

УДК 531:678.5

Ю.В. ВАСИЛЕВИЧ, д-р физ.-мат. наук
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

В.М. САХОНЕНКО, канд. физ.-мат. наук
Московский государственный открытый университет, Россия

С.В. САХОНЕНКО, канд. физ.-мат. наук
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

К.А. ГОРЕЛЫЙ, генеральный директор; Е.В. МАЛЮТИН, главный конструктор
ОАО «Авангард», г. Сафоново, Россия

УСТАНОВЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ПОВЕДЕНИЯ ТКАНЕЙ ПРИ СЖАТИИ

Сжатие поперечного сечения нитей в препрегах осуществляется совместно с растяжением второго семейства нитей. На первой стадии оно неупруго доуплотняется, происходит необратимое сжатие. Вторая стадия сжатия семейства нитей характеризуется только упругими деформациями. Установленные зависимости между относительными деформациями сжатия и усилиями сжатия имеют линейный характер и отражают не только свойства материалов нитей, из которых изготовлены ткани гладкого переплетения, но и конструктивные особенности строения ткани.

Ключевые слова: ткань, нить, сжатие, деформация, семейство нитей, модель деформирования, сечение нити

Постановка задачи. Рассматриваются тканые материалы, образованные переплетением двух систем нитей под углом 90° . Большинство тканей, применяемых в настоящее время для изготовления композитов, имеют простые схемы переплетения, такие, как полотняное, рогожное, саржевое и атласное. Из них текстильные композиты явно превосходят многие материалы по показателям удельной прочности и жесткости. С учетом сказанного возможности применения текстильных конструктивных композитов для основных и второстепенных несущих элементов конструкций представляются неограниченными, особенно в области средств передвижения, где существенны весовые ограничения.

В процессе переработки текстильные каркасы испытывают различные виды нагружения, основными из которых являются двухосное растяжение и сжатие. Однако следует отметить, что ввиду абсолютной гибкости нитей сжатие в обычном смысле в направлении плоскости ткани невозможно, так как оно приводит к потере устойчивости текстильного каркаса. Существует и другой вид сжатия. Силы, осуществляющие такое сжатие, лежат в плоскости ткани и направлены поперек нитей. В составе тканого материала такое сжатие может быть осуществлено только совместно с растяжением второго семейства нитей. Например, при перемещении одного семейства нитей вдоль второго у последнего семейства возникают растягивающие напряжения. А первое семейство нитей сжимается в перпендикулярном направлении к нитям.

Следует также отметить, что рассматриваемый вид сжатия приводит к перемещениям, имеющим конечные значения. Дело в том, что при таких де-

формациях два семейства нитей ведут себя как два тела, переплетенные между собой, и имеющие возможность скользить друг относительно друга (в узлах переплетения нитей отсутствуют жесткие связи). При плоском напряженном состоянии в исходном положении точки соприкосновения нитей расходятся и находятся в разных местах одной и той же плоскости. При этом предполагается, что каждая нить семейства при перемещении не образует разрывов. Для твердых тел при таких перемещениях нарушаются условия неразрывности.

Для построения модели деформирования сжатия отметим, что тканый материал представляет собой мозаичную структуру, состоящую из большого числа повторяющихся элементов. Как видно из рисунка 1, эти элементы формируются путем переноса и сжатия. Предполагаем, что все ячейки идентичны и

