

621.1  
Т34

2

Б.М. Хрусталеv, А.П. Несенчук  
В.Д. Акельев, В.А. Седнин  
В.М. Копко, В.И. Тимошпольский  
А.В. Седнин, А.В. Нерезько

# ТЕПЛО- И МАССООБМЕН

Для студентов вузов  
строительных, энергетических  
и машиностроительных  
специальностей



**pts**  
типография

Б.М. Хрусталеv, А.П. Несенчук, В.Д. Акельев, В.А. Седнин,  
В.М. Копко, В.И. Тимошпольский, А.В. Седнин, А.В. Нерезько

# ТЕПЛО- И МАССООБМЕН

*Допущено Министерством образования Республики Беларусь  
в качестве учебного пособия для студентов учреждений,  
обеспечивающих получение высшего образования по энергетическим,  
строительным и машиностроительным специальностям*

В двух частях

Часть 2

*Под общей редакцией проф. А.П. Несенчука*



Минск  
2009

УДК 621.1.016.7(075.8)

~~ББК 31.31я73~~

Т34

Авторы:

**Б.М. Хрусталеv, А.П. Несенчук, В.Д. Акельев, В.А. Седнин,  
В.М. Копко, В.И. Тимошпольский, А.В. Седнин, А.В. Нерезько**

Рецензенты:

заведующий сектором комплексного научно-производственного отдела энергетики и экологии  
РУП «БЕЛНИПИЭнергопром», доктор технических наук, профессор *Б.В. Яковлев*;

кафедра «Отопление и вентиляция» Московского государственного строительного университета  
(заведующий кафедрой доктор технических наук, профессор *Ю.Я. Кувшинов*)

Т34

**Тепло- и массообмен: учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 2 /Б.М. Хрусталеv [и др.]; под общ. ред.  
А.П. Несенчука. — Минск: БНТУ, 2009. 274 с. : ил.  
ISBN 978-985-525-124-9 (ч. 2).**

Книга «Тепло- и массообмен» представляет собой учебное пособие для студентов, магистрантов и аспирантов энергетических, строительных и машиностроительных специальностей вузов. Рассмотрены вопросы тепло- и массопереноса в тепловых процессах промышленных теплотехнологий.

Материал книги дополнен разделами, представляющими интерес в связи с развитием стратегических направлений промышленных теплотехнологий с вовлечением в качестве первичного источника энергии тепловых отходов и вторичных энергетических ресурсов. Приводятся конкретные примеры теплообмена в элементах промышленного оборудования и тепловых процессах.

Книга предназначена для студентов, магистрантов и аспирантов энергетических, строительных и машиностроительных специальностей вузов, а также инженерно-технических работников промышленных предприятий.

УДК 621.1.016.7(075.8)

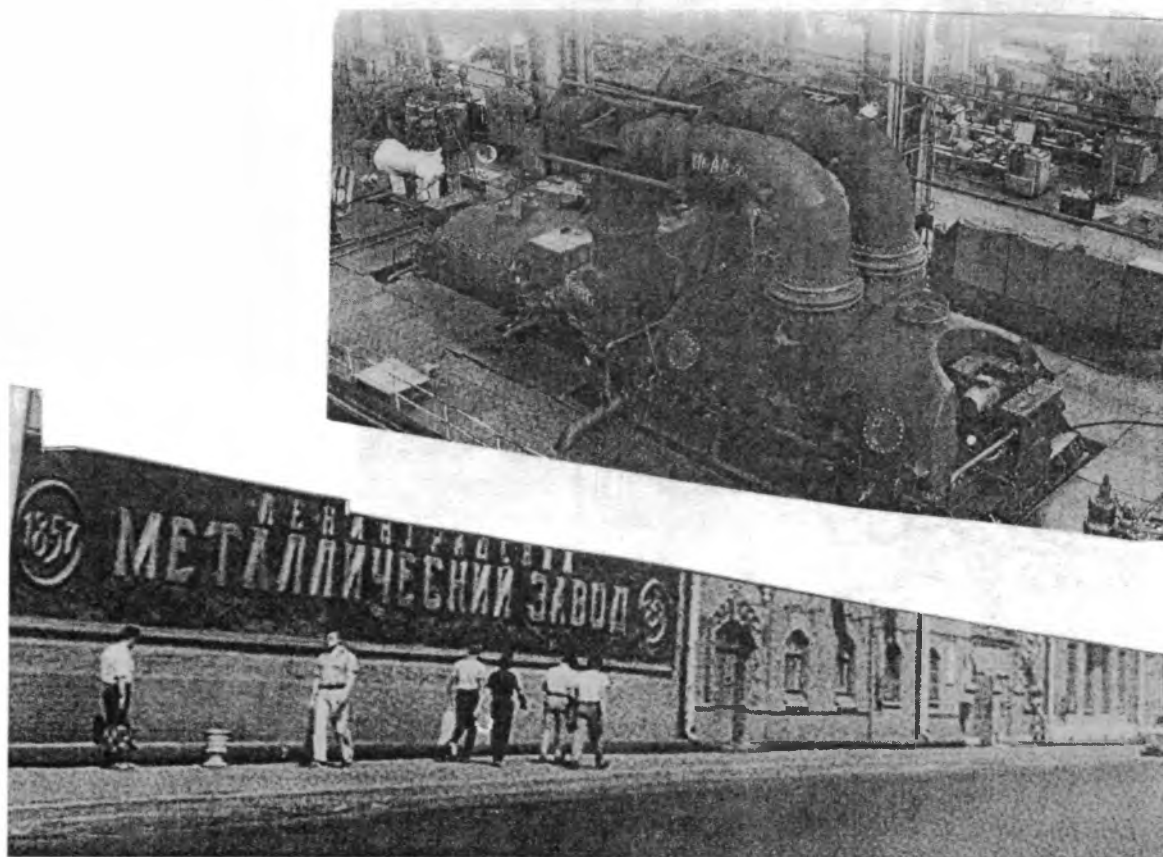
ББК 31.31я73

ISBN 978-985-525-124-9 (ч. 2)  
ISBN 978-985-479-645-8

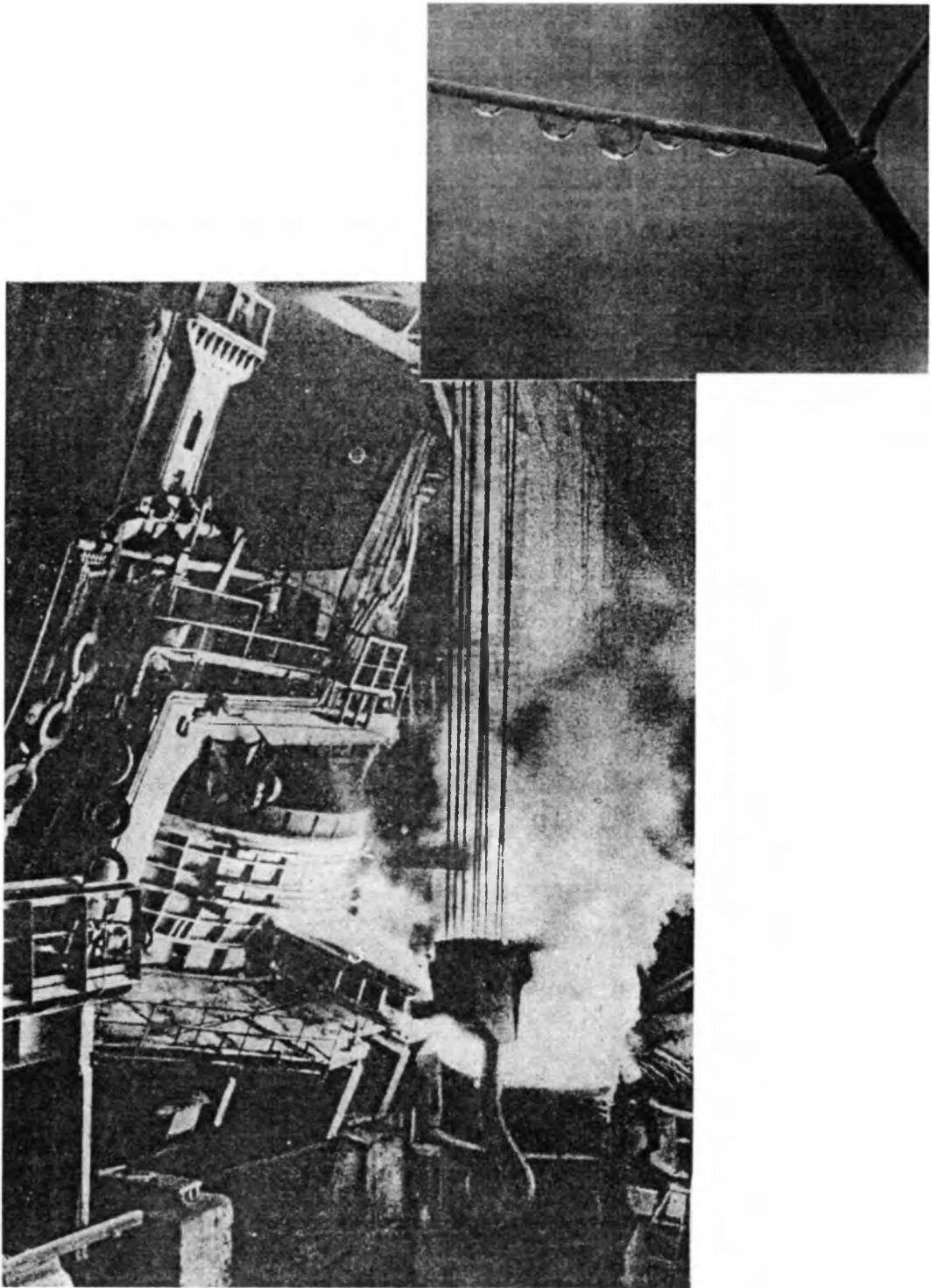
© Белорусский национальный  
технический университет, 2009  
© Оформление. Б.М. Хрусталеv,  
А.П. Несенчук, 2009

*Светлой памяти Лыкова Алексея Васильевича, Вейника Альберта Иосифовича, Беляева Николая Михайловича, Анисовича Геннадия Анатольевича, Одельского Эммануила Хацкевича посвящается*

*Авторы*



*Ленинградский металлический завод — первенец турбостроения*



*Дуговая электропечь для плавки стали*

**УЧЕБНИКИ  
И УЧЕБНЫЕ  
ПОСОБИЯ,  
РЕКОМЕНДУЕМЫЕ  
ПРИ ИЗУЧЕНИИ  
КУРСА «ТЕПЛО- И  
МАССООБМЕН»**

Аэров М.Э., Тодес О. М., Наринский Д.А. Аппараты со стационарным зернистым слоем: Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем. — Л.: «Химия», 1979.

Беляев Н.М. Теплопередача. — Киев: «Вища школа» Головное издат., 1988.

Блох А.Г. и др. Теплообмен излучением: Справочник/А.Г. Блох, Ю.А. Журавлев, Л.Н. Рыжков. — М.: Энергоатомиздат, 1991.

Бендерский Б.Я. Техническая термодинамика. Курс лекций с краткими биографиями ученых: Учеб.-методич. пособие. — Москва — Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.

Блох А.Г. Тепловое излучение в котельных установках. — Л.: «Энергия», 1967.

Болгарский А.В. и др. Термодинамика и теплопередача: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. — М., «Высшая школа», 1975.

Белов И.А., Кудрявцев Н.А. Теплоотдача и сопротивление пакетов труб. — Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд., 1987.

Вейник А.И. Техническая термодинамика и основы теплопередачи. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Металлургия», 1965.

Гухман А.А. Введение в теорию подобия: Учеб. пособие для вузов. 2-е изд., доп. и перераб. — М., «Высшая школа», 1973.

Гухман А.А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепло- и массообмена. — М., «Высшая школа», 1967.

Горбис З.Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. — М.: «Энергия», 1970.

Горбис З.Р. Теплообменники с проточными дисперсными теплоносителями. — М.: «Энергия», 1975.

Галин Н.М., Кириллов Л.П. Тепломассообмен (в ядерной энергетике): Учеб. пособие для вузов. — М.: Энергоатомиздат, 1987.

Джалурия Й. Естественная конвекция: Тепло- и массообмен. Пер. с англ. — М.: «Мир», 1983.

Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. — М., «Наука», 1982.

Исаченко В.П. и др. Теплопередача: Учебник для вузов. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: «Энергия», 1975.

Калориметрия. Теория и практика: Пер. с англ./В. Хеммингер, Г. Хёне. — М., «Химия», 1990. — Пер. изд.: ФРГ, 1984.

Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Атомиздат, 1979.

Кутателадзе С.С. Анализ подобия в теплофизике. — Новосибирск: «Наука», 1982.

Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: Справочное пособие. — М.: Энергоатомиздат, 1990.

Ключников А.Д., Иванцов Г.П. Теплопередача излучением в огнетехнических установках (инженерные решения задач). — М.: «Энергия», 1970.

Лыков А.В. Теплообмен: Справочник. — М.: «Энергия», 1971.

Лыков А.В. Теория теплопроводности. — М.: «Высшая школа», 1967.

Моравский А.В., Файн М.А. Огонь в упряжке, или Как изобретают тепловые двигатели. — М.: «Знание», 1990. (Жизнь замечательных идей).

Методы определения теплопроводности и температуропроводности / Под ред. А.В. Лыкова. — М.: «Энергия», 1973.

Михеев М.А. Основы теплопередачи: Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. — М. — Л.: ГЭИ, 1956.

Новиков И.И., Боришанский В.М. Теория подобия в термодинамике и теплопередаче. — М.: Атомиздат, 1979.

От Кирхгофа до Планка. Пер с нем. Л.Г. Мищенко / Под ред. и с предисл. Д.Н. Зубарева. — М.: «Мир», 1981.

Русин С.П., Пелецкий В.Э. Тепловое излучение полостей. — М.: Энергоатомиздат, 1987.

Себиси Т., Брэдшоу П. Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы. Пер. с англ. — М.: «Мир», 1987.

Соковишин Ю.А. Сборник задач по теплопроводности. — Л.: ЛПИМ Лен. орд. Ленина пол. инст. им. М.И. Калинина, 1980.

Телегин А.С., Швыдкий В.С., Ярошенко Ю.Г. Термодинамика и теплоперенос: Учебник для студентов металлургических вузов. — М.: «Металлургия», 1980.

Телегин А.С., Швыдкий В.С., Ярошенко Ю.Г. Теплоперенос: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. / Под ред. Ю.Г. Ярошенко. — М.: ИКЦ «Академкнига», 2002.

Теплообмен при кипении / Толубинский В.И. — Киев: «Наук. думка», 1980.

Уонг Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров: Пер. с англ. / Справочник. — М.: Атомиздат, 1979.

Юдаев Б.Н. Теплопередача: Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Высшая школа», 1981.

Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. — М.: «Мир», 1975.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Современный этап развития энергетики, машиностроения и металлургии, химии и нефтехимии, строительства промышленных производств Республики Беларусь характеризуется мероприятиями, направленными на модернизацию существующих и создание новых промышленных теплотехнологий, что предъявляет исключительно жесткие требования к подготовке инженерных кадров в области энергетики промышленных теплотехнологий, промышленного и гражданского строительства, способных обеспечить реализацию поставленных задач. Сегодня, в обстановке энергетического голода промышленности, совершенно недостаточно произвести выбор наиболее подходящего для конкретных условий функционирования промышленного предприятия источника первичной энергии. Ставится дополнительная задача правильного (экономически целесообразного и грамотного) его использования

Выбор первичного энергоносителя (к примеру, топливного) должен быть сделан с учетом совокупной оценки характера теплоиспользования (первичный источник — тепловые отходы — ВЭР), последовательности его использования в основной теплотехнологии и долевого участия регенеративной и утилизационной составляющих энергоиспользования. В таких условиях возникает потребность проработки вопросов энергообеспечения основной теплотехнологии отдельных частей инновационных процессов теплотехнологий, обеспечивающей выпуск продукции определенного типа и качества, а также выбора основного оборудования, использующего источники первичной энергии, тепловых отходов или ВЭР, на базе научно обоснованных расчетных методик, позволяющих грамотно оценить тепловые потоки расхода и притока энергии в элементах теплового оборудования теплотехнологических процессов.

В этом плане открываются широкие возможности применения теории тепло- и массо-

переноса для оценки совершенства принятых инновационных теплотехнологий, а также их отдельных звеньев.

Учитывая изложенное, на первом этапе анализа возникает научная необходимость изучения процессов, связанных с переносом теплоты, их свойств, а также их распространения в отдельных звеньях (оборудовании) промышленной теплотехнологии, их энергетических характеристик в этих процессах, а также оборудования в технологиях производства.

При написании этой книги авторы заимствовали опыт чтения лекций, накопленный кафедрами «Промышленная теплоэнергетика и теплотехника» и «Теплогасоснабжение и вентиляция» Белорусского национального технического университета (БНТУ, г. Минск). В значительной мере здесь обобщены результаты, полученные при выполнении научно-исследовательских работ и внедрении промышленного комбинирования источников энергии при создании новых и модернизации старых теплотехнологий на промышленных объектах Республики Беларусь.

Участие авторского коллектива в написании книги «Тепло- и массообмен» выглядит так:

Б.М. Хрусталеv — предисловие и главы 1 и 2 (часть, раздел IV); А.П. Несенчук — главы 1 и 2 (часть, раздел III); В.Д. Акельев — главы 1 и 2 (часть, раздел IV); В.И. Тимошпольский главы 2 и 3 (часть, раздел III); В.А. Седнин — глава 3 (часть, раздел IV); В.М. Копко — главы 1 и 2 (часть, раздел IV); А.В. Седнин — глава 3 (часть, раздел IV); А.В. Нерезько — главы 1 и 2 (часть, раздел III).

Общая редакция книги выполнена профессором А.П. Несенчуком.

Авторы книги приносят благодарность своим коллегам — коллективам кафедр «Промышленная теплоэнергетика и теплотехника» и «Теплогасоснабжение и вентиляция» Белорусского национального технического университета.

Авторы считают своим долгом выразить особую благодарность рецензентам — профессору Б.В. Яковлеву и доценту К.Э. Гаркуше за их большой труд, направленный на улучшение качества книги.

*Авторы*



## FOREWORD

Modern stage of the development of power engineering, mechanical engineering and metallurgy, chemistry and petroleum chemistry, industrial production in the Republic of Belarus is characterized by measures directed on modernization of existing and new industrial thermal technologies that impose exclusively rigid requirements to training of engineering personnel in the field of power engineering of industrial thermal technologies, industrial and civil engineering that ensure realization of the formulated problems. Nowadays, when we are facing the problem of energy shortage in industry, it is absolutely insufficient to select the most appropriate source of initial energy for concrete conditions of industrial enterprise performance. An additional task is stated for its correct (economically expedient and competent) usage.

Selection of initial energy carrier (for example, fuel one) should be made with account of joint estimation of thermal utilization character (initial source – thermal wastes – secondary power resources), sequence procedure of its usage in the main thermal technology and share of regenerative and recovery components of energy usage. Such conditions lead to necessity to study problems concerning energy supply of the main thermal technology of separate parts of innovative processes of thermal technologies ensuring product output of specific type and quality, and also selection of the main equipment using sources of initial energy, thermal wastes or secondary power resources on the basis of scientifically justified calculative methodology that makes it possible to estimate competently thermal fluxes of power consumption and power influxes in the elements of thermal equipment applied in technological processes.

This situation opens an ample scope for application of heat- and mass transfer theory to estimate perfection of the accepted innovative thermal technology and their separate parts.

In view of the above, the first stage of analysis presupposes scientific necessity to study processes

pertaining to heat transfer, their properties and also their distribution in separate elements (equipment) of industrial thermal technology, their energy characteristics in these processes and equipment in the production technologies.

While writing the book its authors have drawn on the lecture delivery experience acquired by departments «Industrial Heat Power Engineering and Heat Engineering» and «Gas Supply and Ventilation» of the Belarussian National Technical University (BNTU; Minsk). The book contains generalized results obtained by the authors while executing scientific-research activity and introduction of industrial combining of energy sources in development and modernization of new and old thermal technologies at the industrial projects of the Republic of Belarus.

Contribution of the authors' team to writing the textbook «Heat- and Mass Transfer» is the following:

Khroustalev B.M. – Foreword and Chapters 1 and 2 (partially, Part IV); Nesenouch A.P. – Chapters 1 and 2 (partially, Part III); Akeliev V.D. – Chapters 1 and 2 (partially, Part IV); Timoshpolsky V.I. – Chapters 2 and 3 (partially, Part III); Sednin V.A. – Chapter 3 (partially, Part IV); Kopko V.M. – Chapters 1 and 2 (partially, Part IV); Sednin A.V. – Chapter 3 (partially, Part IV); Nerezko A.V. – Chapters 1 and 2 (partially, Part III).

Total editorship of the text book is made by Prof. Nesenouch A.P.

Authors of the textbook show their gratitude to their colleagues – staff members of “Industrial Heat Power Engineering and Heat Engineering” and «Gas Supply and Ventilation» departments of the Belarussian National Technical University.

Authors consider it their duty to express a special gratitude to reviewers Professor Yakovlev B.V. and Assistant Professor Garkouha K.E. for their hard reviewing work that has improved content of the book.

*Authors*

## **Раздел III. Part III.**

# **Специальные задачи теплопроводности Special Tasks of Heat Conduction**

**Глава 1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ  
(МНОГОМЕРНАЯ)  
В ТЕЛАХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ  
ФОРМЫ ПРИ ПОСТОЯННЫХ  
ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ  
ХАРАКТЕРИСТИКАХ**

**Chapter 1. HEAT CONDUCTION  
(MULTIDIMENSIONAL)  
IN BODIES OF UNSPECIFIED  
SHAPE WITH CONSTANT  
THERMAL AND PHYSICAL  
CHARACTERISTICS**

.....

**Глава 2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ  
ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ  
ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ  
ХАРАКТЕРИСТИКАХ  
ТВЕРДОГО ТЕЛА**

.....

**Chapter 2. HEAT CONDUCTION  
WITH VARYING THERMAL  
AND PHYSICAL  
CHARACTERISTICS OF  
SOLID BODY**

.....

**Глава 3. ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ  
СОСТОЯНИЕ ТЕРМИЧЕСКИ  
МАССИВНЫХ ТВЕРДЫХ  
ТЕЛ ПРИ ИХ НАГРЕВАНИИ**

.....

**Chapter 3. THERMAL STRESSED  
STATE OF THERMALLY  
MASSIVE SOLID BODIES  
AT THEIR HEATING**

## Раздел III

### СПЕЦИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Как показала практика, для расчета нагрева (*определение неоднородного температурного поля в заготовке или времени ее нагревания*) твердых тел (к примеру, стальных заготовок, слитков и др.), а также проектирования нагревательных и термических пе-

чей машиностроительных и металлургических предприятий, оказывается, в целом ряде случаев совершенно недостаточно уметь рассчитывать задачи, касающиеся одномерной теплопроводности (рис. 1.1, *а*) при постоянных, *не зависящих от непрерывно изменяющейся температуры* теплофизических параметрах  $\lambda$ ,  $c_p$  и  $\rho$ :

$$\lambda(T) = \text{const}; c_p(T) = \text{const} \text{ и } \rho(T) = \text{const}.$$

Сегодня инженер, вступающий в производственные отношения с природой, должен уметь решать более серьезные (специальные) задачи производства, которые возникают при реализации самых различных (подчас очень сложных) теплотехнологий.

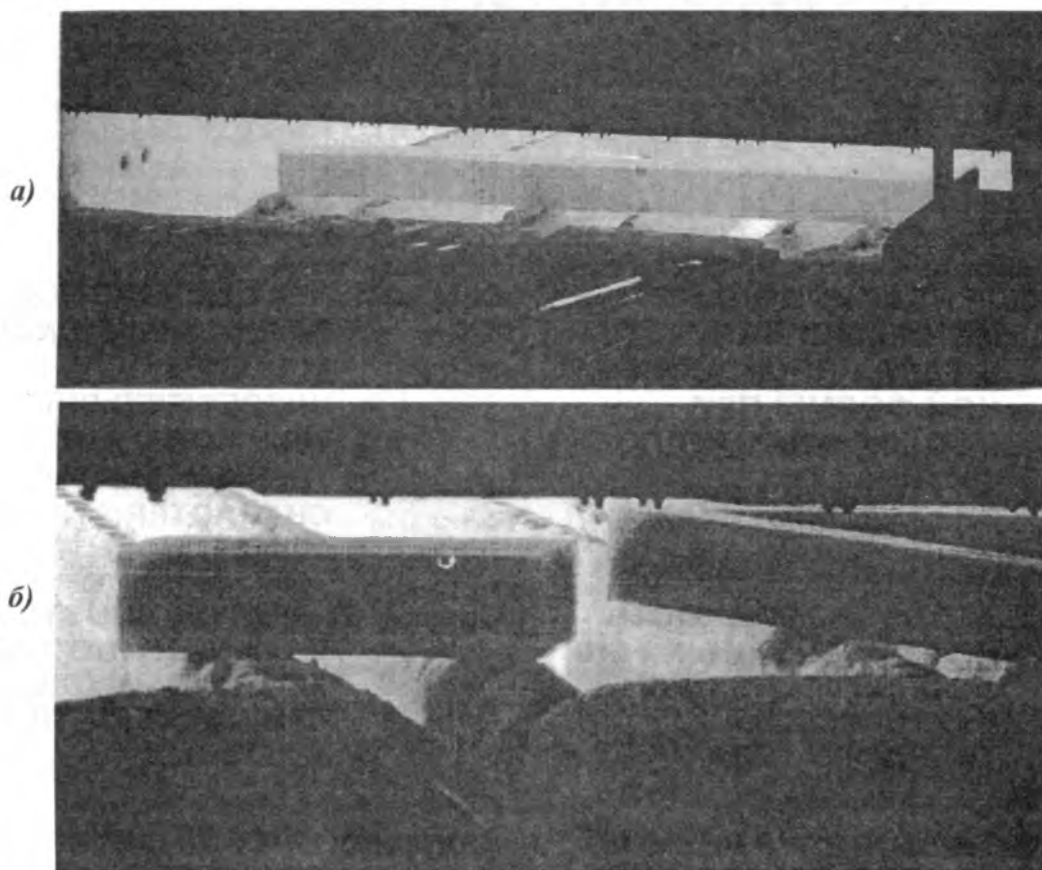


Рис. 1.1. Общий вид нагреваемого в методической печи блома<sup>1</sup>:

*а* – заготовка на торце выдачи печи (блом размером 200×200×4500 мм, тело классической формы: одномерная задача теплопроводности); *б* – заготовка на торце загрузки (блом размером 200×200×1100 мм, тело произвольной формы: двухмерная задача теплопроводности)

<sup>1</sup> Стальной слиток. В 3 т. Т. 3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. Минск: Белорус. наука, 2001.

При изучении материала третьего раздела этой книги предполагается рассмотреть задачи о нагревании и охлаждении тел произвольной формы (рис. 1.1, б) (*ограниченные пластина и цилиндр*) с переменными теплофизическими свойствами, когда:

$$\lambda(T) \neq \text{const}; c_p(T) \neq \text{const} \text{ и } \rho(T) \neq \text{const}$$

при граничных условиях 1-го, 2-го и 3-го рода.

Обращаясь к изучению такого материала, нужно иметь в виду, что зависимости  $\lambda(T)$ ,  $c_p(T)$  и  $\rho(T)$  могут **иметь нелинейный характер** (рис. 1.2 и 1.3), что сильно усложняет интересующие нас решения. Как видно из этих рисунков, углеродистые стали в интервале температур 0...700 °С (и тем более в интервале нагрева под ковку, штамповку, прокатку – 0...1300 °С) при 20 °С имеют теплопроводность, отвечающую 50...65 Вт/(м·К), а при 700 °С –  $\lambda(T) = 30...34$  Вт/(м·К). У кобальта же (см. рис. 1.3) в интервале температур 0...1000 °С значения теплопроводности из-

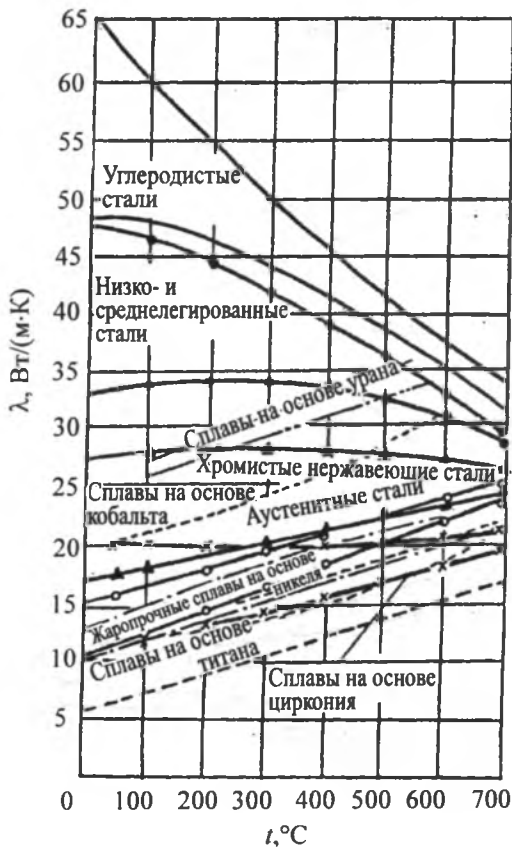


Рис. 1.2. Значение коэффициента теплопроводности сталей<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Промышленные теплотехнологии: Методики и инженерные расчеты оборудования высокотемпературных теплотехнологий машиностроительного и металлургического производства: учебник / В.И. Тимошпольский, А.П. Несенчук, И.А. Трусова; под общ. ред. А.П. Несенчука, В.И. Тимошпольского. Минск: Выш. шк., 1998.

<sup>2</sup> Тепло- и массообмен: учеб. пособие: в 2 ч. Ч. 1/Б.М. Хрусталева [и др.]; под общ. ред. А.П. Несенчука. Минск: БНТУ, 2007.



Лыков Алексей Васильевич  
(1910–1974)

Теплофизик, академик АН БССР (1956). Родился в Костроме. Окончил Ярославский педагогический институт (1930). В 1942–1954 гг. заведовал кафедрой Московского технологического института пищевой промышленности, кафедрой Московского института химического машиностроения, лабораторией Энергетического института АН СССР. С 1956 г. директор Института тепло- и массообмена АН БССР, одновременно с 1966 г. заведовал кафедрой теплофизики Белорусского государственного университета.

Работал в области теплофизики, главным образом теплопереноса. Впервые сформулировал задачи переноса теплоты с граничными условиями четвертого рода, создал новые методы решения задач нестационарной теплопроводности, имеющих большое практическое значение.

Построил аналитическую теорию теплопроводности и теорию сушки. Создал школу в области тепло- и массообмена.



**Вейник Альберт Иосифович**  
(1919–1998)

Отечественный ученый, теоретик и естествоиспытатель. Имеет неоспоримое мировое признание в области термодинамики обратимых и необратимых процессов.

Основоположник тепловой теории металлургических процессов. Автор ряда монографий по термодинамике и тепловой теории литья. Книги А. И. Вейника переведены на многие языки мира.



**Самойлович Юрий Абрамович**

Родился в 1932 г. в Москве. Доктор технических наук, профессор.

Основоположник уральской школы в области теплофизики и теплотехники стального слитка. Крупный ученый в области теории кристаллизации и управления кристаллической структурой слитка, теплофизики нагрева слитков. С 1968 по 1989 г. — заведующий отделом, заведующий лабораторией кристаллизации слитка Всесоюзного научно-исследовательского института металлургической теплотехники (г. Свердловск), в настоящее время директор научного-практического центра «Платан» (г. Екатеринбург).

меняются от 70 до 130 Вт/(м·К). При этом теплопроводность вначале увеличивается, а затем, начиная с температур порядка 300 °С, резко снижается. По этой причине записанные ранее (см. ч. 1, гл. 2, стр. 158 этого учебника) решения одномерной теплопроводности с постоянными теплофизическими характеристиками нагреваемого (охлаждаемого) тела становятся совершенно непригодными ни для анализа температурного поля, ни для оценки продолжительности нагревания (охлаждения). Иными словами, если переменность этих характеристик не учитывать, то точность расчета будет невелика. Примерно такая же картина наблюдается при анализе влияния температуры на теплоемкость  $c_p$  нагреваемого тела. Инженеру в его производственной практике приходится встречаться с такими случаями, когда теплопроводность и теплоемкость с изменением температуры меняются на порядок, чего в расчетах нельзя не учитывать. К примеру, при нагревании кальцита  $\text{CaCO}_3$  в обжиговой печи до 1000...1100 °С происходит диссоциационный процесс

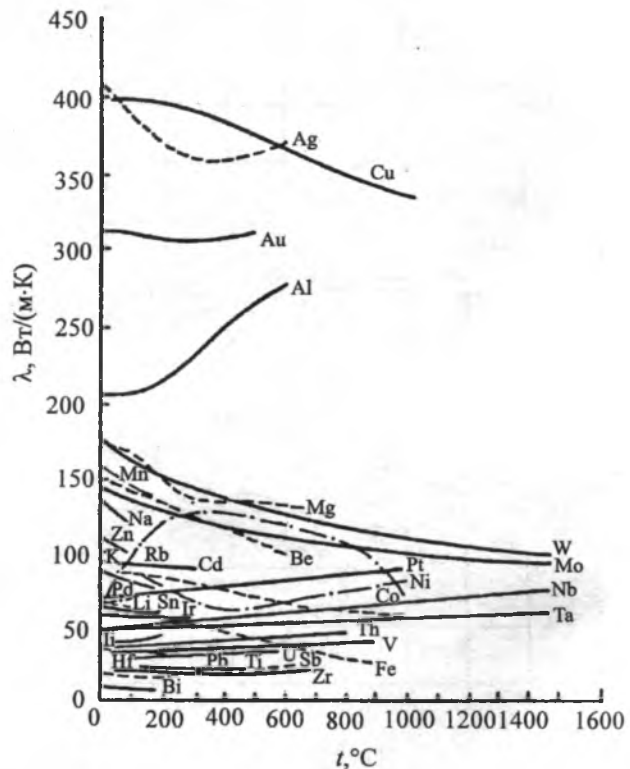


Рис. 1.3. Значение коэффициента теплопроводности металлов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Промышленные теплотехнологии: Методики и инженерные расчеты оборудования высокотемпературных теплотехнологий машиностроительного и металлургического производства: учебник / В.И. Тимошпольский, А.П. Несенчук, И.А. Трусова; под общ. ред. А.П. Несенчука, В.И. Тимошпольского. Минск: Выш. шк., 1998.

<sup>2</sup> Тепло- и массообмен: учеб. пособие: в 2 ч. Ч. 1/Б.М. Хрусталева [и др.]; под общ. ред. А.П. Несенчука. Минск: БНТУ, 2007.

в котором основной материал до реакции ( $\text{CaCO}_3$ ) и после нее ( $\text{CaO}$ ) имеют совершенно отличные значения  $\lambda(T)$ ,  $c_p(T)$  и  $\rho(T)$ .

В отмеченных случаях одномерная (тела классической формы: пластина, цилиндр и шар) и многомерная теплопроводность (3- и 2-мерная — параллелепипед и 2-мерная — короткий цилиндр<sup>1</sup>) должны рассматриваться с учетом  $\lambda(T) \neq \text{const}$ ;  $c_p(T) \neq \text{const}$  и  $\rho(T) \neq \text{const}$ , а это уже совершенно иной класс задач, которые не имеют точного решения. И аналитические, и численные методы их решения всегда будут приближенными, обладающими большей или меньшей погрешностью.

Разработке методов приближенных решений задач теплопроводности посвящены работы крупнейших ученых-теплофизиков. Это Х.С. Карслоу, Д.К. Егер, Г.П. Иванцов, Г.И. Баренблат, Л.А. Бровкин, А.В. Лыков, А.И. Вейник, Ю.А. Самойлович, Э.М. Гольдфарб, Н.М. Беляев, Ю.С. Постольник, Ю.И. Розенгарт, Г.А. Анисович и многие другие.

Наряду с умением рассчитывать одномерные задачи (тела классической формы<sup>2</sup>: пластина, цилиндр и шар) при условии  $\lambda(T) \neq \text{const}$ ;  $c_p(T) \neq \text{const}$  и  $\rho(T) \neq \text{const}$  возникает необходимость рассмотреть многомерную теплопроводность (тела произвольной формы: параллелепипед — 2- и 3-мерная задача, короткий цилиндр — 2- мерная задача; шар — эта задача о теплопроводности всегда одномерна) при граничных условиях 1-го, 2-го и 3-го рода<sup>3</sup>.

Также в этой книге будут рассмотрены случаи нагрева и охлаждения тел путем теплопроводности с действующими внутренними источниками (типа плавления и кристаллизации, нагрева при диссоциации типа:  $\text{CaCO}_3 + \text{теплота} = \text{CaO} + \text{CO}_2$ ). Еще раз напоминаем, что все они решаются аналитически либо численно с использованием ЭВМ приближенно.

Такая необходимость расчета многомерного температурного поля может, к примеру, появиться, когда нужно рассчитать возникающие в твердом теле (упругой среде) температурные напряжения  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\sigma_z$  и сравнить их с пределом упругости материала  $\sigma_{\text{упр}}$ , чтобы предопределить возможное разрушение твердого тела (рис. 1.4).

