УДК 629.7+531.383

*АБУФАНАС А. С., БЕНКАФО А. С., ЛОБАТЫЙ А А., БНТУ*

# СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕЧЕТКАЯ КОРРЕКЦИЯ АЛГОРИТМА ФИЛЬТРАЦИИ

*Решается задача комплексирования измерителей случайных процессов и фильтров их оценки с помощью алгоритмов нечеткой логики. Приводится пример, иллюстрирующий работоспособность предложенных теоретических положений.*

*We solve the problem of integration of meters of random processes and filters evaluation using fuzzy logic. The example illustrating working capacity of offered theoretical positions is resulted.*

Современный этап развития систем управления характеризуется разработкой методов и систем обработки и получения информации, а также алгоритмов синтеза управляющих сигналов в условиях наличия большого числа неопределенностей в виде внешних и внутренних случайных воздействий. При этом синтез оптимальных систем управления производится на основе математических моделей систем. Неопределенности, входящие в состав математических моделей, представляют собой формализованный вид внешних случайных воздействий на систему и внутренних шумов системы.

Можно выделить два подхода к обработке информации в таких системах. Оба подхода основаны на математическом моделировании процессов с помощью современных информационных технологий.

Первый подход основан на аналитическом (точном) решении задачи получения оптимальной оценки сигнала управления при точном математическом описании процессов, происходящих в элементах системы, включая датчики – измерители параметров управления. К данному подходу относятся методы оптимальной фильтрации и прогнозирования, например – фильтр Калмана-Бьюси [1].

Второй подход предполагает, что имеется ряд неопределенностей, не позволяющих получить аналитическую модель элементов системы. Однако при этом имеется дополнительная информация, включая априорную и опыт эксперта – человека-исследователя. Решение задачи определения требуемого сигнала управления в данном случае основано на использовании методов теории нечетких множеств (нечеткой логики) [2].

Оба подхода основаны на использовании современных информационных технологий и дополняют друг друга, так как каждый и них используется в зависимости от конкретной постановки задачи.

Рассмотрим классическую постановку задачи, когда динамическая стохастическая система описывается векторным нелинейным уравнением в виде

$$\dot{X}(t) = \varphi(X,t) + \xi(t), \quad X(t_0) = X_0\,, \tag{1}$$

где $X(t)$ – в общем случае $n$-мерный случайный вектор (матрица-столбец); $\varphi(X,t)$ – векторная детерминированная нелинейная функция с компонентами $\varphi_1$, $\varphi_2$, ..., $\varphi_n$; $\xi(t)$ – вектор белого гауссова шума, имеющий математическое ожидание $m_\xi(t)$ и матрицу интенсивностей $G(t)$.

Компоненты вектора $X(t)$ используются для управления системой на основе показаний датчиков-измерителей, математическая модель которых имеет вид

$$Z(t) = h(X,t) \quad (t)\,, + \zeta \tag{2}$$

где $Z(t)$ – вектор измерений размерности $m \le n$, $\zeta(t)$ – вектор белых шумов измерителя.

Следует заметить, что практически любую математическую модель системы с небелыми шумами можно преобразовать в математическую модель с векторным аддитивным белым шумом путем расширения вектора состояния фазовых координат рассматриваемой системы и введением в математическую модель системы формирующего фильтра, представляющего собой систему стохастических уравнений, описывающих случайный процесс с заданными характеристиками.

