированного состояния полупространства при действии эллиптически распределенных нормальных и касательных усилий на основе точных решений для равномерной нагрузки / С. С. Щербаков // Вестн. НАНБ. Серия физ.-техн. наук. – 2012. – № 3. – С. 50–56.

44. Щербаков, С. С. Взаимодействие системы n деформируемых тел / С. С. Щербаков // Теоретическая и прикладная механика: междунар. научно-техн. сборник. – Вып. 28. – Минск: БНТУ. – 2013. – С. 286–293.

45. Круподеров, А. В. Решение некоторых динамических задач теории упругости методом граничных элементов / А. В. Круподеров, С. С. Щербаков // Теоретическая и прикладная механика: междунар. научно-техн. сборник. – Вып. 28. – Минск: БНТУ. – 2013. – С. 294–300.

46. Sherbakov, S. S. Interaction of Several Bodies as Applied to Solving Tribo-Fatigue Problems / S. S. Sherbakov, M. A. Zhuravkov // Acta Mechanica. – 2013. – Vol. 224. – № 3. – PP. 1–13.

47. Щербаков, С. С. Пространственное напряженно-деформированное состояние трибофатической системы в зоне контакта ролик–вал / С. С. Щербаков // Проблемы прочности. – 2013. – № 1. – С. 53–63.

Sherbakov, S. S. Spatial Stress-Strain State of Tribofatigue System in Roll–Shaft Contact Zone / S. S. Sherbakov // Strength of Materials. – 2013. – Vol. 45. – № 1. – PP. 35–43.

48. Щербаков, С. С. Состояние объемной поврежденности трибофатической системы / С. С. Щербаков // Проблемы прочности. – 2013. – № 2. – С. 70–79.

Sherbakov S. S. State of Volumetric Damage of Tribo-Fatigue System // Strength of Materials. – 2013. – Vol. 45. – № 2. – P. 171–178.

49. Щербаков С. С. Напряженно-деформируемое состояние трибофатической системы «ролик–вал» // Механика машин, механизмов и материалов. – 2013. – № 2. – С. 74–82.

Статьи в научных сборниках и материалах конференций

50. Sosnovskiy, L. A. Troppy Phenomenon / L. A. Sosnovskiy, S. S. Sherbakov // Proc. of the 7th International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems, Brisbane, Australia, September 24–27, 2006. – Brisbane, 2006. – Vol. 1. – P. 93–104.

51. Журавков, М. А. Напряженно-деформированное состояние силовой системы ролик-кольцо в условиях контактного взаимодействия и объемного деформирования / М. А. Журавков, С. С. Щербаков // Теоретическая и прикладная механика: межведомств. сб. науч. ст. / Белорус. нац. тех. ун-т; редкол.: П. А. Витязь [и др.]. – Минск, 2008. – С. 35–40.

52. Сосновский, Л. А. Об одной гипотезе в механике деформируемых систем / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред: материалы XIV Международного симпозиума, Ярополец, 18–22 февраля 2008 г. – М.: МАИ, 2008. – С. 189–190.

53. Щербаков, С. С. Напряженное состояние системы ролик-вал в условиях контактного нагружения и объемного деформирования / С. С. Щербаков // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред: материалы XIV международного симпозиума, Ярополец, 18–22 февраля 2008 г. – М.: МАИ, 2008. – С. 205–207.

54. Сосновский, Л. А. Об анализе трения в силовой системе типа колесо-рельс / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков, В. В. Комиссаров // Устройство и содержание пути и подвижного состава при тяжеловесном и скоростном движении поездов. Колесо-рельс: сб. трудов научно-практической конференции ОАО «ВНИИЖТ». – М.: Интекст, 2008. – С. 201–203.

55. Sherbakov, S. S. Stress-Strain State Caused by Simultaneous Action of Contact and Non-Contact Forces / S. S. Sherbakov // The Improvement of the Quality, Reliability and Long Usage of Technical Systems and Technological Processes (Proc. of the 7th International Conference, Sharm El Sheikh, Egypt, December 7–14, 2008). – Khmelnytsky: KNU, 2008. – P. 102–105.

56. Sosnovskiy, L. A. Dangerous Volume as the Measure of Damage / L. A. Sosnovskiy, M. A. Zhuravkov, S. S. Sherbakov // The Improvement of the Quality, Reliability and Long Usage of Technical Systems and Technological Processes (Proc. of the 7th International Conference, Sharm El Sheikh, Egypt, December 7–14, 2008). – Khmelnytsky: KNU, 2008. – P. 105–108.

57. Sosnovskiy, L. A. Model of Deformable Rigid Body with Dangerous Volume / L. A. Sosnovskiy, S. S. Sherbakov // Selected Topics of Contemporary Solid Mechanics. Proc. of the 36th Solid Mechanics Conference, Gdansk, Poland, September 9–12, 2008. – IFTR of PAS, Warsaw, 2008. – P. 154–155.