Случай, когда появляется необходимость построения температурного поля в многомерных объектах  $x(\xi_1)$ ,  $y(\xi_2)$  и  $z(\xi_3)$  при условии существования потоков теплоты  $q_x$ ,  $q_y$  и  $q_z$  и  $\lambda(T) \neq \text{const}$ ;  $c_p(T) \neq \text{const}$  и  $\rho(T) \neq \text{const}$ , еще раз подтверждается необходимостью установления температурных напряжений (осевых и растягивающих) в массивных телах классической и произвольной формы (рис. 1.5 и 1.6).

Как уже отмечалось нами, задачи о теплопроводности в многомерных объектах, осложненные переменными теплофизическими характеристиками нагреваемого (охлаждаемого) объекта, решались многими учеными мировой величины. Такие решения выполнялись аналитически и численно, и все они отличались величиной



Гольдфарб Эмиль Михайлович  
(1924–1986)

*Профессор Э. М. Гольдфарб окончил Днепропетровский металлургический институт (ДМетИ) по специальности «Пластическая, термическая обработка металлов» в 1947 г. Работал на кафедре металлургических печей ДМетИ до 1986 г. Доктор технических наук (1964), профессор (1966).*

*Крупный ученый-теплофизик, внесший значительный вклад в формирование научных основ металлургической теплофизики и теории печей. Классическим, вошедшим в справочную литературу по тепло- и массообмену, стал разработанный им метод объединенного решения краевых задач в теории теплопроводности. Его метод мгновенного регулярного теплового режима позволил решить целый класс задач, известных под названием «проблемы Стефана».*

*Э. М. Гольдфарб одним из первых использовал теорию оптимального управления для решения задач конструирования, эксплуатации и замены печей. Эти решения легли в основу предложенной им структурно-функциональной теории печей. Под его руководством подготовлены 13 кандидатов технических наук.*

<sup>1</sup> Тепло- и массообмен: учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 1 / Б.М. Хрусталева [и др.]; под общ. ред. А.П. Несенчука. Минск: БНТУ, 2007.

<sup>2</sup> Там же.

<sup>3</sup> Там же.

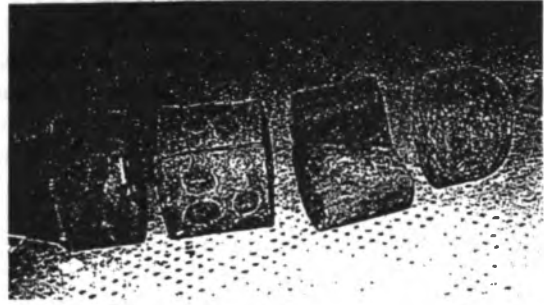


Рис. 1.4. Вид слитка стали Р18 массой 610 кг, разрушенного термическими напряжениями при посадке в печь, нагретую до 1273 К<sup>1</sup> (опыты Ю.А. Самойловича)



Розенгарт Юрий Иосифович  
(1917–1998)

Профессор Ю. И. Розенгарт окончил Днепропетровский металлургический институт (1938). Известный ученый-теплоэнергетик, один из основателей и ведущих ученых Днепропетровской научной школы металлургической теплотехники, доктор технических наук (1968), профессор (1970), академик Академии наук высшей школы Украины (1995) по отделению металлургии. С 1949 по 1966 г. был доцентом кафедры металлургических печей ДМетИ (ныне НМетАУ), с 1966 по 1991 г. заведовал кафедрой промышленной теплоэнергетики, с 1992 г. до конца жизни был профессором этой кафедры. Участник Великой Отечественной войны.

Основные научные труды посвящены разработке новых теплотехнологических процессов металлургического производства. Внес значительный вклад в теорию и практику эксплуатации методических нагревательных печей. С его именем связаны теоретические и технологические основы мало- и безокислительного нагрева стали в печах прокатного производства, получившие мировую известность. Ему принадлежит метод зональных тепловых балансов, ставший основой расчета проходных нагревательных печей и широко используемый до настоящего времени.

Автор более 450 научных работ, среди которых 140 авторских свидетельств СССР на изобретения и 20 монографий и учебников, им подготовлено 4 доктора и 19 кандидатов технических наук.

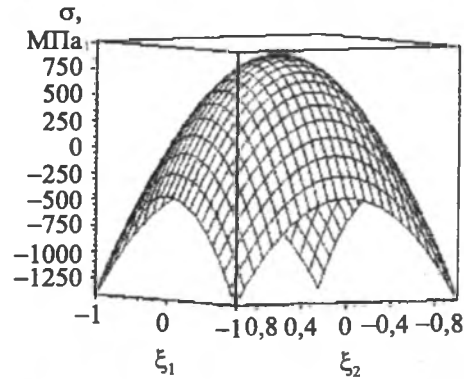


Рис. 1.5. Распределение осевых напряжений в объеме призмы<sup>2</sup>

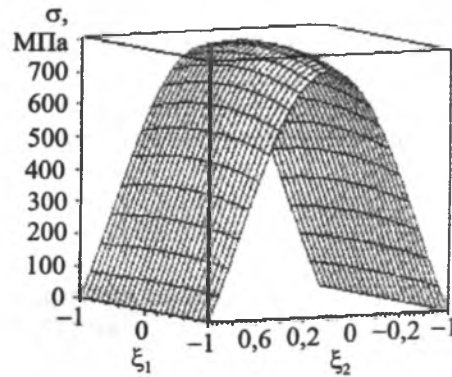


Рис. 1.6. Максимальные растягивающие напряжения  $\sigma_x(\sigma_y)$ <sup>3</sup>

погрешности, присущей конкретному методу, и сложностью его применения. Как правило, инженер до выполнения расчета должен тем или иным путем оценить эту погрешность и только после воспользоваться уже готовым аналитическим или численным методом решения.

<sup>1</sup>Стальной слиток. В 3 т. Т. 3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. Минск: Белорус. наука, 2001.

<sup>2</sup>Получено на основании численного эксперимента П. Э. Ратниковым.

Ратников П. Э. Совершенствование режимов нагрева стальных заготовок... дис. ... канд. техн. наук. Минск, 2006.

<sup>3</sup>Там же.

# Глава 1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ (МНОГОМЕРНАЯ) В ТЕЛАХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ ПРИ ПОСТОЯННЫХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ

■ ■ ■ ■ ■	▶	1.1. МНОГОМЕРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ 1-ГО РОДА ( $\lambda(T) = \text{const}$ , $c_p(T) = \text{const}$ и $\rho(T) = \text{const}$ )
■ ■ ■ ■ ■	▶	1.2. МНОГОМЕРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ 3-ГО РОДА ( $\lambda(T) = \text{const}$ , $c_p(T) = \text{const}$ и $\rho(T) = \text{const}$ )
■ ■ ■ ■ ■	▶	1.3. НОМОГРАММЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕМПЕ- РАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В ТЕЛАХ ПРОИЗВОЛЬ- НОЙ ФОРМЫ
■ ■ ■ ■ ■	▶	1.4. НАГРЕВ ПЛАСТИНЫ (ТЕЛО ПРОИЗ- ВОЛЬНОЙ ФОРМЫ — ПРИЗМА). ИСПОЛЬ- ЗОВАНИЕ МЕТОДА ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ
■ ■ ■ ■ ■	▶	ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 1
■ ■ ■ ■ ■	▶	ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 1

## Chapter 1. HEAT CONDUCTION (MULTIDIMENSIONAL) IN BODIES OF UNSPECIFIED SHAPE WITH CONSTANT THERMAL AND PHYSICAL CHARACTERISTICS



# Глава 1. Теплопроводность (многомерная) в телах произвольной формы при постоянных теплофизических характеристиках

Рассмотрение задачи о нагреве твердого тела путем многомерной теплопроводности сводится к расчету температурного поля этого тела или к определению времени его нагревания до наперед заданной температуры. Такое температурное поле, найденное расчетным путем, показано на рис. 1.7 и 1.8.

## 1.1. Многомерная теплопроводность при граничных условиях 1-го рода ( $\lambda(T) = \text{const}$ , $c_p(T) = \text{const}$ и $\rho(T) = \text{const}$ )

1.1.1. Пластина конечных размеров (параллелепипед), охлаждаемая потоками теплоты  $q_x$ ,  $q_y$  и  $q_z$  (величины потоков по отношению друг к другу не заданы)

Задача на нагревание сводится к задаче на охлаждение (как будет рассмотрено ниже) путем замены переменной  $\vartheta = T_0 - T$ .

Имеем

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a \nabla^2 \vartheta, \quad \vartheta(0) = 0, \quad \vartheta_n = T_0 - T_c = \vartheta_c.$$

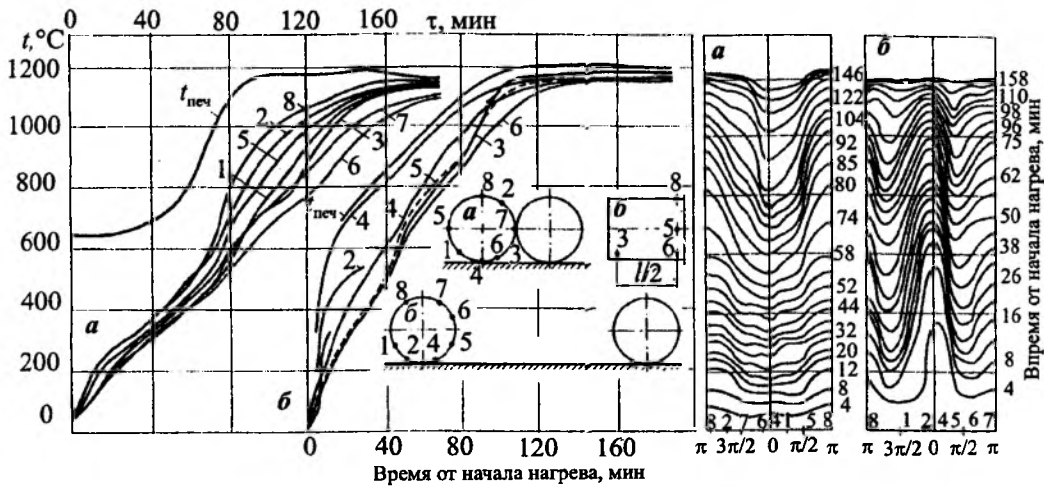


Рис. 1.7. Температура печи  $t_{\text{печ}}$  и заготовки из стали ШХ15 диаметром 210 мм в различных точках по периметру (1...8) в процессе нагрева при расстоянии между осями заготовок  $1d$  (а, укладка вплотную) и  $3d$  (б)

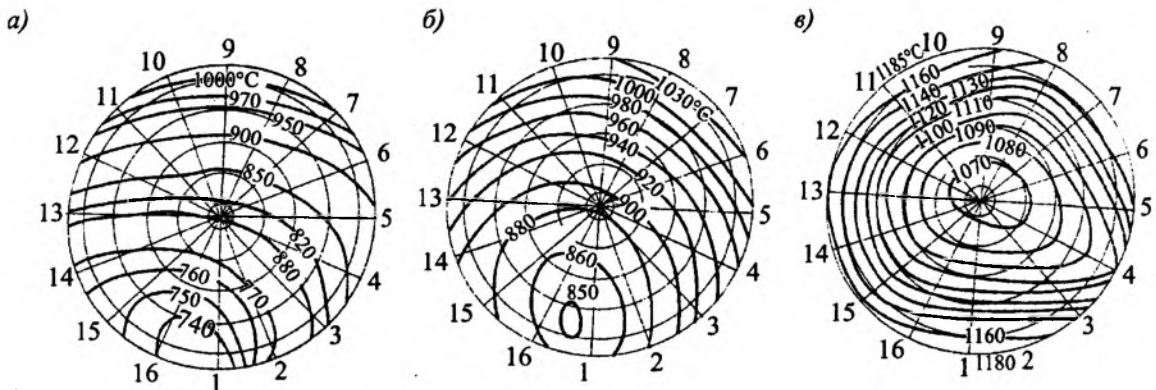


Рис. 1.8. Поля изотерм, °С, в заготовках из стали ШХ15 диаметром 210 мм при расстоянии между их осями в один (а), два (б) и три диаметра (в) в момент времени  $\tau = 110$  мин

<sup>1</sup>Стальной слиток. В 3 т. Т. 3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. Минск: Белорус. наука, 2001.

<sup>2</sup>Там же.

Имеем задачу на нагревание тела, когда начальная температура  $\vartheta(0)$  равна нулю, а температура поверхности тела равна  $\vartheta_c(0) = T_0 - T_c = \text{const}$ . Следовательно, все выведенные формулы будут справедливы и для задач на нагревание тела, только под  $\theta$  надо понимать:

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_0 - T_c} \text{ при охлаждении } (T_0 > T_c);$$

$$\theta = \frac{T_c - T}{T_c - T_0} = 1 - \frac{T - T_0}{T_c - T_0} \text{ при нагревании } (T_c > T_0).$$

В итоге при переходе к задаче о нагревании в решении для охлаждения тела безразмерную

величину  $\theta$  надо заменить на  $\theta = \frac{T_c - T}{T_c - T_0}$  или  $\left(1 - \frac{T - T_0}{T_c - T_0}\right)$ .

Рассмотрим задачу о симметричном охлаждении (нагревании).

Размеры пластины (рис. 1.9) заданы и имеют конечные величины  $2X_1$ ,  $2X_2$  и  $2X_3$ . Начальная температура пластины задана и равна  $T_0$  (в начальный момент времени  $\tau_0$ , температура пластины во всем ее объеме равна  $T_0$ ). Также предполагается, что в момент времени  $\tau = 0$  все поверхности пластины мгновенно охлаждаются до температуры среды  $T_c$ , причем  $T_c < T_0$  (охлаждение пластины), которая поддерживается постоянной на протяжении всего процесса охлаждения. Требуется найти распределение температуры в любой момент времени, а также среднюю температуру пластины, необходимую для определения теплопотерь.

Начало координат размещаем в центр параллелепипеда (см. рис. 1.9).

Формулируем задачу об охлаждении (нагревании) пластины (записываем физико-математическую модель задачи):

$$\frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = a \left[ \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right]; \quad (1.1)$$

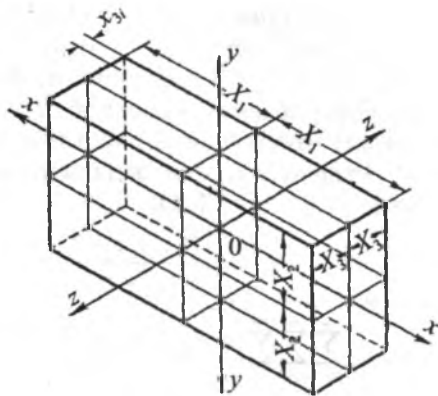


Рис. 1.9. К задаче о параллелепипеде



Кирпичев Михаил Викторович  
(1879—1955)

Крупнейший теплофизик и теплотехник, академик, действительный член АН СССР, профессор. Родился в Санкт-Петербурге в семье профессора. Среднее образование получил в 3-й гимназии, высшее — в Петербургском технологическом университете, который закончил в 1907 г.

Впервые в СССР исследовал физическую сущность процессов в котельных агрегатах. Является создателем теории теплового моделирования, позволившей изучать работу паровых котлов и других паровых агрегатов на моделях. Его работы стимулировали в свое время широкий размах теплотехнических экспериментальных и теоретических исследований, подготовку высококвалифицированных специалистов в области теплотехники и теплофизики в нашей стране. Государственная премия СССР (1940).

$$\begin{aligned} \tau > 0; \quad -X_1 < x < +X_1; \\ -X_2 < y < +X_2; \quad -X_3 < z < +X_3; \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} T(x, y, z, 0) &= T_0 = \text{const}; \\ T(\pm X_1, y, z, \tau) &= T_c; \\ T(\pm X_2, z, \tau) &= T_c; \\ T(x, y, \pm X_3, \tau) &= T_c, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где  $x, y$  и  $z$  — текущие координаты.

Решение многомерной задачи (*внутренняя задача*) о нагревании (охлаждении) пластины может быть выполнено с использованием достаточно большого числа методов, дающих, естественно, приближенное решение. В частности, покажем, что решение такой задачи можно представить как произведение решений для трех неограниченных пластин, толщина которых соответственно равна  $2X_1, 2X_2$  и  $2X_3$ , т.е.

$$\begin{aligned} \frac{T(x, y, z, \tau) - T_c}{T_0 - T_c} &= \frac{T(x, \tau) - T_c}{T_0 - T_c} \times \\ &\times \frac{T(y, \tau) - T_c}{T_0 - T_c} \cdot \frac{T(z, \tau) - T_c}{T_0 - T_c}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Причем значения  $T(x, \tau), T(y, \tau), T(z, \tau)$  находятся в результате решения дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial T(y, \tau)}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 T(y, \tau)}{\partial y^2}; \\ \frac{\partial T(z, \tau)}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 T(z, \tau)}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (1.5)$$

при краевых условиях

$$T(x, 0) = T(y, 0) = T(z, 0) = T_0 = \text{const}; \quad (1.6)$$

$$T(\pm X_1, \tau) = T_c; \quad T(\pm X_2, \tau) = T_c; \quad T(\pm X_3, \tau) = T_c. \quad (1.7)$$

Выражение (1.4) можно переписать

$$\begin{aligned} T(x, y, z, \tau) &= T_c + \frac{1}{(\Delta T)^2} [T(x, \tau) - T_c] \times \\ &\times [T(y, \tau) - T_c] [T(z, \tau) - T_c], \end{aligned} \quad (1.8)$$

где  $\Delta T = T_0 - T_c$ .

Решение (1.8) подставляем в дифференциальное уравнение и после преобразования запишем

$$\begin{aligned} [T(y, \tau) - T_c] [T(z, \tau) - T_c] &\left\{ \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} - a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} \right\} + \\ + [T(x, \tau) - T_c] [T(z, \tau) - T_c] &\left\{ \frac{\partial T(y, \tau)}{\partial \tau} - a \frac{\partial^2 T(y, \tau)}{\partial y^2} \right\} + \\ + [T(x, \tau) - T_c] [T(y, \tau) - T_c] &\left\{ \frac{\partial T(z, \tau)}{\partial \tau} - a \frac{\partial^2 T(z, \tau)}{\partial z^2} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Поскольку  $T(x, \tau), T(y, \tau), T(z, \tau)$  удовлетворяют дифференциальным уравнениям, то все величины в фигурных скобках в уравнении (1.9) будут равны нулю; следовательно, уравнение (1.9) обращается в тождество. Таким образом, решение (1.8) удовлетворяет дифференциальному уравнению (1.1).

Решение (1.8) подставляем в исходное условие (1.2)

$$T_0 = T_c + \frac{1}{(\Delta T)^2} \times$$

$$\times [T(x, 0) - T_c] [T(y, 0) - T_c] [T(z, 0) - T_c].$$

И согласно условию (1.6), получим тождество

$$T_0 - T_c = \frac{1}{(\Delta T)^2} (\Delta T)^3 = T_0 - T_c.$$

Следовательно, записанное решение (1.8) удовлетворяет начальному условию.

Подставим решение (1.8) в граничные условия (1.3):

$$\left. \begin{aligned} T(X_1, y, z, \tau) &= T_c + \\ + \frac{1}{(\Delta T)^2} [T(X_1, \tau) - T_c] [T(y, \tau) - T_c] [T(z, \tau) - T_c]; \\ T(x, X_2, z, \tau) &= T_c + \\ + \frac{1}{(\Delta T)^2} [T(x, \tau) - T_c] [T(X_2, \tau) - T_c] [T(z, \tau) - T_c]; \\ T(x, y, X_3, \tau) &= T_c + \\ + \frac{1}{(\Delta T)^2} [T(x, \tau) - T_c] [T(y, \tau) - T_c] [T(X_3, \tau) - T_c]. \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

Так как  $T(X_1, \tau) = T(X_2, \tau) = T(X_3, \tau) = T_c$ , то в каждом равенстве соотношений (1.10) одна из величин в квадратных скобках равна нулю и все три решения дают тождество

$$T_c = T_c.$$

Как видим, решение (1.8) удовлетворяет и граничным условиям. В итоге, по теореме единственности, это решение является решением рассматриваемой задачи об охлаждении (нагревании) многомерной пластины (см. рис. 1.9).

Решение нашей задачи можно записать в виде (1.8) или (1.4):

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{T(x, y, z, \tau) - T_c}{T_0 - T_c} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} A_n A_m A_k \cos \mu_n \frac{x}{X_1} \cos \mu_m \frac{y}{X_2} \times \\ &\times \cos \mu_k \frac{z}{X_3} \exp \left[ -(\mu_n^2 K_1^2 + \mu_m^2 K_2^2 + \mu_k^2 K_3^2) F_0 \right], \end{aligned} \quad (1.11)$$

где

$$A_n = (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n}, \quad A_m = (-1)^{m+1} \frac{2}{\mu_m},$$

$$A_k = (-1)^{k+1} \frac{2}{\mu_k};$$

$$\mu_n = (2n-1) \frac{\pi}{2}, \quad \mu_m = (2m-1) \frac{\pi}{2}, \quad \mu_k = (2k-1) \frac{\pi}{2};$$

$F_0$  — число Фурье ( $F_0 = \frac{a\tau}{X^2}$ );  $X$  — обобщенный размер:

$$\frac{1}{X^2} = \frac{1}{X_1^2} + \frac{1}{X_2^2} + \frac{1}{X_3^2}; \quad K_i = \frac{X}{X_i} \quad (i = 1, 2, 3).$$

Можно воспользоваться соответствующими решениями для неограниченной пластины в другой форме и получить решение для параллелепипеда в виде

$$\theta(x, y, z, \tau) = \theta(x, \tau) \theta(y, \tau) \theta(z, \tau). \quad (1.12)$$

Таким же способом находим среднюю относительную температуру, пользуясь выражением (1.12):

$$\bar{\theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} B_n B_m B_k \exp\left[-(\mu_n^2 K_1^2 + \mu_m^2 K_2^2 + \mu_k^2 K_3^2) F_0\right], \quad (1.13)$$

где  $B_n = \frac{2}{\mu_n^2}$  и т.д.

Как видим, задача о параллелепипеде (см. рис. 1.9) сводится к задаче о неограниченной пластине.

### 1.1.2. Цилиндр конечных размеров, охлаждаемый (нагреваемый) потоками теплоты $q_r$ и $q_z$ (величины потоков по отношению друг к другу не заданы)

Рассматривается тело произвольной формы (рис. 1.10) ограниченный цилиндр, у которого  $R \sim L$  ( $R/L > 0,1$ ). Диаметр цилиндра  $2R$ , а длина —  $2L$ . Как и в предыдущем случае, его температура в начальный момент времени  $\tau = 0$  равна  $T_0$ . В начальный момент времени поверхность цилиндра (боковая и торцевые поверхности) мгновенно охлаждается до некоторой температуры  $T_c$ , которая поддерживается постоянной на протяжении всего процесса охлаждения. Решение этой задачи предполагает отыскать распределение температуры внутри цилиндра в любой момент времени, а также определить среднюю температуру как функцию времени.

Оценка температурного поля цилиндра конечных размеров, когда температура его есть функция только трех переменных (времени, ра-

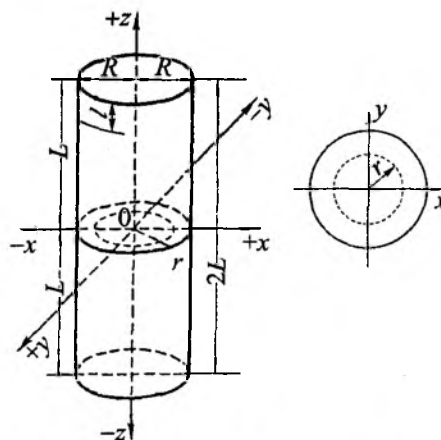


Рис. 1.10. К задаче о цилиндре конечных размеров

диуса и координаты  $z$ ), связана с решением дифференциального уравнения теплопроводности.

Формулируем задачу (записываем физико-математическую модель процесса нагревания ограниченного цилиндра, потоки теплоты в котором направлены по осям  $Z$  и  $R$ ).

Имеем

$$\frac{\partial T(r, z, \tau)}{\partial \tau} = a \left\{ \frac{\partial^2 T(r, z, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, z, \tau)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T(r, z, \tau)}{\partial z^2} \right\} \quad (1.14)$$

( $\tau > 0$ ;  $\theta < r < R$ ;  $-l < z < +l$ )

при начальном условии

$$T(r, z, 0) = T_0 = \text{const} \quad (1.15)$$

и при граничных условиях

$$T(r, \pm l, \tau) = T_c, \quad T(R, z, \tau) = T_c. \quad (1.16)$$

Начало координат располагается в центре цилиндра (рис. 1.10).

Как и в первом случае с ограниченной пластиной, нами будет рассмотрена симметричная задача о нагреве (охлаждении) твердого тела путем теплопроводности.

Нетрудно показать (см. параграф 1.1.1), что решение задачи об охлаждении (нагревании) ограниченного цилиндра

$$\frac{T(r, z, \tau) - T_c}{T_0 - T_c} \quad (1.17)$$

можно выполнить, исходя из условия, что рассматриваемый короткий (ограниченный) цилиндр (см. рис. 1.10) может быть получен в ре-

зультате пересечения неограниченного (тело классической формы) цилиндра и неограниченной пластины при начальных условиях:

$$\begin{aligned} T(r, 0) = T(z, 0) = T_0 = \text{const}; \\ T(R, \tau) = T(\pm l, \tau) = T_c = \text{const}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Окончательно решение нашей задачи будет иметь вид

$$\begin{aligned} \theta = \frac{T(r, z, \tau) - T_c}{T_0 - T_c} = \\ = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_n A_m J_0 \left( \mu_n \frac{r}{R} \right) \cos \mu_m \frac{z}{l} e^{-(\mu_n^2 + \mu_m^2 K_l^2) \text{Fo}}, \end{aligned} \quad (1.19)$$

где  $A_n = \frac{2}{\mu_n J_1(\mu_n)}$ ;  $\mu_n$  — корни функции Бесселя первого рода нулевого порядка;

$$A_m = (-1)^{m+1} \frac{2}{\mu_m}, \quad \mu_m = (2m-1) \frac{\pi}{2}; \quad K_l = \frac{R}{l}; \quad \text{Fo} = \frac{\alpha \tau}{R^2}.$$

Средняя температура цилиндра равна

$$\bar{\theta} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_n B_m \exp[-(\mu_n^2 + \mu_m^2 K_l^2) \text{Fo}], \quad (1.20)$$

$$\text{где } B_n = \frac{4}{\mu_n^2}; \quad B_m = \frac{2}{\mu_m^2}.$$

### 1.1.3. Шар

Шар при любых условиях является телом классической формы (одномерная теплопроводность). Поэтому задачу о теплопроводности в направлении  $d = 2r$  следует смотреть в § 2.1.3 или в книге «Тепло- и массообмен»<sup>1</sup>.

#### 1.1.4. Задачи на нагревание твердых тел

Ранее рассматривалось охлаждение тела с некоторой начальной температурой при условии, что поверхность тела в начальный момент времени принимает некоторую постоянную температуру (граничное условие 1-го рода), которая поддерживается постоянной на протяжении всего процесса охлаждения ( $T_n = T_c = \text{const}$ ). *Задачу на нагревание тела с некоторой заданной начальной температурой  $T_0$ , когда температура поверхности в начальный момент времени мгновенно становится постоянной и равной  $T_c$  ( $T_c > T_0$ ), можно свести к задаче на охлаждение путем простой замены переменной.*

<sup>1</sup>Тепло- и массообмен: учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 1 / Б.М. Хрусталева [и др.]; под общ. ред. А.П. Несенчука. Минск: БНТУ, 2007.

Имеем задачу на охлаждение

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T; \quad T(0) = T_0, \quad \vartheta_n = T_c \quad (\vartheta_n < T_0).$$

Сделаем замену переменной  $\vartheta = T_0 - T$ . Тогда будем иметь

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a \nabla^2 \vartheta, \quad \vartheta(0) = 0, \quad \vartheta_n = T_0 - T_c = \vartheta_c.$$

Получаем задачу на нагревание тела, когда начальная температура равна нулю, а температура поверхности тела равна  $\vartheta_c(0) = T_0 - T_c = \text{const}$ . Следовательно, все полученные формулы будут справедливы и для задач на нагревание тела, только под  $\theta$  надо понимать

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_0 - T_c} \quad \text{при охлаждении } (T_0 > T_c);$$

$$\theta = \frac{T_c - T}{T_c - T_0} = 1 - \frac{T - T_0}{T_c - T_0} \quad \text{при нагревании } (T_c > T_0).$$

Как видим, при переходе к задаче на нагревание в решении для охлаждения тела безразмерную величину  $\theta$  надо заменить на  $\frac{T_c - T}{T_c - T_0}$  или  $1 - \frac{T - T_0}{T_c - T_0}$ .

## 1.2. Многомерная теплопроводность при граничных условиях 3-го рода ( $\lambda(T) = \text{const}$ , $c_p(T) = \text{const}$ и $\rho(T) = \text{const}$ )

### 1.2.1. Пластина (параллелепипед) конечных размеров, охлаждаемая потоками теплоты $q_x$ , $q_y$ и $q_z$ (величины потоков по отношению друг к другу не заданы)

Предполагается решить задачу о нагревании (охлаждении) пластины теплопроводностью. Как уже отмечалось, пластина имеет размеры  $2X_1$ ,  $2X_2$  и  $2X_3$  (см. рис. 1.9). В начальный момент времени  $\tau_0$  пластина с температурой  $T_0$  помещается в газообразную или жидкую среду с температурой  $T_c$ . Рассмотрим наиболее простой случай, когда  $T_c = \text{const}$  и  $T_c > T_0$  (нагревание).

Формулировка физико-математической модели процесса нагревания трехмерной задачи для пластины может быть представлена:

$$\frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = a \nabla^2 T(x, y, z, \tau) \quad (1.21)$$

$$(\tau > 0; -X_1 < x < +X_1; -X_2 < y < +X_2; -X_3 < z < +X_3);$$

$$T(x, y, z, 0) = T_0 = \text{const};$$

$$\pm \frac{\partial T(\pm X_1, y, z, \tau)}{\partial x} + \alpha [T_c - T(\pm X_1, y, z, \tau)] = 0; \quad (1.23)$$

$$\pm \frac{\partial T(x \pm X_2, z, \tau)}{\partial y} + \alpha [T_c - T(x \pm X_2, z, \tau)] = 0; \quad (1.24)$$

$$\pm \frac{\partial T(x, y \pm X_3, \tau)}{\partial z} + \alpha [T_c - T(x, y \pm X_3, \tau)] = 0. \quad (1.25)$$

Как видно из рис. 1.9, нагрев пластины симметричный. Вообще же сделать заключение о симметричности или несимметричности нагрева (охлаждения) можно из условия задачи или схемы теплообмена в конкретном объекте (рис. 1.11 – 1.13). На рисунках показаны заготовки размером 250×250 мм (блюм), которые обогреваются со всех сторон равномерно (симметрично). Такая же картина наблюдается при нагреве в печи стана 250 (см. рис. 1.12). Иная картина нагрева цилиндрических заготовок показана на рис. 1.13. Здесь обогрев производится только сверху (условно односторонний, несимметричный нагрев).

Как и в случае граничного условия 1-го рода (многомерная задача о нагревании пластины и цилиндра), можно показать, что решение поставленной задачи целесообразно представить в виде произведения решений для трех неограниченных пластин, пересечением которых образован данный параллелепипед, т.е.

$$\frac{T_c - T(x, y, z, \tau)}{T_c - T_0} = \frac{T_c - T(x, \tau)}{T_c - T_0} \times \frac{T_c - T(y, \tau)}{T_c - T_0} \cdot \frac{T_c - T(z, \tau)}{T_c - T_0}, \quad (1.26)$$

где  $T(x, \tau)$ ,  $T(y, \tau)$ ,  $T(z, \tau)$  – температуры соответствующих трех неограниченных пластин.

При этом решения для  $T(x, \tau)$ ,  $T(y, \tau)$ ,  $T(z, \tau)$  удовлетворяют соответствующим дифференциальным уравнениям (1.21), начальным условиям (1.22) и граничным условиям (1.23) – (1.25).

Доказательство производится тем же способом, поэтому мы предоставляем сделать его студенту на самостоятельную проработку.

В итоге решение будет иметь вид:

$$\theta = \frac{T(x, y, z, \tau) - T_0}{T_c - T_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} A_{n,1} A_{m,2} A_{k,3} \times \cos \mu_{n,1} \frac{x}{X_1} \times \cos \mu_{m,2} \frac{y}{X_2} \times \cos \mu_{k,3} \frac{z}{X_3} \exp \left[ - \left( \frac{\mu_{n,1}^2}{X_1^2} + \frac{\mu_{m,2}^2}{X_2^2} + \frac{\mu_{k,3}^2}{X_3^2} \right) \alpha \tau \right], \quad (1.27)$$

где

$$A = \frac{2 \sin \mu}{\mu + \sin \mu \cos \mu} = (-1)^{(n,m,k)+1} \frac{2 \text{Bi} \sqrt{\text{Bi}^2 + \mu^2}}{\mu (\text{Bi}^2 + \text{Bi} + \mu^2)}; \quad \text{ctg} \mu = \frac{1}{\text{Bi}} \mu; \quad (1.28)$$

$$\text{Bi}_i = \frac{\alpha}{\lambda} X_i \quad (i = 1, 2, 3). \quad (1.29)$$

Если длина  $2X_2$  и ширина  $2X_3$  велики по сравнению с толщиной  $2X_1$  ( $2X_2 = 2X_3 \rightarrow \infty$ ), то решение (1.27) превратится в решение для неограниченной пластины (тело классической формы).

Для расчета удельного расхода тепла необходимо определить среднюю температуру пластины по формуле

$$\bar{T}(\tau) = \frac{1}{X_1 X_2 X_3} \int_0^{X_1} \int_0^{X_2} \int_0^{X_3} T(x, y, z, \tau) dx dy dz. \quad (1.30)$$

Подставим вместо  $T(x, y, z, \tau)$  соответствующее выражение из решения (1.27), тогда будем иметь

$$\bar{\theta} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} B_{n,1} B_{m,2} B_{k,3} \exp \left[ - \left( \frac{\mu_{n,1}^2}{X_1^2} + \frac{\mu_{m,2}^2}{X_2^2} + \frac{\mu_{k,3}^2}{X_3^2} \right) \alpha \tau \right], \quad (1.31)$$

$$\text{где } B = \frac{2 \text{Bi}^2}{\mu^2 (\text{Bi}^2 + \text{Bi} + \mu^2)}.$$

### 1.2.2. Цилиндр конечных размеров

Рассматривается случай нагревания ( $T_c > T_0$ ). Нагревание (см. рис. 1.10) происходит потоками теплоты  $q_r$  и  $q_z$  в условиях их симметрии (симметричный нагрев). Начальная температура в любой точке ограниченного цилиндра равна  $T_0$ . В результате решения задачи появляется возможность в любой момент времени рассчитать температуру в любой точке тела. Также появится возможность рассчитывать время нагрева (охлаждения) до заданной температуры (к примеру, на поверхности или в центре цилиндра соответственно  $r = 0$  и  $r = R$ , а также в любой точке между  $0 < r \leq R$ ).

