УДК 004.9.005.53

Ю. А. ШПУРГАЛОВА, М. Ю. ШПУРГАЛОВА, Белорусский национальный технический университет

МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ДРОБЛЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Установлены взаимозависимости параметров характеризующих процесс дробления горных пород и разработана методика совместной оптимизации вышеназванных параметров. Даны рекомендации к применению разработанного алгоритма на производстве.

Set of parameters characterizing the process of interdependence rock crushing and the technique of joint optimization of the above parameters. Recommendations for use of the algorithm in the workplace.

Введение

Процесс дробления является одним из главных и энергоемких процессов при подготовке-горной руды к обогащению. Характеристики материала после дробления сложным образом зависят от характеристик поступающей на дробление руды и от параметров, характеризующих процесс дробления (регулируемых параметров дробильных установок). Современная технология обогащения руд требует оптимизировать параметры процесса дробления горных пород таким образом, чтобы получить дробленую руду требуемого гранулометрического состава с минимальными затратами, при одновременном выполнении ряда условий и ограничений, накладываемых требованиями техники безопасности и охраны окружающей среды.

Разработанная методика решает актуальную научную задачуустановления взаимозависимости параметров характеризующих процесс дробления (характеристики руды поступающей на дробление и руды после дробления, энергозатраты на процесс дробления и другие виды затрат, необходимые для обеспечения технологического процесса на должном техническом уровне, технологические настройки дробильного оборудования) для совместной оптимизации всех вышеназванных параметров.

Постановка задачи

Вышеназванная задача более детально формулируется следующим образом: по транспортерной ленте на дробильную установку поступает руда. Количество руды, поступающее с транспортерной ленты в дробилку за цикл дробления назовем загрузкой. Загрузка руды, обороты двигателя дробилки, зазор между молотками и брусом дробилки, положение подвесной решетки, положение выдвижной решетки регулируется. Поэтому соответствующие им параметры, описывающие процесс дробления, и являются переменным параметром задачи.

Требуется, таким образом, подобрать регулируемые параметры процесса дробления горной породы (имеющей конкретные физико-химические свойства), чтобы обеспечить содержание товарной (целевой) фракции $d_{+i,-j}$ (размерами от i до j мм) в продукте измельчения было максимальным, содержания мелкого класса d_{-i} (меньше 1 мм) и содержание крупного класса d_{+j} не превышало соответствующих норм регламента, при этом энергозатраты на процесс дробления были минимальными, а также был минимальным ущерб окружающей среде, наносимый данным производственным процессом.

Таким образом, нам необходимо добиться не только минимума энергозатрат, но и получить нужныйгрансостав дробленого продукта.

Следующей процедурой (действием) предложенной методики является обоснование критериев, условий и ограничений оптимизационной модели.

Из вышеизложенной постановки задачи следует, что для обеспечения требуемого грансостава руды и оптимизации нескольких показателей технологического процесса дробления горных пород, задача должна включать в себя несколько критериев, наглядно отображающих основные параметры технологического процесса. Другими словами, оптимизационная задача должна формулироваться, как многокритериальная. Только при такой формулировке и формализации оптимизационной задачи она будет *наглядно отражать физический смысл и технологию решаемой практической проблемы, а также* обеспечит требуемые (квазиоптимальные) технико-экономические параметры процесса дробления. Не требует доказательства утверждение о том, что все имеющие практическое значение оптимизационные задачи горного производства являются многокритериальными. Вместе с тем, многие такие задачи формализуются, как однокритериальные. Это объясняется тем, что при разработке алгоритма численного решения многокритериальных задач, последние, как правило, сводятся к однокритериальным. Вместе с тем, многокритериальные задачи по своей сути (формулировке, формализации и полученным с их помощью результатам) существенным образом отличаются от однокритериальных оптимизационных задач. Поэтому в данной работе предложен метод решения задач оптимизации параметров процесса дробления горных пород, основанный на решении многокритериальных задач.

Выбор и формализация критериев

Из анализа вышеизложенного следует, что для обеспечения требуемого грансостава руды в качестве первого критерия и соответствующей целевой функции разрабатываемой модели следует выбрать требования максимума товарного состава дробленой руды $d_{+1,-5} \to \max$.

