

Algorithms of the solution of inverse problem of heat transfer, the combining analytical and numerical methods of the calculations providing an opportunity of definition of thermal flow and factors of heat exchange in crystallizer in real time in established mode of continuous casting of cylindrical ingot are developed. Averages for cycle heat transfer coefficients on borders casting-crystallizer and crystallizer-water are calculated. Dependence of heat transfer coefficients on border casting-crystallizer from time of a cycle is approximately estimated.

Е. И. МАРУКОВИЧ, А. М. БРАНОВИЦКИЙ, Ю. А. ЛЕБЕДИНСКИЙ,
ИТМ НАН Беларуси

УДК 621.74.047.001.57

ОЦЕНКА ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ МЕЖДУ ОТЛИВКОЙ И КРИСТАЛЛИЗАТОРОМ В ЗОНЕ ОБРАЗОВАНИЯ НАЧАЛЬНОЙ КОРКИ ПРИ НЕПРЕРЫВНОМ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЛИТЬЕ ЧУГУНА

Для непрерывного литья ряда материалов с низкой теплопроводностью, таких, как чугун, для процесса затвердевания в кристаллизаторе характерно образование начальной корки. Механизм формирования отливки при этом следующий. После очередного рывка на освободившейся поверхности графитовой вставки затвердевает начальная корка 7 (рис. 1, а, б) металла 2. Длина этой корки равна шагу вытягивания. За время остановки происходит рост и смыкание корки 7 с заготовкой 5 (рис. 1, в). За время движения корка 7 скользит по поверхности графитовой вставки 3 на величину шага вытягивания. На освободившемся месте образуется новая корка и процесс повторяется. Характеристики начальной корки оказывают большое влияние на стабильность процесса литья и качество заготовок. Случайное повреждение начальной корки может приводить к браку отливки или даже к прекращению процесса литья. Вместе с тем численное моделирование затвердевания начальной корки сопряжено с трудностями учета гидродинамических параметров в условиях увеличения вязкости расплава в зоне образования начальной корки. Неустойчивость и громоздкость таких расчетов, недостаточное знание зависимости вязкости расплава от температуры и скоростей движения расплава и двухфазной зоны заставляют искать другие способы определения параметров начальной корки. В этом направлении целесообразно использовать экспериментальные температурные данные кристаллизатора. В данном случае задача сводится к определению потока тепловой энергии в кристаллизатор по показаниям термопар и последующей интерпретации значений данного потока. Разработка простых алгоритмов решения данной задачи позволяет контролировать формирование начальной

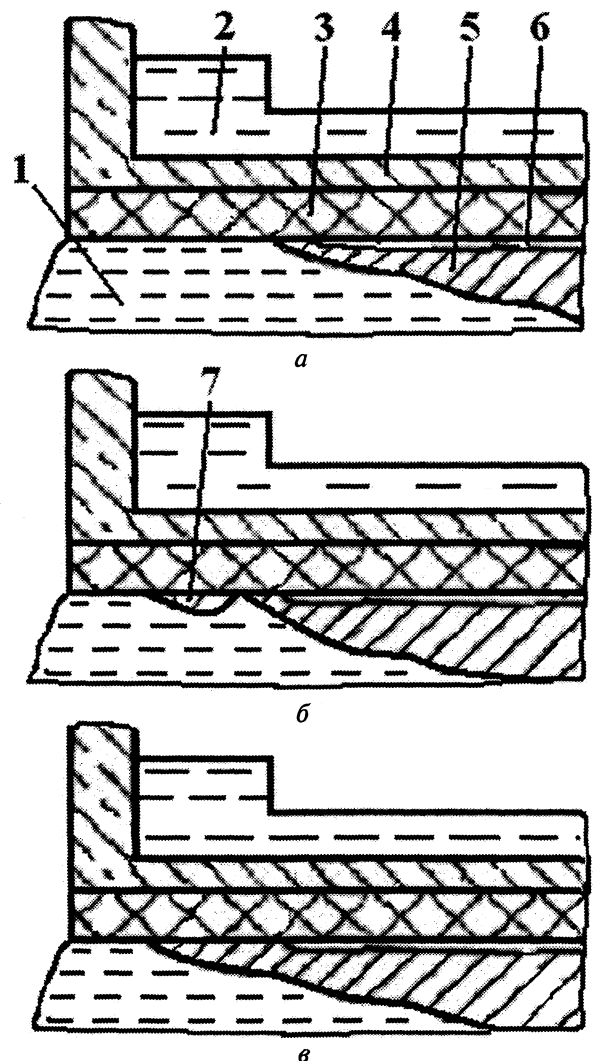


Рис. 1. Схема формирования отливки: 1 – расплав металла; 2 – вода; 3 – рабочая втулка кристаллизатора; 4 – кристаллизатор; 5 – отливка; 6 – затор; 7 – начальная корка

ной корки в процессе непрерывного литья в реальном времени, кроме того, усложнение используемых алгоритмов часто не приводит к существенному уточнению результатов ввиду недостаточного знания параметров, используемых в уравнениях.