Формулируем задачу

$$\frac{\partial T(r, z, \tau)}{\partial \tau} = a \left\{ \frac{\partial^2 T(r, z, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, z, \tau)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T(r, z, \tau)}{\partial z^2} \right\} \quad (\tau > 0; \quad 0 < r < R; \quad -l < z < +l); \quad (1.32)$$

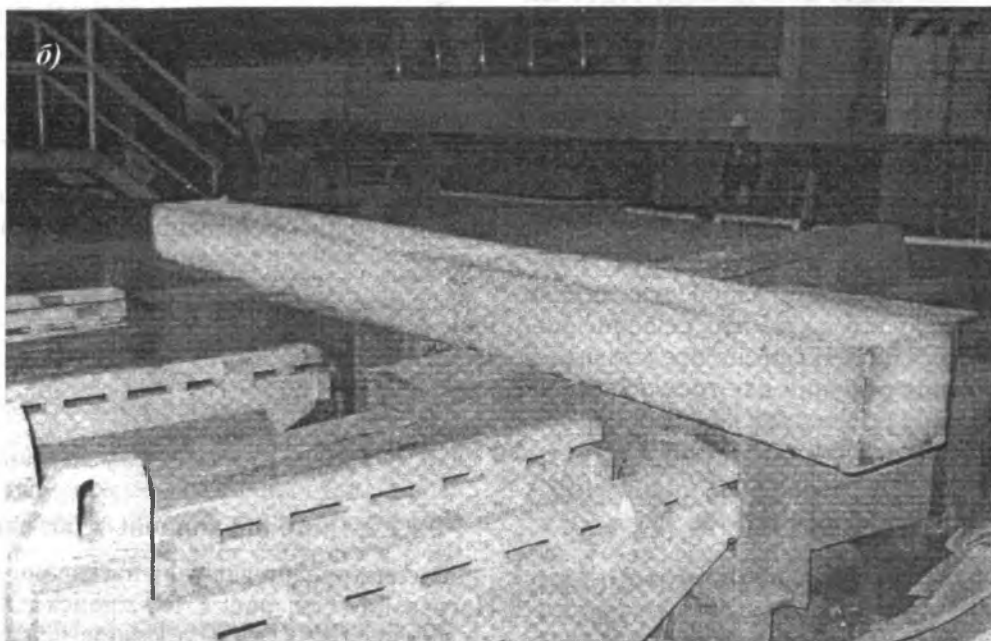
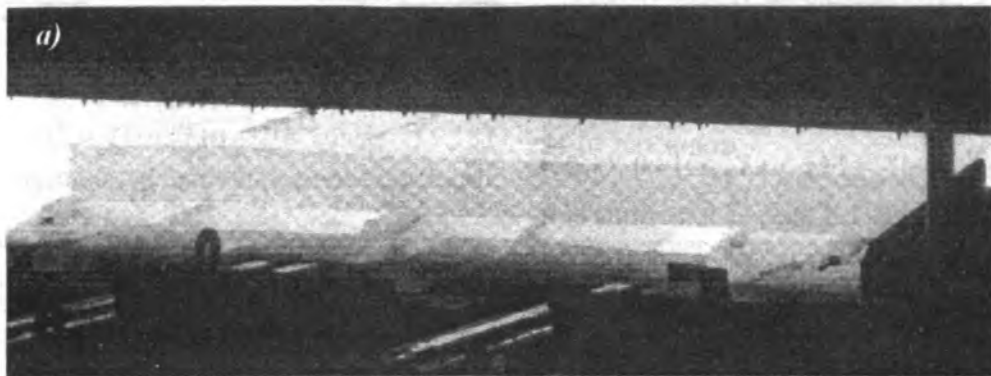


Рис. 1.11. Симметричный нагрев стального бруса в нагревательной печи с шагающими балками прокатного стана 150:  
 а – заготовка на выдаче из печи; б – заготовка после выгрузки из печи;  
 в – схема нагревательной печи стана 150

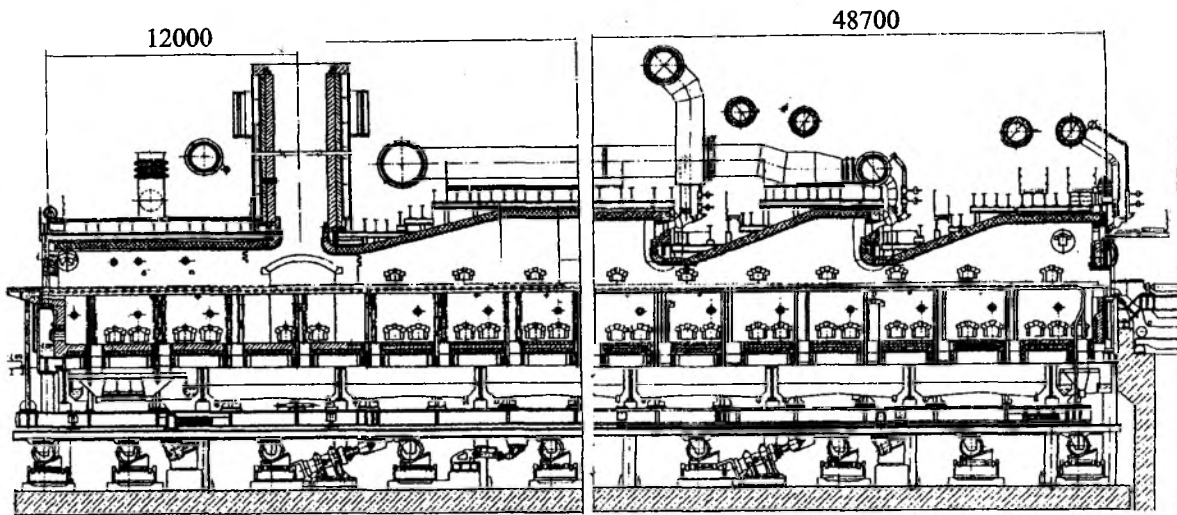


Рис. 1.12. Схема нагревательной печи производительностью 210 т/ч с шагающими балками и симметричным нагревом металлической садки

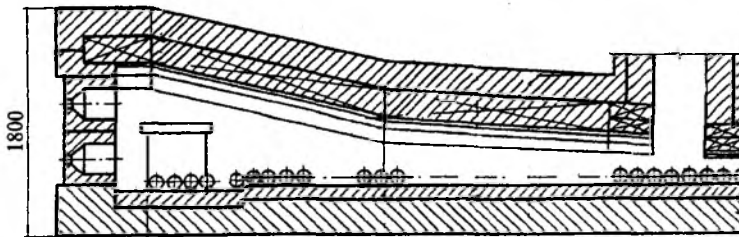


Рис. 1.13. Схема полуметодической печи производительностью 1,5 т/ч кузнечного производства машиностроительного завода с односторонним (несимметричным) нагревом цилиндрических стальных заготовок

$$T(r, z, 0) = T_0 = \text{const}; \quad (1.33)$$

$$-\frac{\partial T(R, z, \tau)}{\partial r} + \alpha [T_c - T(R, z, \tau)] = 0; \quad (1.34)$$

$$\frac{\partial T(0, z, \tau)}{\partial r} = 0; T(0, z, \tau) \neq \infty; \quad (1.35)$$

$$-\frac{\partial T(r, l, \tau)}{\partial z} + \alpha [T_c - T(r, l, \tau)] = 0; \quad (1.36)$$

$$\frac{\partial T(r, 0, \tau)}{\partial z} = 0. \quad (1.37)$$

Начало координат размещаем на геометрическом центре цилиндра (см. рис. 1.10).

Решение (естественно, приближенное) выполняется в соответствии с предположением, что относительная температура в любой точке ограниченного цилиндра равна

$$\frac{T_c - T(r, z, \tau)}{T_c - T_0} = \frac{T_c - T(r, \tau)}{T_c - T_0} \cdot \frac{T_c - T(z, \tau)}{T_c - T_0}, \quad (1.38)$$

где  $T(r, \tau)$  и  $T(z, \tau)$  — температуры в той же точке неограниченного цилиндра и пластины, пересечением которых образован цилиндр конечных размеров.

Начальные и граничные условия для неограниченного цилиндра и пластины остаются такими же, как и для цилиндра конечных размеров, т.е.

$$T(r, 0) = T(z, 0) = T_0; \quad (1.39)$$

$$-\frac{\partial T(R, \tau)}{\partial r} + \alpha [T_c - T(R, \tau)] = 0; \quad (1.40)$$

$$-\frac{\partial T(l, \tau)}{\partial z} + \alpha [T_c - T(l, \tau)] = 0; \quad (1.41)$$

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial r} = \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial z} = 0. \quad (1.42)$$

Перепишем соотношение (1.38) в виде

$$T(r, z, \tau) = T_c - \frac{1}{\Delta T} [T_c - T(r, \tau)] \cdot [T_c - T(z, \tau)], \quad (1.43)$$



где  $\Delta T = T_c - T_0$ , и подставим его в дифференциальное уравнение (1.32). После преобразования получим

$$[T_c - T(r, \tau)] \left\{ \frac{\partial T(z, \tau)}{\partial \tau} - a \frac{\partial^2 T(z, \tau)}{\partial z^2} \right\} + [T_c - T(z, \tau)] \times \\ \times \left\{ \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} - a \left( \frac{\partial^2 T(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} \right) \right\} = 0. \quad (1.44)$$

Выражения в фигурных скобках равны нулю, так как  $T(r, \tau)$  и  $T(z, \tau)$  являются решениями соответствующих уравнений. Следовательно, соотношение (1.43) удовлетворяет уравнению (1.32).

Подставим (1.43) в начальное условие (1.33):

$$T(r, z, 0) = T_c - \frac{1}{\Delta T} [T_c - T(r, 0)] \times \\ \times [T_c - T(z, 0)] = T_0. \quad (1.45)$$

Тогда получим тождество

$$T(r, z, 0) = T_c - \frac{1}{\Delta T} [T_c - T_0] \cdot [T_c - T_0] = T_0,$$

так как

$$\Delta T = T_c - T_0.$$

В итоге решение (1.43) будет удовлетворять начальному условию. Подставим (1.43) в граничные условия (1.34) и (1.36):

$$\left\{ -\frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} + \alpha [T_c - T(r, \tau)] \right\} \frac{T_c - T(r, \tau)}{\Delta T} = 0; \quad (1.46)$$

$$\left\{ -\frac{\partial T(l, \tau)}{\partial z} + \alpha [T_c - T(l, \tau)] \right\} \frac{T_c - T(l, \tau)}{\Delta T} = 0. \quad (1.47)$$

Выражения в фигурных скобках равны нулю на основании условий (1.40) и (1.41). Следовательно, решение (1.43) удовлетворяет граничным условиям.

Таким образом, решение (1.38) удовлетворяет дифференциальному уравнению, начальным и граничным условиям и по теореме единственности является решением нашей задачи.

Итак,

$$1 - \theta = \frac{T_c - T(r, z, \tau) - T_0}{T_c - T_0} = \\ = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{n,1} A_{m,2} J_0 \left( \mu_{n,1} \frac{r}{R} \right) \cos \mu_{m,2} \frac{z}{l} \exp \left[ - \left( \frac{\mu_{n,1}^2}{R^2} + \frac{\mu_{m,2}^2}{l^2} \right) \alpha \tau \right], \quad (1.48)$$

где  $A_{n,1}$ ,  $A_{m,2}$  — постоянные коэффициенты, определяемые по формулам:

$$A_{n,1} = \frac{2Bi_1}{J_0(\mu_{n,1})[\mu_{n,1}^2 + Bi_1^2]}; \\ A_{m,2} = (-1)^{m+1} \frac{2Bi_2 \sqrt{Bi_2^2 + \mu_{m,2}^2}}{\mu_{m,2}(Bi_2^2 + Bi_2 + \mu_{m,2}^2)},$$

где  $\mu_{n,1}$ ,  $\mu_{m,2}$  — корни соответствующих характеристических уравнений.

Необходимо отметить, что коэффициенты теплообмена для боковой и торцевой поверхностей могут быть отличны друг от друга; такое же замечание можно сделать в отношении других теплофизических коэффициентов. Таким образом, решение (1.48) будет справедливо для анизотропного тела.

Для малых значений  $Fo$  можно взять соответствующие приближенные соотношения из решений для неограниченной пластины и неограниченного цилиндра, так как решение нашей задачи состоит из произведения решений этих более простых задач.

Средняя температура цилиндра конечных размеров находится по формуле

$$\bar{T}(\tau) = \frac{2}{R^2 l} \int_0^R \int_0^l r T(r, z, \tau) dr dz.$$

Если подставить вместо  $T(r, z, \tau)$  соответствующее выражение из решения (1.48), то после интегрирования запишем

$$\bar{\theta} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_{n,1} B_{m,2} \exp \left[ - \left( \frac{\mu_{n,1}^2}{R^2} + \frac{\mu_{m,2}^2}{l^2} \right) \alpha \tau \right], \quad (1.49)$$

где

$$B_{n,1} = \frac{4Bi_1}{\mu_{n,1}^2 (\mu_{n,1}^2 + Bi_1^2)}, \\ B_{m,2} = \frac{2Bi_2^2}{\mu_{m,2}^2 (Bi_2^2 + Bi_2 + \mu_{m,2}^2)}.$$

Для расчетов полей температур в телах произвольной формы (многомерная теплопроводность: пластина и цилиндр) могут быть использованы номограммы для граничных условий 1–3-го рода (см. рис. 1.14–1.37)<sup>1</sup>. Номограммы получены на основании решений для тел классической формы (одномерная теплопроводность: неограниченные пластина и цилиндр, а также — шар).

<sup>1</sup> Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

### 1.3. Номограммы для расчета температурных полей в телах произвольной формы

#### 1.3.1. Граничное условие 1-го рода (пластина, цилиндр и шар)

Рис. 1.14. Кривые распределения относительной избыточной температуры  $\theta$  в неограниченной пластине по относительной координате  $x/R^1$  или  $x/X$

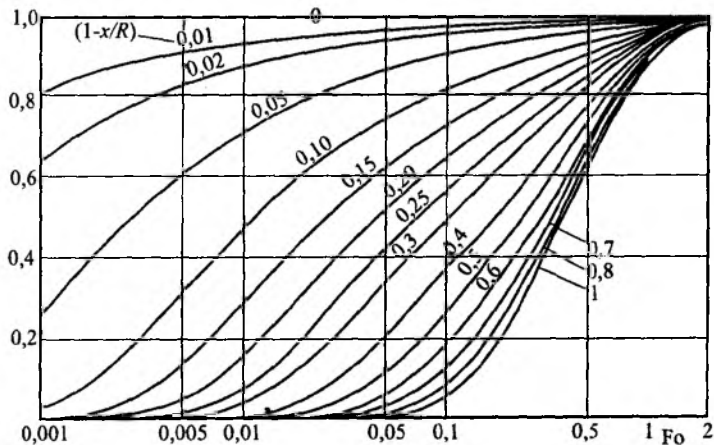
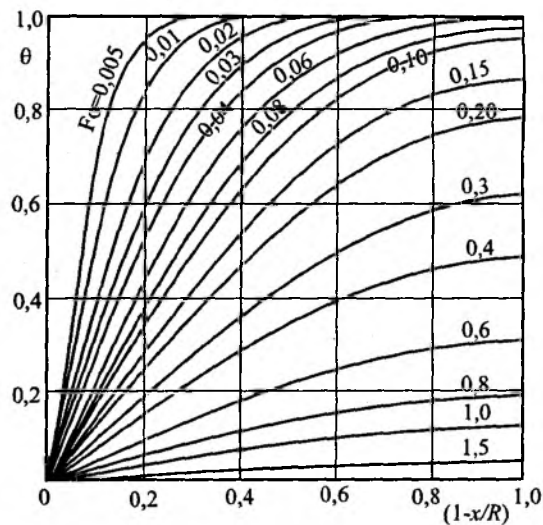
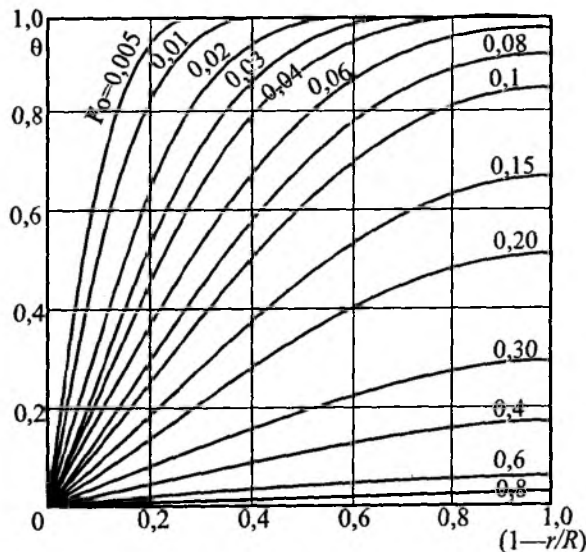


Рис. 1.15. Зависимость относительной температуры  $(T_0 - T)/(T_0 - T_c) = (1 - \theta)$  от числа Фурье ( $Fo$ ) в случае неограниченной пластины<sup>2</sup>

Рис. 1.16. Кривые распределения относительной избыточной температуры  $\theta$  в неограниченном цилиндре по относительному радиусу  $r/R^3$



<sup>1</sup> Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

<sup>2</sup> Там же.

<sup>3</sup> Там же.

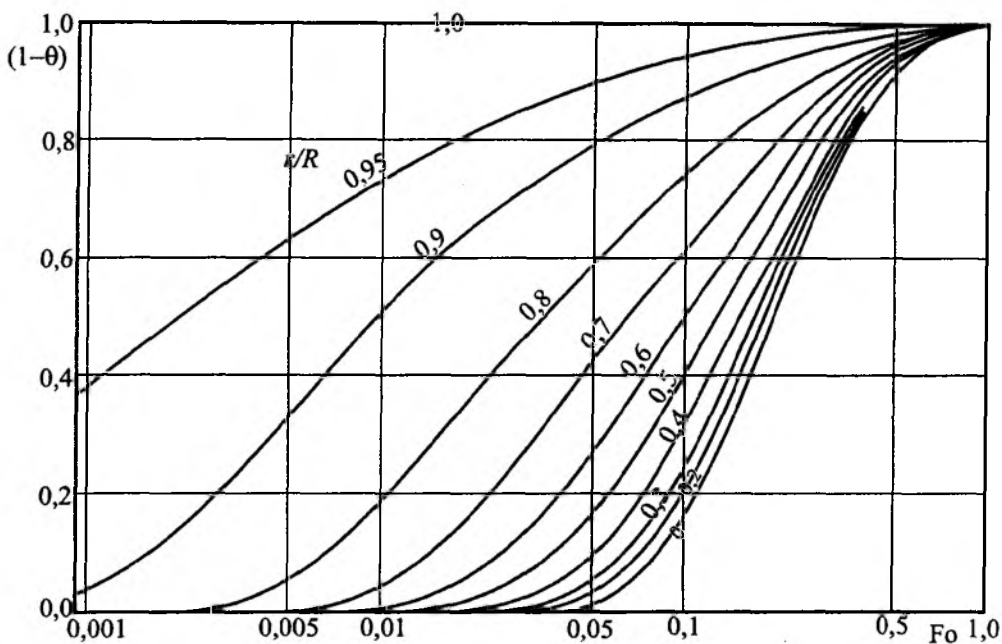


Рис. 1.17. Зависимость между избыточной относительной температурой  $(1 - \theta)$  и числом Фурье ( $Fo$ ) для разных координат  $r/R$  в случае цилиндра<sup>1</sup>

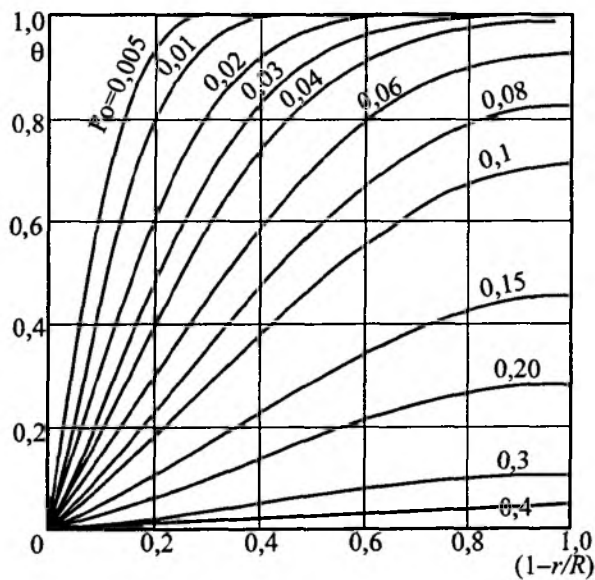


Рис. 1.18. Кривые распределения относительной избыточной температуры  $\theta$  в шаре по относительному радиусу  $r/R$ <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

<sup>2</sup> Там же.

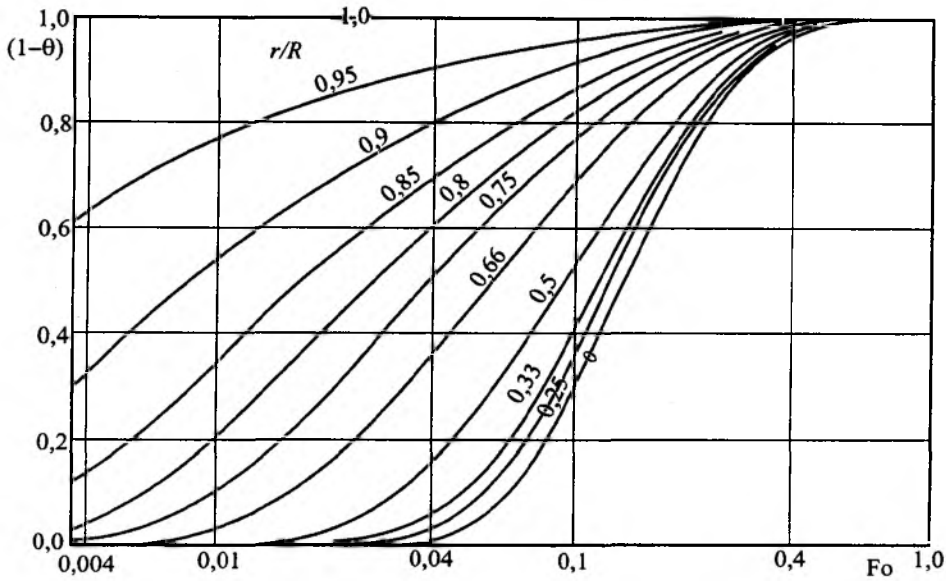


Рис. 1.19. Зависимость между относительной температурой  $\frac{T_0 - T_r}{T_0 - T_c} = (1 - \theta)$  и числом Фурье ( $Fo$ ) для разных координат  $r/R$  от 0 до 1 в случае шара<sup>1</sup>

1.3.2. Граничное условие 2-го рода (пластина, цилиндр и шар)

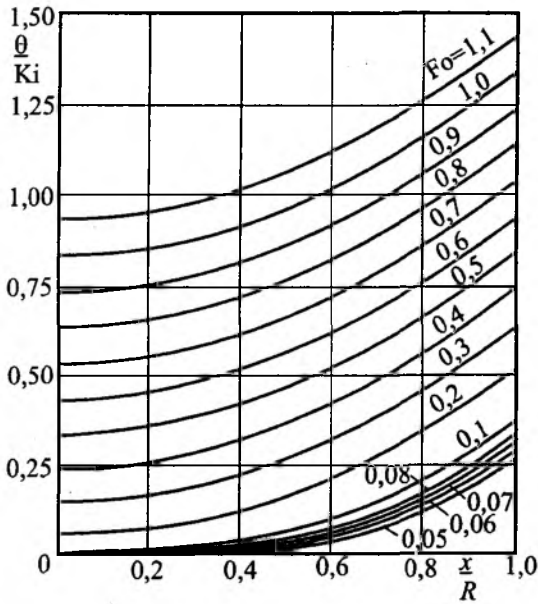


Рис. 1.20. Температурное поле неограниченной пластины при постоянной плотности теплового потока на поверхности<sup>2</sup>

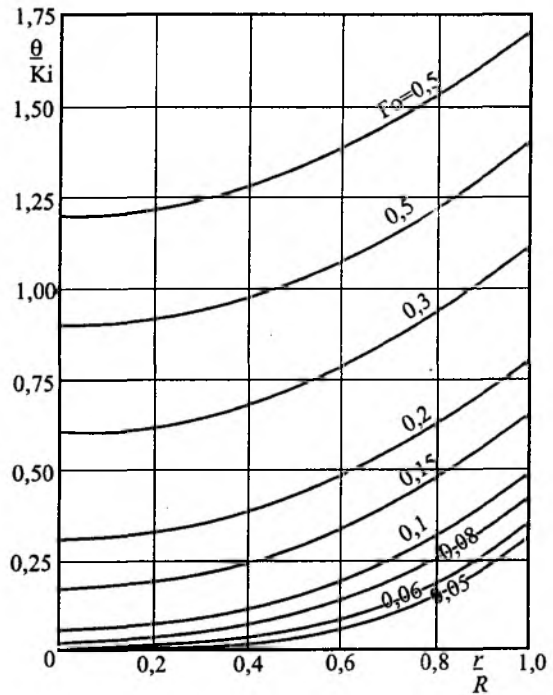


Рис. 1.21. Температурное поле шара при  $q_c = \text{const}$  (симметричная задача)<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

<sup>2</sup> Там же.

<sup>3</sup> Там же.

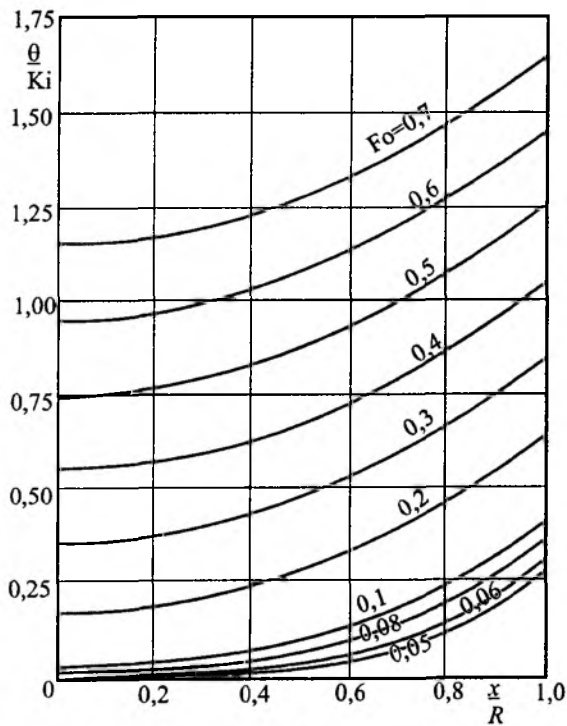


Рис. 1.22. Температурное поле неограниченного цилиндра при  $q_c = \text{const}$  (симметричная задача)<sup>1</sup>

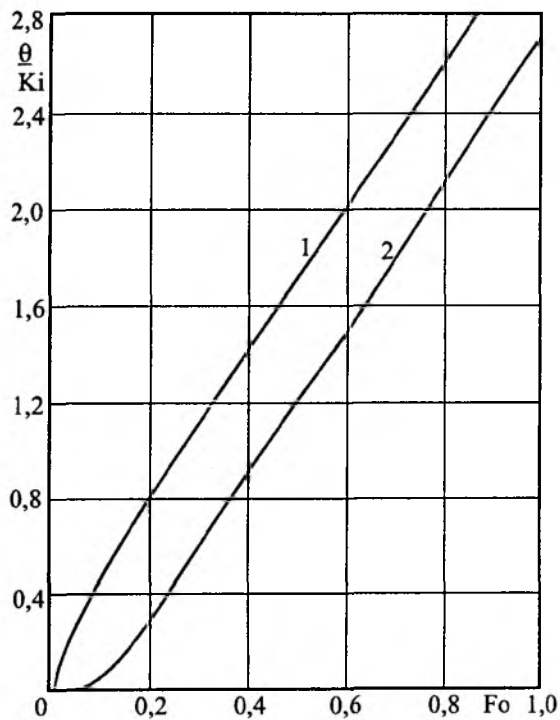


Рис. 1.23. Температурное поле шара при  $q_c = \text{const}$  (симметричная задача)<sup>2</sup>

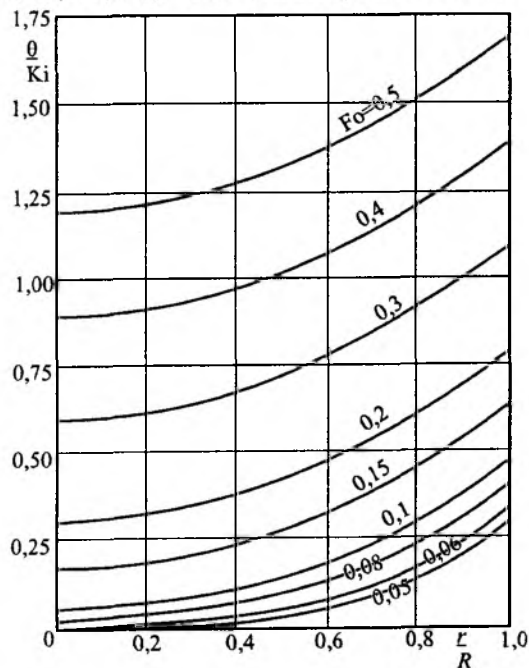


Рис. 1.24. Зависимости между  $\frac{\theta}{Ki}$  и  $Fo$  для поверхности (1) и оси (2) цилиндра

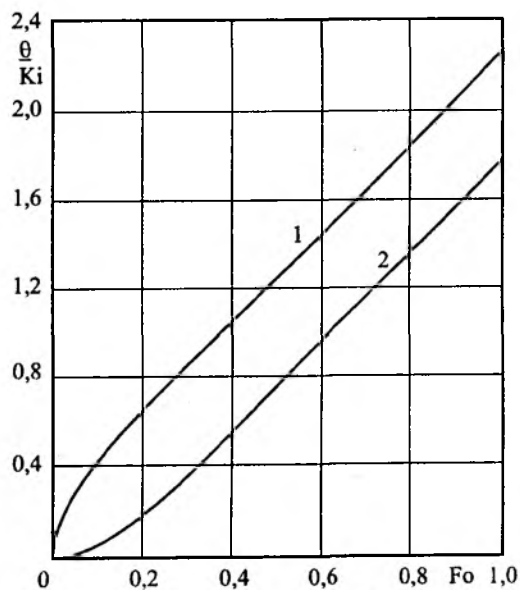


Рис. 1.25. Зависимости между  $\frac{\theta}{Ki}$  и  $Fo$  для поверхности (1) и оси (2) шара<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

<sup>2</sup> Там же.

<sup>3</sup> Там же.

## 1.3.3. Граничное условие 3-го рода (пластина, цилиндр и шар)

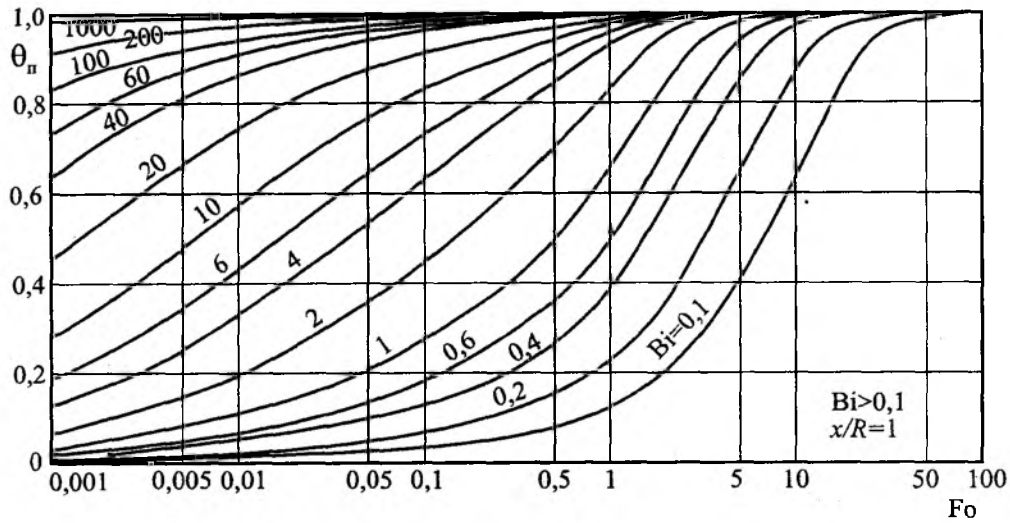


Рис. 1.26. Графики для определения относительной избыточной температуры  $\theta_n$  на поверхности пластины для больших значений критерия  $Bi$  ( $0,1 < Bi < 1000$ )<sup>1</sup>

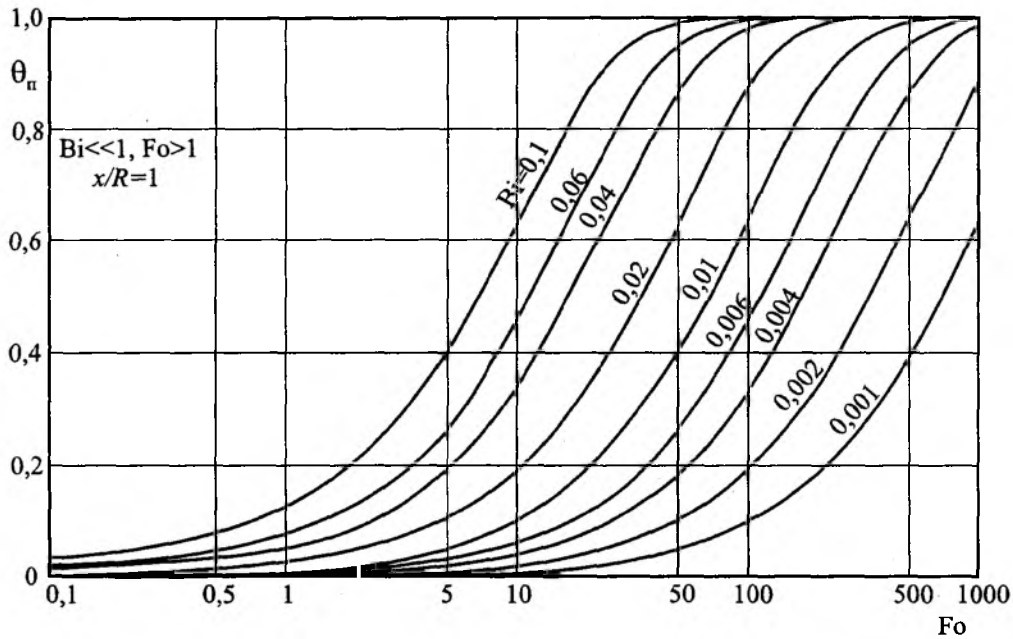


Рис. 1.27. Графики для определения относительной избыточной температуры  $\theta_n$  на поверхности пластины для малых значений критерия  $Bi$  ( $0,001 < Bi < 0,1$ )<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

<sup>2</sup> Там же.

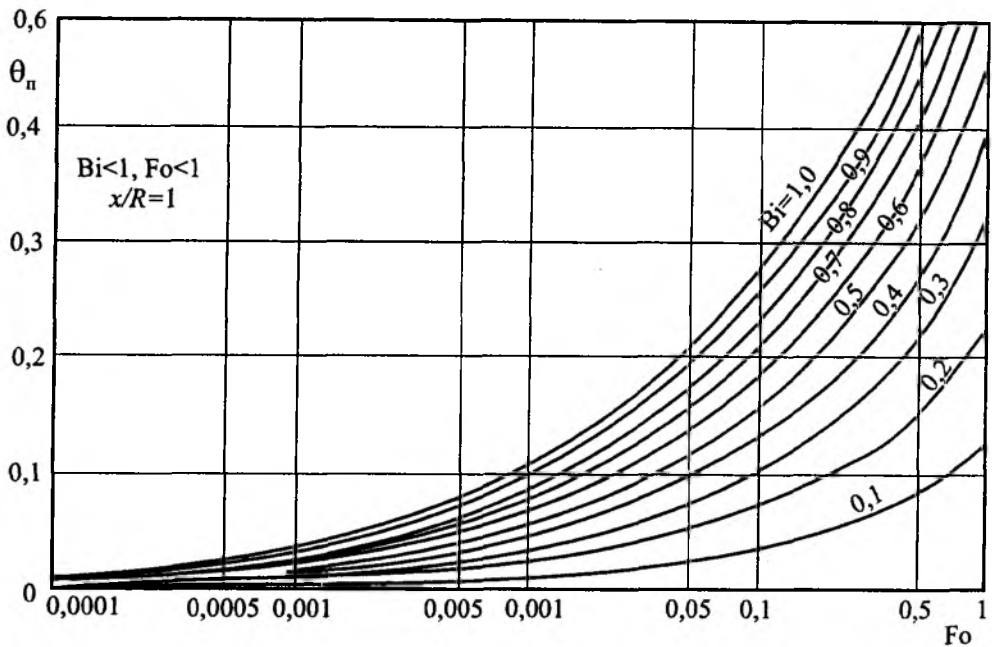


Рис. 1.28. Графики для определения относительной избыточной температуры  $\theta_n$  на поверхности пластины для малых значений  $Fo$  ( $0,001 < Fo < 1$ ) и средних значений критерия  $Bi$  ( $0,1 < Bi < 1,0$ )<sup>1</sup>

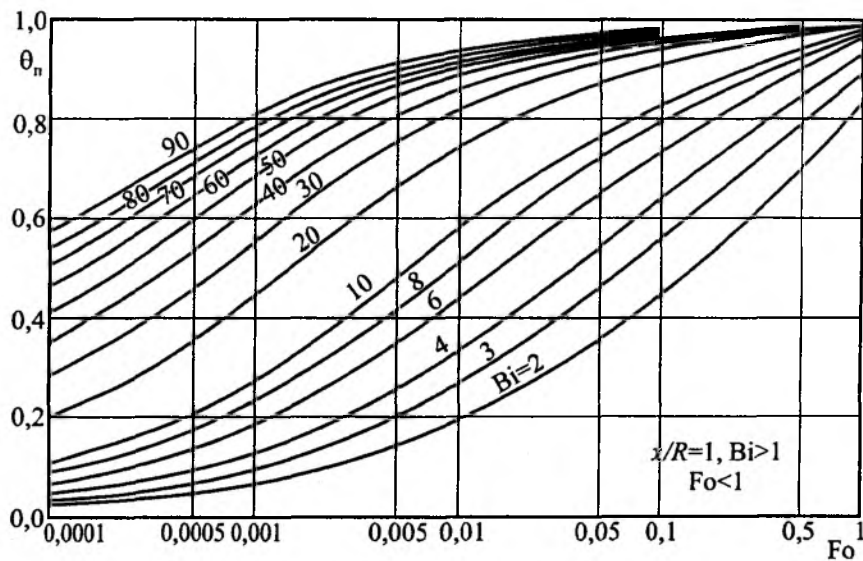


Рис. 1.29. Графики для определения относительной избыточной температуры  $\theta_n$  на поверхности пластины для малых значений  $Fo$  ( $0,001 < Fo < 1$ ) и больших значений критерия  $Bi$  ( $1 < Bi < 100$ )<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

<sup>2</sup> Там же.