В качестве второго критерия и соответствующей целевой функции выбираем минимум удельных энергозатрат на процесс дробления (удельная потребляемая мощность дробилки), обеспечивающий требуемый грансостав руды $E_{\text{уд}} \to \min$.

В качестве третьего критерия выбираем требование минимума ущерба, наносимого производственным процессом окружающей среде $E_{\text{ущ}} \to \min$.

Аналогичным образом могут быть выбраны и другие критерии, а соответствующие им целевые функции введены в оптимизационную модель.

Требования к грансоставу дробленой руды, заключающиеся в соответствии регламенту содержания мелкого класса d_{-1} и крупного класса d_{+5} обеспечим за счет введения в оптимизационную модель соответствующих ограничений.

В качестве первого ограничения выбираем требование удовлетворения регламенту содержания мелкого класса в дробленой руде $d_{-1} \le d_{1\,\text{рг}}$.

В качестве второго ограничения выбираем требование на содержание крупного класса в дробленой руде $d_{+5} \le d_{5\,\text{рг}}$.

По аналогии в формулируемую задачу могут быть включены и другие критерии условия и ограничения, актуальные в каждой конкретной практической задаче

Следующая процедура разработанной методики (после постановки задачи и выбора критериев условий и ограничений) состоит в определении существенных неизвестных переменных полностью и однозначно описывающих оптимизируемый процесс

Известно, что для численного решения оптимизационных задач большой размерности чаще всего используется метод декомпозиции или аналогичные ему подходы, состоящие в разделении неизвестных переменных на подмножества и последовательном определении подмножеств неизвестных переменных. На основании вышеизложенного возникает ***гипотеза,*** *состоящая в том, что для более наглядного использования метода декомпозиции и упрощения алгоритмов поиска неизвестных параметров оптимизационной модели, изначально, при формализации целевых функций, условий и ограничений следует предусмотреть такой их вид, который отражал бы вышеназванные подмножества оптимизируемых переменных.*

Все существенные неизвестные переменные величины могут быть условно разбиты на следующие подмножества:

- подмножество независимых неизвестных переменных;
- подмножество зависимых неизвестных переменных;
- подмножество неизвестных переменных, определять которые предполагается методом имитационного моделирования, с использова-

нием эвристического инженерного анализа оптимизируемого технологического процесса.

• подмножество неизвестных переменных величин, характеризующих руду после дробления,

• подмножество неизвестных переменных величин, характеризующих технические и экономические показатели дробильных установок, к которым относятся: параметры, характеризующие, соответственно, величину зазора между молотком и брусом дробилки, положение выдвижной и подвесной решеток дробилки и т. д., количество оборотов ротора дробилки в минуту *n,* величина загрузки дробилки b; потребляемый ток двигателем дробилки, развиваемая при этом мощность двигателя, удельные энергозатраты на тонну измельченной руды, соответственно, *I, W, N.*

• подмножество неизвестных переменных характеризующих условия и ограничения описывающие минимизацию ущерба для окружающей среды, к которым относятся характеристики выброса в атмосферу вредных веществ, пыли и другие.

Процедура разбиения по определенным признакам множества неизвестных параметров $\overline{X}_N$ на подмножества $\overline{X}_N^{(1)}, \overline{X}_N^{(2)}, ..., \overline{X}_N^{(K)}$, по сути, является первым шагом применения метода декомпозиции и представляет собой сложную, самостоятельную задачу.

Следующим шагом является определение множества $\{\overline{A}\}$ постоянных (известных) параметров задачи, которые нам понадобятся для того, чтобы построить оптимизационную модель, удовлетворяющую указанным выше требованиям, и найти оптимальные значения неизвестных переменных. Для удобства формализации и численного решения задачи, представим множество известных параметров задачи $\{\overline{A}\}$ в виде совокупности L подмножеств известных параметров задачи, обладающие одинаковыми характерными для данного подмножества свойствами каждое из которых содержит, соответственно *L(1), L(2), …, L(l)* элементов.

$$\overline{A} \in \{a_1, a_2, ..., a_A\},\ \overline{A} = \overline{A}_L \in \left\{\overline{A}^{(1)}, \overline{A}^{(2)}, ..., \overline{A}^{(L)}\right\},$$