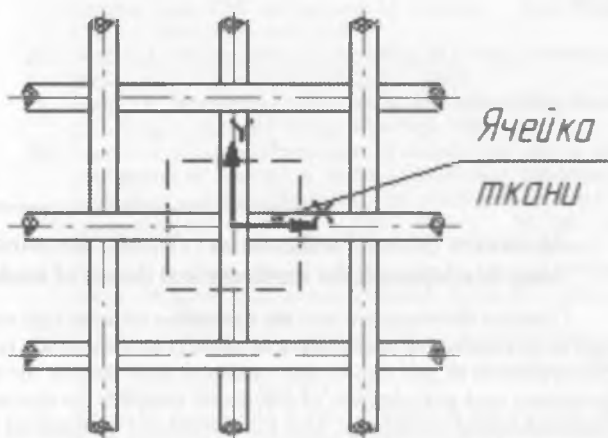


Рисунок 1 — Структурная схема ткани полотняного переплетения

однородно распределены по всей поверхности ткани. В таком случае для изучения деформационного поведения ткани при нагружении достаточно рассмотреть поведение типичной ячейки ткани. Если сечения проведены в ткани вдоль направляющих нитей, то получим другую форму ячейки ткани. Очевидно, существует только два вида типичных ячеек ткани.

Пусть типичная ячейка ткани с гладким переплетением состоит только из одной основной и одной уточной нитей, контактирующих в общей точке переплетения. Рисунок переплетений симметричен относительно срединной плоскости ткани. Обычно форма ячейки, размер и длины искривленных участков каждой нити — известные геометрические параметры.

Зная форму и размер ячейки, можно решать систему уравнений для каждой ячейки ткани в рамках следующих гипотез [1]: 1) у параллельных нитей перемещения концов должны быть одинаковыми; 2) в зонах контакта любой нити напряжения и перемещения должны быть непрерывными; 3) должны удовлетворяться установленные для ячейки граничные условия.

Вырежем ячейку ткани, состоящую из двух фрагментов нитей, принадлежащих нитям разных семейств. Вертикальное сечение этих фрагментов представлено на рисунке 2.

Здесь название «нити» относится к многоволоконным нитям, состоящим из 1000 и более элементарных нитей с малой круткой и ровингам. В реальности поперечные сечения имеют неправильную форму. Для многоволоконных нитей это сечение представляется в виде вытянутой луночки (фотография на рисунке 3). Такая сплюснутость нитей играет важную роль в деформировании тканей, облегчая сдвиговые деформации со смещением. Кроме того, и это весьма существенно, форма сечения луночки и ее значительная расплюснутость позволяют утверждать, что угол α у нитей тканого простого переплетения достаточно мал и составляет не более 0,02 радиан. На рисунке 3 а представлена фотография уточного сечения ткани Т-13, выполненной из слабо крученой стеклянной нити. На рисунке 3 б представлена фотография уточного сечения ткани ТР-0,7-80, выполненной из ровинга.

Для упрощения расчетов границу такой луночки можно аппроксимировать двумя дугами окружностей одного радиуса, как показано на рисунке 2.

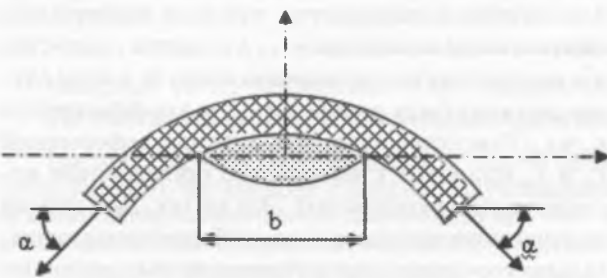


Рисунок 2 — Вертикальное сечение структурной ячейки ткани

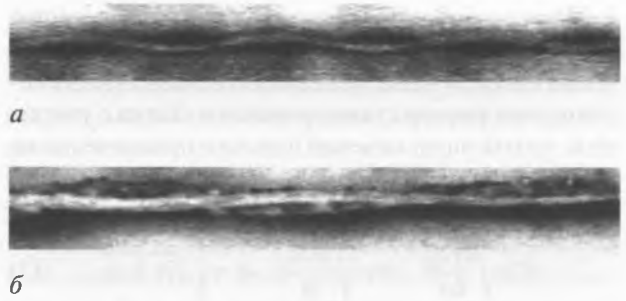


Рисунок 3 — Поперечные сечения стеклотканей гладкого переплетения

При этом между параметрами R , α , b и h имеют место простые геометрические зависимости

$$b = 2R \sin \alpha, \quad h = 2R(1 - \cos \alpha), \\ S = R^2(2\alpha - \sin 2\alpha),$$

где h — толщина сечения нити, S — площадь сечения луночки, R — радиус дуги окружности.