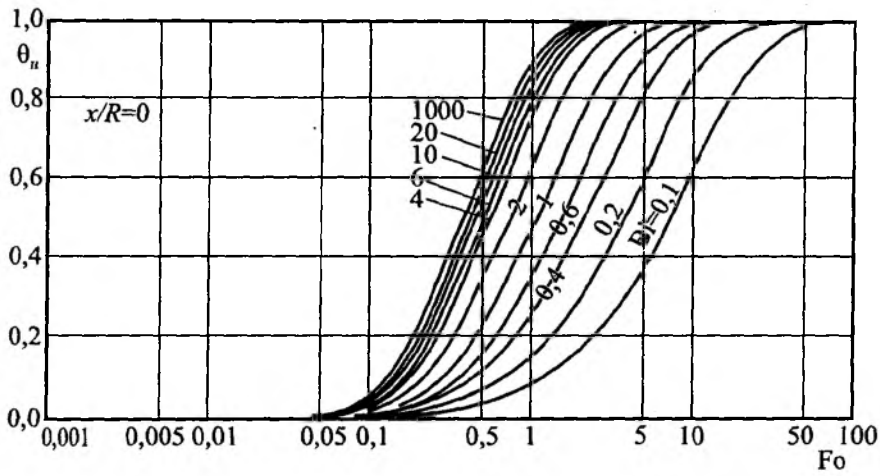


Рис. 1.30. Графики для определения относительной избыточной температуры  $\theta_n$  в середине пластины для больших значений  $Bi$  ( $0,1 < Bi < 1000$ )<sup>1</sup>

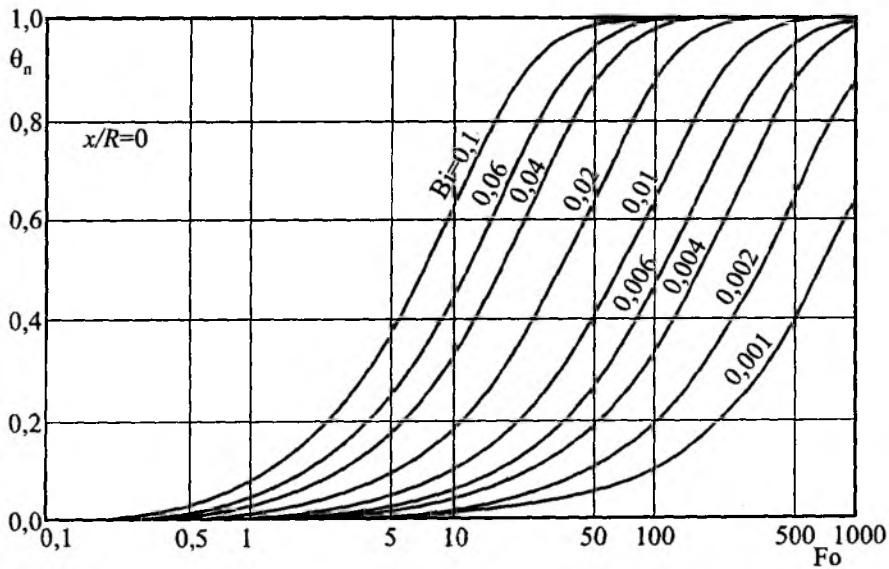


Рис. 1.31. Графики для определения относительной избыточной температуры  $\theta_n$  в середине пластины для малых значений  $Bi$  ( $0,001 < Bi < 0,1$ )<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

<sup>2</sup> Там же.



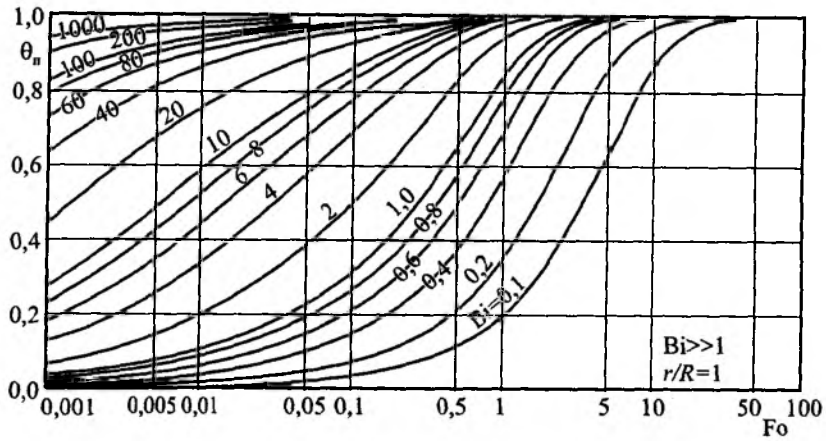


Рис. 1.32. Графики для определения относительной избыточной температуры на поверхности цилиндра  $\theta_n$  для  $Bi$  от 0,1 до 1000<sup>1</sup>

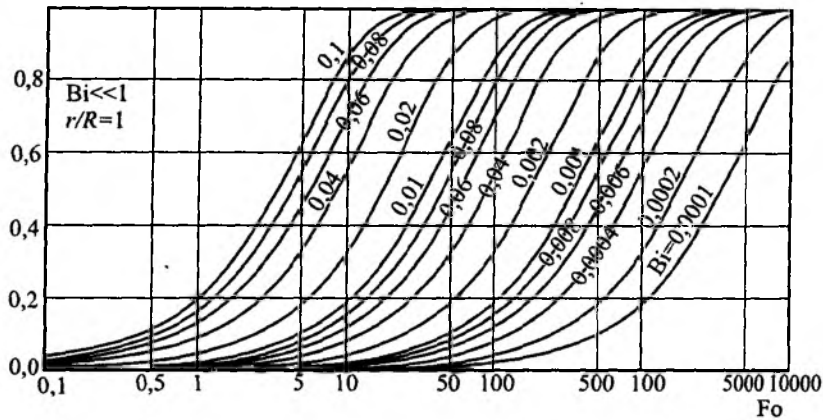


Рис. 1.33. Графики для определения относительной избыточной температуры на поверхности цилиндра  $\theta_n$  для малых значений  $Bi$  от 0,0001 до 0,1<sup>2</sup>

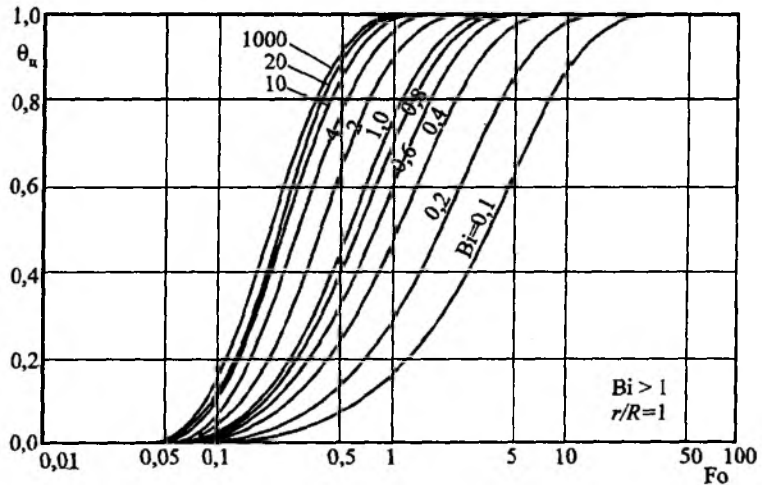


Рис. 1.34. Графики для определения относительной избыточной температуры в центре цилиндра  $\theta_n$  для значений  $Bi$  от 0,1 до 1000<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

<sup>2</sup> Там же.

<sup>3</sup> Там же.

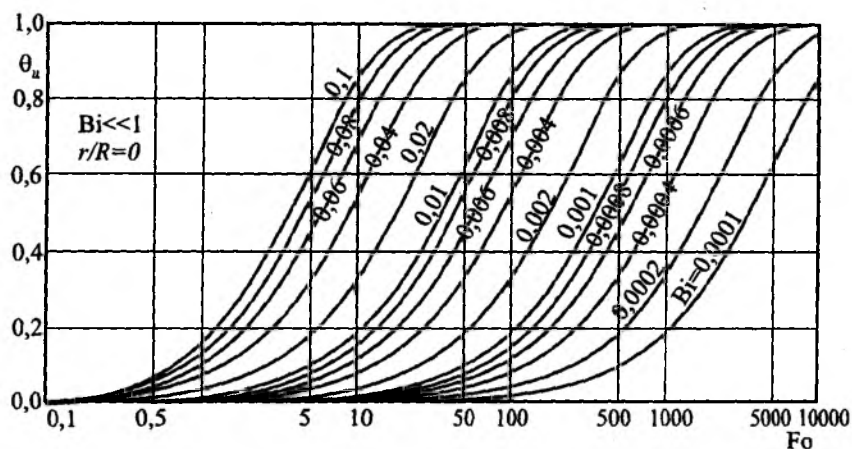


Рис. 1.35. Графики для определения относительной избыточной температуры в центре цилиндра  $\theta_n$  для малых значений  $Bi$  от 0,0001 до 0,1<sup>1</sup>

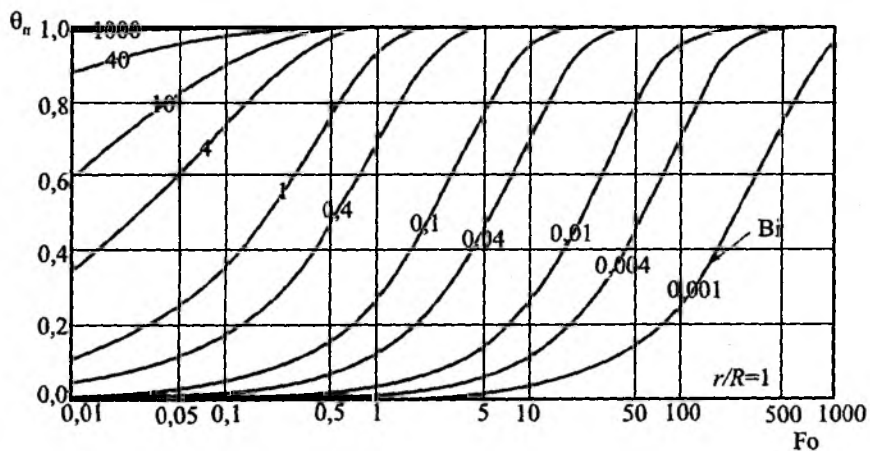


Рис. 1.36. Графики для определения относительной избыточной температуры на поверхности шара<sup>2</sup>

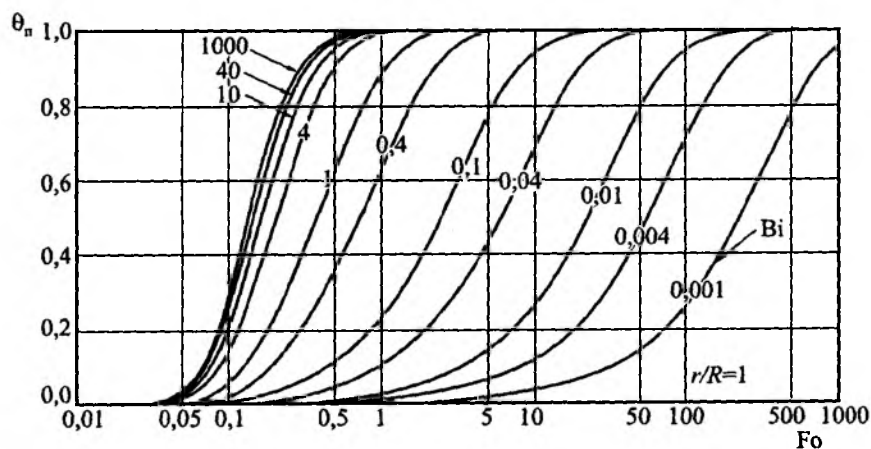


Рис. 1.37. Графики для определения относительной избыточной температуры в центре шара<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

<sup>2</sup> Там же.

<sup>3</sup> Там же.

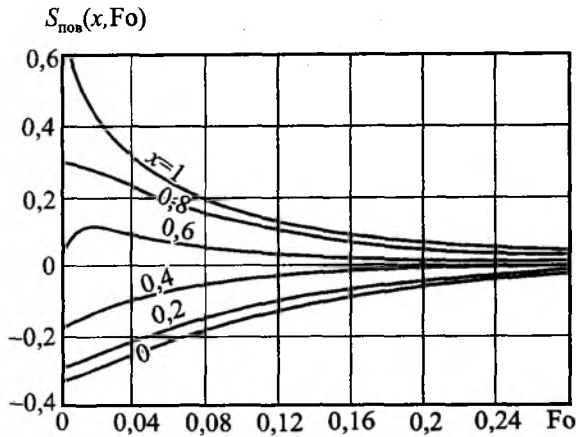


Рис. 1.38. Графики для определения относительной избыточной температуры на поверхности шара

### 1.4. Нагрев пластины (тело произвольной формы — призма). Использование метода интегральных преобразований

Задача нахождения температурного поля в призме прямоугольного сечения размерами  $R_1 \times R_2$  при неравномерном начальном распределении температур математически формулируется следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \delta^2 \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2}; \quad (1.50)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial X} &= \frac{q_1 R_1}{\lambda} = \bar{q}_1 \quad (X=1); \\ \frac{\partial T}{\partial X} &= -\frac{q_2 R_1}{\lambda} = -\bar{q}_2 \quad (X=0); \end{aligned} \right\} \quad (1.51)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial Y} &= -\frac{q_3 R_1}{\lambda} = -\bar{q}_3 \quad (Y=1); \\ \frac{\partial T}{\partial Y} &= -\frac{q_4 R_1}{\lambda} = -\bar{q}_4 \quad (Y=0); \\ T &= T_{\text{нач}}(X, Y) \quad (Fo=0), \end{aligned} \right\} \quad (1.52)$$

где  $Fo = a\tau/R_1^2$ ;  $\delta = R_1/R_2$ ;  $X = x/R_1$ ;  $Y = y/R_2$ .

Общее решение задачи (1.50)–(1.52), полученное методом интегральных преобразований, имеет вид

$$\begin{aligned} T(X, Y, Fo) &= \int_0^1 \int_0^1 T_{\text{нач}} dXdY + \int_0^{Fo} [\bar{q}_1 + \bar{q}_2 + \delta(\bar{q}_3 + \bar{q}_4)] dFo + \\ &+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi X e^{-n^2 \pi^2 Fo} \int_0^1 \int_0^1 T_{\text{нач}} \cos n\pi X dXdY + \\ &+ 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos m\pi Y e^{-\delta^2 m^2 \pi^2 Fo} \int_0^1 \int_0^1 T_{\text{нач}} \cos m\pi Y dYdX + \\ &+ 4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \cos n\pi X \cos m\pi Y e^{-(n^2 + \delta^2 m^2) \pi^2 Fo} \int_0^1 \int_0^1 T_{\text{нач}} \cos n\pi X \cos m\pi Y dXdY + \\ &+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi X e^{-n^2 \pi^2 Fo} \int_0^{Fo} e^{n^2 \pi^2 Fo} [(-1)^n \bar{q}_1 + \bar{q}_2] dFo + \\ &+ 2\delta^2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos m\pi Y e^{-\delta^2 m^2 \pi^2 Fo} \int_0^{Fo} e^{\delta^2 m^2 \pi^2 Fo} [(-1)^m \bar{q}_3 + \bar{q}_4] dFo. \end{aligned}$$

Далее используем следующие допущения. Начальное распределение температуры по сечению призмы симметрично относительно оси ( $X = 1/2$ ,  $Y = 1/2$ ) и задано параболоидом вида

$$T_{\text{на}} = T_p + 4\Delta T(X - X^2) + 4\Delta T(Y - Y^2), \quad (1.53)$$

где  $\Delta T = T_{\text{гр1,2}} - T_p$ ;  $T_{\text{гр1}}$ ,  $T_{\text{гр2}}$  — температуры на середине смежных граней;  $T_p$  — температура ребер призмы. Согласно формуле (1.53) максимальная разность температур по сечению призмы в начальный момент

$$\Delta T_m = T_{\text{ц}} - T_p = 2\Delta T.$$

Комплекс  $\bar{q} = \bar{q}_1 + \bar{q}_2 + \delta(\bar{q}_3 + \bar{q}_4)$  представим в виде полинома по степеням критерия Фурье

$$\bar{q} = \sum_1^p p \alpha_p Fo^{p-1}. \quad (1.54)$$

Кроме того, предположим, что в процессе нагрева соотношение между тепловыми потоками, воспринимаемыми отдельными гранями призмы, не изменяется, т.е.  $q_2/q_1 = k_2 = \text{const}$ ;  $q_3/q_1 = k_3 = \text{const}$ ;  $q_4/q_1 = k_4 = \text{const}$ . С учетом указанных допущений решение задачи после несложных преобразований принимает вид

$$\begin{aligned} T(X, Y, Fo) &= T_{\text{нач}} + \Delta T [S_{\text{пов}}(X, Fo) + S_{\text{пов}}(Y, Fo)] + \sum_1^p \alpha_p Fo^p + \\ &+ \frac{1}{\Sigma k} \left\{ \sum_1^p \alpha_p 2p \sum_{n=1}^{\infty} [(-1)^n + k_2] \cos n\pi X e^{-n^2 \pi^2 Fo} \int_0^{Fo} e^{n^2 \pi^2 Fo} Fo^{p-1} dFo + \right. \\ &+ \delta \sum_1^p \alpha_p 2p \sum_{m=1}^{\infty} [(-1)^m k_3 + k_4] \cos m\pi Y e^{-\delta^2 m^2 \pi^2 Fo} \times \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

$$\times \int_0^{Fo} e^{\delta_j n^2 \pi^2 Fo} Fo^{p-1} dFo, \quad (1.55)$$

где  $\Sigma k = 1 + k_2 + \delta(k_3 + k_4)$ ;  $Fo = a\tau/R_1^2$ . Функции  $S_{\text{нов}}(X, Fo)$  и  $S_{\text{нов}}(Y, Fo)$  определяются графиками (рис. 1.38) в зависимости от безразмерных величин  $X, Y, Fo$ .

Из решения (1.55) можно получить выражения для температуры в наиболее характерных точках сечения:

- посередине грани призмы ( $X = 1, Y = 1/2$ )

$$T(1, \frac{1}{2}, Fo) = \bar{T}(0) + \Delta T \left[ S_{\text{нов}}(1, Fo) + S_{\text{нов}}\left(\frac{1}{2}, Fo\right) \right] + \sum_1^p \alpha_p Fo^p + \sum_1^p \alpha_p \left[ Fo^p + \frac{C_p(Fo) + k_2 A_p(Fo) + \delta(k_3 + k_4) B_p(Fo)}{\Sigma k} \right]; \quad (1.56)$$

- на оси призмы ( $X = 1/2, Y = 1/2$ )

$$T\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, Fo\right) = \bar{T}(0) + \Delta T \left[ S_{\text{нов}}\left(\frac{1}{2}, Fo\right) + S_{\text{нов}}\left(\frac{1}{2}, Fo\right) \right] + \sum_1^p \alpha_p Fo^p + \sum_1^p \alpha_p \left[ Fo^p + \frac{(1 + k_2) B_p(Fo) + \delta(k_3 + k_4) B_p(Fo)}{\Sigma k} \right].$$

Причем функции  $A_p, B_p, C_p$  определяются выражениями:

$$A_p = 2p \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n^2 \pi^2 Fo} \int_0^{Fo} e^{n^2 \pi^2 Fo} Fo^{p-1} dFo;$$

$$B_p = 2p \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-4n^2 \pi^2 Fo} \int_0^{Fo} e^{4n^2 \pi^2 Fo} Fo^{p-1} dFo;$$

$$C_p = 2p \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi^2 Fo} \int_0^{Fo} e^{n^2 \pi^2 Fo} Fo^{p-1} dFo.$$

Значения функций  $A_p, B_p, C_p$  представлены в табл. 1.1 в широких пределах изменения критерия Фурье при  $m = 1, 2, 3$ .

Отметим некоторые особенности полученного решения.

Изменение средней по сечению призмы температуры определяется формулой

$$\bar{T}(Fo) = \int_0^1 \int_0^1 \bar{T} dXdY = \bar{T}(0) + \sum_1^p \alpha_p Fo^p. \quad (1.57)$$

Результаты сопоставления формул (1.54) и (1.57) свидетельствуют о соблюдении балансового соотношения:

$$(q_1 + q_2) + R_1(q_3 + q_4) = R_1 c p d \bar{T}. \quad (1.58)$$

Или

$$\bar{q}_1 + \bar{q}_2 + \delta(\bar{q}_3 + \bar{q}_4) = \frac{d\bar{T}}{dFo}.$$

Коэффициенты  $\alpha_m$  или  $\alpha_p$  находят в соответствии с

$$q = \frac{\lambda}{R} \sum_1^m m \alpha_m Fo^{m-1};$$

$$2\pi R q d\tau = \pi R^2 c p d\bar{T}.$$

Однако возможны и другие способы задания коэффициентов  $\alpha_m$  (или  $\alpha_p$ ). Например, используя формулу (1.56), можно задать изменение в процессе нагрева температуры посередине грани и по температуре для трех значений критерия Фурье определить коэффициенты  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , решив систему трех линейных уравнений.

Чем больше взято членов ряда (1.54), тем большему числу условий могут удовлетворять результаты расчета.

Как показал анализ, при монотонном, без скачков, изменении температуры изделий удовлетворительное описание процесса достигается при двух-трех членах ряда (1.54), т.е. могут быть учтены два или три технологических условия. В соответствии с этим значения расчетных функций даются в табл. 1.1 и 1.2 для  $m = 1, 2, 3$ .

**Нагрев тела, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда.** Температурное поле в прямоугольном параллелепипеде с размерами сторон  $R_1, R_2, R_3$  (рис. 1.39) при его нагреве тепловыми потоками  $q_1, q_2$  и  $q_3$ , **изменяющимися во времени**, определяется из выражения

$$T(X, Y, Z, Fo) = \Phi_{\text{нач}}(X, Y, Z, Fo) + \frac{R_1}{\lambda} \int_0^{Fo} [(q_1 + q_2) + \delta_1(q_3 + q_4) + \delta_2(q_5 + q_6)] dFo' + 2 \frac{R_1}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \cos m\pi X e^{-n^2 \pi^2 Fo} \int_0^{Fo} e^{n^2 \pi^2 Fo'} [(-1)^n q_1 + q_2] dFo' + 2 \frac{R_1}{\lambda} \delta_y \sum_{n=1}^{\infty} \cos m\pi Y e^{-\delta_y^2 n^2 \pi^2 Fo} \int_0^{Fo} e^{\delta_y^2 n^2 \pi^2 Fo'} [(-1)^n q_3 + q_4] dFo' + 2 \frac{R_1}{\lambda} \delta_z \sum_{n=1}^{\infty} \cos m\pi Z e^{-\delta_z^2 n^2 \pi^2 Fo} \int_0^{Fo} e^{\delta_z^2 n^2 \pi^2 Fo'} [(-1)^n q_5 + q_6] dFo', \quad (1.59)$$

где  $X = x/R_1; Y = y/R_2; Z = z/R_3; Fo = a\tau/R_1^2; \delta_y = R_1/R_2; \delta_z = R_1/R_3$ .

Решение (1.59) мало пригодно для практических расчетов из-за своей громоздкости. Однако оно значительно упрощается, если предположить, что в процессе нагрева соотношение тепловых потоков, воспринимаемых отдельными гранями, не изменяется, т.е.  $q_2/q_3 = k_2 = \text{const}, q_3/q_1 = k_3 = \text{const}$  и т.д.

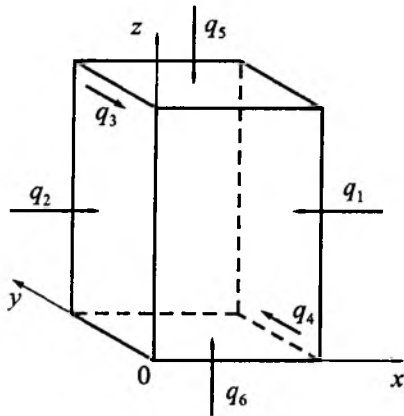


Рис. 1.39. Схемы распределения тепловых потоков на поверхности тела, имеющего форму параллелепипеда

Если обозначить относительное, суммарное по всем граням количество теплоты, поглощенной телом в единицу времени, через  $Q(Fo)$ , то

$$Q(Fo) = \Sigma k Q_1(Fo), \quad (1.60)$$

где  $\Sigma k = (1 + k_2) + \delta_y(k_3 + k_4) + \delta_z(k_5 + k_6)$ .

Величину  $Q(Fo)$  можно представить с помощью ряда по степеням критерия Фурье:

$$Q(Fo) = \sum_1^m m \alpha_m Fo^{m-1}. \quad (1.61)$$

Таблица 1.1

Значения функций  $A_m, B_m, C_m$  для расчета нагрева пластины и призмы

Fo	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$C_1$	$C_2$	$C_3$
0,025	-0,02499	-0,00063	-0,00002	-0,02303	-0,00060	-0,00002	0,15341	0,00597	0,00016
0,050	-0,04975	-0,00249	-0,00013	-0,03464	-0,00210	-0,00011	0,20234	0,01497	0,00088
0,075	-0,07260	-0,00557	-0,00042	-0,03904	-0,00395	-0,00034	0,23402	0,02592	0,00236
0,100	-0,09212	-0,00970	-0,00099	-0,04069	-0,00595	-0,00071	0,25683	0,03822	0,00471
0,150	-0,12069	-0,02045	-0,00321	-0,04153	-0,01008	-0,00191	0,28709	0,06556	0,01236
0,200	-0,13854	-0,03348	-0,00724	-0,04165	-0,01424	-0,00373	0,30516	0,09524	0,02430
0,250	-0,14948	-0,04793	-0,01333	-0,04166	-0,01840	-0,00618	0,31614	0,12635	0,04081
0,300	-0,15618	-0,06324	-0,02166	-0,04167	-0,02257	-0,00925	0,32284	0,15833	0,06205
0,350	-0,16026	-0,07908	-0,03232	—	-0,02674	-0,01295	0,32693	0,19084	0,08814
0,400	-0,16276	-0,09524	-0,04539	—	-0,03090	-0,01728	0,32942	0,22366	0,11912
0,500	-0,16521	-0,12807	-0,07888	—	-0,03924	-0,02780	0,33188	0,28983	0,19594
0,600	-0,16613	-0,16100	-0,12227	—	-0,04757	-0,04082	0,33279	0,35631	0,2266
0,700	-0,16646	-0,19448	-0,17562	—	-0,05590	-0,05634	0,33313	0,42291	0,40935
0,800	-0,16659	-0,22779	-0,23896	—	-0,06424	-0,07436	0,33326	0,48955	0,54603
0,900	-0,16664	-0,26112	-0,31230	—	-0,07257	-0,09488	0,33330	0,55621	0,70270
1,000	-0,16667	-0,29445	-0,39563	—	-0,08090	-0,11790	0,33332	0,62287	0,87936
1,200	—	-0,36111	-0,59230	—	-0,09757	-0,17144	—	0,75620	1,29270
1,400	—	-0,42778	-0,82897	—	-0,11424	-0,23498	—	0,88954	1,78603
1,600	—	-0,49444	-1,10563	—	-0,13090	-0,30852	—	1,02287	2,35936
1,800	—	-0,56111	-1,42230	—	-0,14757	-0,39207	—	0,15620	3,01270
2,000	—	-0,62778	-1,77897	—	-0,16424	-0,49561	—	1,28954	3,74603

Значения функций  $M_m$  и  $N_m$  для расчета нагрева цилиндра

Fo	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$n_1$	$n_2$	$n_3$
0,025	-0,14849	-0,00109	-0,01937	0,14456	0,00510	0,00021
0,050	-0,09764	-0,00476	-0,02193	0,18059	0,01323	0,00084
0,075	-0,13999	-0,01077	-0,02613	0,20332	0,02289	0,00220
0,100	-0,17224	-0,01860	-0,03157	0,21800	0,03344	0,00429
0,150	-0,21222	-0,03804	-0,04611	0,23473	0,05619	0,01101
0,200	-0,23178	-0,06030	-0,06501	0,24266	0,08011	0,02121
0,250	-0,24124	-0,08380	-0,08791	0,24647	0,10459	0,03516
0,300	-0,24578	-0,10844	-0,11476	0,24830	0,12934	0,05265
0,350	-0,24796	-0,13316	-0,14520	0,24918	0,15422	0,07389
0,400	-0,24902	-0,15800	-0,17981	0,24961	0,17916	0,09888
0,500	-0,24987	-0,20791	-0,25987	0,24991	0,22911	0,16011
0,600	-0,24995	-0,25788	-0,35505	0,24998	0,27911	0,23634
0,700	-0,25000	-0,30788	-0,46519	0,25000	0,32911	0,32757
0,800	-0,25000	-0,35788	-0,59033	0,25000	0,37911	0,43381
0,900	-0,25000	-0,40788	-0,73047	0,25000	0,42911	0,55504
1,000	-0,25000	-0,45788	-0,88561	0,25000	0,47911	0,69127
1,100	-0,25000	-0,50788	-1,05391	0,25000	0,52911	0,84250
1,200	-0,25000	-0,55788	-1,24089	0,25000	0,57911	1,00873
1,300	-0,25000	-0,60788	-1,44103	0,25000	0,62911	1,17997
1,400	-0,25000	-0,65788	-1,65616	0,25000	0,67911	1,38620
1,500	-0,25000	-0,70788	-1,88631	0,25000	0,72911	1,59743
1,600	-0,25000	-0,75788	-2,15344	0,25000	0,77911	1,82366
1,700	-0,25000	-0,80788	-2,39158	0,25000	0,82911	2,06489
1,800	-0,25000	-0,85788	-2,66672	0,25000	0,87911	2,32113
1,900	-0,25000	-0,90788	-2,95686	0,25000	0,92911	2,59236
2,000	-0,25000	-0,95788	-3,26200	0,25000	0,97911	2,87859

С учетом выражений (1.60) и (1.61) температура в точке  $(X, Y, Z)$  параллелепипеда

$$\begin{aligned}
 T(X, Y, Z, Fo) = & \Phi_{\text{нач}}(X, Y, Z, Fo) + \sum_1^m \alpha_m Fo^m + \\
 & + \frac{R_0}{\lambda \sum k} \left\{ \sum_1^m \alpha_m 2m \sum_{n=1}^{\infty} [(-1)^n + k_2] \cos n\pi X e^{-n^2 \pi^2 Fo} \int_0^{Fo} e^{n^2 \pi^2 Fo'} Fo'^{m-1} dFo' + \right. \\
 & + \delta_y \sum_1^m \alpha_m 2m \sum_{n=1}^{\infty} [(-1)^n k_3 + k_4] \cos n\pi Y e^{-\delta_y^2 n^2 \pi^2 Fo} \int_0^{Fo} e^{\delta_y^2 n^2 \pi^2 Fo'} Fo'^{m-1} dFo' + \\
 & + \delta_z \sum_1^m \alpha_m 2m \sum_{n=1}^{\infty} [(-1)^n k_5 + k_6] \cos n\pi Z e^{-\delta_z^2 n^2 \pi^2 Fo} \times \\
 & \left. \times \int_0^{Fo} e^{\delta_z^2 n^2 \pi^2 Fo'} Fo'^{m-1} dFo' \right\}. \quad (1.62)
 \end{aligned}$$

Из формулы (1.62) также следует, что все три слагаемых, отражающих передачу теплоты в направлениях  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , совершенно идентичны по своей структуре. Это дает возможность определить температуру в наиболее характерных точках параллелепипеда с использованием функций  $A_m$ ,  $B_m$  и  $C_m$ , представленных в табл. 1.1.

## Примеры решения задач к главе 1

### Пример 1.1

Стальной слиток (сталь 40) диаметром 20 см и высотой 12 см имеет температуру 573 К (300 °С). В момент времени  $t_0$  он погружается в воду с постоянной температурой  $T_c = 273$  К (тающий водяной лед). Определить температуру в центре слитка  $T(\tau = 0,033$  ч,  $r = R = 0,1$  м) по истечении 2 мин со времени его погружения в тающий лед.

Также дано:  $\alpha = 1000$  Вт/(м<sup>2</sup> · К);  $\lambda_{ст40} = 35$  Вт/(м · К) и  $a = 0,048$  м<sup>2</sup>/ч<sup>1</sup>.

#### Решение.

Выполняем классификацию граничных условий, при которых происходит охлаждение тела произвольной формы (двухмерная теплопроводность, ограниченный цилиндр). При решении целесообразно принять граничные условия 3-го рода. В качестве решения задачи также целесообразно принять метод сечения классических тел: одномерного цилиндра диаметром  $2R = 0,2$  м и одномерной пластины толщиной  $2X = 0,12$  м. Считать охлаждение симметричным.

В соответствии с принятой методикой решения двухмерной задачи о теплопроводности нужно рассчитать значения критериев  $Bi$  и  $Fo$  соответственно для неограниченных цилиндра и пластины.

Имеем для тел классической формы:

Для цилиндра:

$$Fo_{цил} = \frac{a\tau}{R^2}; Fo_{цил} = \frac{0,048 \cdot 0,033}{0,1^2} = 0,16;$$

$$Bi_{цил} = \frac{\alpha R}{\lambda_{ст40}}; Bi_{цил} = \frac{1000 \cdot 0,1}{35} = 2,85.$$

Для пластины:

$$Fo_{пл} = \frac{a\tau}{X^2}; Fo_{пл} = \frac{0,048 \cdot 0,033}{0,06^2} = 0,44;$$

$$Bi_{пл} = \frac{\alpha X}{\lambda_{ст40}}; Bi_{пл} = \frac{1000 \cdot 0,06}{35} = 1,71.$$

Используя значения  $Bi$  и  $Fo$  для середины цилиндра и пластины, с помощью номограмм (граничное условие 3-го рода) рис. 1.34 и 1.30 находим численные значения  $\theta_{цил}^u$  и  $\theta_{пл}^u$ :

$$\theta_{цил}^u = 1 - 0,32 = 0,68; \theta_{пл}^u = 1 - 0,28 = 0,72.$$

Теперь рассчитываем относительную безразмерную температуру  $\theta^u$  цилиндрического слитка по истечении 2 мин (0,033 ч) с момента его погружения в тающий лед.

Имеем

$$\theta^u = 0,68 \cdot 0,72 = 0,49.$$

Рассчитываем температуру слитка  $T_{\tau=0,033}^u$

$$T_{\tau=0,033}^u = T_c + (T_0 - T_c);$$

$$T_{\tau=0,033}^u = 273 + 0,49(573 - 273) = 420 \text{ К}.$$

Или

$$T_{\tau=0,033}^u = 147 \text{ °С}.$$

### Пример 1.2

Рассчитать нагрев слитка квадратного сечения ( $A = 57,5$  см) массой 4,5 т из нержавеющей стали 1X18H9T в ячейке нагревательного колодца. Средние значения коэффициентов тепло- и температуропроводности принимаем равными  $\lambda = 25,6$  Вт/(м · К),  $a = 0,018$  м<sup>2</sup>/ч.

На основании измерений температуры в слитке можно приближенно выразить соотношение тепловых потоков, воспринимаемых отдельными гранями слитка:  $k_2 = q_2/q_1 = 0,9$ ;  $k_3 = q_3/q_1 = 0,9$ ;  $k_4 = q_4/q_1 = 0,8$ , причем наибольший тепловой поток  $q_1$  воспринимается гранью слитка, обращенной к факелу.

#### Решение.

При расчете полагаем заданным изменение температуры слитка посередине грани, обращенной к факелу (из экспериментальных данных). При этом определятся изменение температуры оси слитка, на середине грани, обращенной к стене колодца, средняя по массе температура и температура греющих газов.

Задать изменение во времени температуры поверхности слитка (посередине грани, обращенной к факелу) можно, используя два или три члена суммы в формуле (1.61), по двум или трем полученным в опыте значениям температу-

<sup>1</sup>Тепло- и массообмен: учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 1 / Б.М. Хрусталева [и др.]; под общ. ред. А.П. Несенчука. Минск: БНТУ, 2007. С. 537, с. 542.

Ниже приводится сравнение результатов расчета при  $m = 1, 2$  и  $m = 1, 2, 3$ .

Для случая  $m = 1$  и  $2$  используем значения температуры на грани  $T_{гр}$ : при  $t = 3,5$  ч ( $Fo = 0,2$ )  $T_{гр} = 1278$  К, а при  $t = 5,3$  ч ( $Fo = 0,3$ )  $T_{гр} = 1498$  К.

