

УДК 629.331

## ОСОБЕННОСТИ ОТВАЛООБРАЗОВАТЕЛЕЙ И НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ИХ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

Казаченко Г.В., Басалай Г.А. (Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Беларусь), Неверовская Я.Б. (ОАО «Белгорхимпром», г. Минск, Беларусь), Ярмолинская А.А. (ОАО «Беларуськалий», г. Солигорск, Беларусь)

*Отражены особенности отвалообразователей и представлены их математические модели в неподвижном относительно поверхности состоянии. Показано, как используются эти модели при расчетах статической устойчивости.*

### Введение

В настоящее время для образования отвалов, в которых складывается основная масса отходов, на предприятиях горноперерабатывающей промышленности [1, 2] наиболее широко используются полноповоротные отвалообразователи на шагающих движителях. Эти машины представляют собой сложные и массивные электромеханические системы, проектирование и расчет которых в большинстве случаев базируется на исследовании и решении уравнений их движения. Уравнения движения в зависимости от задач исследований и расчетов могут быть составлены различными способами и в различных формах [1]. Это в полной мере относится и к различным частям отвалообразователя. В настоящей работе рассматривается общая методика моделирования отвалообразователя как механической системы и исследуется равновесие базы машины.

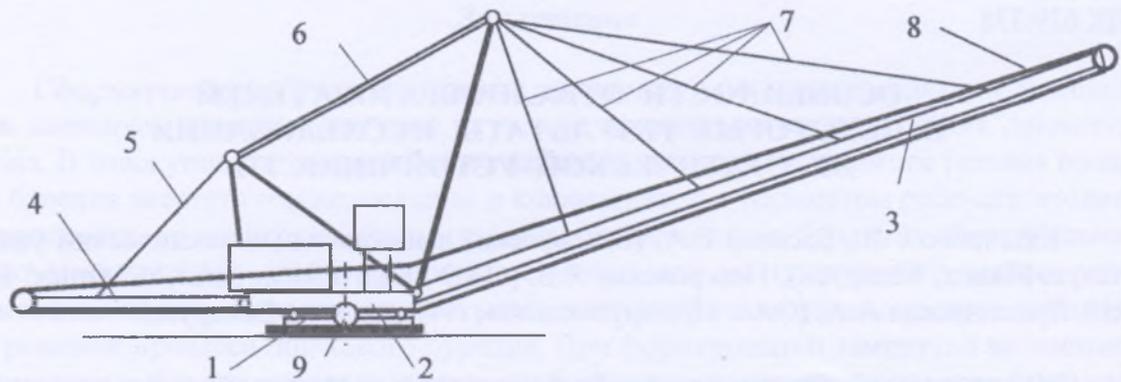
### Построение уравнений движения

При составлении уравнений движения рассматриваем отвалообразователь (рис. 1) как динамическую систему, состоящую из следующих частей:

- база (абсолютно жесткое тело);
- поворотная платформа (абсолютно жесткое тело);
- отвальная консоль (деформируемая сложная механическая система);
- приемная консоль (часть платформы);
- канаты, ванты (элементы, связывающие между собой основные части);
- конвейер (ленточный транспортер, установленный на приемной и отвальной консолях, а также на поворотной платформе);
- механизм шагания.

За основную часть системы выберем базу, а движение остальных частей рассматриваем относительно нее. Таким образом, сначала необходимо рассмотреть движение базы.

Опорная база отвалообразователя воспринимает все нагрузки, действующие на него и передает их на опорную поверхность. При стационарном режиме работы конвейера эти нагрузки включают силы тяжести, ветровую нагрузку, а также нагрузки, возникающие вследствие движения горной массы, находящейся на конвейере. Под действием их, как показывает опыт, база совершает малые движения относительно начального положения.



1 – база; 2 – поворотная платформа; 3 – отвальная консоль; 4 – приемная консоль;  
5 – подвес приемной консоли; 6 – подвес стрелы (отвальной консоли); 7 – ванты стрелы;  
8 – конвейер; 9 – механизм шагания

**Рисунок 1 – Схема отвалообразователя**

Для изучения таких движений составим их уравнения в форме Аппеля:

$$\frac{\partial S}{\partial \omega_i} = \Pi_i, \quad (1)$$

где  $S$  – энергия ускорений;

$\omega_i$  – квазискорости;

$\Pi_i$  – обобщенные силы, соответствующие выбранным квазискоростям;

$i = 1, 2, \dots, n$ ;

$n$  – число степеней свободы.