С учетом того, что для рассматриваемых тканей угол α мал, предыдущие зависимости можно упростить. В результате чего получим

$$b = 2R\alpha, \quad h = R\alpha^2, \quad S = \frac{4}{3}R^2\alpha^2. \quad (1)$$

В технических условиях на конструкционные ткани указывается количество нитей, расположенных в полосе ткани шириной единица, как для направления основы, так и для утка. Пусть эта величина будет равной m . Тогда, если между соседними нитями одного семейства нет промежутков, то очевидно, имеет место равенство

$$b_0 = 1/m.$$

Здесь индекс «0» относится к ткани в состоянии после ткачества.

Отметим, что вся площадь луночки заполнена сечениями элементарных волокон, поэтому можно положить

$$S_0 = \gamma \sum_{i=1}^n \delta_i^2 n_i = \gamma S_{01},$$

где n_i и δ_i — количество и диаметр i -ой элементарной нити, находящейся в составе комплексной нити; n — число, определяющее ассортимент элементарных нитей в составе комплексной нити; γ — плотность упаковки комплексной нити элементарными нитями ($\gamma = 1$, если элементарные нити упакованы так, что центры их сечений на плоскости занимают вершины квадратов со стороной d_i ; $\gamma = \sqrt{3}/2$, если их центры занимают вершины равносторонних треугольников со стороной d_i). В рассматриваемом случае

$$\sqrt{3}/2 < \gamma < 1.$$

Подставим предыдущие равенства в соотношение (1), в результате получим

$$\alpha_0 = 3\gamma m^2 S_{01}, \quad R_0 = \frac{1}{6\gamma m^3 S_{01}}, \quad h_0 = \frac{3}{2} \gamma m S_{01}. \quad (2)$$

При нагружении ткани нагрузками, лежащими в плоскости ткани, происходит изменение сечения нитей, точнее, размеров луночки. Пусть вместо α_0 этот размер станет равным α . Тогда с учетом того, что площадь сечения луночки практически не изменяется при деформировании нитей, остальные размеры луночки будут равны

$$R = \sqrt{\frac{3\gamma S_{01}}{4\alpha^3}}, \quad b = \sqrt{\frac{3\gamma S_{01}}{\alpha}}, \quad h = \frac{1}{2}\sqrt{3\gamma S_{01}\alpha}. \quad (3)$$

На основании проведенных исследований можно предположить, что в условиях поставленной задачи о сжатии тканого материала само сжатие осуществляется следующим образом. Происходят геометрические изменения параметров сечения нити до установления тех размеров, которые обеспечивают целостность ее формы независимо от величины приложенной внешней нагрузки. При этом изменяются два параметра: длина сечения нити в сторону уменьшения и угол α в сторону увеличения по сравнению с исходными размерами. Также происходит параллельный сдвиг нитей, уменьшая расстояния между соседними нитями.

Таким образом, сжатие сечения нити происходит в две стадии. На первой стадии «недоуплотненная» нить при формировании полотна ткани в результате ткачества получает «нормальное уплотнение» — это когда сечение нити уменьшается за счет более компактного расположения в сечении элементарных нитей. В результате, когда происходит сжатие семейства нитей, на первой стадии нити доуплотняются, если ткань «недоуплотнена», и этого не происходит при «нормальном уплотнении». Размер b сечения нити при этом уменьшается даже при незначительной по величине сжимающей силе. Происходит необратимое сжатие. Вторая стадия сжатия семейства нитей характеризуется только упругими деформациями.