Исследовали тепловое поле стального кристаллизатора в зоне формирования начальной корки при непрерывном горизонтальном литье цилиндрических отливок из серого чугуна. Экспериментальные температурные данные [2] приведены в табл. 1. Термопары были установлены в цилиндрическом кристаллизаторе в зоне образования начальной корки в верхней (1–2), боковой (3–4) и нижней (5–6) частях втулки. В каждом случае были установлены две термопары, одна вблизи границы с отливкой, вторая – вблизи границы с водоохлаждаемой поверхностью. Материал кристаллизатора – сталь Ст45, внутренний радиус $R_1=30,75$ мм, внешний $R_2=42$ мм. Время цикла вытяжки $\tau_{ци}=0,83$ с. Температура охлаждающей воды T_B практически постоянна и равна 10–12 °С. Температура заливки $T_{зал}=1280$ °С.

Таблица 1. Экспериментальные значения температур кристаллизатора в зоне формирования начальной корки

Номер термопары	1	2	3	4	5	6
Расстояние от рабочей поверхности кристаллизатора, мм	1,75	8,25	1,45	8,45	1,45	8,45
Средняя температура за цикл, °С	438	209	564	255	613	304
Амплитуда изменения за цикл, °С	26		34		52	

В основу алгоритмов для определения теплопереноса в зоне формирования начальной корки положено одномерное уравнение сохранения тепловой энергии. При условии цилиндрической симметрии рассматриваемой задачи:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (c(T) \rho(T) T), \quad (1)$$

где T – температура; $\lambda(T)$ – коэффициент теплопроводности; $c(T)$ – удельная теплоемкость; $\rho(T)$ – плотность.

Разработанный численный алгоритм решения прямой задачи теплопереноса на основе метода конечных разностей подробно описан в [1].

Вначале рассмотрим стационарную задачу, когда температура не зависит от времени. Это позволяет определить по температурным данным средние за цикл значения теплового потока и коэффициент теплоотдачи на границе с водой. При этом теплоперенос в кристаллизаторе описывается уравнением (1) с условиями для потока на границе с отливкой:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = -F_0, \quad (2)$$

и условием охлаждения на границе с водой:

$$\alpha(T_{R2} - T_B) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (3)$$

где T_{R2} – температура кристаллизатора на границе с водой; T_B – температура воды.

Задача определения величин F_0 и α , обеспечивающих совпадение расчетного температурного поля с экспериментальным в точках, где расположены термопары, является обратной задачей теплопереноса. При этом с ростом потока обе температуры монотонно возрастают, с ростом коэффициента теплоотдачи с водой монотонно уменьша-

ются. Наряду с существенным различием в зависимости температур в точках измерения от F и α это позволяет считать решение единственным и использовать для нахождения неизвестных метод деления отрезка пополам, аналогичный [3]. Найденное решение при этом устойчиво к небольшим изменениям измеренных температур. Отметим, что везде в численных расчетах температура при сравнении и выводе усреднялась по трем узлам, ближайшим к заданной точке, в которой расположена термопара.

Прямой численный расчет температурного поля непрерывнолитой отливки производился до наступления установившегося режима. При начальных условиях, предполагающих непрогретый кристаллизатор, время выхода процесса литья на установившийся режим составляло порядка 10^2 с. Время, затрачиваемое на каждый такой расчет, составляло порядка 10^{-1} с на компьютере с процессором P3-800Мгц. При этом для ускорения времени расчета использованы начальные условия с уже прогретым кристаллизатором, что уменьшало время каждого прямого расчета в 5–7 раз. Для получения обратного решения с различием рассчитанных и измеренных температур не более 1 градуса требовалось 20–30 прямых расчетов.

При приблизительно одинаковых значениях коэффициента теплоотдачи на границе с водой поток тепла в верхней части кристаллизатора меньше потока на боковой поверхности. Это можно объяснить меньшим металлостатическим давлением на границе кристаллизатор–отливка в верхней зоне по сравнению с боковой зоной. Результаты решения задачи приведены в табл. 2.