При точном математическом описании системы, измерителя и характеристик шумов (адекватности математической модели) задача определения оптимальной оценки $\widehat{X}(t)$ вектора $X(t)$ решается путем применения упомянутого выше первого подхода – методов оптимальной (калмановской) фильтрации. При этом нелинейную математическую модель системы преобразуют в линейную математической модель путем рассмотрения линейных режимов работы системы или применением различных методов линеаризации нелинейностей. В данном случае математическая модель оцениваемого процесса и измерителя записываются в виде [3]

$$\dot{X}(t) = A(t)\cdot X(t) + U(t) + B(t)\xi(t), \quad X(t_0) = X_0, \tag{3}$$

$$Z(t) = C(t)\cdot X(t) + H(t)\cdot\zeta(t), \tag{4}$$

где $X(t)$ – $n$-мерный вектор фазовых координат системы, $X_0$ – случайный вектор начального состояния, $U(t)$ – детерминированный вектор управлений (внешних воздействий), $Z(t)$ – $m$-мерный вектор измерений, $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ $H(t)$ – матрицы коэффициентов, $\xi(t)$, $\zeta(t)$ - векторы некоррелированных белых гауссовых шумов с нулевыми математическими ожиданиями и матрицами интенсивностей $G(t)$ и $N(t)$, соответственно.

Для моделей процесса и измерителя (3), (4) справедлив алгоритм оптимального оценивания – фильтр Калмана-Бьюси (ФКБ) в виде апостериорного уравнения [1, 3]

$$\widehat{X} = A\cdot\widehat{X} + K\left(Z - C\widehat{X}\right),\ \widehat{X}(t_0) = \widehat{X}_0, \tag{5}$$

где $\widehat{X}$ – апостериорная оптимальная оценка процесса $X$ при наличии измерений $Z$ и известных математических моделях процесса и измерителя. Здесь аргумент $t$ для упрощения записи опущен. В выражении (3) второе слагаемое представляет собой апостериорную модель шума процесса (1) $K\cdot\eta$, где $\eta = \left(Z - C\widehat{X}\right)$ – так называемая функция «невязки», характеризующая разность показаний измерителя $Z$ и его апостериорной математической модели $C\widehat{X}$. $K$ – коэффициент усиления «невязки», вычисляемый по формуле

$$K = RC^T Q^{-1}, \tag{6}$$

где $R$ – матрица апостериорных корреляционных моментов вида $R = M[(X-\widehat{X})(X-\widehat{X})^T]$. $M[...]$ – символ операции математического ожидания.

Для вычисления матрицы $R$ необходимо решить векторно-матричное уравнение Риккати вида

$$\dot{R} = AR + RA^T - RC^T Q^{-1} CR + BGB^T, \quad R(0) = R_0. \tag{7}$$

Одной из основных проблем при реализации алгоритма фильтрации (5)–(7) является неадекватность математических моделей объекта управления и измерителя реальным физическим процессам. Эта неадекватность может быть представлена в виде аддитивных неопределенностей математических моделей (1)–(2).

$$\dot{X}(t) = \varphi(X,t) + \xi(t) + \eta(t), \qquad X(t_0) = X_0, \tag{8}$$

$$Z(t) = h(X,t) + \zeta(t) + \mu(t), \tag{9}$$

где $\eta(t)$ и $\mu(t)$ случайные функции времени с ненулевыми в общем случае математическими ожиданиями $m_\eta(t)$ и $m_\mu(t)$ и корреляционными функциями $R_\eta(t_1,t_2)$ и $R_\mu(t_1,t_2)$.

Если математическую модель измерителя на основе экспериментальных данных можно получить с высокой степенью адекватности реальному объекту (4) ($\mu(t)\leftrightarrow 0$), то математическая модель процесса $X(t)$ как правило приходится представлять в виде (8). Отличие реальной модели (8) от используемой для калмановской фильтрации модели (3) приводит к расходимости алгоритма фильтрации (5)-(7). От нежелательного явления расходимости алгоритма фильтрации можно избавиться применением различных методов адаптации ФКБ: структурной или параметрической. Структурная адаптация представляет собой комплексирование различных источников информации о процессе $X(t)$ [4].

