

**РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ В ПЛОСКОЙ МЕМБРАНЕ**

*БНТУ, Минск, Республика Беларусь  
Научный руководитель: Молочко В.И.*

Плоские круглые диафрагмы постоянной толщины  $h$ , мм, выполненные заодно с корпусом, используются в качестве чувствительного упругого элемента в различного рода измерительных приборах, например, в измерителях давления. Очевидно, что при повышении давления  $P$ , МПа, жидкости в рабочей камере прибора, диафрагма будет деформироваться и в ней будут возникать радиальные  $\sigma_r$  и касательные  $\sigma_t$  напряжения, подсчитываемые по формулам [1]:

$$\sigma_r = \pm \frac{3}{8} \frac{pR^2}{h^2} \left[ (\mu + 1)\rho^2 - (1 + \mu) \right] \quad (1)$$

$$\sigma_t = \pm \frac{3}{8} \frac{pR^2}{h^2} \left[ (\mu + 1)\rho^2 - (1 + \mu) \right] \quad (2)$$

где  $\rho = \frac{R_x}{R}$ , причем  $R_x$  и  $R$  – соответственно текущий и максимальный радиусы диафрагмы,  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Для стальной диафрагмы принимают  $\mu=0,3$ , следовательно

$$\sigma_r = \pm \frac{3}{8} \frac{pR^2}{h^2} \left[ 3\rho^2 - 1,3 \right] \quad (1')$$

и

$$\sigma_t = \pm \frac{3}{8} \frac{pR^2}{h^2} \left[ 9\rho^2 - 1,3 \right] \quad (2')$$

Поскольку диафрагма находится в плоском напряженном состоянии, при котором  $\sigma_1 = \sigma_t$ ,  $\sigma_2 = 0$  и  $\sigma_3 = \sigma_r$ , ее прочностные свойства оцениваются по эквивалентному напряжению  $\sigma_{\text{экв}}$ ,

равному в соответствии с третьей теорией прочности (теорией энергии формоизменения)

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 - \sigma_r\sigma_t}. \quad (3)$$

Подставляя в формулу (3) значения  $\sigma_r$  и  $\sigma_t$  из формул (1') и (2') после преобразований получим

$$\sigma_{\text{экв}} = \pm \frac{3}{8} \frac{pR^2}{h^2} \sqrt{8,27\rho^4 - 6,76\rho^2 + 1,69}. \quad (4)$$

Для определения экстремальных точек нагружения диафрагмы приравняем к нулю производную  $\frac{d\sigma_{\text{экв}}}{d\rho}$ . В результа-

те получим

$$\frac{d\sigma_{\text{экв}}}{d\rho} = \pm \frac{3}{8} \frac{pR^2}{h^2} \left[ \frac{2 \cdot 8,27\rho^3 - 6,76\rho}{\sqrt{8,27\rho^4 - 6,76\rho^2 + 1,69}} \right] = 0 \quad (5)$$

или

$$\rho(8,27\rho^2 - 3,38) = 0$$

Решая уравнение (5), получаем три корня, три экстремальные точки графика функции  $\sigma_{\text{экв}} = f(\rho)$ :  $\rho_1 = 0$  и  $\rho_{2,3} = \pm 0,639$ .

При безрадиусном сопряжении мембраны с корпусом график функции  $\sigma_{\text{экв}} = f(\rho)$  построенный при условиях:  $P = 20$  МПа,  $R = 13$  мм,  $h = 2,5$  мм, имеет вид кривой *a* (рисунок 1).

Из графика следует, что максимальные напряжения возникают по периметру мембраны, т. е. в местах соединения ее с корпусом.

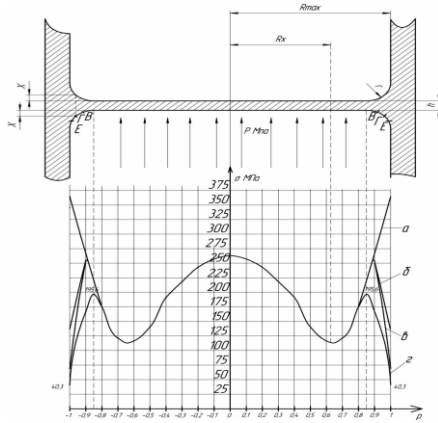


Рисунок 1 – График функции  $\sigma_{\text{ЭКВ}} = f(\rho)$

*a* – безрадиусное сопряжение; *б* – однорадиусное сопряжение с  $r=1,7$  мм;  
*в* – двухрадиусное сопряжение с  $r=1,7$  мм; *г* – двухрадиусное сопряжение с  $r=2,5$  мм.

Установка датчиков давления в гомогенизаторах и их эксплуатация в условиях молочного завода показала, что мембраны после определенного периода эксплуатации разрушаются именно в местах соединения с корпусом.