Сравнительно низкая теплоотдача на границе с водой для нижней поверхности кристаллизатора объясняет небольшое понижение теплового потока для низа кристаллизатора по сравнению с боковой поверхностью.

Таблица 2. Расчетные значения плотности теплового потока, коэффициента теплоотдачи и температуры на рабочей поверхности кристаллизатора

	$F_0, \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot 10^6)$	$\alpha, \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$	$T(R_1), \text{°C}$
Верх кристаллизатора	1,69	10300	512
Боковая поверхность	2,01	9600	637
Низ кристаллизатора	1,97	7290	692

Стационарное одномерное уравнение теплопроводности (1) допускает аналитическое решение, основанное на сохранении общего потока энергии Q через любую концентрическую окружность радиуса r внутри кристаллизатора:

$$-\lambda(T)r \frac{dT}{dr} = Q. \quad (4)$$

При этом условия на границах имеют вид

$$Q/R_1 = F_0, \quad Q/R_2 = \alpha(T(R_2) - T_B). \quad (5)$$

Уравнение (4) легко интегрируется, но для аналитического нахождения $T(R_2)$ в условии (5) требуется аналитический вид интеграла от $\lambda(T)$. Учитывая, что данная зависимость для стали приближенно линейна в интервале рабочих температур кристаллизатора, положим

$$\lambda = A + BT, \quad (6)$$

где A и B — константы, значения которых равны $A = 54,6$, $B = -0,022$ на основе данных [4].

После чего получаем выражение для теплового потока:

$$F_0 = \frac{A(T_2 - T_1) + B(T_2^2 - T_1^2)/2}{R_1 \ln(r_2/r_1)}, \quad (7)$$

где T_1 и T_2 — температуры термпар в точках r_1 и r_2 . Аналогичные выражения получаются для α и температур $T(R_1)$ и $T(R_2)$.

Выражение для α , приближенно считая $T(R_2) = T(r_2)$, можно записать как:

$$\alpha = \frac{F_0 R_1}{R_2 (T(R_2) - T_B)}. \quad (8)$$

Сравнение численного и аналитического решений показывают следующее. Значения коэффициента теплоотдачи α определяются существенно по-разному обоими методами. Это связано с тем, что данное значение сильно чувствительно к небольшим изменениям $T(r_2)$, поскольку от него фактически зависит разность $T(R_2) - T_B$. Ввиду неточности выражения (6) погрешность аналитического решения может быть значительной. Вместе с тем значение теплового потока F_0 зависит практически от разности показаний термпар. Данная разность велика в зоне формирования начальной корки и ее небольшие изменения мало влияют на результат. При сравнении численного метода с аналитическим потоки совпадают с удовлетворительной точностью, разница между ними составляет менее 1%. Поэтому для расчета

плотности теплового потока F_0 использован аналитический алгоритм, а для расчета коэффициента теплоотдачи α — численный. Такой комбинированный метод позволяет осуществлять подбор только одного параметра в численном решении, что приводит к времени общего расчета менее 10^{-1} с. Это позволяет использовать описанный алгоритм для решения обратных задач теплопереноса в установившемся режиме литья, а также моделировать изменения, которые произойдут с изменением параметров вытяжки, в реальном времени. По найденному среднему за цикл потоку можно оценить максимально возможную толщину начальной корки, считая, что вся тепловая энергия, прошедшая через кристаллизатор, выделилась при ее образовании. Тогда, пренебрегая кривизной для тонкой корки,

$$Ll\rho = F_0 \tau_c, \quad (9)$$

где L — теплота плавления; l — толщина корки.

Рассчитаем приближенно средние за период цикла вытяжки отливки термосопротивления между расплавом и кристаллизатором. Распределение температуры по радиусу кристаллизатора, как показывают расчеты, при этом близко к линейному, следовательно, кривизной поверхности в ряде дальнейших оценок можно пренебречь, считая задачу плоской. Тогда термосопротивление K на границе расплав—кристаллизатор можно считать суммой термосопротивления на самой границе плюс термосопротивление начальной корки.

В изучаемом цикле вытяжки половину времени занимает движение, при котором температура расплава на границе с коркой приближенно равна температуре заливки. Вторую половину времени отливка неподвижна, в этом случае температуру вблизи корки можно считать равной приближенно полусумме температур солидус и ликвидус $T_c = (T_{sol} + T_{liq})/2 = 1150$ град. Таким образом, для приближенной оценки среднего за цикл термосопротивления берем в качестве температуры расплава в лунке отливки среднее между температурами этих фаз, т.е. в данном случае 1215 градусов.