Частично снизить расходимость ФКБ можно применением параметрической адаптации, при которой в процессе фильтрации производится искусственное изменение параметров ФКБ: матриц коэффициентов математической модели и матриц интенсивностей шумов. В свя-

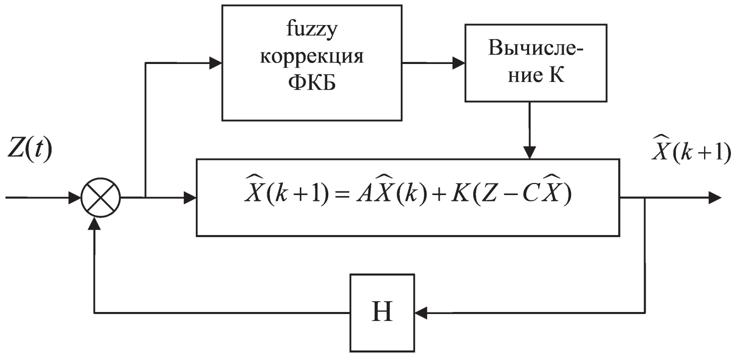



Рис. 1. Блок-схема ФКБ с fuzzy-коррекцией

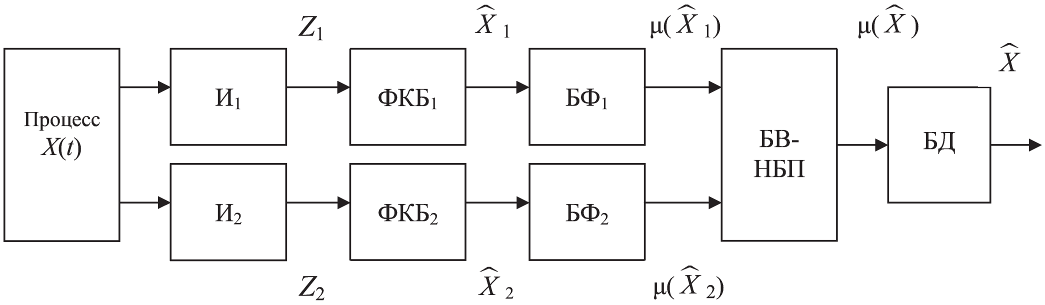



Рис. 2. Блок-схема структурно-параметрической нечеткой коррекции

зи с тем, что формализовать неопределенности $\eta(t)$ и $\mu(t)$ практически невозможно, то представляет интерес применение параметрической адаптации (коррекции) ФКБ с помощью системы нечеткой логики – СНЛ (fuzzy-коррекция). На рис. 1 представлена блок-схема дискретного ФКБ с fuzzy-коррекцией [5].

В предлагаемом алгоритме адаптации принципы нечеткой логики применяются для настройки матрицы шумов $G$ процесса, описываемого выражением (3). На каждом шаге дискретной реализации алгоритма ФКБ производится изменение матрицы ковариаций шумов $G$ в соответствии с заданными на основе априорных исследований функциями принадлежности входных и выходных переменных блока fuzzy-коррекции и правилами импликации (нечеткой базой правил СНЛ). Таким образом, применение параметрической fuzzy-коррекции ФКБ дает положительный эффект только в ограниченном диапазоне изменения параметров и условий работы системы. Реализация алгоритмов нечеткой логики с помощью Simulink-схем подробно описана в [6].