В какой-то мере упругая стадия сжатия семейства нитей похожа на сжатие упругого твердого тела. На этом основании можно руководствоваться построением линейных зависимостей между деформациями и напряжениями. Таким образом, в линейных формах аналогичного закона для тканых материалов должны присутствовать все компоненты напряжения, действующего в рассматриваемой точке соответствующего сечения нити. Такими являются напряжения растяжения, напряжения сжатия и незначительные касательные напряжения, вызванные силами трения в узлах переплетения нитей. Такие касательные напряжения намного меньше напряжений сжатия и растяжения, поэтому ими можно пренебречь [2]. В результате имеем следующие зависимости

$$\begin{aligned} \epsilon_{12} &= c_{11}\sigma_{12} + c_{12}\sigma_{22} + c_{13}, \\ \epsilon_{21} &= c_{21}\sigma_{21} + c_{22}\sigma_{11} + c_{23}. \end{aligned}$$

Здесь ϵ_{12} , σ_{12} — деформация и напряжение сжатия второго семейства нитей в направлении первого

семейства; ϵ_{21} , σ_{21} — деформация и напряжение сжатия первого семейства нитей в направлении второго семейства; σ_{11} и σ_{22} — напряжения растяжения первого и второго семейств нитей. Постоянные c_{13} и c_{23} характеризуют необратимые деформации при сжатии. Ими нельзя пренебречь, так как для некоторых тканей они практически сравнимы с единицей. Например, для тканей, имеющих минимальную плотность заполнения. Коэффициенты c_{ij} ($i, j = 1, 2$) — упругие постоянные.

Как было отмечено, напряжения сжатия не могут существовать без растяжения в другом семействе нитей. Таким образом, следует предположить, что

$$\sigma_{11} = f_1(\sigma_{12}), \quad \sigma_{22} = f_2(\sigma_{21}).$$

Линеаризуя эти зависимости, приходим к выводу, что искомый закон для компонент деформации сжатия должен представляться следующим образом

$$\begin{aligned} \epsilon_{12} &= s_{11}\sigma_{12} + s_{12}\sigma_{21} + s_{13}, \\ \epsilon_{21} &= s_{21}\sigma_{21} + s_{22}\sigma_{12} + s_{23}, \end{aligned} \quad (4)$$

где s_{ij} ($i = 1, 2; j = 1, 2, 3$) — некоторые постоянные.

Рассмотрим теперь более подробно стадию упругого сжатия сечения нитей. Так как сечение нити состоит из сечений элементарных нитей, то следует рассматривать упругое сжатие пучка элементарных нитей. Такая объемная деформация должна развиваться в двух направлениях: в площади сечения и перпендикулярно ему. Площадь сечения состоит из отдельных маленьких площадей сечений элементарных нитей и свободных незаполненных площадок между ними. Такое обстоятельство позволяет компенсировать объемную деформацию при сжатии в основном уменьшением площади сечения нити. Следовательно, можно предположить, что при сжатии нитей практически отсутствует деформация в направлении по касательной к ним. Однако, если какая-то деформация и существует, то она никак не способствует сжатию второго семейства нитей — она направлена в противоположную сторону. В таком случае, если предположить, что происходит сжатие семейства нитей «2», а к нитям семейства «1» не приложена сжимающая сила, то $\sigma_{21} = 0$. На основании замечания, сделанного выше, деформация сжатия у семейства нитей «2» тоже равна нулю. Вследствие этого в зависимостях (4) должны быть равными нулю и коэффициенты s_{21} и s_{23} . Аналогично показывается, что если подвержены сжатию нити семейства «1», а к нитям семейства «2» не приложена сжимающая сила, то в этом случае должны быть равными нулю коэффициенты s_{12} и s_{13} . Равенство нулю необратимых деформаций s_{13} и s_{23} приводит к выводу, что проведенные исследования некорректны. Это не так. Для снятия полученного противоречия необходимо дополнительно уточнить: если материал не был ранее нагружен и напряжения равны нулю, то должны

быть равными нулю и необратимые деформации. При возникновении соответствующих сжимающих напряжений любой положительной величины необратимые деформации возникают и остаются после снятия нагрузки. С целью подтверждения настоящей гипотезы были проведены следующие испытания [3]: заготовленный образец ткани подвергался растяжению постоянной нагрузкой в направлении второго семейства нитей. Первое семейство нагружалось таким образом, что крайние нити второго семейства перемещались к центру вдоль первого семейства нитей. Таким образом, были созданы условия для сжатия второго семейства нитей. Как и следовало ожидать, на всем диапазоне нагружения второго семейства нитей сжатием не наблюдалась деформация сжатия у первого семейства.