где $\overline{A}^{(1)}$ – подмножество, характеризующее общие физико-механические свойства руды, неизменные для данного класса; $\overline{A}^{(2)}$ – подмножество, характеризующее показатели руды, которые могут изменяться в зависимости от качества руды: параметры характеризующие закон распределения поступающей на дробление руды, процентное содержание KCl и нерастворимого остатка в руде и т. д.; $\overline{A}^{(3)}$ – подмножество, характеризующее режим процесса дробления, в том числе и технико-экономические показатели дробильных установок. Данные характеристики подробно описаны в работе [2]; $\overline{A}^{(4)}$ – подмножество, характеризующее значения границ изменения искомых переменных и требуемую точность Δx_i их вычислений:

$$\overline{A}^{(4)} \in \{x_{i\min}, x_{i\max}, \Delta x_i.\},\ i \in [1, N].$$

Кроме вышеперечисленных, могут быть введены и другие подмножества известных постоянных параметров задачи.

Формализация модели процесса дробления горных пород (МПДГП)

В силу введенных обозначений, по аналогии с в предыдущими работами [1–4], формализуем (МПДГП) в виде выражения:

$$\begin{cases} F_j(\overline{X}_N^{(1)}, \overline{X}_N^{(2)}, ..., \overline{X}_N^{(K)}, \overline{A}_L, t) \to \text{extr},\ j \in [1, J_{\max}] \\ \Phi_r(\overline{X}_N^{(1)}, \overline{X}_N^{(2)}, ..., \overline{X}_N^{(K)}, \overline{A}_L, t) \le 0,\ r \in [1, R] \\ Q_s(\overline{X}_N^{(1)}, \overline{X}_N^{(2)}, ..., \overline{X}_N^{(K)}, \overline{A}_L, t) = 0,\ s = [1, S] \\ \overline{X}_N = \overline{X}_{N,K} \in \left\{\overline{X}_N^{(1)}, \overline{X}_N^{(2)}, ..., \overline{X}_N^{(K)}\right\} \\ x_i \in [x_{i\min}, x_{i\max}];\ i \in [1, N] \\ \overline{A}_L \in \left\{\overline{A}^{(1)}, \overline{A}^{(2)}, ..., \overline{A}^{(L)}\right\} \end{cases} \quad (1)$$

где $\overline{X}_N^{(1)} \in \left\{x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, ..., x_{K(1)}^{(1)}\right\}$, …, $\overline{X}_N^{(K)} \in \left\{x_1^{(K)}, x_2^{(K)}, ..., x_{K(K)}^{(K)}\right\}$ – подмножества переменных параметров, на которые условно разбито все множество переменных $\overline{X}_N$.

Выражение $F_j(\overline{X}_N^{(1)}, \overline{X}_N^{(2)}, ..., \overline{X}_N^{(K)}, \overline{A}_L, t) \to$ extr формализует достижение экстремальных значений $J_{\max}$ критериями модели, а выражения $\Phi_r(\overline{X}_N^{(1)}, \overline{X}_N^{(2)}, ..., \overline{X}_N^{(K)}, \overline{A}_L, t)$ и $Q_s(\overline{X}_N^{(1)}, \overline{X}_N^{(2)}, ..., \overline{X}_N^{(K)}, \overline{A}_L, t)$, соответственно, R ограничений и S условий, которым должны удовлетворять переменные параметры модели

Следующая процедура методики заключается в построении вычислительных процедур, реализующих вычисление $J_{\max}$ целевых функций, R ограничений и S условий, формализованных соответствующими выражениями модели (1).

Используя подходы компьютерной математики, каждаяцелевая функция, условие и ограничение модели могут быть представлены в виде вычислительной процедуры, реализованной с помощью специальных программных пакетов таких, как Excel, MathLab, MathCad, либо в виде специально разработанной компьютерных программ. Поэтому под формализованными в модели (1) целевыми функциями, условиями и ограничениями будем понимать соответствующие им, специально разработанные программные процедуры, переменными величинами и постоянными параметрами, которых являются вышеописанные множества $\overline{X}_N$ и $\overline{A}_L$.

Существует множество различных способов формализации вышеназванных выражений. Эти способы зависят от конкретных условий решения задачи. Для построения нашей модели мы будем использовать следующие: аналитический, аналитико-экспериментальный способ, статистический, способ с использованием дифференциальных уравнений и уравнений математической физики.