Чтобы получить эти уравнения, необходимо выбрать квазискорости и определить  $\Pi_i$ . Для получения достаточно простых выражений энергии ускорений и обобщенных сил, возможности анализа уравнений движения и получения в отдельных случаях аналитических решений примем ряд допущений, которые не противоречат условиям задач, решаемых в работе:

- база находится на малодеформируемой поверхности;
- трение между базой и опорной поверхностью изотропно, а коэффициент трения - величина постоянная;
- упругие силы, действующие на базу, линейно зависят от деформации поверхности;
- внешние нагрузки считаем заданными.

Конфигурация базы определяется тремя координатами центра масс и тремя углами Эйлера, определяющими ее сферические движения. Для определения углов Эйлера введем систему координат  $OXYZ'$ , центр которой перемещается вместе с центром масс базы, а оси остаются параллельными осям неподвижной системы координат  $OXYZ$  и подвижный триэдр  $Oxuz$ . Оси триэдра  $Oxuz$  расположим следующим образом:  $Ox$  – перпендикулярно оси конвейера;  $Oy$  – вдоль по ходу конвейера, параллельно опорной плоскости;  $Oz$  – перпендикулярно плоскости  $Oxu$  вверх. Углы  $\psi, \theta, \varphi$  введем подобно углам, взятым академиком А.Н. Крыловым [3] для определения ориентации корабля в пространстве, и позволившим получить достаточно простые уравнения качки корабля. Определение этих углов произведем по способу, изложенному проф. А.И. Лу-

рье. Для этого назначим (рисунок 2) основные оси  $OZ'$  и  $Ox$ , основные плоскости  $X'OY' \cdot zOY$  и построим два вспомогательных триэдра: полунеподвижный  $k, n, i$  и полуподвижный  $i'_1, n, n'$ . Тогда искомые углы  $\psi, \theta, \varphi$  определяются так, как это показано на рисунке 2. Эти углы называются соответственно углами рысканья, поперечного и продольного крена. Таблицу косинусов между осями  $OX'Y'Z'$  и подвижными осями  $Oxuz$  определим произведением трех матриц, осуществляющих последовательно повороты вокруг оси  $OZ'$  на угол  $\psi$ , вокруг линии узлов  $On$  на угол  $\theta$ , вокруг оси  $Ox$  на угол  $\varphi$ . Эти матрицы, которые обозначим соответственно  $a_\psi, a_\theta$  и  $a_\varphi$ , имеют вид:

$$\alpha_\psi = \begin{matrix} & X' & Y' & Z' \\ \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{matrix} k \\ n \\ i_3 \end{matrix} \end{matrix}, \quad (2)$$

$$\alpha_\theta = \begin{matrix} & k & n & i_3 \\ \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} & \begin{matrix} i'_1 \\ n \\ n' \end{matrix} \end{matrix}, \quad (3)$$

$$\alpha_\varphi = \begin{matrix} & i'_1 & n & n' \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} & \begin{matrix} i'_1 \\ i'_2 \\ i'_3 \end{matrix} \end{matrix}, \quad (4)$$

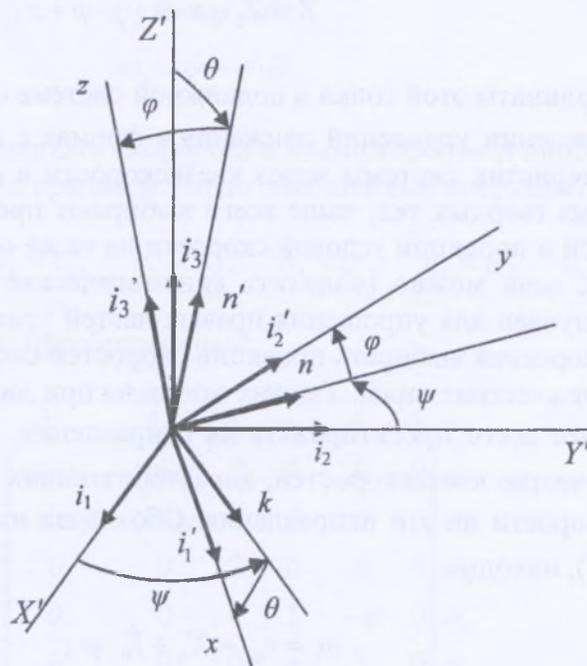


Рисунок 1 – Ориентация подвижных осей

Матрица, осуществляющая перевод триэдра  $OX'Y'Z'$  к триэдру  $Oxyz$ .

