



The nonlinear mathematical model of calculation of temperature fields in the process of metal melting is formulated and solved using the method of equivalent source taking into account nonlinearity of thermophysical properties of material and variable terms of heat-exchange.

В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, НАН Беларуси,  
Ю. С. ПОСТОЛЬНИК, Днепродзержинский государственный технический университет,  
Н. Л. МАНДЕЛЬ, БНТУ,  
О. А. КОНДРАШЕВА, Днепродзержинский государственный технический университет

УДК 669.187

## АНАЛИЗ ПЕРЕНОСА ТЕПЛОТЫ ПРИ ПЛАВЛЕНИИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ БРИКЕТОВ В ЖИДКОЙ ВАННЕ. Сообщение 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Одним из путей использования вторичных отходов черных металлов (стружки) является их применение в виде пакетной стружки, холодно- или горячепресованных брикетов в литейном и сталеплавильном производстве. Как правило, в сталеплавильном производстве стружка используется при работе с жидкой ванной при добавлении ее в шихтовку, в том числе при выплавке стали в дуговых сталеплавильных печах.

Основным критерием эффективности использования брикетов из металлической стружки является их угар в процессе выплавки, определяемый в свою очередь размерами, теплофизическими свойствами и т.д. В связи с изложенным представляется актуальным определение продолжительности расплавления брикетов в зависимости от их размеров и теплофизических параметров.

При исследовании и математическом моделировании процессов в качестве модели, как правило, используется краевая задача типа Стефана. При этом чаще всего предполагается, что процесс плавления протекает при непрерывном отводе расплава с поверхности твердого остатка тела [1–5 и др.].

Как показано в работах [6–8 и др.], зависимость теплофизических характеристик (ТФХ)  $\lambda(T)$ ,  $c(T)$  металла от температуры, а также поверхностного теплового потока  $q_{\Pi}(t)$  от времени может оказать довольно существенное влияние на динамику процесса нагрева – плавление.

В статье приводится решение задачи расплавления металла с учетом переменности теплофизических свойств металла от температуры и с учетом изменяющегося со временем теплового потока.

Рассмотрим уравнение теплопроводности

$$\frac{1}{\rho^m} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \rho^m (1 + \varepsilon_{\lambda} \theta_j) \frac{\partial \theta_j}{\partial \rho} \right] = (1 + \varepsilon_c \theta_j) \frac{\partial \theta_j}{\partial \tau} \quad (1)$$

с краевыми условиями на стадии предварительного нагрева ( $j=1, 2$ ) ( $0 \leq \tau \leq \tau_2$ ,  $0 \leq \rho \leq 1$ ):

$$(1 + \varepsilon_{\lambda} \theta_2) \frac{\partial \theta_2}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1} = Ki(\tau), \quad \frac{\partial \theta_2}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1} = 0, \quad \theta_2(\rho, 0) = 0 \quad (2)$$

и стадии плавления ( $j=3$ ) ( $\tau_2 \leq \tau \leq \tau_3 = \tau_{\Phi}$ ,  $0 \leq \rho \leq \beta_3(\tau) \leq 1$ ):

$$(1 + \varepsilon_{\lambda} \theta_2) \frac{\partial \theta_3}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\beta_3(\tau)} = Ki(\tau) + Ko\beta_3(\tau), \quad \frac{\partial \theta_3}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1} = 0, \quad \theta_3(\rho, \tau) \Big|_{\rho=\beta_3(\tau)} = 1, \quad (3)$$

где

$$\theta(\rho, \tau) = \frac{T(\rho, \tau) - T_0}{T_{\Phi} - T_0}; \quad Ki(\tau) = \frac{q_{\Pi}(\tau)R}{\lambda_0(T_{\Phi} - T_0)}; \quad Ko = \frac{q_{\Phi}}{c_0 T_*}.$$