В результате получается, что для тканей гладкого переплетения зависимости (4) между деформациями сжатия и усилиями сжатия должны быть представлены следующим образом

$$\epsilon_{12} = \frac{\sigma_{12}}{E_{12}} + \gamma_{12}, \gamma_{12} = \begin{cases} 0, & \text{если } \sigma_{12} = 0, \\ \gamma_{12} > 0, & \text{если } \sigma_{12} > 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$\epsilon_{21} = \frac{\sigma_{21}}{E_{21}} + \gamma_{21}, \gamma_{21} = \begin{cases} 0, & \text{если } \sigma_{21} = 0, \\ \gamma_{21} > 0, & \text{если } \sigma_{21} > 0, \end{cases}$$

где ϵ_{12} , ϵ_{21} — относительные деформации семейств нити утка и основы при сжатии; σ_{12} , σ_{21} — усилия сжатия семейства нитей утка и основы, отнесенные к единице площади соответствующего сечения ткани; E_{12} , E_{21} — модули упругости при сжатии нитей утка и основы; γ_{12} , γ_{21} — необратимые относительные составляющие деформаций при сжатии нитей утка и основы. В этом случае усилия сжатия σ_{12} и σ_{21} должны быть всегда положительными, что согласуется с физическим поведением семейств нитей в тканях (семейства нитей могут только рас-

тягиваться в продольном направлении и только сжиматься в поперечном).

Необратимые составляющие γ_{12} и γ_{21} соответствуют сжатию ячейки ткани, которое происходит на первой стадии. При этом $\gamma_{12} > 0$ и $\gamma_{21} < 0$. Однако необходимо отметить, что коэффициенты γ_{12} и γ_{21} для стеклотканей, выпускаемых отечественной промышленностью, достаточно малы и не превосходят величины 0,1. Это свидетельствует о том, что рассматриваемые стеклоткани практически «нормально уплотнены». К этому следует добавить, что недоуплотнение влечет за собой уменьшение коэффициента армирования и увеличение коэффициентов γ_{12} и γ_{21} , так как их величины зависят не только от свойств материала нитей, но и от конструктивных особенностей строения ткани. Для сильно разреженных они сравнимы с единицей.

Вывод. Установленные зависимости между относительными деформациями сжатия и усилиями сжатия имеют линейный характер и отражают не только свойства материалов нитей, из которых изготовлены ткани гладкого переплетения, но и конструктивные особенности строения ткани. В частности, при возникновении соответствующих сжимающих напряжений любой положительной величины необратимые деформации возникают и остаются после снятия нагрузки.

Список литературы

1. Kawabata, S. // Proc. 14th Text. Res. Symp. At Mt. Fuji / The Textile Machinery Society of Japan. — Osaka, 1985. — P. 1.
2. Сдвиговые перемещения нитей в неотвержденных тканых композитах под действием внешних нагрузок / М.А. Комков [и др.] // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. — М.: Информтехника, 2004. — Вып. 1(134)–2(135). — С. 51–55.
3. Определение характеристик препрегов при сжатии / Ю.В. Василевич [и др.] // Механика машин, механизмов и материалов. — 2012. — № 2(19). — С. 53–57.

Vasilevich Yu.V., Sakhonenko V.M., Sakhonenko S.V., Gorely K.A., Malyutin E.V.
The determination of the textile behavior regularities under compression

The compression of the cross section of prepreg threads is carried out in conjunction with stretching of the second thread family. In the first stage it is inelastically consolidated, an irreversible compression takes place. The second stage of thread family compression is characterized by elastic deformations only. The established relationships between the relative deformation of compression and compression force are linear and reflect not only the thread material properties but the structural features of the textile too.

Поступила в редакцию 03.08.2012.