Основанный на таких предположениях расчет дает для удельного контактного сопротивления K и обратного ему коэффициента теплоотдачи α_{p-k} значения, приведенные в табл. 3.

Термосопротивление корки приближенно равно для тонких слоев l/λ , где l и λ — толщина и теплопроводность корки. Из экспериментальных данных максимальная толщина начальной корки составляет 1,0–1,5 мм, что приводит к ее

Таблица 3. Расчетные значения термосопротивления

	$p_k, \text{Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$	$K, (\text{м}^2 \text{ К})/\text{Вт} \cdot 10^{-4}$
Верх кристаллизатора	2400	4,16
Боковая поверхность	3480	2,88
Низ кристаллизатора	3770	2,65

термосопротивлению $2,7 \cdot 10^{-5} - 4,1 \cdot 10^{-5}$, что на порядок меньше общего. Это означает, что основной вклад в него вносит сопротивление на границе отливка–кристаллизатор.

Определим зависимость параметров теплопереноса от времени цикла. Фактически из экспериментальных данных известны только средняя температура за цикл и амплитуда ее колебания. Это привело к необходимости выбора вида зависимости теплового потока из отливки в кристаллизатор от времени.

Считали, что новый цикл начинается в момент начала движения отливки, когда сформировавшаяся корка освобождает поверхность кристаллизатора в зоне расположения термопар и начинается образование новой. В этом случае тепловой поток убывает со временем с начала цикла. Для каждой предполагаемой временной зависимости теплового потока использовано условие совпадения среднего значения потока за цикл с расчетным.

Вначале было проверено предположение о линейном падении теплового потока со временем цикла: $F = -\delta F(t - \tau_{\text{ц}}/2) + F_0$. Однако для получения экспериментально определенных амплитуд

колебаний температуры в точках расположения термопар величина δF должна принимать слишком большие значения, поток в конце цикла становился иногда отрицательным. Это привело к предположению о более быстром падении потока тепла во время цикла. Поток моделировался с помощью кусочно-постоянной зависимости по двум значениям

$$F = \begin{cases} F_1 & \text{при } t < t_1, \\ F_2 & \text{при } t_1 < t < \tau_{\text{ц}}. \end{cases} \quad (10)$$

Дополнительно накладывалось условие на совпадение среднего теплового потока в кристаллизаторе и средней температуры за цикл в точке измерения с расчетными. Данная модель обеспечивает удовлетворительное совпадение этих двух условий с экспериментом. Кроме того, дополнительный параметр в данной модели по сравнению с первой позволяет точнее подобрать поток. Подбор производится по алгоритмам, аналогичным подбору потока и коэффициентов теплоотдачи, описанным выше. Полученные относительные значения тепловых потоков и временные параметры их изменения приведены в табл. 4.

Таблица 4. Расчетные относительные значения тепловых потоков и временные параметры их изменения

	F_1/F_0	F_2/F_0	$t_1/\tau_{\text{ц}}$
Верх кристаллизатора	2,0	0,46	0,36
Боковая поверхность	1,7	0,43	0,44
Низ кристаллизатора	2,3	0,3	0,35

Отметим, что время смены потоков в цикле близко ко времени остановки отливки ($0,5 \tau_{\text{ц}}$). На рис. 2 приведены зависимости изменения температуры от времени цикла вытяжки в точке измерения и на рабочей поверхности кристаллизатора, рассчитанные для таких потоков. При численных расчетах теплопереноса в кристаллизаторе использовано до 100 узлов, шаг по времени составлял 0,01 с. Отметим значительное сглаживание температурной зависимости в месте расположения термопары по сравнению с зависимостью на границе (диапазон изменения температуры уменьшался в 3–4 раза) несмотря на небольшое расстояние от места расположения термопары до границы. Как видно из рисунка, для температуры кристаллизатора вблизи границы такой значительный перепад тепловых потоков в 4–7 раз не может быть объяснен в рамках постоянного значения коэффициента теплоотдачи на границе на

протяжении цикла и уменьшения потока только за счет нагрева кристаллизатора и соответствующего падения его теплопроводности, поскольку температура последнего значительно ниже температуры отливки. Как указывалось ранее, такое падение не может объясняться и за счет роста толщины начальной корки.