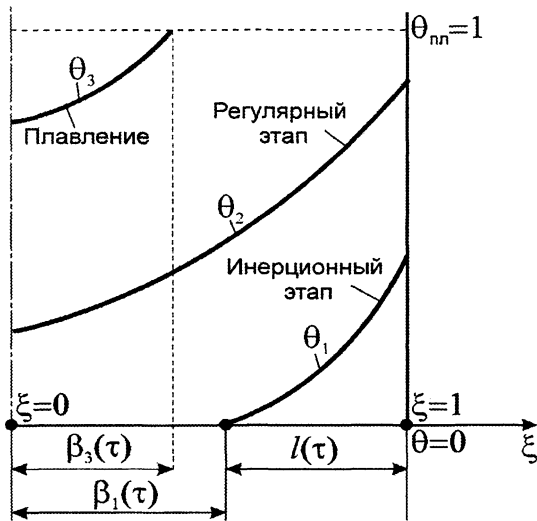


Схема термического слоя при расплавлении металла

Поставленная задача решена [6, 8] методом эквивалентных источников с использованием модели термического слоя [10], т.е. с рассмотрением инерционного ( $j=1$ ) ( $0 \leq \tau \leq \tau_0$ ,  $\beta_1(\tau) \leq \rho \leq 1$ ) и упорядоченного ( $j=2$ ) ( $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_2 = \tau_\phi^0$ ,  $0 \leq \rho \leq 1$ ) этапов.

На инерционном этапе для определения температуры кускового лома получено [8, 11] следующее решение:

$$\theta_1(\rho, \tau) = \frac{1}{\varepsilon_\lambda} \left\{ \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_\lambda \text{Ki}(\tau)}{1 - \beta_1(\tau)} [\rho - \beta_1(\tau)]^2} - 1 \right\}, \quad (4)$$

продолжительность  $\tau_0$  инерционного этапа предварительного прогрева определяется из уравнения:

$$\int_0^{\tau_0} \text{Ki}(\tau) d\tau = \frac{\text{Ki}(\tau_0)}{6(1+m)} [\rho - 0,15(\varepsilon_\lambda - \varepsilon_c) \text{Ki}(\tau_0)]. \quad (5)$$

На упорядоченном этапе нагрева в первом приближении МЭИ получено следующее решение:

$$\theta_2(\rho, \tau) = \frac{1}{\varepsilon_\lambda} \left\{ \sqrt{[1 + \varepsilon_\lambda \theta_{2n}(\tau)]^2 - \varepsilon_\lambda \text{Ki}(\tau)(1 - \rho^2)} - 1 \right\}. \quad (6)$$

Время  $\tau_2 = \tau_\phi^0$  нагрева поверхности тела до температуры плавления  $T_\phi$  находим по выражению:

$$(1+m) \int_0^{\tau_\phi^0} \text{Ki}(\tau) d\tau = \frac{\varepsilon_\lambda}{\varepsilon_c} \left[ \frac{(1 + \varepsilon_\lambda)^2 - 1 + 2(1 + \varepsilon_\lambda) \left(1 - \frac{\varepsilon_\lambda}{\varepsilon_c}\right)}{2\varepsilon_\lambda} - \text{Ki}(\tau_\phi^0)/3 \right] + \left(1 - \frac{\varepsilon_\lambda}{\varepsilon_c}\right) \text{Ki}(\tau_\phi^0)/6. \quad (7)$$

В момент  $\tau = \tau_2 = \tau_\phi^0$  относительная избыточная температура  $\theta_{2n}(\tau_\phi^0) = \theta_2(0, \tau_\phi^0)$  центра сечения тела определяется по формуле:

$$\theta_u^0 = \theta_{2n}(\tau_\phi^0) = \frac{1}{\varepsilon_\lambda} \left[ \sqrt{(1 + \varepsilon_\lambda)^2 - \varepsilon_\lambda \text{Ki}(\tau_\phi^0)} - 1 \right]. \quad (8)$$

Следует подчеркнуть, что полученные выше решения имеют силу при выполнении условия

$$0 \leq \tau_0 \leq \tau_\phi^0 < \tau_\phi, \quad (9)$$

где  $\tau_\phi$  — время полного плавления тела.

Необходимо отметить, что если исходить из неравенства (9), то общепринятые понятия «тонкие» и «массивные» тела, вероятно, возможно дополнить термином «сверхмассивные» тела, плавление которых начинается до окончания инерционного этапа прогрева ( $\tau_\phi^0 < \tau_0$ ). В условиях металлургического производства рассмотрение процессов плавления сверхмассивных тел не вызовет необходимости. Поэтому дальнейшее решение задачи было выполнено [11] при условии выполнения неравенств (9).