58. Sherbakov, S. S. Three-dimensional stress-strain state of roller-shaft system in conditions of contact interaction and non-contact bending of shaft / S. S. Sherbakov // Proceedings of the 36th Solid Mechanics Conference, Gdansk, 9–12 September 2008. – Warszawa, 2008. – P. 280–281.

59. Sherbakov, S. S. Influence of stress-strain state caused by non-contact forces on formation of contact boundary conditions / S. S. Sherbakov, L. A. Sosnovskiy // Proceedings of the 36th Solid Mechanics Conference, Gdansk, 9–12 September 2008. – Warszawa, 2008. – P. 284–285.

60. Сосновский, Л. А. К построению механотермодинамики / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // Теоретическая и прикладная механика: межведомств. сб. науч. ст. / Белорус. нац. тех. ун-т; редкол.: П. А. Витязь [и др.]. – Минск, 2009. – С. 8–21.

61. Журавков, М. А. Пространственное напряженное состояние и повреждаемость в случае нестационарного контактного взаимодействия / М. А. Журавков,

С. С. Щербаков, Л. А. Сосновский // IV Белорусский конгресс по теорет. и прикл. механике «Механика – 2009»: сб. науч. трудов, Минск, 22–24 декабря 2009 г. / ОИМ НАН Беларуси; редкол.: М. С. Высоцкий [и др.]. – Минск: ОИМ НАН Беларуси, 2009. – С. 383–387.

62. Жмайлик, В. А. Теоретико-экспериментальные исследования масштабного эффекта при контактной усталости / В. А. Жмайлик, В. В. Комиссаров, С. С. Щербаков // IV Белорусский конгресс по теорет. и прикл. механике «Механика – 2009»: сб. науч. трудов, Минск, 22–24 декабря 2009 г. / ОИМ НАН Беларуси; редкол.: М. С. Высоцкий [и др.]. – Минск: ОИМ НАН Беларуси, 2009. – С. 250–256.

63. Богданович, А. В. Основные закономерности прямого эффекта при износосталостном разрушении и повреждении / А. В. Богданович, Н. А. Махутов, С. А. Тюрин, С. С. Щербаков // IV Белорусский конгресс по теорет. и прикл. механике «Механика – 2009»: сб. науч. трудов, Минск, 22–24 декабря 2009 г. / ОИМ НАН Беларуси; редкол.: М. С. Высоцкий [и др.]. – Минск: ОИМ НАН Беларуси, 2009. – С. 250–256.

64. Щербаков, С. С. Непрерывные в полупространстве решения для некоторого распределения граничных условий / С. С. Щербаков, Д. Е. Мармыш // Прикладные задачи математики и механики: материалы XVIII международной научно-технической конференции, Севастополь, Украина, 13–17 сентября 2010 г. / Севастопольский национальный технический университет, научный редактор Ю. Е. Обжерин. – Севастополь, 2010. – С. 52–53.

65. Богданович, А. В. Экспериментальная механика: инновационные методы испытаний / А. В. Богданович, В. В. Комиссаров, С. С. Щербаков // Актуальные проблемы механики сплошной среды / Труды II Международной конференции, Дилижан, Армения, 4–8 октября 2010 г. – Ер.: ЕГУАС, 2010. –Т. 1. – С. 146–150.

66. Сосновский Л. А., Щербаков С. С. Новый класс контактных задач и методы их решения // Актуальные проблемы механики сплошной среды, труды II Международной конференции, Дилижан, Армения, 4–8 октября 2010 г. – Ер.: ЕГУАС, 2010. – Т. 2. – С. 165–169.

67. Щербаков, С. С. Мера объемной повреждаемости по критерию интенсивности напряжений к контактной задаче / С. С. Щербаков, В. В. Комиссаров // Актуальные проблемы механики сплошной среды: труды II международной конференции, Дилижан, Армения, 4–8 октября 2010 г. – Ер.: ЕГУАС, 2010. –Т. 2. – С. 235–237.

68. Сосновский, Л. А. Трение в трибофатической системе / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков, В. В. Комиссаров // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / Белорус. гос. ун-т.; редкол.: М. А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск, 2010. – Т. 1. – С. 361–373.

69. Теория предельных состояний трибофатических систем и ее экспериментальная апробация / А. В. Богданович [и др.] // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / Белорус. гос. ун-т.; редкол.: М. А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск, 2010. – Т. 1. – С. 533–543.

70. Еловой, О. М. Некоторые модели механики локальных повреждений / О. М. Еловой, С. С. Щербаков // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибо-

фатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / Белорус. гос. ун-т.; редкол.: М. А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск, 2010. – Т. 1. – С. 573–577.

71. Журавков, М. А. Объемная мера повреждаемости при контактном нагружении / М. А. Журавков, С. С. Щербаков // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / Белорус. гос. ун-т.; редкол.: М.А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск, 2010. – Т. 1. – С. 603–607.

72. Sosnovskiy, L. A. Fundamentals of mechanothermodynamics / L. A. Sosnovskiy, S. S. Sherbakov // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / Белорус. гос. ун-т.; редкол.: М. А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск, 2010. – Т. 1. – С. 757–765.