Используемый в статье аналитико-экспериментальный способ основывается на следующих утверждениях. Исходя из представления функции многих переменных в виде ряда Тейлора можно заключить, что функция многих переменных может быть представлена в виде линейной суперпозиции функций одной переменной (функций одной переменной столько, сколько независимых переменных у функции многих переменных). *В тех случаях, когда имеется возможность экспериментального установления зависимости значения функции многих переменных от входящих в функцию переменных, то функция многих переменных в пределах некоторой характерной (для исследуемого процесса) точки может быть представлена в виде линейной суперпозиции аналитических функций одной переменной, аппроксимирующих графики экспериментальных измерений.* Ниже описан ряд процедур, на основании которых многокритериальная модель (1) будет сведена к однокритериальной модели.

Прежде всего, преобразуем формализованную многокритериальную задачу (1) к квазиравносильной ей однокритериальной задаче (2).

Первая процедура построения модели (2) заключается в определении подмножества близких по смыслу критериев и соответствующих им целевых функций модели (1), которые будут заменены линейной суперпозицией этих критериев с весовыми коэффициентами. Затем определённые критерии заменяются соответствующими им целевыми функциями задачи (1) на ограничения вида $F_j(\overline{X}_N^{(1)}, \overline{X}_N^{(2)}, ..., \overline{X}_N^{(K)}, \overline{A}_L, t) \le A - n \times \Delta A$, или $F_j(\overline{X}_N^{(1)}, \overline{X}_N^{(2)}, ..., \overline{X}_N^{(K)}, \overline{A}_L, t) \ge B - m \times \Delta B$, где n, m переменные целые величины, характеризующие процесс итерации при численном поиске решения оптимизационной задачи. ΔA и ΔB – значения допустимых погрешностей при расчете данных критериев. После чего определяются критерии, которые будут заменены условиями задачи.

Следующая процедура заключается в формализации модели (2) с определением границ изменения критериев, ограничений и интервала допустимой погрешности при расчете данных критериев.

Следующая процедура состоит в построении алгоритма численного решения преобразованной оптимизационной задачи условно обозначенной (2). Этапроцедура состоит из следующих действий:

Вначале, следует выделить подмножество независимых переменных, определять которые предполагается с использованием метода имитационного моделирования и эвристического инженерного анализа. [1] В качестве имитационной модели будет использована модель (2).

Выделение подмножества неизвестных параметров задачи, определяемых методом имитационного моделирования с использованием эвристического опыта инженера исследователя является этапом применения метода декомпозиции для численного решения задачи и позволяет уменьшить размерность решаемой задачи.

В дальнейшем, определенная таким способом часть неизвестных независимых переменных задачи (2) выступает в качестве известных параметров задачи определения оставшейся части неизвестных величин, условно обозначенной (3). Задача (3) – преобразованная задача (2), сменьшим количеством переменных, условий и ограничений. При использовании аналитико-экспериментального способа построения целевых функций, условий и ограничений модели (3) эксперимент проводится для зафиксированных значений определенной части переменных, выступающих в качестве параметров задачи.

Численное решение оптимизационной задачи, формализованной выражением (3) может быть найдено по одному из ниже описанных алгоритмов. Первый способ основывается на методе линейного программирования. Суть способа заключается в следующем. Построенная нами целевая функция модели является линейной суперпозицией других функций и при их аналитико-экспериментальном построении (а также при построении условий и ограничений модели) могут быть установлены участки ОДЗ переменных, для которых сами функции, условия и ограничения, с достаточной степенью точности, могут быть представлены в виде линейных зависимостей от их переменных величин. Из этих обстоятельств следует, что модель (3) может быть заменена несколькими моделями линейного программирования, построенными для установленных участков ОДЗ. Численная реализация этих моделей может быть эффективно выполнена с использованием специальных пакетов программ.