Согласно формуле (1.56), при  $\delta_y = \delta_z = 1$ ,  $T_{нач} = 273$  К,  $m = 1, 2$  запишем систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 Fo_1 + \alpha_2 Fo_1^2 + \frac{\alpha_1}{\sum k} [C_1(Fo_1) + k_2 A_1(Fo_1) + (k_3 + k_4) B_1(Fo_1)] + \\ + \frac{\alpha_2}{\sum k} [C_2(Fo_1) + k_2 A_2(Fo_1) + (k_3 + k_4) B_2(Fo_1)] = 1005; \\ \alpha_1 Fo_2 + \alpha_2 Fo_2^2 + \frac{\alpha_1}{\sum k} [C_1(Fo_2) + k_2 A_1(Fo_2) + (k_3 + k_4) B_1(Fo_2)] + \\ + \frac{\alpha_2}{\sum k} [C_2(Fo_2) + k_2 A_2(Fo_2) + (k_3 + k_4) B_2(Fo_2)] = 1255. \end{aligned} \right\}$$

Подставляя в эти уравнения значения функций  $A, B, C$  при  $Fo = 0,2$  и  $0,3$  из табл. 1.2, а также  $k_2 = k_3 = 0,9$ ,  $k_4 = 0,8$ ,  $\sum k = 3,6$ , получаем систему:

$$\left. \begin{aligned} 0,23364\alpha_1 + 0,0517\alpha_2 = 1005; \\ 0,33419\alpha_2 + 0,10833\alpha_1 = 1255, \end{aligned} \right\}$$

откуда  $\alpha_1 = 5476$ ,  $\alpha_2 = -5309$ .

При использовании трех членов суммы в формуле (1.61) составляется система трех уравнений с дополнительным условием:  $T_{гр} = 1563$  К при  $t = 6$  ч 12 мин.

В табл. 1 (к примеру 1.2) приводятся результаты расчета температуры посередине граней 1 и 4, средней по массе температуры и температуры на оси симметрии слитка при использовании как двух, так и трех членов суммы (1.61). Как видно из таблицы, при использовании двух членов суммы (1.61) температура в начальной стадии нагрева ( $Fo < 0,2$ ) получается несколько заниженной. Однако отклонение не превышает 2...3 %, что подтверждает возможность использования двух членов суммы (1.61) при монотонном, без скачков, изменении фиксируемой температуры (например, температуры поверхности слитка).

На рис. 1 (к примеру 1.2) показаны результаты расчета температур на оси слитка и посередине его грани, обращенной к факелу, в сравнении с экспериментальными данными.

Подсчитывались также тепловой поток, поглощенный гранью 1 слитка,

$$q_1(Fo) = \frac{\lambda}{R_1 \sum k} \frac{d\bar{T}}{dFo} = \frac{\lambda}{R_1 \sum k} \sum_1^m m \alpha_m Fo^{m-1} \quad (1.63)$$

и температура греющей среды (печи):

$$T_{печ} = 100 \sqrt[4]{\frac{q_1}{10^8 \sigma} + \left(\frac{T_{гр1}}{100}\right)^4}, \quad (1.64)$$

где  $\sigma = 2,3 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup> · К<sup>4</sup>).

Результаты подсчетов при  $\alpha_1 = 5476$  и  $\alpha_2 = -5309$  приведены в табл. 2 (к примеру 1.2) и на рис. 1 (к примеру 1.2). Как видно из рис. 1 (к примеру 1.2), расчетные значения температур слитка и греющей среды удовлетворительно согласуются с опытными данными.

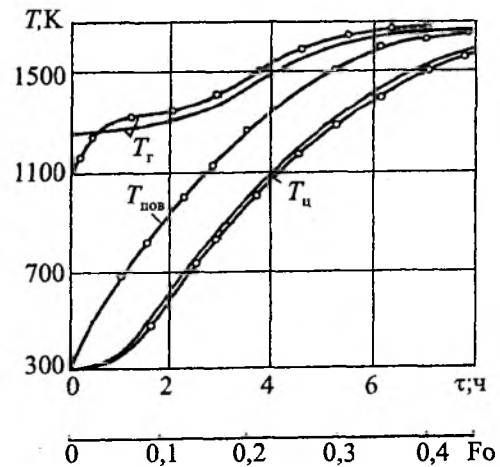


Рис. 1 (к примеру 1.2). Результаты расчета нагрева нержавеющей стали 1Х18Н9Т массой 4,5 т ( $A = 0,575$  м): — расчет; —о— эксперимент

Таблица 1 (к примеру 1.2)

Результаты расчета температур в характерных точках сечения слитка

Fo	$T_{гр1}$ , К		$T_{гр4}$ , К		T, К		$T_{ц}$ , К	
	$m = 2$	$m = 3$	$m = 2$	$m = 3$	$\tau = 2$	$m = 3$	$\tau = 2$	$m = 3$
0,05	658	648	589	582	534	525	328	325
0,1	907	900	814	808	768	760	576	569
0,2	1278	1279	1175	1180	1157	1157	1003	1016
0,3	1528	1528	1447	1434	1434	1432	1330	1331



Таблица 2 (к примеру 1.2)  
 Результаты расчета температур слитка,  
 греющей среды и теплового потока

Fo	$T_{гр1}$ , К	$q_1$ , Вт/м <sup>2</sup>	$T_{печ} = T_{г}$ , К
0	300	67 900	1281
0,05	658	61 300	1291
0,1	907	54 800	1313
0,2	1278	42 500	1445
0,3	1528	28 800	1601

В результате решения указанной системы трех уравнений находим:  $\alpha'_1 = 5198$ ,  $\alpha'_2 = -2705$ ,  $\alpha'_3 = -5880$ .

### Пример 1.3

Рассчитать нагрев слитка углеродистой стали в камере нагревательного колодца. Заданы размеры поперечного сечения слитка ( $A = 60$  см), коэффициенты  $\lambda = 32,6$  Вт/(м·К),  $a = 0,0225$  м<sup>2</sup>/ч,  $\sigma = 2,6 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>). Начальная температура слитка 273 К, соотношение тепловых потоков, воспринимаемых отдельными гранями, определяется коэффициентами:  $k_2 = k_3 = 0,9$ ;  $k_4 = 0,8$ .

#### Решение.

В примере 1.2 коэффициенты  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и  $\alpha_3$  находили через заданные (для двух или трех моментов времени) значения температуры поверхности слитка. Ниже для определения коэффициентов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  используются значения температуры на оси и посередине грани слитка в момент окончания нагрева:  $T_{гр1}(t_k) = 1573$  К,  $T_{осн}(t_k) = 1553$  К. Продолжительность нагрева  $t_k$  примем равной 16 ч, тогда

$$Fo = \frac{at_k}{A^2} = \frac{0,0225 \cdot 16}{0,6^2} = 1,0.$$

Система уравнений для определения коэффициентов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  принимает вид (с учетом формулы (1.56)):

$$\left. \begin{aligned} 1\alpha_1 + 1^2\alpha_2 + \frac{\alpha_1}{3,6} [C_1(1) + 0,8A_1(1) + 1,8B_1(1)] + \\ + \frac{\alpha_2}{3,6} [C_2(1) + 0,8A_2(1) + 1,8B_2(1)] &= 1300; \\ 1\alpha_1 + 1^2\alpha_2 + \alpha_1 B_1(1) + \alpha_2 B_2(1) &= 1280, \end{aligned} \right\}$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} 1,0347\alpha_1 + 1,0669\alpha_2 &= 1300; \\ 0,9583\alpha_1 + 0,9191\alpha_2 &= 1280. \end{aligned} \right\}$$

Решая последнюю систему, находим:  $\alpha_1 = 2400$ ,  $\alpha_2 = -1100$ .

Используя значения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , подсчитаем температуры, изменяющиеся в процессе нагрева. Средняя по массе температура слитка

$$\bar{T}(Fo) = T_{нач} + \alpha_1 Fo + \alpha_2 Fo^2;$$

на оси слитка ( $X = Y = 1/2$ )

$$T_{осн}(Fo) = \bar{T}(Fo) + \alpha_1 B_1(Fo) + \alpha_2 B_2(Fo);$$

посередине грани, обращенной к факелу,

$$T_{гр1}(Fo) = \bar{T}(Fo) +$$

$$+ \frac{\alpha_1}{3,6} [C_1(Fo) + 0,8A_1(Fo) + 1,8B_1(Fo)] +$$

$$+ \frac{\alpha_2}{3,6} [C_2(Fo) + 0,8A_2(Fo) + 1,8B_2(Fo)];$$

на ребре слитка ( $X = Y = 1$ )

$$T_p(Fo) = \bar{T}(Fo) +$$

$$+ \frac{\alpha_1}{3,6} [(1+k_2)C_1(Fo) + (k_3+k_4)A_1(Fo)] +$$

$$+ \frac{\alpha_2}{3,6} [(1+k_2)C_2(Fo) + (k_3+k_4)A_2(Fo)].$$

Кроме того, подсчитывались тепловой поток (по формуле (1.63)) и температура греющей среды (по формуле (1.64)). Результаты расчетов приведены на рис. 1 (к примеру 1.3). Как видно из рисунка, при  $t_k = 16$  ч нагрев происходит при сравнительно низкой температуре греющей среды, не превышающей 1600 К. Максимальная температура на поверхности слитка достигается в момент окончания нагрева, а разность температур по сечению ( $T_{гр} - T_{осн}$ ) не превышает 260 К.

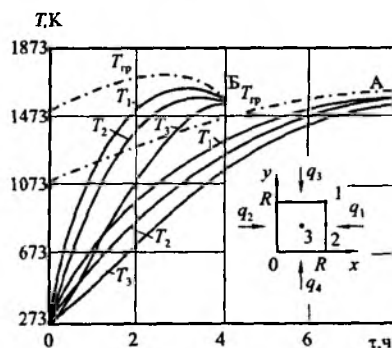


Рис. 1 (к примеру 1.3). Расчет нагрева слитка углеродистой стали в камере колодца

Выясним возможности сокращения режима нагрева до 8 ч. Решая соответствующую систему уравнений, находим ( $t_k = 8$  ч):  $\alpha_1 = 5170$ ,  $\alpha_2 = -5160$ . При таких значениях  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  рассчитаны температуры  $T_{\text{осн}}$ ,  $T_{\text{гр}}$ ,  $T_p$  и  $T_r$ , показанные на рис. 1 (к примеру 1.3) кривыми Б.

В этом случае максимальная температура греющей среды  $T_r$  достигает 1723 К, а температура поверхности металла в процессе нагрева превышает заданную конечную (1573 К). Разность температур по сечению слитка в начальной стадии нагрева достигает 530 К.

Если указанные характеристики не вызывают опасений за нарушение сплошности металла или оплавление огнеупоров кладки печи, то можно выполнить еще один проверочный расчет, снова уменьшив полную продолжительность нагрева.

### Пример 1.4

Рассчитаем нагрев заготовки рессорной стали сечением  $0,25 \times 0,3$  м, массой 2 т в проходной печи с шагающими балками стана 850 БМЗ (Республика Беларусь, г. Жлобин). При расчете полагаем заданным изменение температуры заготовки в конце нагрева. Запишем требуемые значения температуры при  $\tau = 2,28$  ч,  $t_n = 1200$  °С,  $t_u = 1160$  °С. Начальная температура металла  $t_0 = 300$  °С. Соотношение тепловых потоков с учетом несимметричности нагрева на основании экспериментальных данных запишем:  $k_2 = q_2/q_1 = 0,9$ ,  $k_3 = q_3/q_1 = 0,85$ ,  $k_4 = q_4/q_1 = 0,85$ .

**Решение.**

Определяем безразмерное время:

$$Fo = \frac{\alpha \tau}{R^2} = \frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 2,28}{0,25^2} = 0,7296.$$

Согласно формуле (1.56), получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} & \alpha_1 Fo + \alpha_2 Fo^2 + \\ & + \frac{\alpha_1}{\sum k} [C_1(Fo) + k_2 A_1(Fo) + \delta(k_3 + k_4) B_1(Fo)] + \\ & + \frac{\alpha_2}{\sum k} [C_2(Fo) + k_2 A_2(Fo) + \delta(k_3 + k_4) B_2(Fo)] = t_n, \\ & \alpha_1 Fo + \alpha_2 Fo^2 + \alpha_1 B_1(Fo) + \alpha_2 B_2(Fo) = t_u. \end{aligned} \right\}$$

Запишем для  $Fo = 0,7296$ :  $A_1 = -0,16650$ ,  $A_2 = -0,20434$ ,  $B_1 = -0,04167$ ,  $B_2 = -0,05837$ ,  $C_1 = 0,33316$ ,  $C_2 = 0,44264$ , тогда

$$\left. \begin{aligned} & \alpha_1 \cdot 0,7296 + \alpha_2 \cdot 0,7296^2 + \\ & + \frac{\alpha_1}{3,3161} [0,33316 + 0,9(-0,1665) + 0,833 \cdot 1,7(-0,04167)] + \\ & + \frac{\alpha_2}{3,3161} [0,44264 + 0,9(-0,20434) + 0,833 \cdot 1,7(-0,05837)] = 1200, \\ & \alpha_1 \cdot 0,7296 + \alpha_2 \cdot 0,7296^2 + \alpha_1 \cdot (-0,04167) + \alpha_2 \cdot (-0,05837) = 1160, \end{aligned} \right\}$$

откуда  $\alpha_1 = -2816$ ;  $\alpha_2 = -1640$ .

Используя значения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , подсчитаем температуры, изменяющиеся в процессе нагрева. Средняя по массе температура заготовки

$$\bar{T}(Fo) = T_0 + \alpha_1 Fo + \alpha_2 Fo^2,$$

на оси заготовки ( $X = Y = 1/2$ )

$$T_{\text{осн}}(Fo) = \bar{T}(Fo) + \alpha_1 B_1 Fo + \alpha_2 B_2(Fo);$$

на ребре заготовки ( $X = Y = 1$ )

$$T_p(Fo) = \bar{T}(Fo) +$$

$$+ \frac{\alpha_1}{3,3161} [(1+k_2)C_1(Fo) + (k_3+k_4)A_1(Fo)] +$$

$$+ \frac{\alpha_2}{3,3161} [(1+k_2)C_2(Fo) + (k_3+k_4)A_2(Fo)],$$

посередине грани

$$T_{\text{гр}}(Fo) = \bar{T}(Fo) +$$

$$+ \frac{\alpha_1}{3,3161} [C_1(Fo) + k_2 A_1(Fo) + (k_3 + k_4) B_1(Fo)] +$$

$$+ \frac{\alpha_2}{3,3161} [C_2(Fo) + k_2 A_2(Fo) + (k_3 + k_4) B_2(Fo)].$$

$t, ^\circ\text{C}$

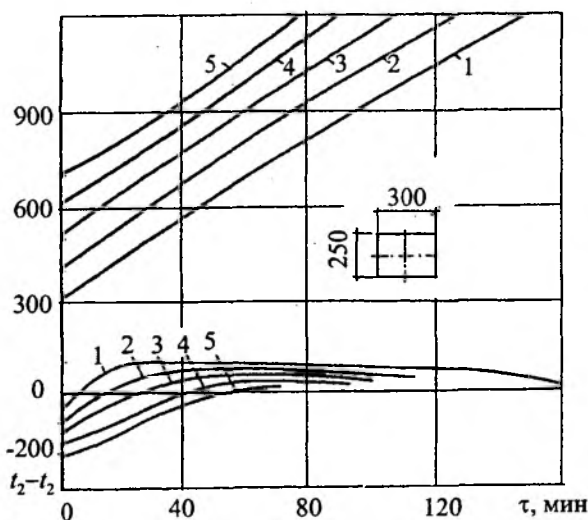


Рис. 1 (к примеру 1.4). Изменение температуры поверхности и температурного перепада по сечению заготовки при организации горячего похода в печи стана 850 БМЗ (Республика Беларусь, г. Жлобин):  
1 —  $t_0 = 300$  °С; 2 — 400; 3 — 500; 4 — 600; 5 —  $t_0 = 700$  °С

Результаты расчетов представлены в графической форме на рис. 1 (к примеру 1.4). В процессе расчетов варьировали температуру посяда заготовок от 300 до 700 °С. Здесь очевидно, что в начальный момент нагрева температура оси заготовки превышает температуру поверхности в зависимости от начальной температуры посяда на 200...100 °С. В процессе нагрева происходит выравнивание температур по сечению заготовки, причем момент выравнивания также зависит от температуры посяда.

Следовательно, в конкретном случае представляется возможным организовать режим нагрева таким образом, чтобы процесс выдержки заготовок происходил без переохлаждения центральной части заготовок, т.е. соблюдалось условие  $t_{\text{пов}} > t_{\text{ц}}$  на протяжении всего времени нахождения металла в печи, что позволяет существенно снизить топливопотребление при организации горячего посяда.

### Литература к главе 1

Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

Металлургические печи. Теория и расчеты: учебник. В 2 т. Т. 1 / В.И. Губинский, В.И. Тимошпольский, В.М. Ольшанский, Б.С. Маст-

рюков, А.П. Несенчук [и др.]. Минск: Беларус. наука, 2007.

Промышленные теплотехнологии: Методики и инженерные расчеты оборудования высокотемпературных теплотехнологий машиностроительного и металлургического производства: учебник / В.И. Тимошпольский, А.П. Несенчук, И.А. Трусова; под общ. ред. А.П. Несенчука, В.И. Тимошпольского. М.: Высш. шк., 1998.

Промышленные теплотехнологии: Моделирование нелинейных процессов: учебник / В.И. Тимошпольский, И.А. Трусова, А.П. Несенчук [и др.]; под общ. ред. В.И. Тимошпольского, А.П. Несенчука. М.: Высш. шк., 2000.

Стальной слиток. В 3 т. Т. 3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. Минск: Беларус. наука, 2001.

Тепло- и массообмен: учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 1 / Б.М. Хрусталева [и др.]; под общ. ред. А.П. Несенчука. Минск: БНТУ, 2007..

Тимошпольский В.И. Теоретические основы теплофизики и термомеханики в металлургии / В.И. Тимошпольский, Ю.С. Постольник, Д.Н. Андрианов. Минск: Беларус. наука, 2005.

# **Глава 2. Теплопроводность при переменных теплофизических характеристиках твердого тела**

2.1.	ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В ТЕЛАХ КЛАССИЧЕСКОЙ ФОРМЫ (ПЛАСТИНА, ЦИЛИНДР И ШАР) ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ТВЕРДОГО ТЕЛА
2.2.	ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В ТЕЛАХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ (ПЛАСТИНА И ЦИЛИНДР) ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ТВЕРДОГО ТЕЛА
2.3.	ОБОБЩЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НАГРЕВА
	ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 2
	ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 2

## **Chapter 2. Heat conduction with varying thermal and physical characteristics of solid body**

## Глава 2. Теплопроводность при переменных теплофизических характеристиках твердого тела

Будут рассмотрены случаи приближенного расчета нагревания (охлаждения) тел классической (одномерные задачи) и произвольной формы (двух- и трехмерные случаи теплопроводности). Отличие такого рассмотрения от сделанного ранее состоит в том, что теплофизические характеристики  $\lambda$ ,  $c_p$  и  $\rho$  здесь будут приниматься зависящими от температуры тела, которую оно получает в процессе нагревания (охлаждения).

### 2.1. Теплопроводность в телах классической формы (пластина, цилиндр и шар) при переменных теплофизических характеристиках твердого тела

Как мы уже усвоили, в телах классической формы потоки теплоты одномерны. В пластине поток направлен по нормали к ее поверхности (всего один поток в направлении оси  $X$ )  $q_x$ . В цилиндре и шаре поток  $q$ , при нагревании направлен по радиусу  $R$  к центру этих тел. Других потоков теплоты в этих телах нет. Совершенно очевидно, что и температурные поля в телах классической формы будут одномерны. Однако эти поля будут существенно отличаться по величине и форме от рассмотренных нами ранее для одномерных задач с постоянными теплофизическими параметрами.

Задача о нагревании (охлаждении) при необходимости разделяется на *две составляющие*:

- внешняя задача — это поступление теплоты к наружной поверхности нагреваемого твердого тела путем теплового излучения и конвекции;
- внутренняя задача — поступление теплоты от наружной поверхности в глубь твердого тела теплопроводностью.

Обе составляющие общего процесса нагревания (охлаждения) жестко связаны между со-

бой граничными условиями, которые рассмотрены в первой части книги<sup>1</sup>.

Следует помнить, что существует много способов решения задач, связанных с температурным полем в твердом теле (нестационарное поле температур), однако все эти способы без исключения позволяют получить лишь приближенное решение. Мы, кстати, помним, что точные решения существуют только для тел классической формы (одномерная теплопроводность), не осложненные многомерностью потока теплоты, переменными  $\lambda$ ,  $c_p$  и  $\rho$ , а также источниками теплоты в твердом теле, действующими самостоятельно, к примеру, в результате химической реакции, но сильно (осложняющие) влияющие на основной поток, поступающий к внешней поверхности тела (тепловое излучение и тепловая конвекция).

#### 2.1.1. Расчет температурных полей в пластине и цилиндре при $\lambda(T) \neq \text{const}$ , $c_p(T) \neq \text{const}$ и $\rho(T) \neq \text{const}$

Мы уже неоднократно говорили о том, что в реальной обстановке нагревания, как правило, теплофизические характеристики с изменением температуры тела сами изменяются, что вносит существенную коррекцию в общий процесс.

#### 2.1.2. Решение задач теплопроводности в пластине и цилиндре методом сеток

##### 1. Температурное поле пластины

Ниже рассмотрим решение для граничных условий 3-го рода.

Рассмотрим замкнутую систему уравнений для нагреваемых изделий (пластины, цилиндра) в случае, когда теплофизические характеристики  $c_p$  и  $\lambda$  (удельная теплоемкость и теплопроводность) материала заданы как функции температуры, т.е. в ходе нагрева изменяются во времени и пространстве. Что касается плотности тела  $\rho$ , которая здесь не упоминается, то она с ростом температуры меняется незначительно и поэтому (для упрощения задачи) не учитывается и принимается постоянной  $\rho(T) = \text{const}$  в процессе нагревания (охлаждения).

Для пластины (плиты) толщиной  $2S$  ( $2X$ ) симметричный нагрев (начало координаты  $x = 0$  размещено в средней плоскости плиты):

<sup>1</sup> Тепло- и массообмен: учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 1 / Б.М. Хрусталева [и др.]; под общ. ред. А.П. Несенчука. Минск: БНТУ, 2007.

$$\rho c(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right],$$

при  $x = \pm S$ :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \sigma (T_r^4 - T_{\text{пов}}^4) + \alpha (T_r - T_{\text{пов}}); \quad (2.1)$$

при  $x = 0$ :  $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ ;

при  $t = 0$ :  $T(x, 0) = T_0(x)$ .

Для цилиндра радиусом  $R$  (начало координат размещено в геометрическом центре сечения):

$$\rho c(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right];$$

при  $r = R$ :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = \sigma (T_r^4 - T_{\text{пов}}^4) + \alpha (T_r - T_{\text{пов}}); \quad (2.2)$$

при  $r = 0$ :  $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$ ;

при  $t = 0$ :  $T(r, 0) = T_0(r)$ .

При решении задач теплопроводности методом сеток сечение тела разделяется на ряд слоев, а непрерывное изменение температуры во времени заменяется скачкообразным изменением по ступеням  $\Delta t$ . При этом весьма удобно использовать элементарные слои одинаковой толщины (например,  $\Delta x = s/n$ , где  $n$  — число слоев) и одинаковый в процессе счета шаг по времени  $\Delta t$ . Однако в ряде случаев желательно иметь более подробное решение для отдельной стадии процесса (например, для начальной стадии нагрева); с другой стороны, шаг  $\Delta t$  может зависеть от условия устойчивости счета (для явных схем) и в связи с этим изменяться по ходу расчета.

В пределах каждого элементарного слоя дифференциальное уравнение теплопроводности заменяется конечно-разностным уравнением, которое может быть получено *двумя способами*.

**При первом способе** составляется уравнение теплового баланса для элементарного слоя. Например, для плоского слоя  $k$  (рис. 2.1, а) можно записать следующее уравнение:

$$q_1 + q_2 = q_c, \quad (2.3)$$

где

$$q_1 = \frac{\lambda_a}{\Delta x} (T_{k+1,t} - T_{k,t}) \Delta t; \quad q_2 = \frac{\lambda_b}{\Delta x} (T_{k-1,t} - T_{k,t}) \Delta t;$$

$$q_c = c_{k,t} \rho \Delta x (T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t}).$$

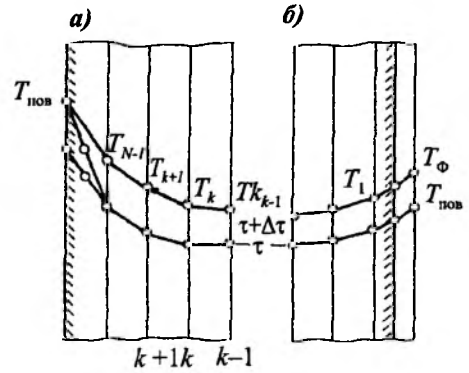


Рис. 2.1. Схема расположения сеточной области у поверхности пластины

Подставляя выражения для  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_c$  в уравнение (2.3) и полагая  $\lambda_a = \frac{1}{2} (\lambda_{k,t} + \lambda_{k+1,t})$  и  $\lambda_b = \frac{1}{2} (\lambda_{k,t} + \lambda_{k-1,t})$ , получаем конечно-разностное уравнение

$$T_{k,t+\Delta t} = T_{k,t} + \left( \frac{\lambda}{c\rho} \right)_{k,t} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \left[ \frac{\lambda_{k+1,t} + \lambda_{k,t}}{2\lambda_{k,t}} (T_{k+1,t} - T_{k,t}) + \frac{\lambda_{k-1,t} + \lambda_{k,t}}{2\lambda_{k,t}} (T_{k-1,t} - T_{k,t}) \right]. \quad (2.4)$$

**При втором способе** рассматривается дифференциальное уравнение, в котором производные заменяются отношениями конечных приращений. В частности, для плоского поля уравнение теплопроводности с учетом изменения теплоемкости  $c$  и теплопроводности  $\lambda$  имеет вид

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (2.5)$$

Полагаем, что

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t}}{\Delta t}; \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_{k+1,t} - T_{k-1,t}}{2\Delta x};$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{2\Delta x}; \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{k+1,t} - 2T_{k,t} + T_{k-1,t}}{\Delta x^2}.$$

Подставляя выражения производных в (2.5), получаем следующее конечно-разностное уравнение:

$$T_{k,t+\Delta t} = T_{k,t} + \left( \frac{\lambda}{c\rho} \right)_{k,t} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \left[ \left( 1 + \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} \right) (T_{k+1,t} - T_{k,t}) + \left( 1 - \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} \right) (T_{k-1,t} - T_{k,t}) \right]. \quad (2.6)$$

При  $\lambda_{k,t} = \frac{1}{2}(\lambda_{k+1,t} + \lambda_{k-1,t})$  уравнение (2.6) превращается в уравнение (2.4).

Таким образом, оба способа приводят к одинаковым конечно-разностным уравнениям. В дальнейшем используется второй способ получения конечно-разностных уравнений, т.е. способ «деформирования» уравнения теплопроводности.

При выводе формулы (2.6) следует обратить внимание на два момента.

**Во-первых**, производная по времени  $\frac{\partial T}{\partial t}$  заменяется отношением «разности вперед» к приращению времени, что приводит к уравнению явного вида, когда находится температура в узловой точке  $k$  в момент  $t + \Delta t$  по значениям температур в точках  $k, k - 1, k + 1$  в момент времени  $t$ .

При этом способе решения существует ограничение шага по времени, определяющее условие устойчивости процесса вычислений, а именно (для плоского поля)

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{2a_{\max,t}}, \quad (2.7)$$

$$\text{где } a_{\max,t} = \left( \frac{\lambda}{c\rho} \right)_{\max,t} = \frac{\lambda_{\max,t}}{c_{\min,t}\rho} \quad (\rho = \text{const}).$$

В случае необходимости получения результатов высокой точности и выбора мелкого шага по координате соблюдение условия (2.7) может привести к значительному удлинению процесса вычислений.

В этом отношении представляет интерес использование «разности назад» при замене производной по времени отношением конечных приращений. Полагая, что

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t}}{\Delta t}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_{k+1,t+\Delta t} - T_{k-1,t+\Delta t}}{2\Delta x};$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{2\Delta x}, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{k+1,t+\Delta t} - 2T_{k,t+\Delta t} + T_{k-1,t+\Delta t}}{\Delta x^2},$$

получаем конечно-разностное уравнение вида

$$\begin{aligned} & \lambda_{k,t} (T_{k+1,t+\Delta t} - 2T_{k,t+\Delta t} + T_{k-1,t+\Delta t}) + \\ & + \frac{1}{4} (\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}) \times (T_{k+1,t+\Delta t} - T_{k-1,t+\Delta t}) - \\ & - \frac{\Delta x^2}{\Delta t} c_{k,t} \rho T_{k,t+\Delta t} = - \frac{\Delta x^2}{\Delta t} c_{k,t} \rho T_{k,t}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

которое является уравнением неявного вида. Для нахождения температур в узловых

точках сеточной области, состоящей из  $N$  слоев, необходимо решить систему  $N$  уравнений. Особенностью уравнения (2.8) является устойчивость процесса вычислений при любой величине шага по времени  $\Delta t$ .

Дюфор и Франкел предложили иной способ получения сеточных уравнений, обладающих абсолютной устойчивостью. Для этого производная по времени заменяется центральной разностью

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t-\Delta t}}{2\Delta t}.$$

Тогда уравнение теплопроводности для плоского слоя примет вид

$$\frac{T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t-\Delta t}}{2a\Delta t} = \frac{T_{k+1,t} - 2T_{k,t} + T_{k-1,t}}{\Delta x^2}.$$

$$\text{С помощью равенства } T_{k,t} = \frac{1}{2}(T_{k,t+\Delta t} + T_{k,t-\Delta t})$$

исключим из уравнения, приведенного выше,  $T_{k,t}$

$$\begin{aligned} & \frac{T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t-\Delta t}}{2a\Delta t} + \frac{1}{\Delta x^2} (T_{k,t+\Delta t} + T_{k,t-\Delta t}) = \\ & = \frac{1}{\Delta x^2} (T_{k+1,t} + T_{k-1,t}). \end{aligned}$$

Обозначив  $v = \Delta x^2 / (2a\Delta t)$ , получим

$$T_{k,t+\Delta t} = \frac{v-1}{v+1} T_{k,t-\Delta t} + \frac{T_{k+1,t} + T_{k-1,t}}{v+1}. \quad (2.9)$$

**Во-вторых**, при выводе уравнения (2.6), как и уравнения (2.8), значения теплофизических характеристик в узлах сетки отнесены к исходному моменту времени  $t$ , что вносит дополнительную погрешность при проведении расчетов. Для устранения этой погрешности следует корректировать значения теплофизических характеристик на каждом шаге  $\Delta t$  после определения температур в узлах сетки для следующего момента времени  $t + \Delta t$ .

Быстрая сходимость последовательных приближений, при которых вносится поправка на значения  $\lambda$  и  $a$  по вновь найденным значениям температуры в узлах сетки, обеспечивается монотонным (в большинстве случаев) характером зависимостей  $\lambda = \lambda(T)$  и  $a = a(T)$ .

При соблюдении устойчивости счета для обычного уравнения явного вида, т.е. при  $a\Delta t / (\Delta x^2) = 1/2$ , уравнение вида (2.9) обращается в известную формулу усреднения

$$T_{k,t+\Delta t} = \frac{1}{2}(T_{k+1,t} + T_{k-1,t}).$$

В общем случае уравнение (2.9) является абсолютно устойчивым при любых соотношениях  $\Delta x$  и  $\Delta t$ . Недостатком его является сравнительно большой объем занимаемой памяти машины в связи с необходимостью хранения температур для двух значений времени:  $t - \Delta t$  и  $t$ .

Изложим приемы получения конечно-разностных уравнений с целью нахождения температурного поля в пластине и цилиндре при заданном начальном распределении температур.

**Уравнения явного вида.** Ранее получено уравнение (2.6), позволяющее последовательно определить температуру во всех узлах сетки в момент времени  $t + \Delta t$  по значениям температур в момент  $t$ , причем выбор шага по времени лимитируется формулой (2.7).

Введем в уравнение (2.6) величину

$$\Pi = \frac{a_{\max} \Delta t}{\Delta x^2};$$

$$\begin{aligned} T_{k,t+\Delta t} = & T_{k,t} + \\ & + \Pi \frac{\bar{a}_{k,t}}{a_{\max,t}} \left[ \left( 1 + \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} \right) (T_{k+1,t} - T_{k,t}) + \right. \\ & \left. + \left( 1 + \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} \right) (T_{k-1,t} - T_{k,t}) \right] \Pi, \end{aligned} \quad (2.10)$$

где  $a_{k,t} = \frac{\lambda_{k,t}}{c_{k,t} \rho}$ ;  $\rho = \text{const}$ .

При расчете необходимо на каждом шаге по времени осуществлять поиск максимального значения  $(a_{k,t})_{\max}$  в узлах сетки и рассчитывать по этой величине шаг по времени:

$$\Delta t = \Pi \frac{\Delta x^2}{a_{\max,t}},$$

причем  $\Pi \leq 1/2$ .

Используем способ Дюфора – Франкела, описанный выше, для получения сеточного уравнения явного вида с абсолютной устойчивостью процесса вычислений.

Применяя соотношения:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t-\Delta t}}{2\Delta t}; \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_{k+1,t} - T_{k-1,t}}{2\Delta x};$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{2\Delta x}; \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{k+1,t} - 2T_{k,t} + T_{k-1,t}}{\Delta x^2},$$

запишем уравнение (2.5) следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{ср} \frac{\Delta x^2}{2a_0 \Delta t} (T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t-\Delta t}) = \\ = \frac{1}{4a_0} (\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}) (T_{k+1,t} - T_{k-1,t}) + \\ + \frac{\lambda_{k,t}}{a_0} (T_{k+1,t} - 2T_{k,t} + T_{k-1,t}). \end{aligned}$$

Исключив  $T_{k,t}$  из последнего уравнения с помощью соотношения  $T_{k,t} = \frac{1}{2}(T_{k,t+\Delta t} + T_{k,t-\Delta t})$ , получим

$$\begin{aligned} v (T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t-\Delta t}) = & - \frac{a_{k,t}}{a_0} (T_{k,t+\Delta t} + T_{k,t-\Delta t}) + \\ & + \frac{\bar{a}_{k,t}}{a_0} \left[ \left( 1 + \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} \right) \times \right. \\ & \left. \times T_{k+1,t} + \left( 1 - \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} \right) T_{k-1,t} \right], \end{aligned}$$

откуда находим

$$\begin{aligned} T_{k,t+\Delta t} = & \frac{v - \frac{\bar{a}_{k,t}}{a_0}}{v + \frac{\bar{a}_{k,t}}{a_0}} T_{k,t-\Delta t} + \\ & + \frac{\bar{a}_{k,t}}{a_0} \left[ \left( 1 + \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} \right) T_{k+1,t} + \right. \\ & \left. + \left( 1 - \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} \right) T_{k-1,t} \right]. \end{aligned} \quad (2.11)$$

При постоянных значениях  $\lambda$  и  $a$  уравнение (2.11) обращается в уравнение (2.9) Дюфора и Франкела.

Сеточное уравнение (2.11) абсолютно устойчиво при любых соотношениях величин, образующих комплекс  $v = \Delta x^2 / (2a_0 \Delta t)$ .

**Уравнение неявного вида.** Как было показано выше, уравнение (2.8) получено

при замене производной  $\frac{\partial T}{\partial t}$  на  $\frac{T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t}}{\Delta t}$ , т.е.

«разностью назад». В нем известными полагаются температура и теплофизические характеристики в узлах сетки в момент  $t$ .

Перепишем уравнение (2.8) в виде



$$\begin{aligned}
 -S_0 T_{k,i} = & -S_0 T_{k,i+\Delta t} + \frac{a_{k,i}}{a_0} T_{k+1,i+\Delta t} - 2 \frac{a_{k,i}}{a_0} T_{k,i+\Delta t} + \\
 & + \frac{a_{k,i}}{a_0} T_{k-1,i+\Delta t} + \frac{a_{k,i}}{a_0} \frac{\lambda_{k+1,i} - \lambda_{k-1,i}}{4\lambda_{k,i}} T_{k+1,i+\Delta t} - \\
 & - \frac{a_{k,i}}{a_0} \frac{\lambda_{k+1,i} - \lambda_{k-1,i}}{4\lambda_{k,i}} T_{k-1,i+\Delta t}, \quad (2.12)
 \end{aligned}$$

где

$$S_0 = \frac{\Delta x^2}{a_0 \Delta t}; \quad a_0 = \text{const.}$$

Обозначим:

$$\beta_{k,i} = \frac{a_{k,i}}{a_0} \left( 1 - \frac{\lambda_{k+1,i} - \lambda_{k-1,i}}{4\lambda_{k,i}} \right);$$

$$\gamma_{k,i} = \frac{a_{k,i}}{a_0} \left( 1 + \frac{\lambda_{k+1,i} - \lambda_{k-1,i}}{4\lambda_{k,i}} \right).$$

Сеточное уравнение (2.12) примет вид

$$\begin{aligned}
 \beta_{k,i} T_{k-1,i+\Delta t} - \left( 2 \frac{a_{k,i}}{a_0} + S_0 \right) T_{k,i+\Delta t} + \\
 + \gamma_{k,i} T_{k+1,i+\Delta t} = -S_0 T_{k,i}. \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

Уравнение (2.13) является сеточным уравнением эллиптического типа, для решения которого могут быть использованы как прямые методы решения систем алгебраических линейных уравнений (например, методы Гаусса, Холецкого), так и различные итерационные методы (Гаусса – Зейделя, Якоби и др.).