73. Щербаков, С. С. Моделирование силы и коэффициента трения в трибофатической системе / С. С. Щербаков // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / Белорус. гос. ун-т.; редкол.: М.А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск, 2010. – Т. 1. – С. 815–819.

74. Щербаков, С. С. Компьютерное моделирование напряженно-деформированного состояния моделей системы колесо/рельс / С. С. Щербаков, С. М. Бородако // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / Белорус. гос. ун-т.; редкол.: М. А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск, 2010. – Т. 2. – С. 227–232.

75. Щербаков, С. С. Теоретические и экспериментальные исследования явления троппи / С. С. Щербаков // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / Белорус. гос. ун-т.; редкол.: М.А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск, 2010. – Т. 1. – С. 233–242.

76. Мармыш, Д. Е. Непрерывные в полупространстве аналитические решения для равномерного и полиномиального распределений нормальных усилий по треугольной и прямоугольной областям / Д. Е. Мармыш, С. С. Щербаков // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / Белорус. гос. ун-т.; редкол.: М.А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск, 2010. – Т. 1. – С. 369–377.

77. Павловский, И. Н. Компьютерное моделирование повреждаемости трибофатической системы с помощью модели деформируемого твердого тела с опасным объемом / И. Н. Павловский, С. С. Щербаков // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / Белорус. гос. ун-т.; редкол.: М. А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск, 2010. – Т. 2. – С. 393–398.

78. Щербаков, С. С. Взаимодействие сплошных сред / С. С. Щербаков // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / Белорус. гос. ун-т.; редкол.: М. А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск, 2010. – Т. 2. – С. 439–446.

79. Щербаков, С. С. Обобщенная трибофатическая задача в нелинейной постановке / С. С. Щербаков // Тр. VI-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2010), 25 октября – 1 ноября 2010 г., Минск (Беларусь) / Белорус. гос. ун-т.; редкол.: М. А. Журавков (пред.) [и др.]. – Минск, 2010. – Т. 2. – С. 447–454.

80. Щербаков, С. С. Моделирование опасных объемов при одновременном дей-

ствии контактных и неконтактных нагрузок / С. С. Щербаков, Д. Е. Мармыш, О. А. Насань, Л. А. Шемет // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. науч. трудов / М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп.; под ред. А. О. Шимановского. – Вып. 5. – Гомель: БелГУТ, 2011. – С 166–172.

81. Щербаков, С. С. Моделирование повреждаемости при одновременном действии контактных и неконтактных нагрузок / С. С. Щербаков // Проблемы недропользования: сб. науч. тр. международного форум-конкурса молодых ученых, 20–22 апреля 2011 г. Санкт-Петербург (Россия) / Редкол.: Л. С. Синьков [и др.]. – СПб: Санкт-Петербургский горный институт (технический университет), 2011. – Ч. 1. – С. 170–172.

82. Щербаков, С. С. Точные решения для реализации метода граничных элементов применительно к плоским задачам теории упругости / С. С. Щербаков, Д. Е. Мармыш // Прикладные задачи математики и механики: материалы XIX международной научно-технической конференции, Севастополь, Украина, 12–16 сентября 2011 г. / Севастопольский национальный технический университет, науч. ред. Ю. Э. Обжерин. – Севастополь, 2011. – С. 43–47.

83. Щербаков, С. С. Моделирование распространения трещины в образце с помощью опасного объема / С. С. Щербаков, Л. А. Шемет, О. А. Насань, Д. Е. Мармыш // Прикладные задачи математики и механики: материалы XIX международной научно-технической конференции, Севастополь, Украина, 12–16 сентября 2011 г. / Севастопольский национальный технический университет, науч. ред. Ю. Э. Обжерин. – Севастополь, 2011. – С. 47–50.

84. Щербаков, С. С. Аналитические решения задачи о напряженном состоянии полуплоскости при полиномиальном распределении поверхностных усилий / С. С. Щербаков, Д. Е. Мармыш, О. А. Насань, Л. А. Шемет // V Белорусский конгресс по теорет. и прикл. механике «Механика – 2011»: сб. науч. тр., Минск, 26–28 октября 2011 г. / ОИМ НАН Беларуси; редкол.: М. С. Высоцкий [и др.]. – Минск: ОИМ НАН Беларуси, 2011. – С. 97–102.

85. Сосновский, Л. А. Об уровнях междисциплинарных исследований в механике / Л. А. Сосновский, П. А. Витязь, М. С. Высоцкий, М. А. Журавков, С. С. Щербаков // Теоретическая и прикладная механика: межведомственный сборник научно-методических статей. – Вып. 27. – Минск: БНТУ. – 2012. – С. 15–30.

86. Журавков, М. А. Напряженно-деформируемое состояние трибофатической системы прижим–нож–основание режущего инструмента комбайна / М. А. Журавков, С. С. Щербаков, А. В. Круподеров // Теоретическая и прикладная механика: Межведомственный сборник научно-методических статей. – Вып. 27. – Минск: БНТУ, 2012. – С. 219–224.