На основе полученных результатов можно определить коэффициенты теплопереноса α'_{p-k} в начале цикла, считая температуру отливки, равной $T_{\text{зал}}$, и в конце цикла α'_{p-k} при условии, что температура отливки равна T_c (табл. 5).

Такое значительное уменьшение теплопередачи на границе может быть связано со смыканием начальной корки с основной коркой или появлением зазора между отливкой и кристаллизатором.

Таким образом, предложены варианты решения обратной задачи теплопереноса, комбинирующие аналитические и численные методы расчетов,

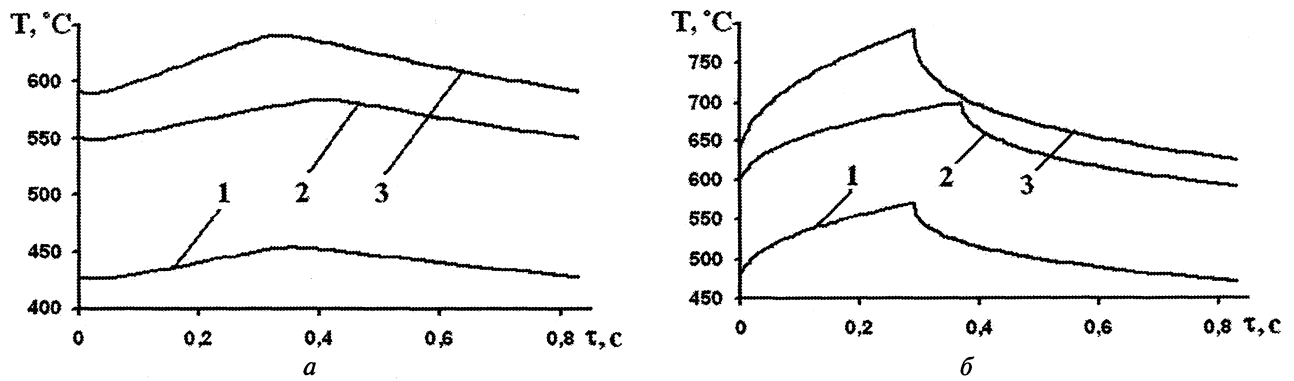


Рис. 2. Зависимость температуры кристаллизатора от времени цикла: а – в точке измерения; б – на рабочей поверхности кристаллизатора: 1 – верх кристаллизатора; 2 – боковая поверхность; 3 – низ

Таблица 5. Коэффициенты теплопереноса α'_{p-k} и α''_{p-k} в начале и конце цикла вытяжки

	$\rho \kappa'$ Вт/(м ² ·К)	$K \cdot 10^{-4}$, (м ² ·К)/Вт	$\rho \kappa''$ Вт/(м ² ·К)	$K \cdot 10^{-4}$, (м ² ·К)/Вт
Верх кристаллизатора	4500	2,22	1145	8,71
Боковая поверхность	5260	1,90	1560	6,40
Низ кристаллизатора	7950	1,26	1125	8,88

обеспечивающие возможность получения результатов в реальном времени в процессе литья. Рассчитаны средние за цикл коэффициенты теплоотдачи на границах отливка–кристаллизатор и кристаллизатор–вода для непрерывного литья чугуна в стальной кристаллизатор. Произведена оценка изменения коэффициента теплоотдачи на границе отливка–кристаллизатор со временем цикла вытяжки. Показано, что теплопередача существенно уменьшается к концу цикла. Это может объясняться деформацией начальной корки за счет срастания с основной коркой и появлением зазора между начальной коркой и кристаллизатором.

Литература

1. Марукович Е.И., Брановицкий А.М., Харьков В.А. Двухмерная математическая модель для расчета затвердевания цилиндрической непрерывной отливки // Литье и металлургия. 2002. №1. С. 27–30.
2. Баранов В.И. Исследование и разработка процесса непрерывного горизонтального литья чугуна в металлический кристаллизатор: Дис... канд. техн. наук. Могилев, 1982.
3. Брановицкий А.М., Станюленис Ю.Л., Лебединский Ю.А. Уточнение коэффициентов теплопередачи для решения задачи затвердевания цилиндрических непрерывнолитых заготовок с использованием экспериментальных температурных данных кристаллизатора в установившемся режиме литья // Литье и металлургия. 2005. №1. С. 27–30.
4. Чиркин В.С. Теплофизические свойства материалов ядерной техники. М.: Атомиздат, 1968.