На этапе плавления ( $\tau_\phi^0 < \tau \leq \tau_\phi$ ) получаем

$$\theta_3(\rho, \tau) = \frac{1}{\varepsilon_\lambda} \left\{ \sqrt{(1 + \varepsilon_\lambda)^2 - \frac{\varepsilon_\lambda}{\beta_3(\lambda)} [\text{Ki}(\tau) + \text{Ko}\beta_3(\tau)] [\beta_3^2(\tau) - \rho^2]} - 1 \right\}, \quad (10)$$

где положение фронта кристаллизации и его скорость определяются соотношениями

$$\beta_3(\Delta\tau) \left[ 1 + \frac{1 + \varepsilon_c}{1 + \varepsilon_\lambda} \frac{\text{Ki}(\Delta\tau) + \text{Ko}\beta_3^0}{3(1+m)\text{Ko}} \beta_3^n(\Delta\tau) \right] = 1 + \frac{1 + \varepsilon_c}{1 + \varepsilon_\lambda} \frac{\text{Ki}(\tau_\phi^0) + \text{Ko}\beta_3^0}{3(1+m)\text{Ko}} - \frac{1}{\text{Ko}} \int_0^{\Delta\tau} \text{Ki}(\tau) d\tau. \quad (11)$$

Этим выражением и определяется закон продвижения фронта плавления.

Дифференцируя по времени  $\tau$  равенство (11), находим скорость продвижения фронта плавления

$$\dot{\beta}_3(\Delta\tau) = - \frac{3(1+m)\text{Ki}(\Delta\tau) + \frac{1 + \varepsilon_c}{1 + \varepsilon_\lambda} \text{Ki}(\Delta\tau)\beta_3^{n+1}(\Delta\tau)}{3(1+m)\text{Ko} + \frac{1 + \varepsilon_c}{1 + \varepsilon_\lambda} (n+1) [\text{Ki}(\Delta\tau) + \text{Ko}\beta_3^0]} \beta_3^n(\Delta\tau). \quad (12)$$

При расчетах продолжительности  $\Delta t_\phi$  плавления величина погрешности прежде всего зависит от того, на сколько близко определены исходные теплофизические параметры процесса. В связи с этим полученное в работе [11] и приведенное выше общее решение позволяет установить меру влияния на исследуемый процесс зависимости ТФХ материала от температуры, а поверхностного теплового потока — от времени.

### Выводы

Предложена нелинейная математическая модель расчета температурных полей в процессе расплавления металла с учетом нелинейности теплофизических свойств материала и переменности условий теплообмена. Разработан алгоритм решения представленной математической модели с помощью «метода эквивалентных источников».

### Литература

1. Глинков М.А. Расчет плавления тел правильной формы // Тр. УПИ. Свердловск: Metallurgizdat, 1941.
2. Глинков М.А. Мартеновская печь как теплотехнический агрегат. М.; Свердловск: Metallurgizdat, 1944.
3. Глинков М.А., Глинков Г.М. Общая теория печей. М.: Metallurgia, 1978.
4. Бровкин Л.А. Расчет процесса плавления простейших тел // Изв. вузов. Энергетика. 1958. № 2. С. 79–86.
5. Гольдфарб Э.М. Нагрев тел различной формы газами в прямотоке и противотоке // ЖТФ. 1954. Т. 24. № 6. С. 1012–1019.
6. Постольник Ю.С., Гаранчук В.А., Губа В.М. Исследование теплопроводности с функционально зависящими параметрами // Изв. вузов. Черная металлургия. 1973. № 6. С. 140–145.
7. Постольник Ю.С., Темкин С.И. Приближенный расчет температурного поля в затвердевающем слое отливки // Изв. вузов. Черная металлургия. 1976. № 10. С. 20–24.
8. Постольник Ю.С., Темкин С.И., Барабаш Н.М. Исследование процесса затвердевания плоской отливки // Изв. вузов. Машиностроение. 1976. № 5. С. 140–143.
9. Постольник Ю.С. Расчет динамики плавления тел различной формы // Тепло- и массообмен в ваннах сталеплавильных агрегатов. М.: Metallurgia, 1979. № 120.
10. Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория тепло- и массопереноса. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963.
11. Тимошпольский В.И., Постольник Ю.С., Андрианов Д.Н. Теоретические основы теплофизики и термомеханики в металлургии. Мн.: Белорусская наука, 2005.