87. Щербаков, С. С. Компьютерное моделирование развития трещины на основе модели деформируемого твердого тела с опасным объемом / С. С. Щербаков, Л. А. Шемет // Теоретическая и прикладная механика: Межведомственный сборник научно-методических статей. – Вып. 27. – Минск: БНТУ. – 2012. – С. 256–260.

88. Щербаков, С. С. Исследование методом фотоупругости напряженного состояния моделей системы колесо-рельс / С. С. Щербаков, Л. П. Кухарев, Д. Г. Прибыток, Р. С. Жук // Теоретическая и прикладная механика: Межведомственный сборник научно-методических статей. – Вып. 27. – Минск: БНТУ. – 2012. –

С. 261–265.

89. Журавков, М. А. Напряженно-деформированное состояние трибофатической системы прижим–нож–основание режущего инструмента комбайна / М. А. Журавков, С. С. Щербаков, А. В. Круподеров, Д. Е. Мармыш // Тр. Международного форума-конкурса молодых ученых, 25–27 апреля 2012 г., Санкт-Петербург (Россия) / Редкол.: Л. С. Синьков [и др.]. – Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». СПб., 2012. – Ч. 1. – С. 158–161.

90. Журавков, М. А. Компьютерное моделирование системы болт–прижим–нож–основание / М. А. Журавков, С. С. Щербаков, О. А. Насань, Л. А. Шемет // Тр. Международного форума-конкурса молодых ученых, 25–27 апреля 2012 г., Санкт-Петербург (Россия) / Редкол.: Л. С. Синьков [и др.]. – Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». СПб., 2012. – Ч. 1. – С. 174–176.

91. Псырков, Н. В. Компьютерное моделирование пространственной повреждаемости системы прижим–нож–основание / Н. В. Псырков, М. А. Журавков, С. С. Щербаков, О. А. Насань // Материалы XX Международной научно-технической конференции «Прикладные задачи математики и механики», Севастополь, Украина, 10–14 сентября 2012 г. / Севастопольский национальный технический университет, научный редактор Ю. Э. Обжерин. – Севастополь, 2012. – С. 164–68.

92. Щербаков, С. С. Метод использования модели деформированного твердого тела с опасным объемом для вычисления коэффициентов интенсивности напряжений / С. С. Щербаков, Л. А. Шемет, О. А. Насань // Прикладные задачи математики и механики: материалы XX Международной научно-технической конференции, Севастополь, Украина, 10–14 сентября 2012 г. / Севастопольский национальный технический университет, научный редактор Ю. Э. Обжерин. – Севастополь, 2012. – С. 194–196.

93. Журавков, М. А. Граничноэлементное моделирование напряженно-деформированного состояния системы нож-прижим-опора / М. А. Журавков, С. С. Щербаков, А. В. Круподеров, Д. Е. Мармыш // Материалы XX Международной научно-технической конференции «Прикладные задачи математики и механики», Севастополь, Украина, 10–14 сентября 2012 г. / Севастопольский национальный технический университет, науч. ред. Ю. Э. Обжерин. – Севастополь, 2012. – С. 196–200.

94. Псырков, Н. В. К анализу напряженно-деформированного состояния и поврежденности трибофатической системы режущего аппарата сельскохозяйственной техники / Н. В. Псырков, С. С. Щербаков / Актуальные вопросы машиноведения. Сб. науч. тр. – Вып. 1. – Минск: ОИМ. – 2012. – С. 263–267.

95. Журавков, М. А. Основные положения и принципы механики трибофатических систем / М. А. Журавков, С. С. Щербаков // Актуальные вопросы машиноведения. Сб. науч. тр. – Вып. 1. – Минск: ОИМ. – 2012. – С. 340–343.

Тезисы докладов

96. Sosnovskiy, L. A. Tropic Phenomenon / L. A. Sosnovskiy, S. S. Shcharbakou // Proceedings of the World Tribology Congress III, Washington, 12–16 September 2005. – Washington, 2005. – 2 pp.

97. Сосновский, Л. А. Потеря устойчивости движения ролика по валу и послед-

ствия этого / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // Динаміка, міцність і ресурс машин та конструкцій: тез. докл. міжнародної науково-технічної конференції, 1–2 листопада 2005 г., Київ, Україна / отв. ред. В. Т. Трошенко: в 2 т. – Київ: Ін-т проблем прочності ім. Г. С. Писаренко НАН України, 2005. – Т. 2. – С. 326–327.

98. Sosnovskiy, L. A. Vibro-Impact in Active Systems / L. A. Sosnovskiy, S. S. Sherbakov // Abstracts of the 1st International Conference on Vibro-Impact Systems, July 20–22, 2006, Loughborough, UK, p. 46.

99. Щербаков, С. С. О явлении троппи // IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотация докладов, Нижний Новгород, 22–28 августа 2006. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского, 2006. – 178 с.

100. Сосновский, Л. А. Особый класс контактных задач / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій: тези доповідей Міжнар. наук.-техн. конф. пам'яті академіка НАН України В.І. Моссаковського, Днепропетровск, 16–19 октября 2007 г. / ДНУ; гл. ред. М. В. Поляков. – Днепропетровск, 2007. – С. 71–73.