Произведя умножение, находим матрицу направляющих косинусов между подвижными и неподвижными осями:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} X & Y & Z \end{matrix} \\ \begin{matrix} \cos\theta \cdot \cos\psi \\ \cos\psi \cdot \sin\theta \cdot \sin\theta - \cos\varphi \cdot \sin\psi \\ \cos\varphi \cdot \sin\theta \cdot \cos\psi + \sin\varphi \cdot \sin\psi \end{matrix} & \begin{matrix} \cos\theta \cdot \sin\psi \\ \sin\psi \cdot \sin\theta \cdot \sin\theta + \cos\varphi \cdot \cos\psi \\ \cos\varphi \cdot \sin\theta \cdot \sin\psi - \sin\varphi \cdot \cos\psi \end{matrix} & \begin{matrix} -\sin\theta \\ \sin\varphi \cdot \cos\theta \\ \cos\varphi \cdot \cos\theta \end{matrix} \\ \left\| \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \right. \end{matrix} \quad (5)$$

Так как в стационарном режиме база совершает повороты на малодеформируемой поверхности, то углы  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  малы.

Для малых углов  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  справедливы приближенные равенства  $\sin\psi \approx \psi$ ,  $\sin\theta \approx \theta$ ,  $\sin\varphi \approx \varphi$ ,  $\cos\psi \approx \cos\theta \approx \cos\varphi \approx 1$ . Учитывая эти соотношения и пренебрегая членами, содержащими произведения малых величин, получаем приближенную таблицу направляющих косинусов:

$$\alpha = \begin{matrix} & \begin{matrix} X & Y & Z \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ -\psi \\ \theta \end{matrix} & \begin{matrix} \psi & 1 & \varphi \end{matrix} \\ \left\| \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \right. \end{matrix} \quad (6)$$

Декартовы координаты любой точки базы теперь определяются по известным формулам:

$$\begin{aligned} X &= X_0 + x - y \cdot \psi + z \cdot \theta; \\ Y &= Y_0 + x \cdot \psi + y - z \cdot \varphi; \\ Z &= Z_0 - x \cdot \theta + y \cdot \varphi + z, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $x$ ,  $y$ ,  $z$  – координаты этой точки в подвижной системе осей.

При составлении уравнений движения в формах с выражением основных динамических характеристик системы через квазискорости в качестве последних для систем, состоящих из твердых тел, чаще всего выбирают проекции скорости центра масс на подвижные оси и проекции угловой скорости на те же оси. Такой выбор оказывается весьма удачным, если можно разделить кинематические и динамические уравнения. Однако в ряде случаев для упрощения правых частей уравнений движения выгоднее в качестве квазискоростей выбирать проекции скоростей системы на направления, по которым действуют внешние силы. Так как эти силы при движении базы по опорной поверхности удобнее всего проектировать на направления, задаваемые триэдром  $Okn_3$ , то выберем в качестве квазискоростей, характеризующих движение центра масс базы, проекции его скорости на эти направления. Обозначая их соответственно  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  и используя (2), (7), находим:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= v_{ок} = \dot{X}_0 + \dot{Y}_0 \cdot \psi; \\ \omega_2 &= v_{он} = \dot{Y}_0 - \dot{X}_0 \cdot \psi; \\ \omega_3 &= v_{оз} = \dot{Z}_0. \end{aligned} \quad (8)$$

Легко убедиться, что если пренебречь влиянием угловых деформаций базы в контакте с опорной поверхностью на вертикальную координату центра масс и считать вертикальную нагрузку на базу постоянной, то  $\omega_1 = v_{ax}$ ,  $\omega_2 = v_{ay}$ ,  $\omega_3 = 0$ .

Это следует из того, что в этом случае  $Z_0' = 0$  и приведенные приближенные равенства следуют из (7). В качестве квазискоростей, описывающих сферическое движение базы, возьмем проекции ее угловой скорости на подвижные оси. Запишем выражение угловой скорости через обобщенные скорости:

$$\bar{\omega} = i_3 \cdot \dot{\varphi} + n \cdot \dot{\theta} + i_1' \cdot \dot{\psi} \quad (9)$$

и спроектируем это равенство на направления подвижных осей:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \bar{\omega} \cdot i_1'; \\ \omega_y &= \bar{\omega} \cdot i_2'; \\ \omega_z &= \bar{\omega} \cdot i_3'. \end{aligned} \quad (10)$$