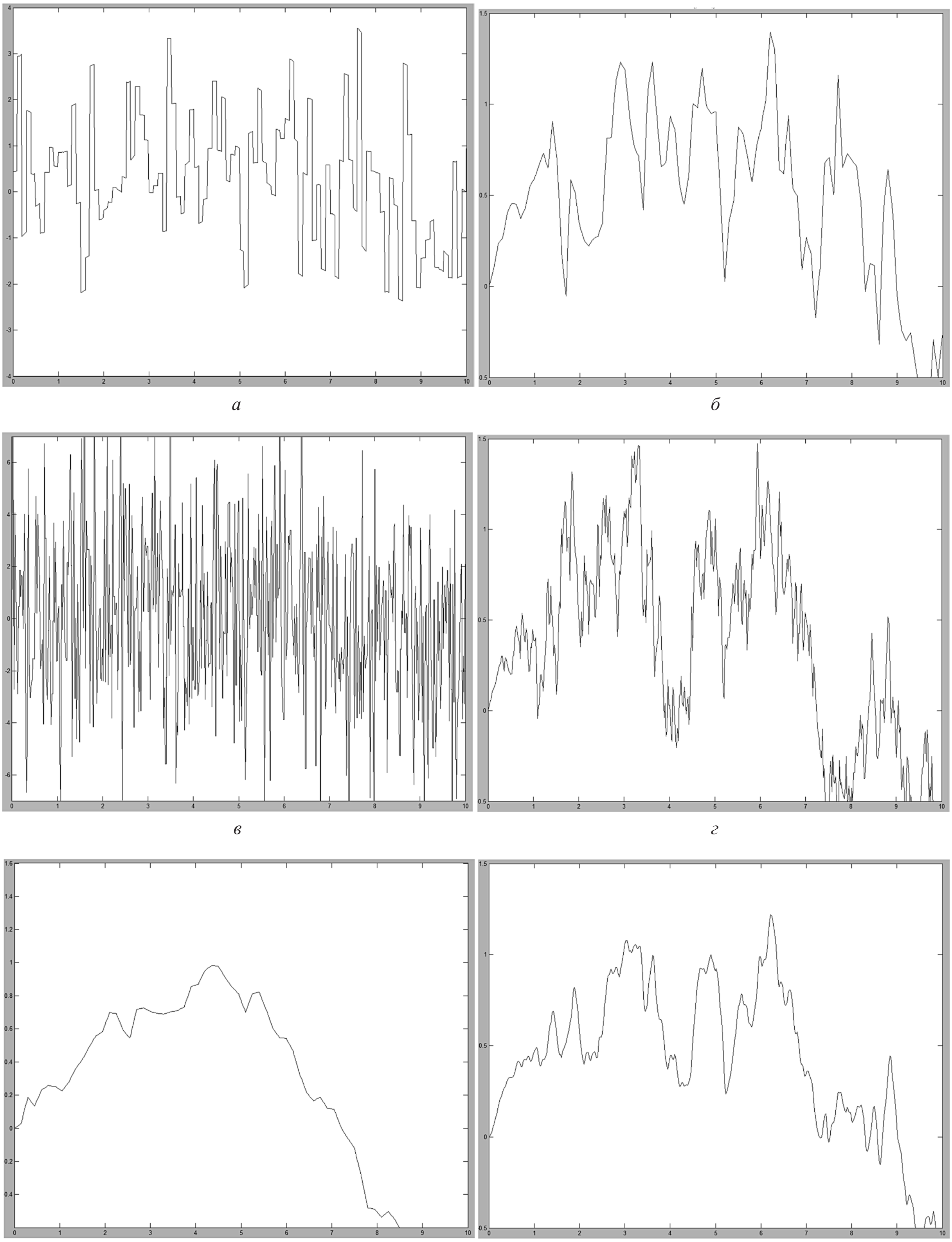
Рассмотрим использование fuzzy–коррекции ФКБ при наличии дополнительного измерителя. При такой постановке задачи используются более одного измерителя процесса $X(t)$ и соответствующих им фильтров. На рис. 2 представлена блок-схема структурно-параметрической нечеткой коррекции алгоритма фильтрации для случая использования двух измерителей процесса $X(t)$. На рис. 2 обозначено: $И_1$ и $И_2$ – измерители процесса $X(t)$; $ФКБ_1$ и $ФКБ_2$ – фильтры Калмана-Бьюси; $БФ_1$ и $БФ_2$ – блоки фаззификации; БВ-НБП – блок вывода с нечеткой базой правил; БД – блок дефаззификации.