101. Сосновский, Л. А. Влияние циклических напряжений, обусловленных объемным деформированием, на изменение коэффициента трения в модели силовой системы колесо–рельс / Л. А. Сосновский, В. В. Комиссаров, А. А. Кебилов, С. С. Щербаков // «Проблемы и перспективы развития железнодорожного транспорта»: тезисы докладов 68-й Международной научно-практической конференции, Днепропетровск, ДИИТ, 22–23 мая 2008 г. – Д.: ДИИТ, 2008. – С. 81–82.

102. Сосновский, Л. А. Изучение трения в модели силовой системы колесо/рельс / Л. А. Сосновский, В. В. Комиссаров, А. А. Кебилов, С. С. Щербаков // Проблемы и перспективы развития транспортных систем и строительного комплекса: материалы II Междунар. науч.-практ. конф., Гомель, 2008 г. / БелГУТ; отв. ред. В. И. Сенько. – Гомель: БелГУТ, 2008. – С. 182.

103. Щербаков, С. С. Деформационный подход к анализу трения в силовых системах / С. С. Щербаков, В. В. Комиссаров // Проблемы и перспективы развития транспортных систем и строительного комплекса: материалы II Междунар. науч.-практ. конф., Гомель, 2008 г. / БелГУТ; отв. ред. В. И. Сенько. – Гомель: БелГУТ, 2008. – С. 190–191.

104. Сенько, В. И. Преподавание трибофатики в техническом университете / В. И. Сенько [и др.] // Проблемы и перспективы развития транспортных систем и строительного комплекса: материалы II Междунар. науч.-практ. конф., Гомель, 2008 г. / БелГУТ; отв. ред. В. И. Сенько. – Гомель: БелГУТ, 2008. – С. 316–317.

105. Щербаков, С. С. Трехмерное напряженно-деформированное состояние силовой системы диск-цилиндр в условиях контактного нагружения и объемного деформирования / С. С. Щербаков // X Белорусская математическая конференция: тез. докл. междунар. науч. конф. Минск, 3–7 ноября 2008 г. – Часть 2. – Минск: институт математики НАН Беларуси, 2008. – С. 152.

106. Журавков, М. А. Математическое моделирование в трибофатике / М. А. Журавков, Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // X Белорусская математическая конференция / тезисы докладов Международной научной конференции, Минск, БГУ, 3–7 ноября 2008 г. – Минск: Институт математики НАНБ, 2008. – Ч. 2. – С. 120–121.

107. Журавков, М. А. Опасные объемы в силовой системе / М. А. Журавков, С. С. Щербаков // X Белорусская математическая конференция / тезисы докладов Международной научной конференции, Минск, БГУ, 3–7 ноября 2008 г. – Минск: Институт математики НАНБ, 2008. – Ч. 2. – С. 121–122.

108. Сосновский, Л. А. Обобщенное предельное состояние силовых систем / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков // X Белорусская математическая конференция: тез. докл. междунар. науч. конф. Минск, 3–7 ноября 2008 г. – Часть 2. – Минск: институт математики НАН Беларуси, 2008. – С. 144–145.

109. Щербаков, С. С. Моделирование распределений напряжений и деформаций в системе диск-цилиндр в условиях сложного нагружения / С. С. Щербаков // Веб-программирование и Интернет-технологии (WebConf09): сб. матер. междунар. науч. конф. Минск, 8–10 июня 2009 г. – Минск: Институт математики НАН Беларуси, 2009. – С. 67–69.

110. Сосновский, Л. А. Влияние внеконтактной нагрузки на изменение силы трения и коэффициента сопротивления качению / Л. А. Сосновский, В. В. Комиссаров, С. С. Щербаков // Поликомтриб-2009: тез. докл. междунар. науч.-тех. конф. Гомель, 22–25 июня 2009 г. – Гомель: ИММС НАНБ, 2009. – С. 214.

111. Щербаков, С. С. Нестационарное напряженное состояние в условиях троппи / С. С. Щербаков // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений: тез. докл. междунар. конф. Минск, 14–19 сентября 2009 г. – Минск: институт математики НАН Беларуси, 2009. – С. 169–170.

112. Щербаков, С. С. Напряженное состояние системы ролик-вал в условиях сложного нагружения / С. С. Щербаков, И. Н. Павловский, Д. Е. Мармыш // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений: тез. докл. междунар. конф. Минск, 14–19 сентября 2009 г. – Минск: Институт математики НАН Беларуси, 2009. – С. 170–171.

113. Журавков, М. А. Оценка повреждаемости силовой системы на основе модели деформируемого твердого тела с опасным объемом / М. А. Журавков, С. С. Щербаков // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений: тез. докл. междунар. конф. Минск, 14–19 сентября 2009 г. – Минск: Институт математики НАН Беларуси, 2009. – С. 69.