Для предотвращения обламывания мембраны, в предыдущей конструкции переход от мембраны к корпусу осуществлялся по радиусу  $r=1,7$ .

При этом в точках В, Г и Е (см. рисунок 1) участка радиуса сопряжения

$$\rho_B = \frac{R - 0,5r}{R} = \frac{17 - 0,5 \cdot 1,7}{17} = 0,95$$

и  $h_B = 0,15r + h = 0,15 \cdot 1,7 + 2,5 = 2,75$  мм;

$$\rho_G = \frac{R - 0,1r}{R} = \frac{17 - 0,1 \cdot 1,7}{17} = 0,99$$

и  $h_G = 0,5r + h = 0,5 \cdot 1,7 + 2,5 = 3,35$  мм;

$$\rho_E = 1 \text{ и } h_E = r + h = 1,7 + 2,5 = 4,2 \text{ мм};$$

Подставляя соответствующие значения  $\rho$  и толщины диафрагмы  $h$  в формулу (4) получаем значения эквивалентных напряжений в точках В, Г и Е

$$\sigma_{\text{экв}_B} = \pm \frac{3}{8} \frac{20 \cdot 13^2}{2,75^2} \sqrt{8,27 \cdot 0,95^4 - 6,76 \cdot 0,95^2 + 1,69} = 237 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{экв}_Г} = \pm \frac{3}{8} \frac{20 \cdot 13^2}{3,35^2} \sqrt{8,27 \cdot 0,99^4 - 6,76 \cdot 0,99^2 + 1,69} = 182 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{экв}_E} = \pm \frac{3}{8} \frac{20 \cdot 13^2}{4,2^2} \sqrt{8,27 \cdot 1^4 - 6,76 \cdot 1^2 + 1,69} = 128 \text{ МПа}.$$

На графике функции  $\sigma_{\text{экв}} = f(\rho)$  построенной по уравнению (4) при заданных постоянных значениях  $p = 20$  МПа,  $R = 13$  мм,  $h = 2,5$  мм,  $r = 1,7$  мм и переменных значениях  $\rho$ , а также  $h$  в точках В, Г, Е, кривая напряжений обозначена буквой  $b$ .

Анализ графика показывает, что эквивалентные напряжения  $\sigma_{\text{экв}}$  в месте сопряжения мембраны с корпусом не превосходят эквивалентные напряжения в центре, но тем не менее в месте начала радиуса есть зона с высоким напряжением, что в процессе эксплуатации может привести к разрушению мембраны в этой зоне.

В связи с этим была разработана конструкция датчика с двухрадиусным сопряжением мембраны с корпусом. Это позволило увеличить толщину мембраны в опасных точках. В отличие от однорадиусного сопряжения в двухрадиусном толщину мембраны в точках сопряжения увеличилась на  $X$  мм (рисунок 1). Из кривой  $b$  (рисунок 1) видно, что увеличение толщины мембраны на величину  $X$  позволило уменьшить напряжения в месте сопряжения мембраны с корпусом, но тем не менее напряжения в начале радиуса осталось прежним. В связи с этим была разработана конструкция с увеличенным радиусом сопряжения  $r = 2,5$ . График функции  $\sigma_{\text{экв}} = f(\rho)$  представлен кривой  $z$  (см. рисунок 1).

Из графика видно, что значение  $\sigma_{\text{экв}}$  в месте начала радиуса сопряжения значительно уменьшилось и опасной, с точки зрения разрушения, стала точка в центре мембраны.

УДК 621.52

Кирюхова С.А.

## ОХЛАЖДЕНИЕ ДВУХРОТОРНЫХ ВАКУУМНЫХ НАСОСОВ

*БНТУ, Минск, Республика Беларусь*  
*Научный руководитель: Бабук В.В.*

Двухроторные насосы (насосы типа Рутса) могут работать при давлении на входе от атмосферного до  $5 \cdot 10^{-2}$  Па. Наиболее часто их используют для поддержания рабочего давления  $10^2$ – $10^{-1}$  Па в установках с большим газоотделением.

Принцип действия:

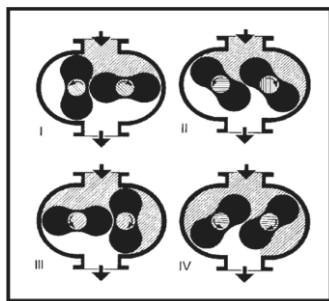


Рисунок 1 – Принцип действия двухроторного насоса

Двухроторные вакуумные насосы имеют рабочую полость, которая соединяется с окном всасывания. Откачиваемый газ заполняет рабочую полость между корпусом и двумя роторами сложного очертания и при дальнейшем вращении роторов, отсекается от окна всасывания. При совмещении с окном нагнетания происходит выравнивание давления в рабочей полости и линии нагнетания, т.е. происходит процесс внешнего сжатия.