### 2. Температурное поле цилиндра

Уравнение теплопроводности для неограниченного цилиндра при его осесимметричном нагреве с учетом переменных значений  $\lambda$ ,  $c$  и  $r$  имеет вид

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right).$$

Или

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial \lambda}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (2.14)$$

Получим сеточное уравнение для цилиндра, как и ранее, относя значения теплофизических характеристик к началу расчетного интервала времени  $\Delta t$ .

Уравнения явного вида. Пусть

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{k,i+\Delta t} - T_{k,i}}{\Delta t}; \quad \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T_{k+1,i} - T_{k-1,i}}{2\Delta r};$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial r} = \frac{\lambda_{k+1,i} - \lambda_{k-1,i}}{2\Delta r}; \quad \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{T_{k+1,i} - 2T_{k,i} + T_{k-1,i}}{\Delta r^2}.$$

Подставляя значения производных в уравнение (2.14), находим соотношение

$$\begin{aligned}
 T_{k,i+\Delta t} = & T_{k,i} + \frac{a_{k,i} \Delta t}{\Delta r^2} \times \\
 & \times \left[ \left( 1 + \frac{\Delta r}{2r} \right) (T_{k+1,i} - T_{k,i}) + \left( 1 - \frac{\Delta r}{2r} \right) (T_{k-1,i} - T_{k,i}) + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{4} \frac{\lambda_{k+1,i} - \lambda_{k-1,i}}{\lambda_{k,i}} (T_{k+1,i} - T_{k-1,i}) \right].
 \end{aligned}$$

Введем в последнее соотношение величину

$$\Pi = \frac{a_{\max,i} \Delta t}{\Delta r^2};$$

$$\begin{aligned}
 T_{k,i+\Delta t} = & T_{k,i} + \Pi \frac{a_{k,i}}{a_{\max,i}} \times \\
 & \times \left[ \left( 1 + \frac{\lambda_{k+1,i} - \lambda_{k-1,i}}{4\lambda_{k,i}} \right) \left( 1 + \frac{1}{2i} \right) (T_{k+1,i} - T_{k,i}) + \right. \\
 & \left. + \left( 1 - \frac{\lambda_{k+1,i} - \lambda_{k-1,i}}{4\lambda_{k,i}} \right) \left( 1 - \frac{1}{2i} \right) (T_{k-1,i} - T_{k,i}) \right]. \quad (2.15)
 \end{aligned}$$

Сеточное уравнение (2.15) получено для случая разделения радиуса цилиндра на  $N$  слоев равной ширины  $\Delta r = R/N$ , причем  $r_i = i\Delta r$ , где  $i = 1, 2, 3, \dots, N-1$ .

На оси цилиндра величина  $\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r}$  представляет собой неопределенность типа  $\frac{0}{0}$ . Пользуясь

правилом Лопиталья, можно показать, что

$$\left. \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r \rightarrow 0} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2},$$

в связи с чем уравнение (2.14) для осевого элементарного слоя примет вид

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = 2\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial \lambda}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r}.$$

Заменяя в последнем уравнении производные отношениями конечных приращений, получаем расчетное соотношение для определения температуры на оси цилиндра

$$\begin{aligned}
 T_{0,i+\Delta t} = & T_{0,i} + 4\Pi \frac{a_{0,i}}{a_{\max,i}} \times \\
 & \times \left( 1 + \frac{\lambda_{1,i} - \lambda_{0,i}}{4\lambda_{0,i}} \right) (T_{1,i} - T_{0,i}). \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

Условие устойчивости процесса вычислений по формулам (2.15) и (2.16) имеет вид

$$\Pi \leq 1/4.$$

Для получения абсолютно устойчивых расчетных соотношений явного вида используем метод Дюфора – Франкела. Пусть

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t-\Delta t}}{2\Delta t},$$

тогда уравнение (2.14) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} & \text{ср} \frac{\Delta r^2}{2a_0 \Delta t} (T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t-\Delta t}) = \\ & = \frac{\lambda_{k,t}}{a_0} (T_{k+1,t} - 2T_{k,t} + T_{k-1,t}) + \\ & + \frac{1}{4a_0} (\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}) (T_{k+1,t} - T_{k-1,t}) + \\ & + \frac{\lambda_{k,t}}{a_0} \frac{\Delta r}{r} (T_{k+1,t} - T_{k-1,t}) \end{aligned}$$

Исключая из последнего уравнения  $T_{k,t}$  с помощью соотношения  $T_{k,t} = \frac{1}{2}(T_{k,t+\Delta t} + T_{k,t-\Delta t})$ , получаем

$$\begin{aligned} v(T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t-\Delta t}) &= -\frac{a_{k,t}}{a_0} (T_{k,t+\Delta t} + T_{k,t-\Delta t}) + \\ & + \frac{a_{k,t}}{a_0} \left[ \left( 1 + \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} + \frac{\Delta r}{2r_k} \right) \times \right. \\ & \left. \times T_{k+1,t} + \left( 1 - \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} - \frac{\Delta r}{2r_k} \right) T_{k-1,t} \right]. \end{aligned}$$

Откуда

$$\begin{aligned} T_{k,t+\Delta t} &= \frac{v - \frac{a_{k,t}}{a_0}}{v + \frac{a_{k,t}}{a_0}} T_{k,t-\Delta t} + \frac{\frac{a_{k,t}}{a_0}}{v + \frac{a_{k,t}}{a_0}} \times \\ & \times \left[ \left( 1 + \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} + \frac{\Delta r}{2r_k} \right) T_{k+1,t} + \right. \\ & \left. + \left( 1 - \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} - \frac{\Delta r}{2r_k} \right) T_{k-1,t} \right], \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\text{где } v = \frac{\Delta r^2}{2a_0 \Delta t}; \quad a_0 = a_{T-T_0} = \text{const.}$$

**Уравнения неявного вида.** Пусть

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{k,t+\Delta t} - T_{k,t}}{\Delta t}; \quad \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T_{k+1,t+\Delta t} - T_{k-1,t+\Delta t}}{2\Delta r};$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial r} = \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{2\Delta r};$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{T_{k+1,t+\Delta t} - 2T_{k,t+\Delta t} + T_{k-1,t+\Delta t}}{\Delta r^2}.$$

Подставим значения производных в уравнение (2.14):

$$\begin{aligned} -S_0 T_{k,t} &= \frac{a_{k,t}}{a_0} \left( 1 + \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} + \frac{\Delta r}{2r_k} \right) \times \\ & \times T_{k+1,t+\Delta t} - \left( 2 \frac{a_{k,t}}{a_0} + S_0 \right) T_{k,t+\Delta t} + \\ & + \frac{a_{k,t}}{a_0} \left( 1 - \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} - \frac{\Delta r}{2r_k} \right) T_{k-1,t+\Delta t}, \end{aligned}$$

где

$$S_0 = \frac{\Delta r^2}{a_0 \Delta t}.$$

Обозначим

$$\beta_{k,t} = \frac{a_{k,t}}{a_0} \left( 1 - \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} - \frac{\Delta r}{2r_k} \right);$$

$$\gamma_{k,t} = \frac{a_{k,t}}{a_0} \left( 1 + \frac{\lambda_{k+1,t} - \lambda_{k-1,t}}{4\lambda_{k,t}} + \frac{\Delta r}{2r_k} \right).$$

Сеточное уравнение (2.17) примет вид

$$\begin{aligned} \beta_{k,t} T_{k-1,t+\Delta t} - \left( 2 \frac{a_{k,t}}{a_0} + S_0 \right) T_{k,t+\Delta t} + \\ + \gamma_{k,t} T_{k+1,t+\Delta t} = -S_0 T_{k,t}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Решить уравнение (2.18), как и уравнение (2.13), можно либо прямыми способами (путем решения системы линейных уравнений), либо итерационными методами.

**Учет граничного условия при теплообмене путем излучения и конвекции.** С учетом теплообмена излучением и конвекцией граничное условие на поверхности нагрева запишется в виде

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \sigma (T_r^4 - T_{\text{пов}}^4) + \alpha (T_r - T_{\text{пов}}), \quad (2.19)$$

где  $n$  – направление нормали к поверхности тела;  $T_r$  – температура среды (греющей или охлаждающей).

Решение задач теплопроводности методом сеток при граничном условии вида (2.19) можно

осуществить с введением граничного полуслоя либо без такового. В последнем случае расчетное сечение тела разделяется на целое число слоев и для определения температур на поверхности составляется отдельное расчетное соотношение. Так, при расчетах нагрева излучением неограниченной пластины толщиной  $2S$  для слоя, прилегающего к поверхности пластины, составлялось уравнение баланса теплоты (при  $\alpha = 0$ ):  $q_c = q_1 + q_2$ , где:

$$q_c = \sigma(T_r^4 - T_{N,l}^4)\Delta t; \quad q_1 = \frac{\lambda}{\Delta x}(T_{N,l} - T_{N-1,l})\Delta t;$$

$$q_2 = 0,5\sigma\Delta x(T_{N,l+\Delta} - T_{N,l}).$$

Подставляя выражения для тепловых потоков в уравнение баланса, получаем соотношение явного вида для нахождения температуры поверхности пластины

$$\theta_{N,l+\Delta} = \theta_{N,l} + 2\frac{Sk}{N}\frac{\Delta Fo}{\Delta x^2}(1 - \theta_{N,l}^4) - 2\frac{\Delta Fo}{\Delta x^2}(\theta_{N,l} - \theta_{N-1,l}), \quad (2.20)$$

где  $Sk = \sigma ST_r^3/\lambda$ ;  $Fo = at/S^2$ ;  $\theta = T/T_r$ ;  $\Delta x = S/N$ .

Как показали результаты вычислений при разделении сечения пластины  $S$  на 20 слоев и использовании уравнения (2.20), суммарная погрешность решения задачи теплопроводности методом конечных разностей составляет десятые и сотые доли процента.

Возможен и иной способ учета граничных условий при решении задач теплопроводности методом сеток, связанный с введением фиктивного полуслоя у нагреваемой (или у охлаждаемой) поверхности тела. При таком способе, описанном П.П. Юшковым, граница сечения тела помещается посередине последнего (граничного) слоя сечения (рис. 2.1, б) и принимается условие

$$T_{нов} = \frac{1}{2}(T_N + T_\phi) \quad (2.21)$$

Заменяя в уравнении (2.19) производную

$\frac{\partial T}{\partial n}$  отношением  $\frac{T_\phi - T_N}{\Delta x}$ , можно получить (при  $\sigma = 0$ ) с учетом (2.21) выражение для температуры в фиктивном внешнем полуслое

$$T_\phi = \frac{\left(1 - \frac{\alpha\Delta x}{2\lambda}\right)T_N + \frac{\alpha\Delta x}{\lambda}T_r}{\left(1 + \frac{\alpha\Delta x}{2\lambda}\right)}. \quad (2.22)$$

### 2.1.3. Результаты расчетов

Для стальных слитков и заготовок диаметром 200...1200 мм, нагреваемых в печи при температуре 800...1600 °С, радиационный критерий  $Sk$  изменяется от 0,15 до 4...5. Относительная начальная температура  $\theta_{нач} = T_{нач}/T_r$  при нагреве сравнительно холодного металла в печи с температурой 800...1600 °С изменяется от 0,15 до 0,5.

Расчеты нагрева неограниченной пластины излучением проводились при шести значениях относительной начальной температуры:  $\theta_{нач} = 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,4; 0,5$ , причем для каждого значения  $\theta_{нач}$  радиационный критерий  $Sk$  принимался равным 0,4; 1; 2; 4; 10.

Расчеты нагрева неограниченного цилиндра излучением проводились при четырех значениях относительной начальной температуры:  $\theta_{нач} = 0,15; 0,2; 0,3$  и  $0,5$ , причем для каждого значения  $\theta_{нач}$  радиационный критерий  $Sk$  принимался равным 0,25; 0,5; 0,75; 1; 1,5.

Расчеты нагрева пластины одновременно излучением и конвекцией проводились при значениях критериев  $Sk = 0,5; 1; 2; 4$  и  $Bi/Sk = 0,1; 0,3; 0,5; 1; 2$  при каждом значении критерия Старка. В расчетах нагрева цилиндра были исследованы  $Sk = 0,25; 0,5; 0,75; 1; 1,5$  при  $Bi/Sk = 0,1; 0,15; 0,2; 0,5; 1$  при каждом значении  $Sk$ . Относительная начальная температура принималась равной 0,15.

Число слоев  $N$ , на которое разделялись радиус либо половина толщины пластины  $R$  или  $S$ , принималось равным 20, т.е.  $\Delta x = 1/N = 1/20$ .

Шаг по критерию  $Fo$  в каждом расчетном интервале составлял

$$\Delta Fo = \frac{1}{4}\Delta x^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{20}\right)^2 = \frac{1}{1600}.$$

Длительность интервала времени для цилиндра

$$\Delta t = \frac{1}{1600} \frac{R^2}{a},$$

для пластины

$$\Delta t = \frac{1}{1600} \frac{S^2}{a}.$$

Для каждого расчетного интервала определялась температура в 21 точке по сечению тела: в 19 внутренних и в двух граничных.

Для большинства режимов расчеты проводились вплоть до значений критерия  $Fo = 2$  (3200 интервалов  $\Delta t$ ). В ряде случаев (нагрев пластины излучением при  $\theta_{нач} = 0,2...0,5$ ) максимальное значение критерия  $Fo$  равнялось 1.

Результаты расчетов относительной температуры  $\theta$  в 21 точке по сечению пластины и цилиндра выдавались счетной машиной в большинстве случаев через 0,1, т.е. через 160 расчетных интервалов  $\Delta Fo$ , вплоть до значений  $Fo = 2$ . В дальнейшем подсчитывалась разность температур по сечению ( $\Delta\theta_T = \theta_{пов} - \theta_{осн}$ ), средняя по массе температура и поглощаемый поверхностью тепловой поток (рис. 2.2 и 2.3).

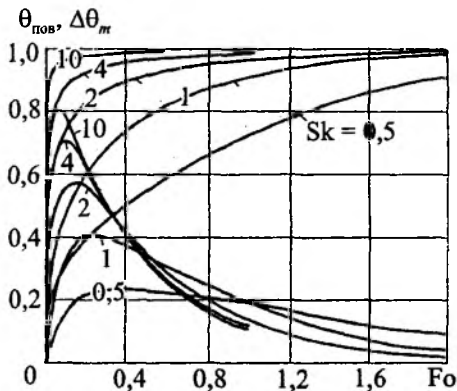


Рис. 2.2. Изменение относительной температуры поверхности пластины  $\theta_{пов}$  и разности температур по сечению  $\Delta\theta_m$  в зависимости от критериев  $Fo$  и  $Sk$  при  $\theta_{нач} = 0,15$

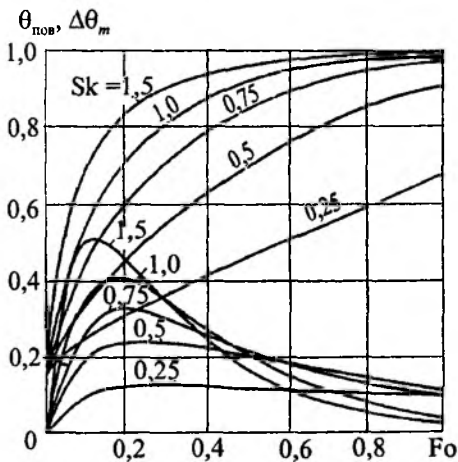


Рис. 2.3. Изменение относительной температуры поверхности цилиндра  $\theta_{пов}$  и разности температур по сечению  $\Delta\theta_m$  в зависимости от критериев  $Fo$  и  $Sk$  при  $\theta_{нач} = 0,15$

## 2.2. Теплопроводность в телах произвольной формы (пластина и цилиндр) при переменных теплофизических характеристиках твердого тела

Процесс нагревания многомерных заготовок (рис. 2.4, а) и слитков с переменными теплофизическими характеристиками достаточно сложен, и, как и ранее, в случаях нагрева тел классической формы с переменными теплофизическими характеристиками поддается лишь приближенной оценке с использованием специальных аналитических и численных методов расчета.

### 2.2.1. Расчет температурных полей в пластине и цилиндре при $\lambda(T) \neq \text{const}$ , $c_p(T) \neq \text{const}$ и $\rho(T) \neq \text{const}$ при граничных условиях 3-го рода

К числу факторов, в наибольшей степени осложняющих анализ процесса нагрева слитков и заготовок, можно отнести следующие:

- сложный характер теплообмена в рабочем пространстве камеры в условиях неравномерного в пространстве и нестационарного во времени поля температуры греющей среды;
- изменение теплофизических характеристик металла и греющей среды в процессе нагрева;
- асимметрию температурного поля в нагреваемых заготовках (слитках) и др.

В связи со сложностью процесса проведение расчетов нагрева металла возможно лишь при определенной схематизации с учетом наиболее существенных факторов. Получившие распространение к настоящему времени методы расчетов нагрева слитков исходят из допущения об осевой симметрии температурного поля в слитках цилиндрической и прямоугольной формы.

Рассмотрим процесс нагрева в нагревательном колодце (см. рис. 2.4, а и б). Весь период нагрева разделяется на две стадии: процесс повышения температуры печи и процесс выдержки при постоянной температуре печи. В первой стадии расчет нагрева слитков проводится с использованием простейших соотношений теории теплопроводности:

$$q = \frac{2\Delta T \lambda}{R}, \quad \bar{T} = T_{пов} - \frac{1}{2} \Delta T \text{ и т.д.}$$

при заданной величине поглощаемого поверхностью слитков теплового потока  $q$ . Изменение те-

а)



б)

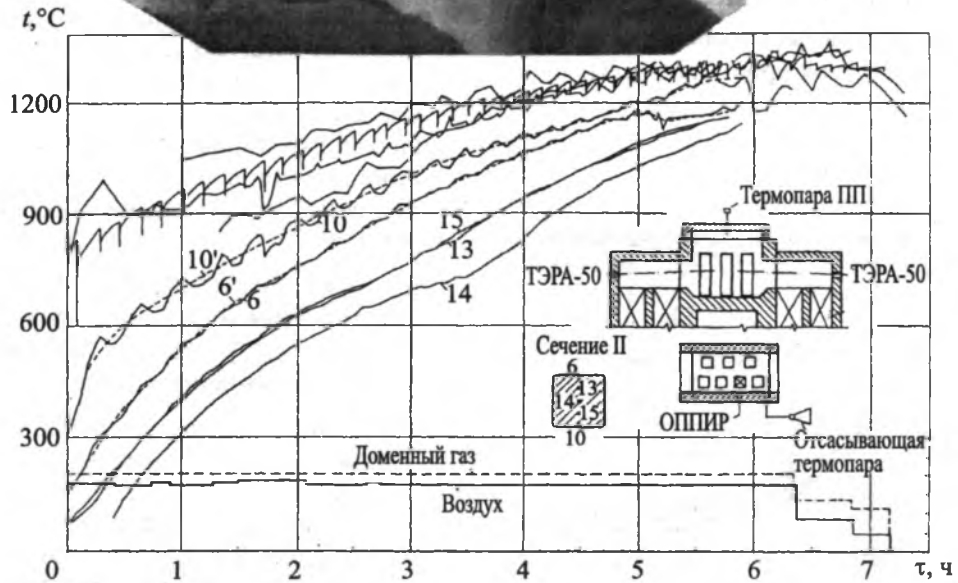


Рис. 2.4. Нагревание двухмерной заготовки квадратного сечения из стали  $Tr20^1$ :  
 а — общий вид заготовки перед загрузкой в нагревательный колодец; б — изменение температуры заготовки в зависимости от времени нагревания (температуры показаны в сечении II; пунктирными линиями, поз. 6' и 10', показано осреднение температур; верхние линии — температура в печи)

плофизических характеристик металла предлагается учитывать путем разделения периода нагрева (по средней температуре слитков) на ряд интервалов, в каждом из которых теплофизические свойства металла полагаются неизменными и одинаковыми по сечению слитка.

Указанный способ расчета нагрева слитка в колодце основан на отделении внутренней задачи теплопроводности в металле от задачи внешнего теплообмена в камере колодца. При таком упрощенном подходе удастся осуществить определение температурного поля в слитках при задании параметров греющей среды в виде температуры среды  $T_c$  (или температуры печи  $T_{печ}$ ) и видимого коэффициента теплообмена излучением  $\sigma_v$ , учитывающего геометрические характеристики камеры колодца, степень черноты греющих газов и поверхности слитков.

Имея в виду необходимость получения общего решения задачи о теплообмене в рабочей камере колодца с учетом взаимодействия процессов в нагреваемых слитках и в газовой среде, следует тем не менее признать целесообразным раздельное решение внутренней и внешней задач теплопереноса, по крайней мере для анализа ряда факторов, определяющих температурное поле в слитках. Целью такого анализа является оценка некоторых допущений, лежащих в основе упрощенных инженерных методов расчета нагрева.

Ниже излагаются результаты расчетного анализа температурного поля в слитках квадратного поперечного сечения, причем одновременно изучается влияние следующих факторов:

- химического состава стали, определяющего вид зависимости теплофизических характеристик от температуры;

<sup>1</sup>Стальной слиток. В 3 т. Т. 3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. Минск: Белорус. наука, 2001.

- размера слитка;
- асимметрии нагрева;
- температурного графика печи;
- начальной неравномерности температурного поля слитков;
- коэффициента излучения.

Рассматривалось температурное поле в слитках квадратного сечения (размерами  $A \times A$ ) с учетом теплообмена излучением на поверхности, причем температура печи (греющей среды) и коэффициент теплообмена излучением принимались заданными функциями времени. Физико-математическая формулировка задачи имеет вид:

$$c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right); \quad (2.23)$$

$$\left| \lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\text{пов}} = \sigma_v (T_{\text{печ}}^4 - T_{\text{пов}}^4), \quad (2.24)$$

где  $n$  — направление нормали к поверхности.

$$T_{\text{нач}} = T_0 + 4\Delta T (X - X^2) + 4\Delta T (Y - Y^2), \quad (2.25)$$

где  $T_0$  — начальная температура ребра слитка,  $\Delta T = T_{\text{осн.нач}} - T_{\text{гр.нач}} = T_{\text{гр.нач}} - T_0$ , причем начало отсчета безразмерных координат  $X = x/A$  и  $Y = y/A$  принято на одном из ребер слитка.

Нетрудно убедиться в том, что формула (2.25) выражает задание начального распределения температур в слитке в виде осесимметричного параболоида, параметры которого ( $T_0$ ,  $\Delta T$ ) полагаются известными из опытов по охлаждению слитков после разливки.

Температурный график печи, т.е. вид зависимости  $T_{\text{печ}} = \varphi(\tau)$ , полагался заданным и разделялся на два-три временных интервала: один-два интервала подъема температуры печи по линейному закону, т.е.

$$T_{\text{печ}} = T_{\text{печ},0} + b\tau \quad (2.26)$$

и интервал выдержки (томления) слитков при  $T_{\text{печ}} = \text{const}$ .

Графики изменения температуры печи, как и значения коэффициентов теплообмена излучением, задавались на основе эмпирических данных, полученных при исследовании тепловой работы колодцев.

Решение задачи, определяемой системой (2.23) — (2.25), проводилось методом сеток; схема сеточной области, заполняющей поперечное сечение слитка, показана на рис. 2.5.

Дифференциальное уравнение теплопроводности заменялось сеточным уравнением явного вида

$$T_{m,k,\tau+\Delta\tau} = T_{m,k,\tau} + \Pi \frac{a_{m,k,\tau}}{a_{\text{max},\tau}} \left[ \left( 1 + \frac{\lambda_{m,k+1,\tau} - \lambda_{m,k-1,\tau}}{4\lambda_{m,k,\tau}} \right) \times \right.$$

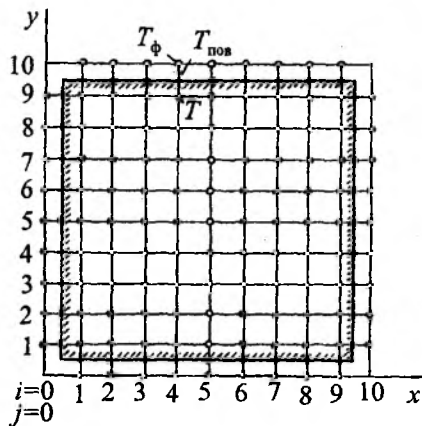


Рис. 2.5. Схема сеточной области в сечении квадратного слитка

$$\begin{aligned} & \times (T_{m,k+1,\tau} - T_{m,k,\tau}) + \left( 1 - \frac{\lambda_{m,k+1,\tau} + \lambda_{m,k-1,\tau}}{4\lambda_{m,k,\tau}} \right) \times \\ & \times T_{m,k-1,\tau} - T_{m,k,\tau} + \left( 1 + \frac{\lambda_{m+1,k,\tau} - \lambda_{m-1,k,\tau}}{4\lambda_{m,k,\tau}} \right) \times \\ & \times T_{m+1,k,\tau} - T_{m,k,\tau} + \left( 1 - \frac{\lambda_{m+1,k,\tau} - \lambda_{m-1,k,\tau}}{4\lambda_{m,k,\tau}} \right) \times \\ & \times (T_{m-1,k,\tau} - T_{m,k,\tau}) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Значения коэффициентов тепло- и теплопроводности отнесены, как видно из уравнений (2.27), к температурам в узлах сеточной области в начале каждого расчетного интервала времени. Зависимость коэффициентов  $\lambda$  и  $a$  от температуры принималась из опытных данных

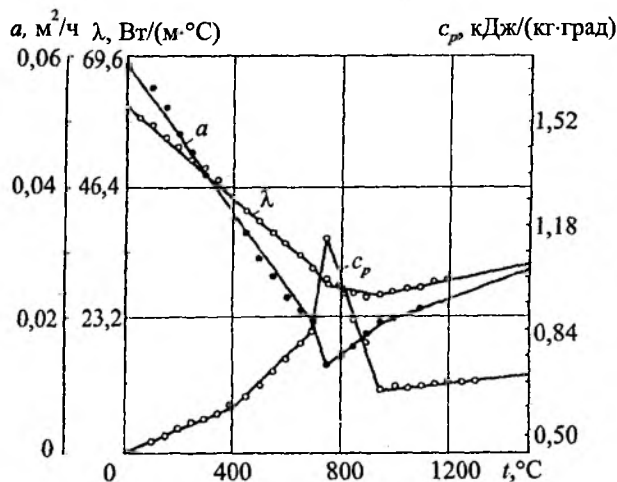


Рис. 2.6. Зависимость теплофизических свойств стали 08 от температуры

и аппроксимировалась кусочно-линейной функцией вида:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{m,k,\tau} &= \lambda_{n-1} [1 + k_{\lambda n} (T_{m,k,\tau} - T_{n-1})], \\ a_{m,k,\tau} &= a_{n-1} [1 + k_{an} (T_{m,k,\tau} - T_{n-1})]. \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

На рис. 2.6 представлены значения коэффициентов  $\lambda$ ,  $c$ ,  $a$  для стали 08, а также показаны ломаные линии, отражающие зависимости  $\lambda(T)$  и  $a(T)$  в соответствии с формулами (2.28). Значения коэффициентов  $\lambda_{n-1}$ ,  $a_{n-1}$ ,  $k_{\lambda n}$  и  $k_{an}$  представлены в табл. 2.1—2.6 для стали 08 и других изученных марок стали. Графики на рис. 2.7—2.11 иллюстрируют указанную зависимость для ряда других распространенных марок стали.

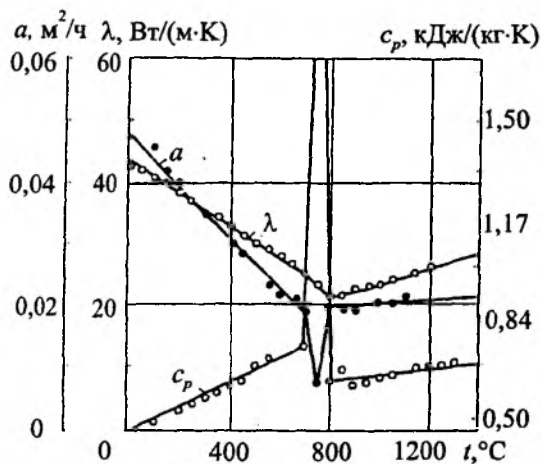


Рис. 2.7. Изменение теплофизических характеристик стали У8

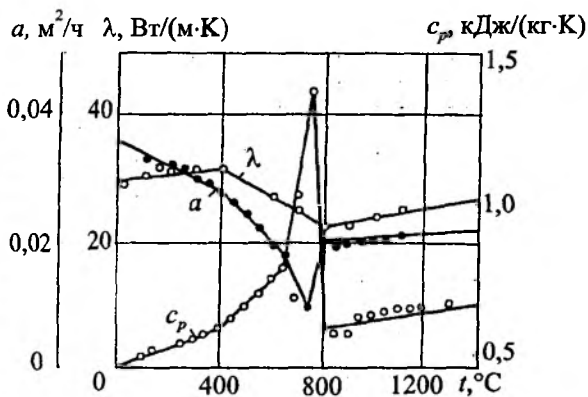


Рис. 2.8. Изменение теплофизических характеристик стали 30XНЗ

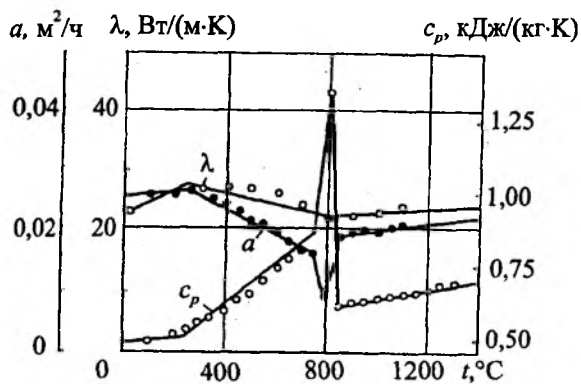


Рис. 2.9. Изменение теплофизических характеристик стали 50С2Г

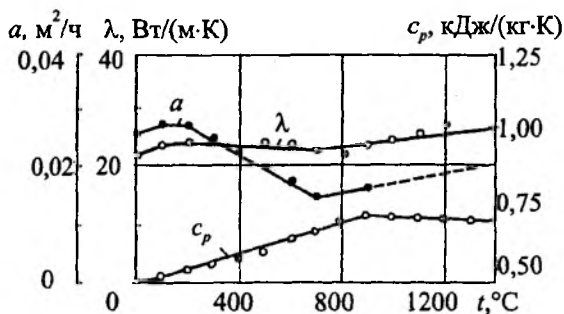


Рис. 2.10. Изменение теплофизических характеристик стали 3X13

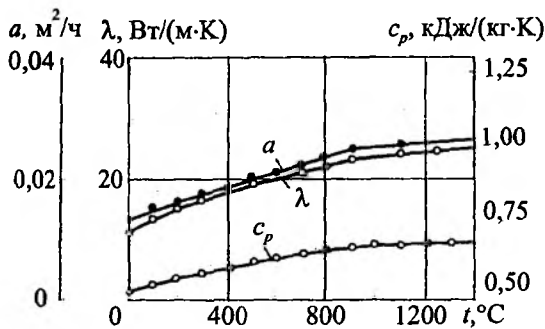


Рис. 2.11. Изменение теплофизических характеристик стали 1X18Н9Т

## Теплофизические характеристики стали 08

№ п/п	$T_n, K$	$\lambda_n, Вт/(м·К)$	$c_n, кДж/(кг·К)$	$a_n, м^2/ч$	$K_{\lambda n}$	$K_{c n}$	$K_{a n}$
1	273	59,5	0,46	0,059	$-0,635 \cdot 10^{-3}$	$0,628 \cdot 10^{-3}$	$-0,974 \cdot 10^{-3}$
2	673	44,4	0,586	0,036	$-0,907 \cdot 10^{-3}$	$0,143 \cdot 10^{-2}$	$-0,157 \cdot 10^{-2}$
3	973	32,3	0,837	0,019	$-0,216 \cdot 10^{-2}$	$0,680 \cdot 10^{-2}$	$-0,737 \cdot 10^{-2}$
4	1023	28,8	1,122	0,012	$-0,325 \cdot 10^{-3}$	$-0,214 \cdot 10^{-2}$	$0,250 \cdot 10^{-2}$
5	1223	27,0	0,640	0,018	$-0,376 \cdot 10^{-3}$	$0,142 \cdot 10^{-3}$	$0,100 \cdot 10^{-2}$
6	1773	35,56	0,691	0,027	—	—	—

Таблица 2.2

## Теплофизические характеристики стали У8

№ п/п	$T_n, K$	$\lambda_n, Вт/(м·К)$	$c_n, кДж/(кг·К)$	$a_n, м^2/ч$	$K_{\lambda n}$	$K_{c n}$	$K_{a n}$
1	273	51,4	0,460	0,0483	$-0,620 \cdot 10^{-3}$	$0,870 \cdot 10^{-3}$	$-0,875 \cdot 10^{-3}$
2	973	29,1	0,741	0,0187	$-0,176 \cdot 10^{-3}$	$0,362 \cdot 10^{-1}$	$-0,125 \cdot 10^{-2}$
3	1023	26,5	2,080	0,0070	$-0,167 \cdot 10^{-2}$	$-0,140 \cdot 10^{-1}$	$0,369 \cdot 10^{-1}$
4	1073	24,3	0,624	0,0199	$-0,325 \cdot 10^{-3}$	$0,157 \cdot 10^{-3}$	$0,100 \cdot 10^{-3}$
5	1373	28,5	0,653	0,0205	$-0,376 \cdot 10^{-3}$	$0,160 \cdot 10^{-3}$	$0,110 \cdot 10^{-3}$
6	1773	34,2	0,695	0,0214	—	—	—

Таблица 2.3

## Теплофизические характеристики стали 30ХН3

№ п/п	$T_n, K$	$\lambda_n, Вт/(м·К)$	$c_n, кДж/(кг·К)$	$a_n, м^2/ч$	$K_{\lambda n}$	$K_{c n}$	$K_{a n}$
1	273	34,7	0,460	0,0360	$0,134 \cdot 10^{-3}$	$0,705 \cdot 10^{-3}$	$-0,570 \cdot 10^{-3}$
2	673	36,5	0,590	0,0278	$-0,713 \cdot 10^{-3}$	$0,147 \cdot 10^{-2}$	$-0,141 \cdot 10^{-2}$
3	926	30,0	0,808	0,0180	$-0,852 \cdot 10^{-3}$	$0,710 \cdot 10^{-2}$	$-0,483 \cdot 10^{-2}$
4	1023	27,5	1,381	0,0093	$-0,102 \cdot 10^{-2}$	$-0,114 \cdot 10^{-1}$	$-0,234 \cdot 10^{-2}$
5	1073	26,1	0,590	0,0202	$0,344 \cdot 10^{-3}$	$0,213 \cdot 10^{-3}$	$0,212 \cdot 10^{-4}$
6	1773	32,3	0,678	0,0233	—	—	—

Таблица 2.4

## Теплофизические характеристики стали 50С2Г

№ п/п	$T_n, K$	$\lambda_n, Вт/(м·К)$	$c_n, кДж/(кг·К)$	$a_n, м^2/ч$	$K_{\lambda n}$	$K_{c n}$	$K_{a n}$
1	273	25,8	0,494	0,0254	$0,101 \cdot 10^{-3}$	$0,237 \cdot 10^{-3}$	$0,189 \cdot 10^{-3}$
2	523	33,3	0,523	0,0266	$-0,345 \cdot 10^{-3}$	$0,131 \cdot 10^{-2}$	$-0,752 \cdot 10^{-3}$
3	1023	26,8	0,866	0,0166	$-0,348 \cdot 10^{-3}$	$0,115 \cdot 10^{-2}$	$-0,915 \cdot 10^{-2}$
4	1073	26,3	1,360	0,0090	$0,885 \cdot 10^{-4}$	$-0,111 \cdot 10^{-1}$	$0,224 \cdot 10^{-1}$
5	1123	26,4	0,612	0,0191	$0,948 \cdot 10^{-4}$	$0,158 \cdot 10^{-3}$	$0,274 \cdot 10^{-3}$
6	1773	28,3	0,674	0,0225	—	—	—

Таблица 2.5

## Теплофизические характеристики стали 3Х13

№ п/п	$T_n, K$	$\lambda_n, Вт/(м·К)$	$c_n, кДж/(кг·К)$	$a_n, м^2/ч$	$K_{\lambda n}$	$K_{c n}$	$K_{a n}$
1	273	24,4	0,460	0,025	$0,810 \cdot 10^{-3}$	$0,182 \cdot 10^{-3}$	$-0,400 \cdot 10^{-3}$
2	373	26,4	0,469	0,026	$0,308 \cdot 10^{-3}$	$0,625 \cdot 10^{-3}$	0
3	473	27,2	0,498	0,026	$-0,197 \cdot 10^{-3}$	$0,572 \cdot 10^{-3}$	$-0,922 \cdot 10^{-3}$
4	973	25,6	0,640	0,014	$0,277 \cdot 10^{-3}$	$0,392 \cdot 10^{-3}$	$0,172 \cdot 10^{-2}$
5	1173	26,8	0,691	0,019	$0,217 \cdot 10^{-3}$	$-0,505 \cdot 10^{-4}$	$0,263 \cdot 10^{-3}$
6	1773	30,2	0,670	0,022	—	—	—



Теплофизические характеристики стали 1X18H9T

№ п/п	$T_n$ , К	$\lambda_n$ , Вт/(м·К)	$c_n$ , кДж/(кг·К)	$a_n$ , м <sup>2</sup> /ч	$K_{\lambda n}$	$K_{c n}$	$K_{a n}$
1	273	13,1	0,490	0,013	$0,168 \cdot 10^{-2}$	$0,470 \cdot 10^{-3}$	$0,115 \cdot 10^{-2}$
2	473	17,6	0,523	0,016	$0,860 \cdot 10^{-3}$	$0,313 \cdot 10^{-3}$	$0,782 \cdot 10^{-3}$
3	873	23,6	0,603	0,021	$0,469 \cdot 10^{-3}$	$0,185 \cdot 10^{-3}$	$0,635 \cdot 10^{-3}$
4	1173	27,0	0,636	0,025	$0,495 \cdot 10^{-3}$	$0,987 \cdot 10^{-4}$	$0,200 \cdot 10^{-3}$
5	1373	29,7	0,649	0,026	$0,490 \cdot 10^{-4}$	$0,484 \cdot 10^{-4}$	$0,962 \cdot 10^{-4}$
6	1773	27,6	0,661	0,027	—	—	—

Граничное условие (2.24) вводилось в расчет с помощью узлов внешнего полуслоя (см. рис. 2.5).