114. Sosnovskiy, L. Model of Deformable Rigid Body with Dangerous Volume for Contact Problems with Friction / L. Sosnovskiy, M. Zhuravkov, S. Sherbakov // World Tribology Congress IV (WTCIV) : Proc. Of World Tribology Congress 2009, Kyoto, September 6–11 2009. – Japanese Society of Tribologists, 2009. – P. 156.

115. Sosnovskiy, L. A. Local Plastic Deformation of High-Strength Steel under Rolling Contact Fatigue / L. Sosnovskiy, A. Bogdanovich, S. Sherbakov, O. Yelovoy, A. Komarov, V. Komarova // World Tribology Congress IV (WTCIV) : Proc. Of World Tribology Congress 2009, Kyoto, September 6–11. 2009. – Japanese Society of Tribologists, 2009. – P. 389.

116. Zhuravkov, M. A. Mechanical and Mathematical Model of Stress-Strain State of Roller/Shaft System in Conditions of Rolling Friction and Bending of Shaft / M. A. Zhuravkov, S. S. Sherbakov, L. A. Sosnovskiy // 17th International Colloquium Tribology Solving Friction and Wear Problems, Ostfildern, Germany, January 19–21 2010. – Technische Akademie Esslingen, 2010. – P. 36.

117. Sherbakov, S. S. Analytical Solution for a Problem of Determination of Force

and Coefficient of Friction with the Account of Effect of Non-Contact Loading/ S. S. Sherbakov, L. A. Sosnovskiy, V.V. Commisarov // 17th International Colloquium Tribology Solving Friction and Wear Problems, Ostfildern, Germany, January 19–21 2010 / Technische Akademie Esslingen, 2010. – P. 37.

118. Sosnovskiy, L. A. Experimental Study of Influence of Bending on the Value of Friction Coefficient and Approach of Axes at Rolling / L. A. Sosnovskiy, V. V. Commisarov, A. A. Kebikov, S. S. Sherbakov // 17th International Colloquium Tribology Solving Friction and Wear Problems, Ostfildern, Germany, January 19–21. 2010 / Technische Akademie Esslingen, 2010. – P. 38.

119. Sosnovskiy, L. A. Study of the Scale Effect at Rolling Friction / L. A. Sosnovskiy, V. A. Zhmailik, V. V. Komissarov, S. S. Sherbakov // Proc. of the 17th International Colloquium Tribology, Stuttgart / Ostfildern, Germany, January 19–21, 2010. – Ostfildern, 2010. – P. 196.

120. Сосновский, Л. А. Развитие теорий предельного состояния применительно к трибофатическим системам / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков, Н. А. Махутов, А. В. Богданович // Прочность материалов и элементов конструкций: тезисы докладов международной научно-технической конференции, Киев, 28–30 сентября 2010 г. – Киев: ИПП НАНУ им. Г. С. Писаренко, 2010. – Т. 2. – С. 108–110.

121. Щербаков, С. С. Статистическая модель деформируемого твердого тела с опасным объемом / С. С. Щербаков, Л. А. Сосновский, М. А. Журавков // Прочность материалов и элементов конструкций: тезисы докладов международной научно-технической конференции, Киев, 28–30 сентября 2010 г. – Киев: ИПП НАНУ им. Г. С. Писаренко, 2010. –Т. 2. – С. 207–209.

122. Мармыш, Д. Е. Точные решения для полуплоскости при равномерном распределении нагрузки / С. С. Щербаков, Д. Е. Мармыш // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений: тез. докл. междунар. конф. Минск, 12–17 сентября 2011 г. – Минск: Институт математики НАН Беларуси, 2011. – С. 100–101.

123. Журавков, М. А. Система разрешающих уравнений для взаимодействия нескольких сред / М. А. Журавков, С. С. Щербаков // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений: тез. докл. междунар. конф. Минск, 12–17 сентября 2011 г. – Минск: Институт математики НАН Беларуси, 2011. – С. 157–158.

124. Sosnovskiy, L. Rail Corrugation: Experiment and Theory / L. Sosnovskiy, S. Sherbakov, S. Tyurin, V. Kamisarau // 15th International Conference on Experimental Mechanics. Porto, Portugal, July 22–27. 2012. – Faculty of Engineering, University of Porto, 2011. – P. 889–890.

125. Sherbakov, S. Study of the Influence of Bending on the Value of Friction Coefficient and Approach of Axes at Rolling / S. Sherbakov, L. Sosnovskiy, V. Kamisarau // 15th International Conference on Experimental Mechanics. Porto, Portugal, July 22–27 2012. – Faculty of Engineering, University of Porto, 2011. – P. 891–892.

126. Псырков, Н. В. Моделирование повреждаемости многокомпонентной системы с учетом контактного взаимодействия между ее элементами / Н. В. Псырков, С. С. Щербаков // Живучесть и конструкционное материаловедение: тез. докл. междунар. науч. конф. 22–24 октября 2012 г. – М.: ИМАШ РАН им. А.А. Благодирова, 2012. – С.46–47.

127. Журавков, М. А. Взаимодействие в многокомпонентной системе /

М. А. Журавков, С. С. Щербаков // X Белорусская математическая конференция: тез. докл. Междунар. науч. конф. Минск, 4–9 ноября 2012 г. – Часть 3. – Минск: Институт математики НАН Беларуси, 2012. – С. 66–67.