Обращаясь к (2-5), получаем:

$$\begin{aligned} \omega_x &= -\sin \theta \cdot \dot{\psi} + \dot{\varphi}; \\ \omega_y &= \sin \varphi \cdot \cos \theta \dot{\psi} + \sin \varphi \cdot \dot{\theta}; \\ \omega_z &= \cos \varphi \cdot \cos \theta \cdot \dot{\psi} - \sin \varphi \cdot \dot{\theta} \end{aligned} \quad (11)$$

или с учетом малости углов  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$ :

$$\begin{aligned} \omega_x &= -\theta \cdot \dot{\psi} + \dot{\varphi}; \\ \omega_y &= \varphi \cdot \dot{\psi} + \dot{\theta}; \\ \omega_z &= \dot{\psi} - \varphi \cdot \dot{\theta}. \end{aligned} \quad (12)$$

Преобразование обобщенных скоростей в квазискорости и наоборот представим в матричной форме, обозначив предварительно обобщенные координаты:

$$q_1 = X_0, \quad q_2 = Y_0, \quad q_3 = Z_0, \quad q_4 = \psi, \quad q_5 = \theta, \quad q_6 = \varphi.$$

Тогда матрица прямого преобразования:

$$b = \begin{vmatrix} \dot{q}_1 & \dot{q}_2 & \dot{q}_3 & \dot{q}_4 & \dot{q}_5 & \dot{q}_6 \\ \cos \psi & \sin \psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\theta & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \\ \omega_5 \\ \omega_6 \end{matrix} \quad (13)$$

Обратного:

$$b^{-1} = \begin{matrix} & \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & \omega_4 & \omega_5 & \omega_6 \\ \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\varphi & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\theta & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (14)$$

Таким образом, определены квазискорости базы для различных режимов движения базы. Одним из таких режимов является стационарное положение. В этом положении отвалообразователь работает большую часть рабочего времени. Если к тому же он не поворачивается вокруг оси  $Oz$ , т.е.  $\psi = 0$ , то база находится в равновесии под действием вертикальной нагрузки и реакции опорной поверхности. Условия ее равновесия в этом случае можно записать в виде:

$$\iint_F p dF = P_z ; \quad (15)$$

$$\iint_F p \cdot \sqrt{x^2 + y^2} dF = P_z \cdot r_d ,$$

где  $p$  – давление под опорной базой;

$P_z$  – нормальная к опорной поверхности нагрузка, передаваемая со стороны базы;

$F$  – опорная площадь базы;

$r_d$  – радиус центра давления.

При этом базу можно рассматривать как круглый стержень при внецентренном сжатии. Давление под базой распределяется по закону:

$$p = \frac{P_z}{F} \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y} , \quad (16)$$

где  $M_x$  и  $M_y$  – моменты внешних нагрузок относительно соответствующих осей  $Ox$  и  $Oy$ ;

$W_x$  и  $W_y$  – моменты сопротивления опорной площади относительно тех же осей.

Как известно [4], одним из критериев статической устойчивости машин в таких случаях можно считать положение центра давления относительно ядра сечения опорной площади. Для круглой опорной площади ядро сечения [5] – круг радиусом:

$$r_x = D/8 , \quad (17)$$

где  $D$  – диаметр базы.

Представляет интерес рассмотрение других конструктивных форм опорной базы, прежде всего, ввиду необходимости полной симметрии, форму кольца. Определим размеры ядра сечения в этом случае.

Моменты внешних нагрузок можно определить через координаты центра давления:

$$M_x = P_z \cdot y_d, \quad M_y = P_z \cdot x_d, \quad (18)$$

где  $x_d$  и  $y_d$  – координаты центра давления опорной площади.

Причем радиус положения центра давления:

$$r_n = \sqrt{x_d^2 + y_d^2}. \quad (19)$$

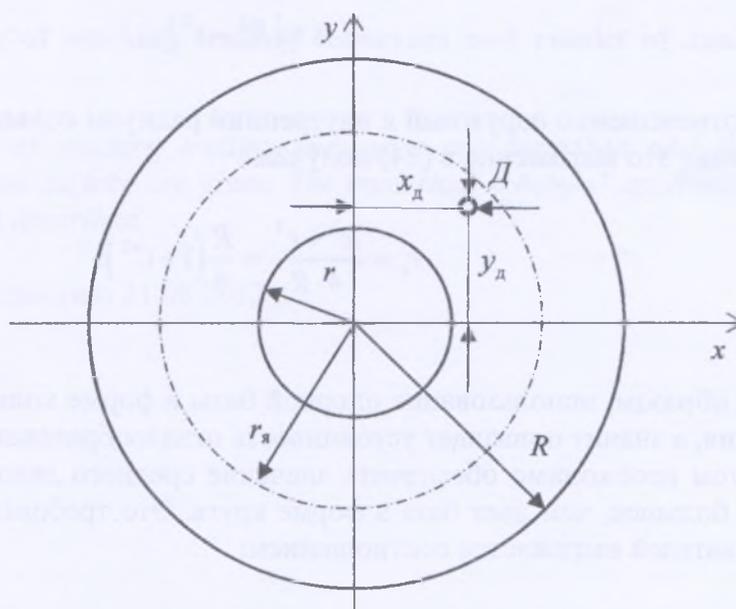


Рисунок 3 – Ядро сечения кольцевой базы

Давление в этом случае распределено по закону:

$$p = P_z \left( \frac{1}{F} \pm \frac{y_d}{W_x} \pm \frac{x_d}{W_y} \right). \quad (20)$$

Для того, чтобы полностью использовать опорную поверхность базы, необходимо выполнение условия:

$$p_{\min} \geq 0. \quad (21)$$

В предельном положении центра давления, обеспечивающем выполнение этого условия, имеем приравнявая нулю левую часть (20):

$$0 = \frac{1}{F} - \frac{y_{d \max}}{W_x} - \frac{x_{d \max}}{W_y}, \quad (22)$$

где  $x_{d\max}$  и  $y_{d\max}$  – координаты границы ядра сечения.

Если центр давления смещается вдоль оси  $Oy$ , что не нарушает общности результата, то имеем уравнение для определения радиуса ядра сечения:

$$\frac{1}{F} = \frac{r_{\text{я}}}{W_y}, \quad (23)$$

или

$$r_{\text{я}} = \frac{W_y}{F}. \quad (24)$$

Для кольцевой базы:

$$W_y = \frac{\pi}{4 \cdot R} (R^4 - r^4); \quad (25)$$

$$F = \pi (R^2 - r^2),$$

где  $R$  и  $r$  – соответственно наружный и внутренний радиусы кольца.

Подставив это выражение в (24) получим:

$$r_{\text{я}} = \frac{R^2 + r^2}{4 \cdot R} = \frac{R}{4} (1 + C^2), \quad (26)$$

где  $C = \frac{r}{R}$ .

Таким образом, использование опорной базы в форме кольца увеличивает радиус ядра сечения, а значит повышает устойчивость отвалообразователя.

При этом необходимо обеспечить значение среднего давления на опорную поверхность не большее, чем дает база в форме круга. Это требование при равной массе отвалообразователей выражается соотношением:

$$R = \frac{R_{\text{кр}}}{1 - C^2}, \quad (27)$$

где  $R$  – радиус круговой базы.

Для выбора радиусов кольцевой базы необходимо использовать в качестве необходимых условий соотношения (26) и (27). Эти условия не являются единственными. Так, например, можно потребовать равной материалоемкости и прочности обеих баз. Эти вопросы выходят за рамки настоящего исследования и требуют дальнейшего исследования.

### Заключение

Рассмотренные в работе вопросы позволяют разрабатывать достаточно подробные модели отвалообразователей и совершенствовать их конструкции. В частности, исследована на статическую устойчивость база кольцевой формы, которая в этом смысле превосходит традиционную базу в форме круга.

## Список цитируемых источников

1. Волков, Д.П. Динамика и прочность многоковшовых экскаваторов и отвалообразователей / Д.П. Волков, В.А. Черкасов. – М.: Машиностроение, 1969. – 408 с.
2. Падерни, Р.Ю. Горные машины / Р.Ю. Падерни. – М.: Недра, 1980. – 390 с.
3. Казаченко, Г.В. Определение пространственной ориентации горных машин / Г.В. Казаченко // Горная механика. – 2007. – № 4. – С. 85-89.
4. Опейко, Ф.А. Торфяные машины // Ф.А. Опейко. – Минск: Вышэйшая школа, 1968. – 408 с.
5. Рудицын, М.Н. Справочное пособие по сопротивлению материалов / М.Н. Рудицын, П.Я. Артемов, М.И. Любошиц. – Минск: Вышэйшая школа, 1970. – 638 с.

---

Kazachenko G.V., Basalai G.A., Neverovskaya Y.B., Yarmolinskaya A.A.

**Characteristics of stacking trailing conveyors and results of analyses of their steady-state stability**

*Characteristics of stacking trailing conveyors are described and their numerical schemes at rest apparent surface are given. The numerical schemes' application by calculation of static stability is described.*

Поступила в редакцию 21.08.2012 г.