Второй способ основан на методе вариантов с оценкой вариантов на модели (3). Вначале формируется возможное количество вариантов решения модели (3). Формируем множество значений переменных $x_{i,m}$ по следующему алгоритму:

$$x_{i,m} = x_{i\min} + m \cdot \Delta x_i\,;\; m \in \left[1, m(i)\right];\; i \in \left[1, N\right]$$

$$m(i) = \frac{x_{i\ \max} - x_{i\ \min}}{\Delta x_i}\,;$$

$$x_{i,m} \in \left[x_{i\min}, x_{i\max}\right];\; i \in \left[1, N\right]$$

Формируем I подмножеств переменных:

$$\Big\{\left(x_{11}, x_{12}, ..., x_{1m(1)}\right);$$

$$\left(x_{21}, x_{22}, ..., x_{2m(2)}\right), ..., \left(x_{I1}, x_{I2}, ..., x_{\mathrm{I}m(I)}\right)\Big\}.$$

Путем перестановок из элементов I подмножеств формируем $m(1)\cdot m(2)\cdot ...\cdot m(I)$ вариантов возможных решений задачи.

Поочередно, подставляем, все сформированные варианты решений в модельи выбираем подмножество неизвестных $\left\{x_{i,p}^{x3}\right\}$, являющееся решением модели (3). Затем к полученному подмножеству неизвестных добавляем подмножество неизвестных, определенных методом эвристического инженерного анализа. Полученное таким образом подмножество неизвестных $\left\{x_{i,p}^{x2}\right\}$, будет являться первым приближением решения модели (2). Подставляем подмножество $\left\{x_{i,p}^{x2}\right\}$ в модель (2), рассчитываем значение целевой функции модели. Если результат не устраивает, то изменяются значения переменных, определяемых с помощью инженерного эвристического анализа и решение модели (2) повторяется по описанному алгоритму.

Следующей процедурой по разработке методики является ее проверка на достоверность и адекватность получаемых с ее помощью результатов.

Адекватность и достоверность модели, отчасти обусловлена корректным применением математического аппарата при формализации модели и построении метода ее численной реализации. Кроме того, одним из реально достижимых и достаточно эффективных является способ проверки модели на конкретной практической задаче. В качестве такой практической задачи выбран процесс дробления калийной руды молотковой дробилкой СМ-170В на 4 рудоуправлении ОАО «Беларуськалий» [3].

В результате численного решения составленной для данного процесса оптимизационной модели было установлено, что при значениях регулируемых параметров, соответствующих положению подвесной решетки, когда она отведена до уровня бруса, положению выдвижной решетки, когда она убрана, зазору между молотками и брусом дробилки равным 20 мм, загрузке, которая изменялась от 150 до 700 т/ч, количеству оборотов ротора дробилки 350 об/мин получен требуемый грансостав дробленой руды при квазиминимальных энергетических затратах, а именно удельной потребляемой мощности, равной приблизительно 0,3 кВт·ч/т.

Эти данные соответствуют данным полученным экспериментально. Доказательство экстремальности установленных переменных проводилось на модели с использованием имитационного эксперимента. Изменялись значения переменных в сторону увеличения или в сторону уменьшения, при этом значение удельных энергозатрат увеличивалось.

Заключение

1. Установлены взаимозависимости параметров характеризующих процесс дробления горных пород и разработана методика совместной оптимизации вышеназванных параметров.

2. Предложенная методика апробирована на конкретном технологическом процессе дробления калийных руд на 4-том РУ. ОАО «Беларуськалий.

3. Разработанная методика может быть применима и для оптимизации показателей работы других промышленных установок по обогащению горных пород.

Литература

1. **Шпургалов Ю. А.** Компьютерное моделирование принятия решений в производственных задачах: монография / Ю. А. Шпургалов. – Минск: БНТУ, 2009. – 217 с.

2. **Василевич Ю. В.** Оптимизационная модель процесса дробления калийных руд/Ю. В. Василевич, М. Ю. Шпургалова, В. В. Сапешко// Международный научно-технический сборник «Теоретическая и прикладная механика», Минск, 2013 г, вып. 28. – С. 216–218.

3. Выполнить исследования и провести опытно-промышленные испытания замкнутого цикла дробления калийной руды на 4 РУ с использованием различных типов дробилок и модернизированного грохота ГИТ-71М с целью улучшения грансостава дробленого продукта: отчет о НИР/ОАО «Белгорхимпром»; рук. В. В Сапешко. – Минск, 2007. – 56 с. – № ГР 400. В. 2005–2006.