128. Журавков, М. А. Граничноэлементное моделирование многокомпонентной системы / М. А. Журавков, С. С. Щербаков, А. В. Круподеров, Д. Е. Мармыш // X Белорусская математическая конференция: Тез. Докл. Междунар. науч. конф. Минск, 4–9 ноября 2012 г. – Часть 3. – Минск: Институт математики НАН Беларуси, 2012. – С. 67–68.

129. Псырков, Н. В. Компьютерное моделирование трехмерного напряженно-деформированного состояния системы прижим–нож–основание / Н. В. Псырков, М. А. Журавков, С. С. Щербаков, О. А. Насань // X Белорусская математическая конференция: тез. докл. междунар. науч. конф. Минск, 4–9 ноября 2012 г. – Часть 3. – Минск: Институт математики НАН Беларуси, 2012. – С. 86–87.

130. Sherbakov, S. S. Stress-Strain State and Damage of the Mutielement System with Complex Contact Interactions Between Its Elements / S. S. Sherbakov, L. A. Sosnovskiy // Proc. of World Tribology Congress III [Электронный ресурс]: Turin, Italy, September 8–13, 2013. – Turin, 2013. – Электрон. дан. и прогр. (757 Мб) – 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM): зв., цв.

131. Sosnovskiy, L. A. Mechanothermodynamic Analysis of Damage in Complex Systems with Contact Interaction / L. A. Sosnovskiy, M. M. Khonsari, S. S. Sherbakov // Proc. of World Tribology Congress III [Электронный ресурс]: Turin, Italy, September 8–13, 2013. – Turin, 2013. – Электрон. дан. и прогр. (757 Мб) – 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM): зв., цв.

Авторские свидетельства, патенты

132. Способ испытаний материалов зубчатых колес на контактную и изгибную усталость: пат. 9247 Респ. Беларусь, МПК (2006), G01N3/00 / Жмайлик В. А., Андрияшин В. А., Сосновский Л. А., Захарик А. М., Комиссаров В. В., Щербаков С. С.; заявители Республиканское унитарное предприятие «Гомельский завод сельскохозяйственного машиностроения Гомсельмаш»; Государственное научное учреждение «Объединенный институт машиностроения Национальной академии наук Беларуси», № а 20040781; заявл. 2004.08.19.

133. Способ испытания образцов материалов на контактно- механическую усталость: пат. 9573 Респ. Беларусь, МПК (2006), G01N3/00 / Сосновский Л. А., Щербаков С. С.; заявители ООО НПО «Трибофатика», № а 20041059; заявл. 2004.11.18.

134. Способ испытания на контактно-механическую усталость материала рельса системы колесо-рельс-основание: пат. 10327 Респ. Беларусь, / Ожигар Г. П., Сосновский Л. А., Матвеев В. И., Сыроковаш А. А., Щербаков С. С., Кебиков А. А.; заявитель Учреждение образования «Белорусский государственный университет транспорта», № а 20050297; заявл. 2003.03.28.

РЭЗІЮМЭ

Шчарбакоў Сяргей Сяргеевіч

Прасторавы напружана-дэфармаваны стан, аб'ёмная пашкоджанасць і шматкрытэрыяльная мяжавыя станы сістэмы дэфармаваных цвёрдых тэл пры іх адначасовым кантактным і некантактным нагружанні

Ключавыя словы: сілавая шматэлементныя сістэмы, тропі, прасторавы напружана-дэфармаваны стан, кантактнае ўзаемадзеянне, гранічна-элементнае мадэляванне, стан аб'ёмнай пашкоджанасці, шматкрытэрыяльная лімітавыя станы.

Аб'ект даследавання: сілавыя сістэмы, у якіх адначасова рэалізуецца кантактнае ўзаемадзеянне паміж іх элементамі і аб'ёмнае дэфармаванне па меншай меры аднаго з элементаў; *прадмет даследавання:* прасторавыя напружана-дэфармаваны стан, стан аб'ёмнай пашкоджанасці, а таксама лімітавы стан сілавой сістэмы.

Мэта работы: стварэнне метадалогіі комплекснага вывучэння механічных станаў дэфармаванай сістэмы і яе элементаў, якая ўключае паслядоўную пастаноўку і рашэнне задач аб іх прасторавым напружана-дэфармаваным стане, стане аб'ёмнай пашкоджанасці і шматкрытэрыяльная лімітавых станах.

Пабудавана сістэма дазваляюць інтэгральных раўнанняў для сістэмы n ўзаемадзейнічаюць цвёрдых тэл, з улікам кантактнага ўзаемадзеяння паміж імі, а таксама некантактных змешаных гранічных умоў. Распрацаваны тэорыі аб'ёмнай пашкоджанасці сілавых сістэм, а таксама іх лімітавых станаў.