Заменяя производную  $\frac{\partial T}{\partial n}$  отношением  $\frac{T_\phi - T_1}{h}$  и используя выражение

$$T_{\text{пов}} = \frac{1}{2}(T_1 + T_\phi), \quad (2.29)$$

можно получить следующее выражение температуры в фиктивных узлах сетки

$$T_\phi = \frac{\left(1 - \frac{\alpha h}{2\lambda}\right)T + \frac{\alpha h}{\lambda}T_{\text{печ}}}{1 + \frac{\alpha h}{2\lambda}}, \quad (2.30)$$

где  $\alpha = \sigma_{\text{в}} \frac{T_{\text{печ}}^4 - T_{\text{пов}}^4}{T_{\text{печ}} - T_{\text{пов}}}$  — эффективный коэффициент теплоотдачи.

При расчетах с использованием формулы (2.30) определенная погрешность возникает за счет того, что температуры в точках поверхности слитка ( $T_{\text{пов}}$ ) известны в начале расчетных интервалов времени ( $\Delta\tau$ ), в то время как температура  $T_\phi$  определяется в конце интервалов  $\Delta\tau$ . Для уменьшения указанной погрешности воспользуемся формулой последовательных приближений Ньютона

$$T_\phi^{(i+1)} = T_\phi^{(i)} - \frac{f(T_\phi^{(i)})}{f'(T_\phi^{(i)})}. \quad (2.31)$$

Функцию  $f(T_\phi)$  получим, перенося в одну часть члены уравнения (2.24), с учетом (2.29):

$$f(T_\phi) = \frac{\lambda}{h}(T_\phi - T_1) - \sigma_{\text{в}} \left[ T_{\text{печ}}^4 - \frac{1}{16}(T_1 + T_\phi)^4 \right]$$

и

$$f'(T_\phi) = \frac{\lambda}{h} + \frac{\sigma_{\text{в}}}{4}(T_1 + T_\phi)^3.$$

С учетом выражений  $f(T_\phi)$  и  $f'(T_\phi)$  формула (2.31) принимает вид

$$T_\phi^{(i+1)} = T_\phi^{(i)} - \frac{\frac{\lambda}{h}(T_\phi^{(i)} - T_1) - \sigma_{\text{в}} \left[ T_{\text{печ}}^4 - \frac{1}{16}(T_1 + T_\phi^{(i)})^4 \right]}{\frac{\lambda}{h} + \frac{\sigma_{\text{в}}}{4}(T_1 + T_\phi^{(i)})^3}. \quad (2.32)$$

Уравнение (2.32) позволяет определить путем последовательных приближений значения  $T_\phi$  с заданной точностью ( $T_1$  — температуры в соответствующих узлах сеточной области, прилегающих к поверхности изнутри), после чего можно рассчитать температуры в точках поверхности слитка по формуле (2.29).

Величина комплекса  $\Pi = a_{\text{макс},\tau} \Delta\tau / h^2$  принята равной 1/4, что отвечает условию устойчивости процесса вычислений по формуле (2.27).

При проведении расчетов сечение слитка разделяли на 8—16 продольных и поперечных слоев. Оценка погрешности вычислений показала, что в начальной стадии нагрева (при  $\tau \leq 0,5 \dots 1$  ч) погрешность определения температуры составляет 5...7°, а в последующем (при  $\tau > 1$  ч) быстро уменьшается до 1° и менее.

Ниже анализируем влияние различных факторов на процесс нагрева блюминговых слитков и заготовок квадратного сечения.

### 1. Влияние химического состава стали

При изучении влияния марки стали на процесс нагрева в расчетах принимался различный характер изменения теплофизических свойств стали от температуры (см. рис. 2.6—2.11).

На рис. 2.12 показаны результаты расчета нагрева слитка сечением 400×400 мм из стали различных марок. Там же приводятся расчетные кривые температур поверхности и оси слитка с заниженной на 15 и 30 % теплопроводностью стали 08 с целью оценки влияния осо-

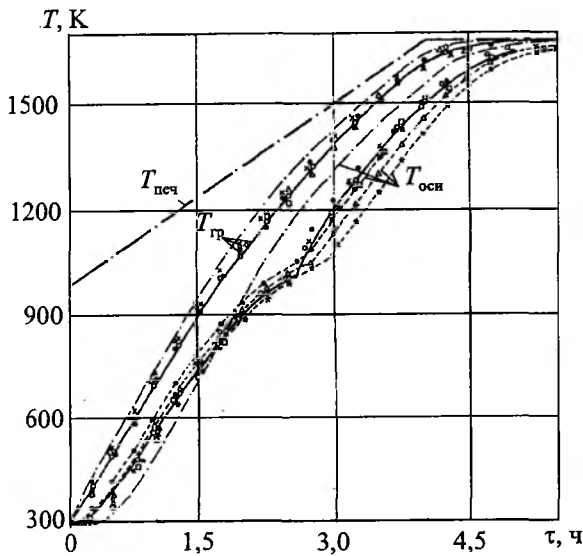


Рис. 2.12. Влияние марки стали на процесс нагрева слитков размером  $A = 400$  мм при  $T_{\text{нач}} = 293$  К;  $T_{\text{печ},0} = 973$  К;  $b = 175$  К/ч;  $\sigma_1 \dots \sigma_4 = 3,5 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>): ○ — сталь 08; · — сталь У8; - · - · — сталь 30ХНЗ; □ — сталь 50С2Г; × — сталь 3Х13; - - - - - сталь 1Х18Н9Т; Δ — сталь 08 при  $\bar{\lambda} = 0,85\lambda$ ; \* — сталь 08 при  $\bar{\lambda} = 0,7\lambda$

бенностей литой структуры металла на динамику процесса.

Из рисунка видно, что для группы углеродистых и низколегированных сталей (08, У8, 30ХНЗ, 50С2Г) значения температуры на середине грани различаются не более чем на 20...25°, а на оси слитка — не более чем на 40...50°, причем в конечной стадии нагрева (4...5 ч) графики практически совпадают. Таким образом, различие коэффициентов  $\lambda$  и  $a$  для указанных марок стали несущественно сказывается на процессе нагрева.

Наибольшее отличие результатов расчета наблюдается для нержавеющей стали 1Х18Н9Т. В начальной стадии нагрева температура оси слитков ниже по сравнению с нагревом углеродистой стали, а в дальнейшем выше температур на оси для углеродистых сталей, что можно объяснить отсутствием поглощения теплоты в интервале 950...1050 К для стали 1Х18Н9Т.

Уменьшение теплопроводности углеродистой стали на 15 и 30 % приводит к заметному замедлению прогрета слитков в последней стадии нагрева при температурах выше 1050 К: температура на оси слитков «запаздывает» по сравнению с катаной сталью на 45...60° при  $\bar{\lambda} = 0,85\lambda$  и на 100...200 °С при  $\bar{\lambda} = 0,7\lambda$  ( $\bar{\lambda}$  — теплопровод-

ность литой стали,  $\lambda$  — теплопроводность катаной стали).

Отмеченные особенности нагрева слитков различных марок стали характерны также для горячих слитков сечением  $A = 480$  мм (рис. 2.13).

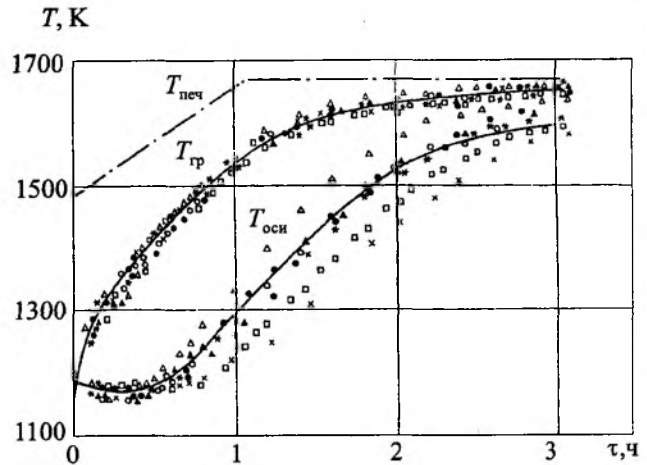


Рис. 2.13. Влияние марки стали на процесс нагрева слитков размером  $A = 480$  мм при  $T_0 = 1173$  К;  $\Delta T_{\text{нач}} = 100$  К;  $T_{\text{печ, нач}} = 1473$  К;  $b = 175$  К/ч;  $\sigma_1 \dots \sigma_4 = 2,9 \cdot 10^{-3}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>): — — сталь У8; · — сталь 08; ○ — сталь 30ХНЗ; Δ — сталь 50С2Г; \* — сталь 3Х13; Δ — сталь 1Х18Н9Т; □ — сталь 08 при  $\bar{\lambda} = 0,85\lambda$ ; × — сталь 08 при  $\bar{\lambda} = 0,7\lambda$

На основании расчетов можно сделать вывод, что различия коэффициентов  $\lambda$  и  $a$ , которые наблюдаются в группе углеродистых и низколегированных сталей, незначительно влияют на температурное поле слитка.

Следует отметить два обстоятельства: во-первых, анализ влияния марки стали на процесс нагрева проведен для слитков сравнительно небольшого сечения (400×400 мм); возможно, что для слитков большого размера влияние теплопроводности окажется более существенным; во-вторых, влияние теплопроводности оказалось более существенным на второй стадии процесса (при  $T_{\text{оси}} > 1050$  К), т.е. после завершения структурных превращений в стали.

Результаты анализа могут оказаться полезными при разработке методики расчета нагрева металла в печах. В частности, для нержавеющей стали 1Х18Н9Т, не имеющей структурных превращений в интервале 273...1000 К, представляется возможным проведение расчетов нагрева при постоянных усредненных значениях  $\lambda$  и  $c$ .

Этот вывод подтвердился при расчете нагрева слитка квадратного сечения в ячейке колодца.

На рис. 2.14 показано влияние сорта стали (ст. 60) на температурный график нагрева под закалку  $Z_n$ .

**Влияние размера слитка.** Влияние размера сечения слитка для стали 08 показано на рис. 2.15. Результаты расчетов, показанные на

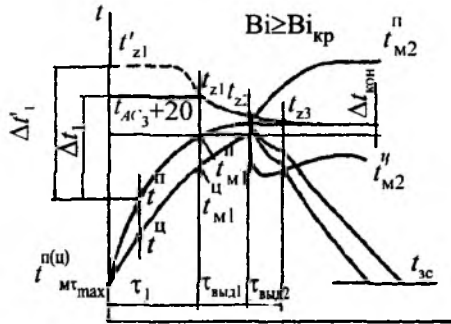


Рис. 2.14. Температурный график нагрева под закалку (ст. 60) при  $Bi > Bi_{кр}$

рисунке, позволяют оценить длительность нагрева слитков при заданной неравномерности температур к моменту выдачи. В частности, для слитков сечением  $720 \times 720$  мм (массой 6,5 т) продолжительность подъема температуры на оси до 1473 К составляет 6 ч 15 мин.

**Влияние начальной температуры металла и неравномерности начального распределения температур в слитках горячего посада.** Слитки горячего посада составляют основную массу металла в прокатных цехах металлургических заводов (до 90...95 %), в связи с чем определение степени прогрева и необходимой продолжительности пребывания слитков в печи приобретает особое значение.

Длительность нагрева горячих слитков в значительной степени зависит от их начальной температуры после остывания в изложницах.

На рис. 2.16—2.18 представлены результаты расчета нагрева слитков горячего посада сечением от  $480 \times 480$  до  $720 \times 720$  мм из углеродистой стали. Штрих-пунктиром показано изменение во времени температуры печи; заштрихована полоса, соответствующая температуре поверхности слитков (посередине грани), сплошная линия — температура на оси слитков.

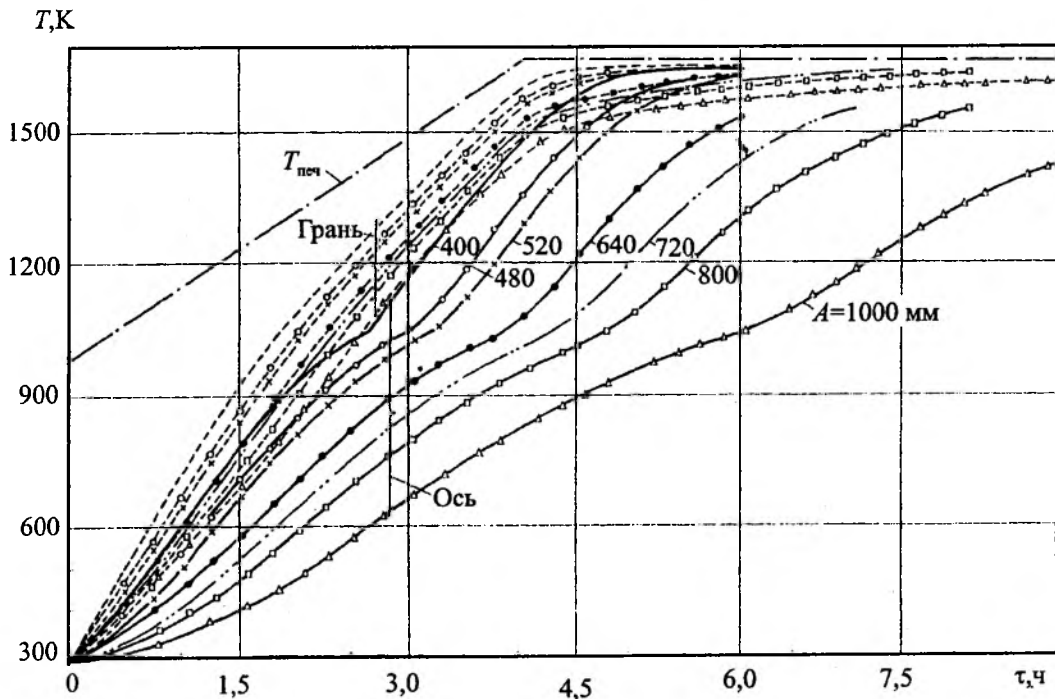


Рис. 2.15. Влияние размеров поперечного сечения слитка углеродистой стали 08 на процесс нагрева при задании  $T_{нач} = 293$  К,  $T_{печ.нач} = 973$  К,  $b = 175$  К/ч,  $\sigma_1... \sigma_4 = 3,5 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>)

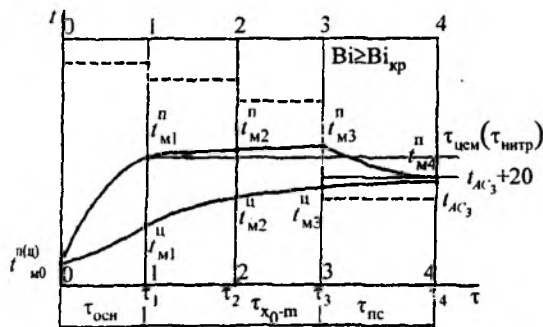


Рис. 2.16. Влияние размера  $A$  поперечного сечения слитка углеродистой стали У8 на температурный график процесса нагревания под ковку, штамповку

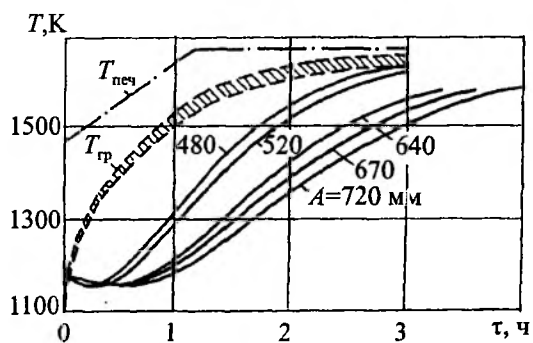


Рис. 2.17. Влияние размера  $A$  поперечного сечения слитка углеродистой стали У8 на процесс нагрева при  $T_{\text{нач}} = 1143 \text{ K}$ ,  $\Delta T_{\text{нач}} = 80 \text{ K}$ ,  $b = 175 \text{ K/ч}$ ,  $\sigma_{1...4} = 2,9 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{K}^4)$

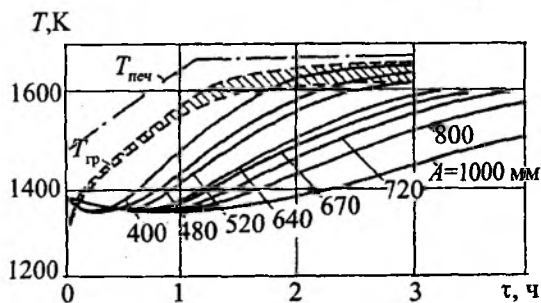


Рис. 2.18. Влияние размера  $A$  поперечного сечения слитка углеродистой стали У8 на процесс нагрева при  $T_{\text{нач}} = 1323 \text{ K}$ ,  $\Delta T_{\text{нач}} = 100 \text{ K}$ ,  $b = 175 \text{ K/ч}$ ,  $\sigma_{1...4} = 2,9 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{K}^4)$

На рис. 2.19–2.21 представлена зависимость времени подъема температур на оси слитков до

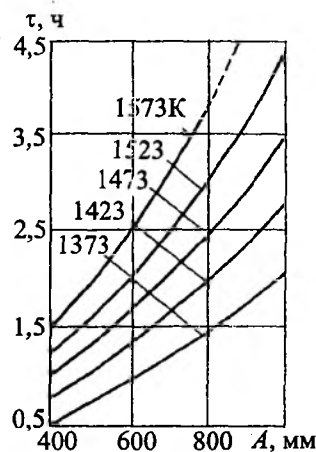


Рис. 2.19. Зависимость времени подъема температуры на оси слитков стали У8 горячего посада от размера сечения слитка  $A$  при  $T_{\text{печ, нач}} = 1473 \text{ K}$ ,  $T_{\text{нач}} = 1173 \text{ K}$ ,  $\Delta T_{\text{нач}} = 100 \text{ K}$ ,  $b = 175 \text{ K/ч}$ ,  $\sigma_{1...4} = 2,9 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{K}^4)$

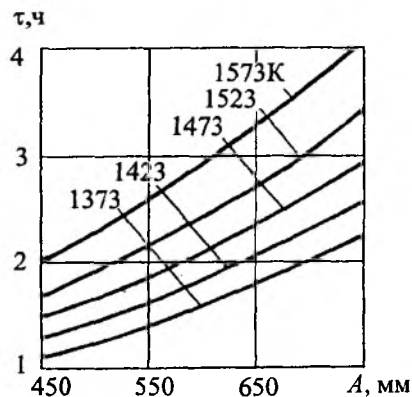


Рис. 2.20. Зависимость времени подъема температуры на оси слитков стали У8 горячего посада от размера сечения слитка при  $T_{\text{нач}} = 1023 \text{ K}$

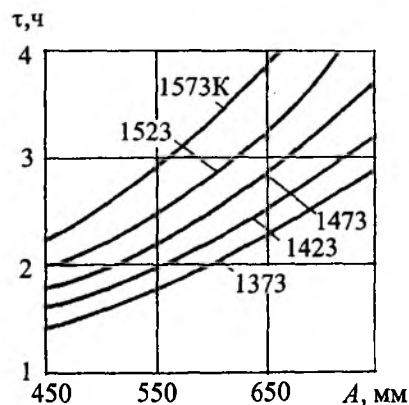


Рис. 2.21. Зависимость времени подъема температуры на оси слитков стали У8 горячего посада от размера сечения слитка при  $T_{\text{нач}} = 873 \text{ K}$

$T = 1373...1573$  К от размера слитка при различных значениях  $T_{нач}$ . Из рисунков видно, что при увеличении средней температуры слитка размером 720 мм от 963 до 1323 К время подъема температуры на оси до 1473 К сокращается с 3 ч 25 мин до 2 ч 15 мин, т.е. на 30 %.

Проведенные расчеты могут быть использованы для технико-экономического анализа работы металлургических печей при нагреве в них слитков горячего посада. Повышение температуры посада слитков может быть достигнуто за счет сокращения времени их отстоя и времени транспортирования к отделению нагревательных устройств. При проведении расчетов, результаты которых представлены на рис. 2.16 – 2.19, степень начальной неравномерности температурного поля характеризуется значениями  $\Delta T = 60...100^\circ$ .

Представляет интерес оценка влияния начального перепада  $\Delta T$  на процесс нагрева горячих слитков.

На рис. 2.22 показаны результаты расчета в виде изменения во времени температур на оси, на середине грани и на ребре слитка, а также средней по сечению температуры в зависимости от разности  $\Delta T$  при одинаковой начальной средней по сечению температуре. Средняя по сечению температура рассчитывалась по значениям температуры во всех внутренних узлах сетки с использованием формулы Симпсона. Вначале

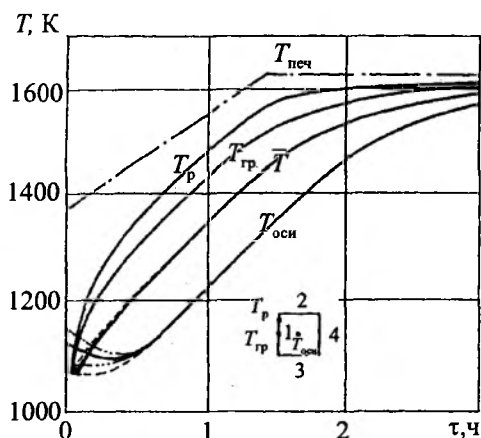


Рис. 2.22. Влияние начальной неравномерности температурного поля слитка горячего посада из стали У8 при  $A = 480$  мм,  $\sigma_1...σ_4 = 2,9 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>) и различных  $\Delta T_{нач}$ : — — —  $\Delta T_{нач} = 0$ ; — · — · —  $\Delta T_{нач} = 77$  К; — — —  $\Delta T_{нач} = 115$  К

определялась температура, средняя по всем горизонтальным сечениям

$$\bar{T} = \frac{1}{24} [4(T_1 + T_3 + T_5 + T_7) + 3(T_2 + T_6) + 2T_4],$$

$$n = 1, \dots, 7.$$

Затем по той же формуле усреднялись температуры всех горизонтальных сечений:

$$\bar{\bar{T}} = \frac{1}{24} [4(T_{1n} + T_{3n} + T_{5n} + T_{7n}) + 3(T_{2n} + T_{6n}) + 2T_{4n}].$$

Таким образом, изучалось влияние степени начальной неравномерности поля температур при неизменном исходном теплосодержании слитка.

Из рис. 2.22 следует, что начальная неравномерность температурного поля оказывает влияние на динамику нагрева в течение 20...30 мин от начала нагрева, в дальнейшем в указанных на рисунках точках слитка кривые температур сливаются.

## 2. Влияние температурного режима печи

В соответствии с допущением о линейном законе роста температуры печи в первой стадии нагрева слитка температурный режим печи определяется двумя величинами: начальной температурой печи и скоростью подъема  $b$ .

Раздельное влияние обоих факторов изучалось при анализе нагрева слитка углеродистой стали 08 сечением 400×400 мм, слитков нержавеющей стали сечением 480, 520 и 640 мм, а также горячего слитка стали У8 сечением 480 мм.

На рис. 2.23 представлены результаты расчета нагрева холодного слитка углеродистой стали при различной начальной температуре печи (от 973 до 1473 К) и одинаковой скорости подъема температур печи ( $b = 175$  К/ч) со всех четырех сторон слитка.

На практике весьма реальным представляется случай нагрева слитка, когда скорость подъема температуры теплоносителя с одной стороны слитка, например со стороны факела, значительно превышает скорость подъема температур с остальных сторон. Асимметрия температурного поля в слитке, вызываемая при нагреве с трех сторон слитка со скоростью  $b = 175$  К/ч, а с одной стороны — при варьировании  $b = 175, 200, 233$  и 350 К/ч, иллюстрируется графиками, изображенными на рис. 2.24. На основании рассмотренных расчетных материалов установлено, что температурный график печи играет доминирующую роль при определении режима нагрева, что следует учитывать при разработке

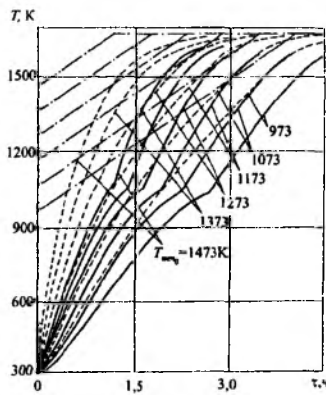


Рис. 2.23. Влияние начальной температуры печи на процесс нагрева слитка размером  $A = 400$  мм из стали марки 08 при  $\sigma_1 \dots \sigma_4 = 3,5 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>),  $T_{\text{нач}} = 293$  К,  $b = 175$  К/ч; — — —  $T_{\text{печ}}$ ; - - -  $T_{\text{гр}}$ ; —  $T_{\text{осн}}$

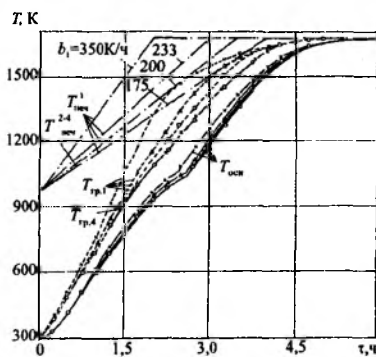


Рис. 2.24. Нагрев слитка стали 08 при асимметрии, вызванной увеличенной скоростью роста  $b$  температуры  $T_{\text{печ}}^1$  по сравнению с  $T_{\text{печ}}^2 = T_{\text{печ}}^3 = T_{\text{печ}}^4$ ,  $A = 0,4$  м,  $\sigma_1 \dots \sigma_4 = 3,5$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>);  $T_{\text{нач}} = 293$  К;  $T_{\text{печ}0} = 973$  К: —  $b = 175$  К/ч; —○—  $b = 200$  К/ч; —△—  $b = 233$  К/ч; —×—  $b = 350$  К/ч

методов расчета нагрева слитков в колодцах, а также при решении технологических вопросов.

### 3. Влияние коэффициента излучения

Выше отмечалось, что коэффициент теплообмена излучением на поверхности слитков при их нагреве в ячейке колодца составляет 2,3...3,5 Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>) в начальной стадии нагрева и затем уменьшается вследствие повышения температуры греющих газов и поверхности металла.

Для отработки методики расчета нагрева слитков представляет интерес выяснение вопроса о влиянии коэффициента излучения и его изменения во времени и на различных гранях слитка на процесс нагрева. Влияние асимметрии

нагрева слитка, вызванной различными коэффициентами излучения на отдельных гранях слитка, рассматривается ниже.

На рис. 2.25 представлены результаты расчета нагрева холодного слитка углеродистой стали размером 400 мм при коэффициенте излучения  $\sigma = 2,3; 2,9; 3,5$  и  $4,6$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>). При тех же значениях коэффициента излучения выполнен расчет нагрева горячего слитка размером 480 мм (рис. 2.26).

Как видно из рисунков, изменение коэффициента излучения на  $0,58$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>) приводит к соответствующему изменению температур слитка (на средней стадии нагрева) на  $40 \dots 50^\circ$  для холодного и на  $10 \dots 12^\circ$  — для горячего слитков.

Увеличение  $\sigma$  приводит к ускорению нагрева холодного слитка (см. рис. 2.22), однако разность температур  $\Delta T_m$  при этом практически не изменяется.

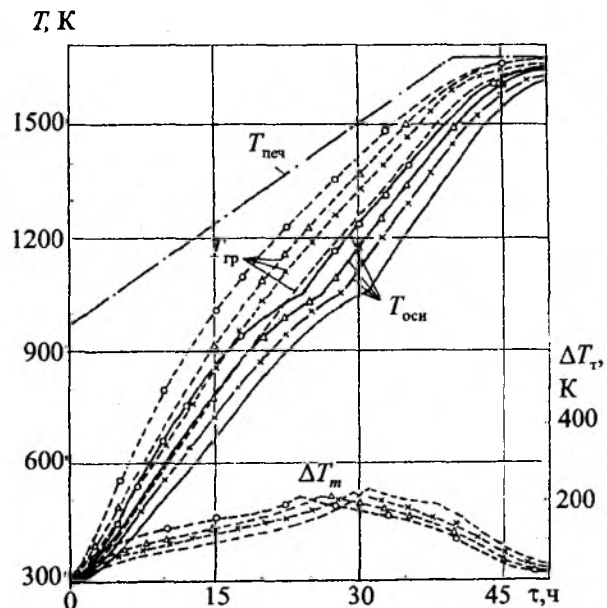


Рис. 2.25. Влияние коэффициента теплообмена излучением  $\sigma$  на процесс нагрева холодного слитка стали 08 сечением  $400 \times 400$  мм: —  $\sigma = 2,3 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>); —×—  $\sigma = 2,9 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>); —△—  $\sigma = 3,5 \cdot 10^{-8}$

### 4. Влияние асимметрии нагрева

Асимметрия нагрева слитков квадратного сечения вызывается различием параметров греющей среды на отдельных гранях слитка.

Рассмотрим влияние различных коэффициентов излучения на гранях слитка на температурное поле по его сечению. С этой целью прове-

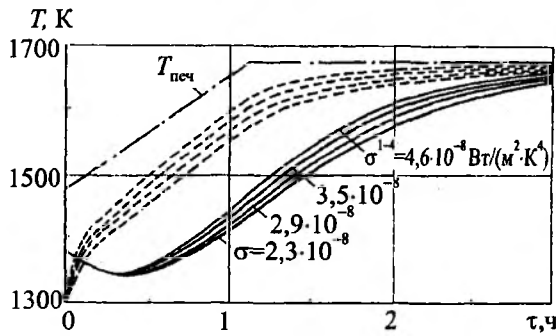


Рис. 2.26. Влияние коэффициента теплообмена излучением  $\sigma$  на процесс нагрева слитка размером  $A = 0,48$  м из стали марки У8 при  $T_{\text{нач}} = 1173$  К;  $\Delta T = 100$  К;  $T_{\text{печ, нач}} = 1473$  К;  $b = 175$  К/ч: —  $T_{\text{оси}}$ ; - - -  $T_{\text{гр}}$

дена серия расчетов нагрева холодного слитка углеродистой стали размером 480 мм при симметричном и несимметричном нагреве. В последнем случае задавали как различные коэффициенты излучения, так и температуры греющей среды на отдельных гранях слитка.

Симметричный нагрев слитка рассчитывался при  $\sigma = 2,3 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>),  $T_{\text{печ,0}} = 973$  К,  $b = 175$  К/ч на всех четырех гранях. При несимметричном нагреве задавались следующие коэффициенты излучения  $\sigma$ :  $\sigma_1 = 2,9 \cdot 10^{-8}$  и  $\sigma_4 = 1,7 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>);  $\sigma_1 = 3,5 \cdot 10^{-8}$  и  $\sigma_4 = 1,16 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>);  $\sigma_1 = 4,1 \cdot 10^{-8}$  и  $\sigma_4 = 0,58 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>). При этом  $\sigma_2 = \sigma_3 = 2,3 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>), поэтому среднее значение коэффициента излучения по всем граням оставалось постоянным и равным  $2,3 \cdot 10^{-8}$ .

Результаты расчетов в виде изменения во времени температур  $T_{\text{р1}}$ ,  $T_{\text{гр1}}$ ,  $T_{\text{гр4}}$ ,  $T_{\text{оси}}$  представлены на рис. 2.27. Как видно из рисунка, различные значения  $\sigma_1$  и  $\sigma_4$  в наибольшей степени сказываются на температуре ребра и середине грани; для средней по сечению температуры и температуры оси слитка асимметрия нагрева сказывается в меньшей степени.

Асимметрия нагрева за счет температуры греющей среды (печи) создавалась при следующих значениях  $T_{\text{печ}}$  в начальный момент:  $T_{\text{печ1}} = 1023$  К и  $T_{\text{печ4}} = 923$  К;  $T_{\text{печ1}} = 1073$  К и  $T_{\text{печ4}} = 873$  К;  $T_{\text{печ1}} = 1123$  К и  $T_{\text{печ4}} = 823$  К. При этом  $T_{\text{печ2}} = T_{\text{печ3}} = 973$  К в начальный момент, так что средняя температура печи по всем граням оставалась неизменной (скорость подъема температуры печи по всем граням принималась одинаковой).

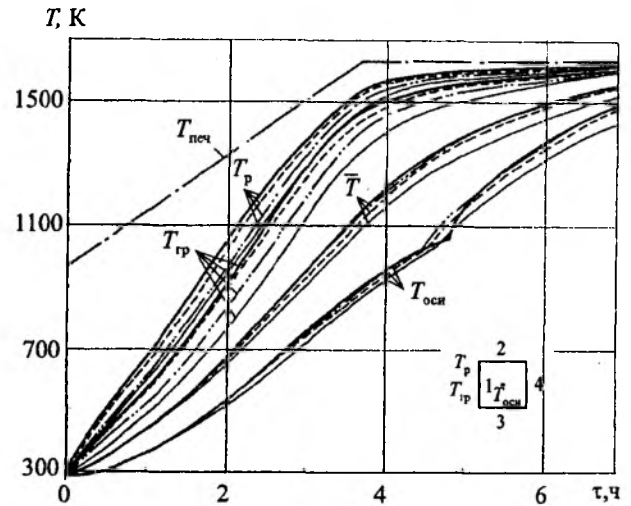


Рис. 2.27. Влияние асимметрии, вызванной различными коэффициентами излучения на гранях при  $\sigma_{\text{ср}} = \text{const}$ , на нагрев холодного слитка стали У8 сечением  $480 \times 480$  мм: —  $\sigma^{1-4} = 2,3 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>); - - -  $\sigma^1 = 2,9 \cdot 10^{-8}$ ;  $\sigma^4 = 1,7 \cdot 10^{-8}$ ; - · - ·  $\sigma^1 = 3,5 \cdot 10^{-8}$ ;  $\sigma^4 = 1,2 \cdot 10^{-8}$ ;

Результаты расчетов изменения во времени температур  $T_{\text{р1}}$ ,  $T_{\text{гр1}}$ ,  $T_{\text{гр4}}$ ,  $T_{\text{оси}}$  представлены на рис. 2.28. Как видно из рисунка, различие температур греющей среды приводит к асимметрии поля температур и в наибольшей степени влияет на температуру в точках поверхности слитка. Температура на оси слитка и средняя по сечению практически не изменилась по сравнению со случаем симметричного нагрева.

Изложенное выше позволяет сделать следующее заключение. В расчетах нагрева слитков в колдцах можно использовать гипотезу о всестороннем равномерном обогреве слитка при нахождении длительности нагрева и общего теплоглощения. Асимметрия нагрева, имеющая место в реальных условиях, в значительной степени влияет на температуру ребер и граней слитка, что необходимо учитывать при расчетах нагрева по усредненным значениям  $\sigma$  и  $T_{\text{печ}}$  во избежание пережога и оплавления ребер.

Следует отметить, что при различных значениях  $\sigma$  и  $T_{\text{печ}}$  по граням слитка с соблюдением условий  $\sigma_{\text{ср}} = \text{const}$ ;  $(T_{\text{печ}})_{\text{ср}} = \text{const}$  теплоглощение не оставалось неизменным, поскольку тепловой поток зависит, помимо  $\sigma$  и  $T_{\text{печ}}$ , от температуры поверхности, которая на отдельных гранях была различной. Тем не менее различие средней по сечению температуры, отражающей

### 2.3. Обобщение математической модели нагрева

Изложенная выше математическая модель основана на предположении о возможности рассмотрения температурного поля нагреваемых слитков автономно по отношению к двум другим «телам» в камере колодца — кладке печи и греющим газам, показатели которых приближенно учтены величиной приведенного коэффициента теплообмена излучением ( $\sigma_v$ ). Обобщение подобной «автономной» модели возможно в двух направлениях:

- определение температурного поля в кладке печи и, в частности, средней температуры внутренней поверхности кладки (футеровки), активно участвующей в переизлучении части тепла, поступающего от греющих газов;
- учет теплового взаимодействия в системе трех «тел»: греющих газов, кладки печи и нагреваемого металла.