Заметим, что решение уравнений (5) и (7) позволяет получить вектор апостериорных математических ожиданий $m_x(t)$ и матрицу апостериорных корреляционных моментов $\theta_x(t)$. Если считать, что плотность вероятности распределения процесса $\widehat{X}(t)$ гауссова, что в большинстве практических задач вполне допустимо, то этого вполне достаточно для определения $n$-мерной плотности вероятности $f(\widehat{X})$, которая имеет вид [7]

$$f(\widehat{X},t)=\frac{1}{\sqrt{2^n\pi^n\Delta(t)}}\exp\left[\frac{\Delta^*(t)}{2\Delta(t)}\right], \qquad (10)$$

где $\Delta(t)$ – определитель матрицы $\theta_x(t)$, $\Delta^*(t)$ – окаймленный определитель, получаемый из $\Delta(t)$ путем приписывания одного $(n+1)$ столбца и $(n+1)$ строки, состоящих из членов $x_1-m_{x1}$, $x_2-m_{x2}$, ..., $x_n-m_{xn}$, 0.

Переход от плотности вероятности $f(\widehat{X})$ к функции принадлежности $\mu(\widehat{X})$предлагает-



*а* *б*

*в* *г*

*д* *е*

Рис. 3. Результаты математического моделирования ся производить путем нормирования $f(\widehat{X})$ [8]. При этом предполагается, что

$$\mu(\widehat{X}) = \frac{f(x_1, x_2, ..., x_n, t)}{f(x_1 = m_{x1}, x_2 = m_{x2}, ..., x_n = m_{xn}, t)}. \quad (11)$$

На рис. 3 представлены качественные результаты моделирования работоспособности алгоритма структурно-параметрической адаптации. В качестве примера рассматривалось оценивание навигационного параметра мобильной робототехнической системы, описываемой выражениями (3)–(4) с гипотетическими параметрами. На рис. 3, *а*, *б* в соответствии с блок-схемой (рис. 2) представлены процессы $Z_1(t)$ и $Z_2(t)$ с выхода измерителей. На рис. 3, *б*, *г* – оценки фильтрации $\widehat{X}_1(t)$ и $\widehat{X}_2(t)$, на рис. 3, *д* – процесс $X(t)$, на рис. 3, *е* – результат комплексной оцени результатов фильтрации $\widehat{X}(t)$.

Как видно из рис. 3, *е* результат комплексирования двух каналов $\widehat{X}(t)$ ближе к процессу $X(t)$ по сравнению с $\widehat{X}_1(t)$ или $\widehat{X}_2(t)$. Результаты моделирования показывают перспективность данного подхода, особенно с учетом того, что в данном случае имеется возможность в алгоритме нечеткой логики учесть априорный опыт эксперта, не поддающийся формализованному описанию.

## Литература

1. **Балакришнан, А. В.** Теория фильтрации Калмана: Пер. с англ. / А. В. Балакришнан. – М.: Мир, 1988. – 168 с.

2. **Ярушкина, Н. Г.** Основы теории нечётких и гибридных систем / Н. Г. Ярушкина. – М.: Экономика и финансы, 2004. – 320 с.

3. **Синицин, И. Н.** Фильтры Калмана и Пугачёва / И. Н. Синицин. – М.: Университетская книга, 2006. – 640 с.

4. **Бенкафо, А. С.** Особенности применения фильтров Калмана-Бьюси в комплексах ориентации и навигации / А. С. Бенкафо, А. А. Лобатый // Доклады БГУИР, 2013 № 5(75), С. 67–71.

5. **Ориентация** и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / под ред. Б. С. Алёшина, К. К. Веремеенко, А. И. Черноморского. – М.: Физматлит, 2006. – 424 с.

6. **Гостев, В. И.** Проектирование нечётких регуляторов для систем автоматического управления / В. И. Гостев. – СПб.: БХВ–Петербург, 2011. – 416 с.

7. **Пугачев, В. С.** Теория стохастических систем / В. С. Пугачев, И. Н. Синицын. – М.: Логос, 2004. – 1000 с.

8. **Аль-Машхадани, М. А.** Фаззификация сигналов нелинейной стохастической системы / А. А. Лобатый, М. А. Аль-Машхадани // Вестник БНТУ. – 2013. – № 2. – С. 28–32.