Вырашаны задачы вызначэння прасторавага напружана-дэфармаванага стану і стану аб'ёмнай пашкоджанасці сілавых сістэм (на прыкладах кантактнай пары і сістэмы ролік/вал). Створана механіка-матэматычная мадэль з'явы тропі – з'яўлення нерэгулярных рэшткавых паверхневых хвалепадобных пашкоджанняў у выніку нестацыянарнага працэсу цыклічнага пругкапластычнага дэфармавання ў зоне кантактнага ўзаемадзеяння цвёрдых тэл пры трэнні качэння. Распрацавана мадэль напружана-дэфармаванага стану і стану пашкоджанасці шматэлементнай сістэмы прыціск–нож–апора рэжучага інструмента сельскагаспадарчага камбайна.

Вынікі праведзеных даследаванняў выкарыстаны ва УП «Мінскі метрапалітэн», ЛП «Гомсельмаша», пры распрацоўцы дзяржаўнага стандарту СТБ 1758-2007, а таксама ўкаранены ў навучальны працэс БДУ і БелДУТ.

РЕЗЮМЕ

Щербаков Сергей Сергеевич

Пространственное напряженно-деформированное состояние, объемная повреждаемость и многокритериальные предельные состояния системы деформируемых твердых тел при их одновременном контактном и неконтактном нагружении

Ключевые слова: силовая многоэлементная система, троппи, пространственное напряженно-деформированное состояние, контактное взаимодействие, гранично-элементное моделирование, состояние объемной повреждаемости, многокритериальные предельные состояния.

Объект исследования: силовые системы, в которых одновременно реализуется контактное взаимодействие между их элементами и объемное деформирование по крайней мере одного из элементов; *предмет исследования:* пространственные напряженно-деформированное состояние, состояние объемной повреждаемости, а также предельное состояние силовой системы.

Цель работы: создание методологии комплексного изучения механических состояний деформируемой системы и ее элементов, включающая последовательную постановку и решение задач об их пространственном напряженно-деформированном состоянии, состоянии объемной повреждаемости и многокритериальных предельных состояниях.

Построена система разрешающих интегральных уравнений для системы n взаимодействующих твердых тел, с учетом контактного взаимодействия между ними, а также неконтактных смешанных граничных условий. Разработаны теории объемной повреждаемости силовых систем, а также их предельных состояний.

Решены задачи определения пространственного напряженно-деформированного состояния и состояния объемной повреждаемости силовых систем (на примерах контактной пары и системы ролик/вал). Создана механико-математическая модель явления троппи – образования нерегулярных остаточных поверхностных волнообразных повреждений в результате нестационарного процесса циклического упругопластического деформирования в зоне контактного взаимодействия твердых тел при трении качения. Разработана модель напряженно-деформированного состояния и состояния повреждаемости многоэлементной системы прижим-нож-опора режущего инструмента сельскохозяйственного комбайна.

Результаты проведенных исследований использованы в УП «Минский метрополитен», ЛИИ «Гомсельмаша», при разработке государственного стандарта СТБ 1758-2007, а также внедрены в учебный процесс БГУ и БелГУТ.

SUMMARY

Sherbakov Sergei Sergeevich

Spatial stress-strain state, volumetric damageability and multi-criteria limiting states of the system of deformable bodies under their simultaneous contact and non-contact loading

Keywords : active multi-element system, troppy, spatial stress-strain state, contact interaction , boundary element modeling, the state of volumetric damageability, multi-criteria limiting states.

Object of research is the active systems in which contact interaction between their elements and volume deformation of at least one of the elements take place simultaneously; *the subject of the research* is the spatial stress-strain state, the state of volumetric damageability and also multi-criteria limiting state of active systems

The aim of the work is to create a complex methodology for the study of the mechanical states of deformable system and its elements, including the sequential formulation and solution of the problems of determination of their spatial stress-strain state, state of volumetric damageability and multi-criteria limiting states.

System of resolving integral equations for n interacting solids is created taking into account contact interaction between them as well as non-contact mixed boundary conditions. The theories of volumetric damageability and multi-criteria limiting states of active systems were developed.

The problems of determining the spatial stress-strain state and the state of volumetric damageability of active systems were solved (using the examples of the contact pair and the roller / shaft system). Mechanical and mathematical model was created in order to describe troppy phenomenon – the formation of irregular residual surface wave-like damages resulting from a non-stationary process of cyclic elastoplastic deformation in the zone of contact at rolling friction. The model of the stress-strain state and the state of damageability of multi-element system clamp-knife-base of agricultural harvester was created.

The results of these studies were used by Minsk subway, PA “Gomselmash”, in the development of the State standard STB 1758-2007 and implemented in the educational process of BSU and BelSUT.

Научное издание

ЩЕРБАКОВ Сергей Сергеевич

**ПРОСТРАНСТВЕННОЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ
СОСТОЯНИЕ, ОБЪЕМНАЯ ПОВРЕЖДАЕМОСТЬ
И МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ ПРЕДЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ
ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ КОНТАКТНОМ
ВЗАИМОДЕЙСТВИИ И ОБЪЕМНОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ**

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Подписано в печать 27.02.2015. Формат 60×84¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 2,73. Уч.-изд. л. 2,14. Тираж 80. Заказ 179.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.