Ниже изложен способ учета сложного теплообмена трех указанных «тел», основанный на работах уральских ученых — Д.В. Будрина и Б.Ф. Зобнина.

При сложном теплообмене стенки камеры колодца играют роль вторичных излучателей: излучение от стенок включает собственный и отраженный поток тепла. Первый (собственный) поток тепла есть трансформированное материалом стенки, т.е. превращенное в сплошное, излучение газов, которое первоначально имело прерывистый спектр. Отраженное излучение сохраняет все свойства первичного (газового). Различия между собственным и отраженным излучением стенки проявляются при прохождении эффективного потока через газовую среду в том, что эти два вида излучения поглощаются средой неодинаково.

Однако в практических расчетах это обстоятельство не учитывается, и газы рассматриваются как серые тела, обладающие поглощательной и излучательной способностью, выражающейся через степень черноты  $\epsilon_r$ , эквивалентной средне-взвешенной величине соответствующих спектральных характеристик.

Для количественного описания теплообмена при участии стенок как вторичных излучателей принимаем обычные допущения, что в рассматриваемой части рабочего пространства газовая среда изотермична и обладает одинаковыми по

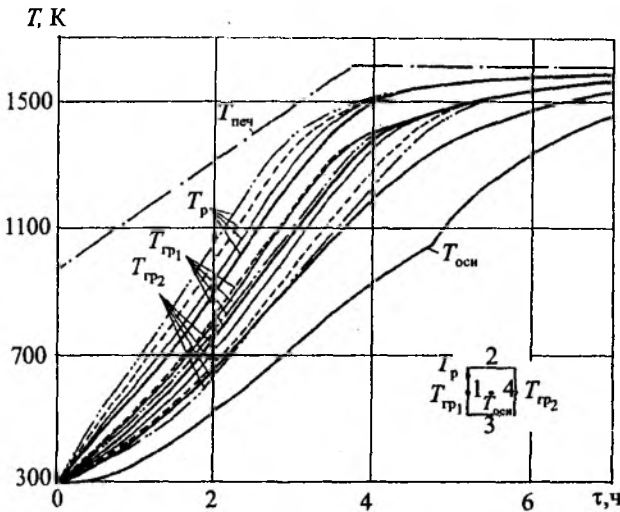


Рис. 2.28. Влияние асимметрии, вызванной различными температурами греющей среды на гранях при  $T_{\text{печ}} = \text{const}$ , на нагрев холодного слитка сечением  $480 \times 480$  мм (сталь У8):

—  $T_{\text{печ}}^{2-3} = 973$  К; —  $T_{\text{печ}}^{2-3} = 973$ ; - - -  $T_{\text{печ}}^{2-3} = 973$ ; - - -  $T_{\text{печ}}^{2-3} = 973$  К

влияние поглощенного теплового потока, при симметричном и несимметричном нагреве было несущественным, что оправдывает вывод о возможности расчета теплопоглощения слитка по усредненным значениям  $\sigma_v$  и  $T_{\text{печ}}$ .

Проведенный расчетный анализ позволил оценить влияние ряда факторов на процесс нагрева слитков квадратного сечения в камере нагревательного колодца. Показаны, в частности, сравнительно небольшие расхождения температур на оси и посередине грани слитков углеродистой и низколегированной стали (сталь 08, сталь УЗ, 30ХН13) при одинаковых параметрах греющей среды ( $T_{\text{печ}}$ ,  $\sigma_v$ ), несмотря на существенное различие коэффициентов теплопроводности в интервале  $T = 273 \dots 973$  К ( $0 \dots 700$  °С). Для аустенитной стали 1Х18Н9Т различие температур на оси и поверхности по сравнению с углеродистой сталью получилось весьма существенным и возрастающим с увеличением размера слитка.

Оценено влияние асимметрии нагрева, температурного графика печи и коэффициента излучения  $\sigma_v$  на процесс нагрева слитков.

Построенные на основании расчетов графики могут быть использованы для оценки продолжительности нагрева слитков перед прокаткой.



всем направлениям оптическими свойствами. Также равномерно нагретой и имеющей в любой точке одинаковую степень черноты считается каждая из двух твердых поверхностей (материала и стенок), ограничивающих данную часть пространства. Эти допущения равносильны принятию допущения о возможности оценки теплообменных характеристик среды и поверхностей, исходя из их средних температур, которые и рассматриваются здесь как одинаковые для каждого тела.

Рассмотрим замкнутую систему из трех тел, участвующих в лучистом и конвективном теплообмене.

По отношению к газовой среде считаем эффективными (т.е. участвующими в теплообмене) все открытые поверхности нагреваемого материала и стенок (обозначим их  $F'_м$  и  $F'_{ст}$  в отличие от геометрических поверхностей  $F_м$  и  $F_{ст}$ ). Эффективные поверхности, учитываемые при расчете лучистого теплообмена, определяются как произведения  $F'_м$  или  $F'_{ст}$  на соответствующие угловые коэффициенты.

Угловой коэффициент определяем как отношение количества тепла, излучаемого какой-либо поверхностью на другую, ко всему теплу, излучаемому данной поверхностью. Эта характеристика является чисто геометрической, а не энергетической, т.е. не говорит о том, что данное тело отдает тепло другому. Она только оценивает, образно выражаясь, какую часть «поля зрения» одной поверхности занимает другая. Обозначаем названный коэффициент буквой  $\varphi$  с двумя нижними индексами, из которых первый относится к излучающей, а второй — к облучаемой поверхности.

Исходя из теории светового поля А.А. Гершуна, запишем упрощенные выражения угловых коэффициентов, относящиеся к двум типичным случаям расположения садки в рабочем пространстве нагревательных печей (рис. 2.29). При этом протяженность нагреваемых изделий в направлении, перпендикулярном чертежу, считаем соизмеримой с протяженностью стенок и достаточно большой, чтобы угловые коэффициенты для боковых поверхностей (т.е. без поверхностей, обращенных к торцовым стенкам) можно было принимать за средние для данных тел и, кроме того, считать задачу одномерной, т.е. рассматривать только периметры соответствующих сечений.

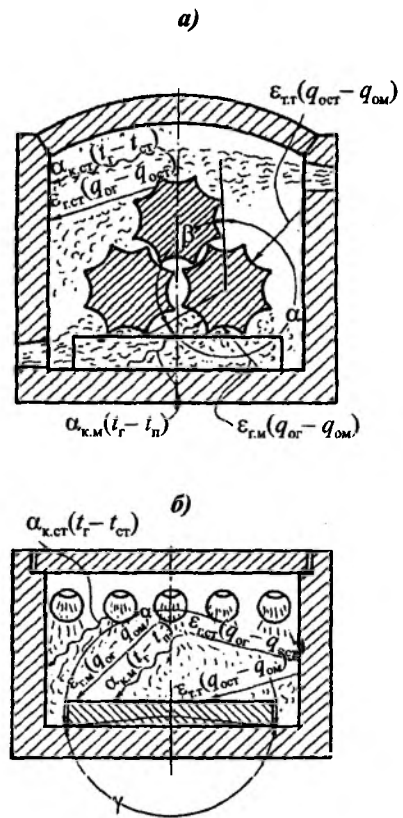


Рис. 2.29. Схема теплообмена в нагревательной печи (по данным Б.Ф. Зобнина): а — при значительном заполнении рабочего пространства печи нагреваемыми изделиями типа цилиндра; б — при небольшом заполнении изделиями типа пластины

Угловой коэффициент с данного куска нагреваемого изделия на стенки (при исчислении углов в градусах)

$$\varphi_{м.ст} = \frac{\alpha}{360 - \gamma} (1 - \varphi'_{м.м}) = 1 - \frac{\beta}{360 - \gamma} (1 - \varphi'_{м.м}), \quad (2.33)$$

где  $\varphi'_{м.м}$  — угловой коэффициент с поверхности куска изделия на эту же поверхность; при отсутствии впадин (см. рис. 2.29, б)  $\varphi'_{м.м} = 0$ .

Угловой коэффициент с материала на материал

$$\varphi_{м.м} = \varphi'_{м.м} + \varphi''_{м.м} = \varphi'_{м.м} + \frac{\beta}{360 - \gamma} (1 - \varphi'_{м.м}), \quad (2.34)$$

где  $\varphi''_{м.м}$  — угловой коэффициент с поверхности данного куска материала на поверхность других кусков.

Угловые коэффициенты применяются к эффективной поверхности ( $F'_м$  и  $F'_{ст}$ ), которая для нагреваемого материала связана с общей поверхностью следующей зависимостью:

$$F'_m = F_m \frac{\alpha + \beta}{360} = F_m \frac{360 - \gamma}{360}. \quad (2.35)$$

Формулы (2.33) и (2.34) являются приближенными. В приводимых ниже решениях могут быть применены значения угловых коэффициентов, вычисленные с любой точностью.

Выразим тепловые потоки, которые усваиваются единицей эффективной поверхности материала и стенок при данных температурах  $t_r$ ,  $t_n$  и  $t_{ст}$ :

$$q_m = \epsilon_{г.м} (q_{0г} - q_{0м}) + \epsilon_{г.т} (q_{0ст} - q_{0м}) \Phi_{м.ст} + \alpha_{к.м} (t_r - t_n); \quad (2.36)$$

$$q_{ст} = \epsilon_{г.ст} (q_{0г} - q_{0ст}) - \epsilon_{г.т} (q_{0ст} - q_{0м}) \frac{F'_m}{F'_{ст}} \Phi_{м.ст} + \alpha_{к.ст} (t_r - t_{ст}). \quad (2.37)$$

Здесь применены уже известные обозначения, и необходимо объяснить только новые индексы. Написанные при символе  $\epsilon$  индексы «г.м», «ст» и «т.т» указывают на то, что данная степень черноты относится к соответствующим парным сочетаниям элементов системы из трех тел (газ — стенки — материал), а именно: газ — материал, газ — стенки и два твердых тела. То, что разности  $q_{0ст} - q_{0м}$  в обеих формулах должны умножаться на одну и ту же степень черноты  $\epsilon_{г.т}$ , следует из равенства количеств тепла, отдаваемого стенками с поверхности  $F'_{ст}$  и получаемого материалом на поверхность  $F'_m$ . При этом в значениях степени черноты для каждой пары тел должно учитываться влияние третьего тела, не входящего непосредственно в данную частную систему. Индексы «к.м» и «к.ст» при коэффициенте  $\alpha$  указывают на то, что последний характеризует конвективный теплообмен между газами и материалом или между газами и стенками.

Тепловые потоки, обозначенные  $q_{0г}$ ,  $q_{0ст}$  и  $q_{0м}$ , рассчитываются как излучательная способность абсолютно черного тела  $\sigma_0 T^4$  при температуре соответственно газов, стенок и материала. С учетом того, что разности этих потоков после умножения на  $\epsilon_{г.м}$  и  $\epsilon_{г.т}$  дают действительные результирующие потоки для тех или иных пар тел, обменивающихся лучистым теплом, указанные степени черноты могут быть названы приведенными степенями черноты соответствующих систем.

Выражения (2.36) и (2.37) являются исходными для последующих зависимостей, описы-

вающих передачу тепла нагреваемому материалу при участии вторичных излучателей — печных стенок.

**Приведенные степени черноты.** Д.В. Будрин дал общее решение задачи о лучистом теплообмене между тремя телами, имеющими каждое одинаковые по всей поверхности температуру и степень черноты. Согласно этому решению, величина теплового потока, воспринятого от двух тел третьим (положим, нагреваемым материалом), имеет выражение

$$q_{3л} = \frac{(q_{01} - q_{03})(\Phi_{31} + R_2 \Phi_1)}{1 + R_1(\Phi_{12} + \Phi_{13}) + R_2(\Phi_{21} + \Phi_{23}) + R_3(\Phi_{31} + \Phi_{32}) + R_1 R_2 \Phi_3 + R_1 R_3 \Phi_2 + R_2 R_3 \Phi_1 + \frac{(q_{02} - q_{03})(\Phi_{32} + R_1 \Phi_2)}{1 + R_1(\Phi_{12} + \Phi_{13}) + R_2(\Phi_{21} + \Phi_{23}) + R_3(\Phi_{31} + \Phi_{32}) + R_1 R_2 \Phi_3 + R_1 R_3 \Phi_2 + R_2 R_3 \Phi_1}, \quad (2.38)$$

где  $R = \frac{1 - \epsilon}{\epsilon}$  — относительная отражательная способность (все символы должны быть с одинаковыми индексами);  $\Phi$  — сумма произведений угловых коэффициентов; в зависимости от цифрового индекса имеем:

$$\Phi_1 = \varphi_{23} \varphi_{31} + \varphi_{31} \varphi_{21} + \varphi_{21} \varphi_{32};$$

$$\Phi_2 = \varphi_{13} \varphi_{32} + \varphi_{32} \varphi_{12} + \varphi_{12} \varphi_{31};$$

$$\Phi_3 = \varphi_{12} \varphi_{23} + \varphi_{23} \varphi_{13} + \varphi_{13} \varphi_{21}.$$

Если одним из трех излучающих тел является газовая среда, то, применяя расчетный прием, предложенный Д.В. Будриным, можно заменить ее абсолютно черным излучателем в виде решетки, частично закрывающей поверхности других тел, так что эта решетка задерживает из потока тепла, направляющегося от поверхности к поверхности (не исключая и того случая, когда эти поверхности принадлежат одному телу), долю, равную степени черноты газов  $\epsilon_r$ . Таким образом, последняя выступает здесь в роли углового коэффициента с поверхности на абсолютно черную решетку, заменяющую газы, который показывает, какую часть «поля зрения» данной поверхности занимает эта решетка.

Будем считать газы телом 1, стенку — телом 2 и нагреваемый материал — телом 3. Тогда  $R_1 = 0$  (так как  $\varepsilon_1 = 1$ ) и в формуле для  $q_{3л}$  остается пять угловых коэффициентов:  $\varphi_{21}$ ,  $\varphi_{31}$ ,  $\varphi_{22}$ ,  $\varphi_{23}$ ,  $\varphi_{32}$ . Согласно принятому условию,

$$\varphi_{21} = \varphi_{31} = \varepsilon_r. \quad (2.39)$$

Для вычисления остальных интересующих нас угловых коэффициентов, относящихся к системе трех тел, применим определяемые обычным способом угловые коэффициенты, характеризующие лучистый теплообмен в системе двух тел: 2 (стенка) и 3 (материал) с поправкой на присутствие тела 1, т.е. газов, в виде абсолютно черной решетки:

$$\varphi_{22} = (1 - \varepsilon_r) \varphi_{ст.ст.} \quad (2.40)$$

Согласно правилу замыкаемости и принципу взаимности,

$$\varphi_{ст.ст.} = 1 - \varphi_{ст.м} = 1 - \frac{F'_M}{F'_{ст}} \varphi_{м.ст.}, \quad (2.41)$$

так что, кроме того,

$$\varphi_{22} = (1 - \varepsilon_r) \left( 1 - \frac{F'_M}{F'_{ст}} \varphi_{м.ст.} \right). \quad (2.42)$$

Далее с учетом правила замыкаемости и выражений для  $\varphi_{21}$  и  $\varphi_{22}$  найдем

$$\varphi_{23} = 1 - \varphi_{21} - \varphi_{22} = (1 - \varepsilon_r) \frac{F'_M}{F'_{ст}} \varphi_{м.ст.} \quad (2.43)$$

Аналогично определяем  $\varphi_{32}$ :

$$\begin{aligned} \varphi_{32} &= 1 - \varphi_{31} - \varphi_{33} = 1 - \varepsilon_r - (1 - \varepsilon_r) \varphi_{м.м} = \\ &= (1 - \varepsilon_r) (1 - \varphi_{м.м}) = (1 - \varepsilon_r) \varphi_{м.ст.} \end{aligned} \quad (2.44)$$

После подстановки в исходную формулу (2.38) выражений (2.39) и (2.42)–(2.44) получим при замене индексов 1, 2, 3 на индексы «Г», «СТ», «М»

$$\begin{aligned} q_{м.л} &= \\ &= \left[ (q_{0г} - q_{0м}) \varepsilon_r \left\{ 1 + \frac{1 - \varepsilon_{ст}}{\varepsilon_{ст}} \left[ (1 - \varepsilon_r) \left( 1 + \frac{F'_M}{F'_{ст}} \right) \varphi_{м.ст.} + \varepsilon_r \right] \right\} + \right. \\ &\quad \left. + (q_{0ст} - q_{0м}) (1 - \varepsilon_r) \varphi_{м.ст.} \right] [D]^{-1}. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Величину  $D$  (знаменатель) записываем в следующем виде:

$$\begin{aligned} D &= 1 + \frac{1 - \varepsilon_{ст}}{\varepsilon_{ст}} \times \\ &\times \left\{ (1 - \varepsilon_r) \left[ \frac{F'_M}{F'_{ст}} + \varepsilon_r \frac{1 - \varepsilon_m}{\varepsilon_m} \left( 1 + \frac{F'_M}{F'_{ст}} \right) \right] \varphi_{м.ст.} + \right. \\ &\quad \left. + \varepsilon_r \left[ 1 + \frac{1 - \varepsilon_m}{\varepsilon_m} \varepsilon_r \right] \right\} + \frac{1 - \varepsilon_m}{\varepsilon_m} [\varepsilon_r + (1 - \varepsilon_r) \varphi_{м.ст.}]. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Лучистый тепловой поток, вычисляемый с помощью формул (2.45) и (2.46), можно представить как сумму потоков тепла, передаваемых материалу излучением от газовой среды и стенок, т.е. двух первых слагаемых в правой части формулы (2.36):

$$q_{м.л} = \varepsilon_{г.м} (q_{0г} - q_{0м}) + \varepsilon_{г.т} (q_{0ст} - q_{0м}) \varphi_{м.ст.} \quad (2.47)$$

Из сравнения двух выражений  $q_{м.л}$  (2.45) и (2.47) легко найти приведенные степени черноты для сочетаний газ — материал ( $\varepsilon_{г.м}$ ) и двух твердых тел ( $\varepsilon_{г.т}$ ):

$$\varepsilon_{г.м} = \frac{\varepsilon_r \left\{ 1 + \frac{1 - \varepsilon_{ст}}{\varepsilon_{ст}} \left[ (1 - \varepsilon_r) \left( 1 + \frac{F'_M}{F'_{ст}} \right) \varphi_{м.ст.} + \varepsilon_r \right] \right\}}{D}; \quad (2.48)$$

$$\varepsilon_{г.т} = \frac{1 - \varepsilon_r}{D}. \quad (2.49)$$

Если необходимо рассчитать  $\varepsilon_{г.ст}$ , можно использовать формулу (2.48), в которой все индексы, относящиеся к материалу, должны быть заменены индексами стенки, и наоборот. Формула (2.49) может быть распространена и на жидкие излучатели.

При обычных условиях работы нагревательных печей можно приравнять степени черноты окисленного металла и стенок из огнеупорного кирпича, т.е. положить  $\varepsilon_m = \varepsilon_{ст} = \varepsilon_r$  (индекс «Т» употреблен для обозначения твердого тела). В таком случае формулы (2.48) и (2.49) упрощаются:

$$\varepsilon_{г.м} = \varepsilon_{г.ст} = \varepsilon_{г.т} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_r} + \frac{1}{\varepsilon_r} - 1}; \quad (2.50)$$

$$\varepsilon_{г.т} = \frac{\varepsilon_r (1 - \varepsilon_r)}{\varepsilon_r \left\{ 1 + \frac{1 - \varepsilon_r}{\varepsilon_r} \left[ (1 - \varepsilon_r) \left( 1 + \frac{F'_M}{F'_{ст}} \right) \varphi_{м.ст.} + \varepsilon_r \right] \right\}} \quad (2.51)$$

Если  $\varepsilon_r = 0$ , то

$$\varepsilon_{г.т} = \frac{1}{1 + \frac{1 - \varepsilon_r}{\varepsilon_r} \left( 1 + \frac{F'_M}{F'_{ст}} \right) \varphi_{м.ст.}} \quad (2.52)$$

Приведенная степень черноты  $\varepsilon_{г.м}$  после упрощения довольно сложного выражения, непосредственно следующего из формулы (2.48), оказывается зависящей только от степеней черноты газов и твердого тела. Формула (2.51) дополнительно упрощается при  $\varphi_{м.ст.} = 1$ :

$$\varepsilon_{г.г} = \frac{\varepsilon_{г.г}(1-\varepsilon_{г})}{\varepsilon_{г} + \frac{1-\varepsilon_{г}}{\varepsilon_{г}} \varepsilon_{г}(1-\varepsilon_{г}) \frac{F'_M}{F'_{ст}}} \quad (2.53)$$

Если же принять еще, что  $\varepsilon_{г} = 0$ , то придем к выражению для замкнутой системы двух твердых тел с одинаковой степенью черноты

$$\varepsilon_{г.г} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{г}} + \frac{F'_M}{F'_{ст}} \left( \frac{1}{\varepsilon_{г}} - 1 \right)} \quad (2.54)$$

На рис. 2.30 и в табл. 2.7 приведены результаты вычислений  $\varepsilon_{г.г}$  и  $\varepsilon_{г.г}$  по формулам (2.50) и (2.51) при  $\varepsilon_{г} = 0,8$ . Из этого графика следует, что при изменении величины в пределах от 0 до 2 приведенная степень черноты  $\varepsilon_{г.г}$  изменяется незначительно, зато в этих условиях очень заметно влияние  $\varepsilon_{г}$ .

Все написанные выше формулы для приведенных степеней черноты, за исключением (2.49), правильны при условии, что степень черноты и поглощательная способность газов одинаковы. Однако, если температуры газов и тепловоспринимающей поверхности разнятся существенно (например, на  $100^\circ$  и более), указанное допущение может привести к заметной погрешности расчета. В таких случаях необходимо учитывать степень черноты газов  $\varepsilon'_г$ , взятую при температуре газов, и их поглощательную способность при температуре поверхности, в данном случае материала или стенки соответственно. В технических расчетах допустимо принимать поглощательную способность газов равной их степени черноты при той же температуре. Обозначим эту степень черноты газов, соответствующую температуре поверхности,  $\varepsilon''_г$ .

Все записанные выше формулы для приведенных степеней черноты, начиная с исходных, основаны на представлении об эффек-

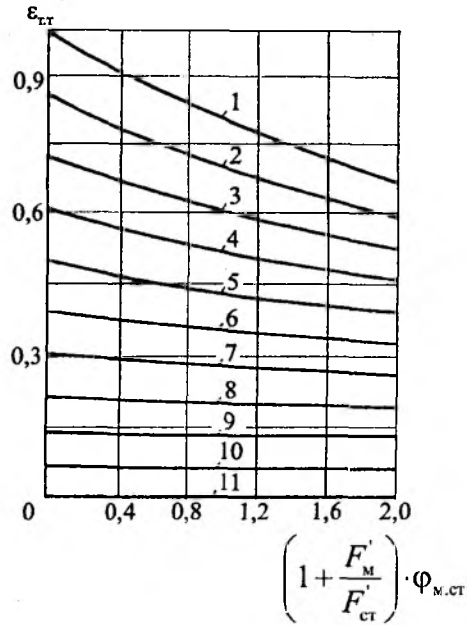


Рис. 2.30. Зависимость приведенной степени черноты  $\varepsilon_{г.г}$  для системы двух твердых тел с одинаковой степенью черноты  $\varepsilon_{г} = 0,8$ , разделенных газовой средой, от степени черноты последней  $\varepsilon_{г}$  и геометрического соотношения  $(1 + F'_M/F'_{ст}) \cdot \phi_{м.ст.}$ . Числам у кривых соответствуют значения степени черноты газа согласно табл. 2.7

тивном потоке как алгебраической сумме падающего и результирующего потоков. Поток, излучаемый газами, представляет некоторое исключение, так как в отличие от твердых и большинства жидких тел, газы не отражают, а пропускают часть  $(1 - \varepsilon''_г)$  падающего на них потока  $q_{пад.г}$ . Кроме того, газы в условиях нагревательных печей всегда отдают тепло, т.е. присоединяют к поглощенной части падающего излучения результирующий (отрицательный для газов) поток  $q_{г.л.г}$ .

Эффективный поток, излучаемый газами на единицу замкнутой граничной поверхности, со-

Таблица 2.7

Взаимосвязь приведенной степени черноты  $\varepsilon_{г.м}$  (газ — материал) и действительной степени черноты газа  $\varepsilon_{г}$

Степень черноты	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Действительная $\varepsilon_{г}$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Приведенная (газ — твердое тело) $\varepsilon_{г.м}$	0,000	0,098	0,190	0,279	0,334	0,445	0,522	0,593	0,637	0,735	0,800

ставленной двумя твердыми телами (нагреваемым материалом и стенками) с общей степенью черноты  $\epsilon_r$ , выражается формулой

$$\begin{aligned} q_{r,\text{эф}} &= q_{\text{пад},r} + q_{r,\text{л},r} - (1 - \epsilon_r'') q_{\text{пад},r} = \\ &= \frac{q_{\text{погл},r}}{\epsilon_r''} + q_{r,\text{л},r} - (1 - \epsilon_r'') q_{\text{пад},r} = \\ &= \frac{q_{r,\text{соб}} - q_{r,\text{л},r}}{\epsilon_r''} + q_{r,\text{л},r} - (1 - \epsilon_r'') q_{\text{пад},r} = \\ &= \frac{\epsilon_r'}{\epsilon_r''} q_{0r} - \frac{1 - \epsilon_r''}{\epsilon_r''} q_{r,\text{л},r} - (1 - \epsilon_r'') q_{\text{пад},r}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

В выражении подставлено  $q_{r,\text{соб}} = \epsilon_r' q_{0r}$  ( $\epsilon_r'$  — степень черноты газов при их собственной температуре).

Поток тепла, излучаемый поверхностью твердого тела, выразим аналогично, но при этом учтем, что  $q_{r,\text{эф}} = q_{\text{пад},r} - q_{r,\text{л},r}$  (так как данное тело нагревается) и что для его поверхности степень черноты равна излучательной способности

$$q_{r,\text{эф}} = q_{\text{пад},r} - q_{r,\text{л},r}. \quad (2.56)$$

Часть этого потока, поглощенную газами, определяем, умножая (2.56) на степень черноты газов  $\epsilon_r''$ . Поскольку весь расчет ведется на единицу поверхности, имеем численное равенство

$$q_{r,\text{л},r} = q_{r,\text{л},r}.$$

Подставим выражение (2.56) в (2.55) и вычтем из последнего  $q_{\text{пад},r} \epsilon_r''$ , т.е. найдем результирующий поток

$$\begin{aligned} q_{r,\text{л},r} &= q_{r,\text{эф}} - q_{\text{пад},r} \epsilon_r'' = \\ &= \frac{\epsilon_r'}{\epsilon_r''} q_{0r} - \frac{1 - \epsilon_r''}{\epsilon_r''} q_{r,\text{л},r} - (1 - \epsilon_r'') \times \\ &\times \left( q_{0r} + \frac{1 - \epsilon_r}{\epsilon_r} q_{r,\text{л},r} \right) - \left( q_{0r} + \frac{1 - \epsilon_r}{\epsilon_r} q_{r,\text{л},r} \right) \epsilon_r'' \end{aligned} \quad (2.57)$$

После приведения подобных членов и решения уравнения (2.57) относительно результирующего потока получим окончательно

$$q_{r,\text{л},r} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_r''} + \frac{1}{\epsilon_r} - 1} \left( \frac{\epsilon_r'}{\epsilon_r''} q_{0r} - q_{0r} \right). \quad (2.58)$$

В этом решении множитель перед скобкой, выражающий приведенную степень черноты, заменяет формулу (2.50) при условии  $\epsilon_m = \epsilon_{\text{ст}} = \epsilon_r$  и при учете различия между степенью черноты газов  $\epsilon_r'$  и их поглощательной способностью  $\epsilon_r''$ . В целом же это решение совпадает с известной формулой Г.Л. Поляка для замкнутой системы из двух серых тел: стенки и газа. Возможность такого совпадения определяется тем, что ввиду

равенства  $\epsilon_m$  и  $\epsilon_{\text{ст}}$  при написании выражений для результирующего потока можно было не учитывать отраженного газового излучения, поскольку соответствующие количества тепла, передаваемые материалом стенкам и стенками материалу, одинаковы. Следовательно, при  $\epsilon_m = \epsilon_{\text{ст}}$  формула (2.58) была бы пригодна также в случае значительной разности температур материала и стенок, если бы не отсутствие единого значения  $\epsilon_r''$ , поскольку двум указанным температурам соответствуют два значения  $\epsilon_r''$ .

Применяя решение (2.58), необходимо в формулах (2.36), (2.37) и последующих умножить  $q_{0r}$  на отношение  $\epsilon_r' / \epsilon_r''$ .

Возможная ошибка расчета, если полагать  $\epsilon_r' = \epsilon_r''$  при  $t_r \gg t_{\text{ст}}$ , видна из следующего примера:  $t_r = 1350^\circ\text{C}$ ;  $t_{\text{ст}} = 1020^\circ\text{C}$ ;  $\epsilon_r' = 0,144$ ;  $\epsilon_r'' = 0,190$ ;  $\epsilon_r = 0,8$ . Подставляя в формулу (2.48)  $\epsilon_r'$  вместо  $\epsilon_r$ , получаем  $\epsilon_{r,\text{т}}$  на 26,8 % меньше соответствующего множителя в формуле (2.58) без учета отношения  $\epsilon_r' / \epsilon_r''$ . Если же полученное значение  $\epsilon_{r,\text{т}}$  умножить на разность  $(q_{0r} - q_{0r})$ , то тепловой поток окажется на 36,9 % выше, чем подсчитанный по формуле (2.58), которую необходимо применить в этом случае.

Формулы для  $\epsilon_{r,\text{т}}$  в случае, когда температуры материала и стенок существенно отличаются от температуры газов, но равны между собой, остаются в силе, если заменить в них  $\epsilon_r$  на  $\epsilon_r''$  при этой одинаковой температуре. При существенном неравенстве всех трех температур указанные формулы будут приближенно верны при подстановке в них  $\epsilon_r''$ , соответствующего усредненной температуре материала и стенок.

Во все выражения приведенных степеней черноты входит отношение эффективных поверхностей нагреваемого материала и стенок  $F_M' / F_{\text{ст}}'$ .

Типичными случаями расположения нагреваемых изделий являются изображенные на рис. 2.29, а и б. Они соответствуют большому и малому заполнению пространства металлом. Выразим относительную величину садки посредством коэффициента заполнения

$$k_3 = \frac{V_M}{V_M + V_{\text{св}}}. \quad (2.59)$$

Рассматривая определение как плоскую задачу, найдем отношения эффективной поверхности материала и стенок к полному объему рабочего пространства в случае, представленном на рис. 2.29, а:

$$\text{и} \quad \frac{F'_M}{V_M + V_{св}} = \frac{\Pi'_M}{\Omega_M} k_3 \quad (2.60)$$

$$\frac{F'_{ст}}{V_M + V_{ст}} = \frac{\Pi'_{ст}}{\Omega_M + \Omega_{ст}}. \quad (2.61)$$

Здесь  $\Pi'_M$  и  $\Pi'_{ст}$  — эффективные (открытые) периметры нагреваемых изделий и стенок, а  $\Omega_M$  и  $\Omega_{св}$  — площади сечений — занятая материалом и свободная.

Разделив (2.60) на (2.61), получим

$$\frac{F'_M}{F'_{ст}} = \frac{\Pi'_M}{\Omega_M} \frac{\Omega_M + \Omega_{св}}{\Pi'_{ст}} k_3. \quad (2.62)$$

В правой части этой формулы возможно упрощение, приводящее к тождественному выражению исходного условия:  $F'_M/F'_{ст} = \Pi'_M/\Pi'_{ст}$ , однако в виде (2.62) формула более полезна. Применяя ее, можно, например, получить следующую формулу для случая нагрева круглых изделий в нагревательной камере квадратного сечения:

$$\frac{F'_M}{F'_{ст}} = \frac{D}{d} k_3, \quad (2.63)$$

где  $D$  — диаметр слитка и  $D = H_{\Sigma}$  — сторона камеры.

В случае сплошного расположения нагреваемых изделий непосредственно на поду в один ряд по высоте (рис. 2.29, б) отношение  $F'_M/F'_{ст}$  можно выразить иначе. Пренебрегая поверхностью изделий, обращенной к боковым стенам печи, и незакрытой поверхностью пода по сторонам садки, находим

$$\frac{F'_M}{F'_{ст}} = \frac{l}{D + 2H}. \quad (2.64)$$

Здесь  $l$  — ширина садки,  $D$  и  $H$  — соответственно ширина печи и ее высота, отсчитанная от верхней плоскости садки.

#### Совместный расчет излучения и конвекции.

Формула (2.36) является основой для вычисления теплового потока  $q_M$ , который усваивается единицей эффективной поверхности материала при передаче на нее тепла излучением (от газов и стенок) и конвекцией. Последовательность расчета  $q_M$  может быть, к примеру, такой:

1) назначение предполагаемой температуры газов  $t_r(T_r)$  при заданной температуре поверхности нагреваемого материала  $t_n(T_n)$  и выявление фактических значений  $F'_M/F'_{ст}$ ,  $\varphi_{M,ст}$ ,  $\alpha_{к,М}$  и  $\alpha_{к,ст}$  (или  $\alpha_k$ );

2) определение  $\varepsilon_{г,М}$ ,  $\varepsilon_{г,ст}$  (или  $\varepsilon_{г,г}$ ) и  $\varepsilon_{г,т}$  по формулам (2.48) и (2.49) или (2.50) и (2.51);

3) выбор на основании технико-экономического расчета величины  $q_{ст}$  и расчет  $t_{ст}(T_{ст})$  с помощью формулы (2.37);

4) вычисление  $q_M$  по формуле (2.36).

Расчет существенно упрощается при условиях

$$\varepsilon_{г,М} = \varepsilon_{г,ст} = \varepsilon_{г,г} \text{ и } \alpha_{к,М} = \alpha_{к,ст} = \alpha_k.$$

В случае, когда для подстановки в формулу (2.36) необходимо определить среднее значение теплового потока, должен быть известен закон изменения температур, характеризующих теплообмен, во времени или пространстве. Поскольку перемещение нагреваемых предметов при данной скорости их перемещения соответствует некоторому промежутку времени, примем для единообразия, что во всех случаях температура является функцией времени нагрева материала.

Принят упрощенный закон изменения во времени температуры поверхности нагреваемого металла в виде степенной алгебраической функции

$$t = t_{нач} + (t_{кон} - t_{нач})(\tau/\tau_1)^n, \quad (2.65)$$

где  $t$ ,  $t_{нач}$  и  $t_{кон}$  — текущая, начальная и повышенная температуры — относительное время повышения температуры, т.е. 1-го периода нагрева;  $n$  — постоянная для данного случая величина.

Формула (2.65) удобна для вычисления средних значений  $t_r$ ,  $t_n$  или  $t_{ст}$  при отсчете времени от момента начала нагрева материала, а также для усреднения любых степенных функций.

Аналогично выражаются лучистые потоки

$$q_0 = \sigma_0 \left[ t_{нач} + 273 + (t_{кон} - t_{нач}) \left( \frac{\tau}{\tau_1} \right)^n \right]^4. \quad (2.66)$$

Средние значения  $t$  и  $q_0$  находятся путем определенного интегрирования между пределами  $\tau/\tau_1 = 0$  и  $\tau/\tau_1 = 1$ :

$$\bar{t}_1 = t_{нач} + (t_{кон} - t_{нач}) \frac{1}{n+1} \text{ } ^\circ\text{C}; \quad (2.67)$$

$$\bar{q}_{01} = \sigma_0 \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left[ (t_{нач} + 273)^4 + 4(t_{нач} + 273)^3 (t_{кон} - t_{нач}) \frac{1}{n+1} + \right. \\ & \quad + 6(t_{нач} + 273)^2 (t_{кон} - t_{нач})^2 \frac{1}{2n+1} + \\ & \quad \left. + 4(t_{нач} + 273)(t_{кон} - t_{нач})^3 \times \right. \\ & \quad \left. \times \frac{1}{3n+1} + (t_{кон} - t_{нач})^4 \frac{1}{4n+1} \right] \text{ Вт/м}^2. \quad (2.68) \end{aligned}$$

Для удобства вычислений последнего выражения рекомендуется в формуле (2.66)  $\sigma_0$  умножить, а сумму, возводимую в степень, поделить на  $10^8$ .

Показатель степени  $n$  может быть найден по опытному данным, если известны  $t_{нач}$ ,  $t_{кон}$  и

$$n = \frac{t_{кон} - t_{нач}}{t - t_{нач}} - 1. \quad (2.69)$$

Относительно высокую производительность обеспечивают режимы нагрева, характеризующиеся быстрым повышением температуры материала в начале процесса и замедленным в конце. Последнее желательно для уменьшения перепада температуры внутри нагретых изделий. Крайними случаями являются: мгновенное изменение температуры до  $t_{кон}$  ( $n = 0$ ,  $t_{кон} = t_{нач}$ ) и повышение температуры от  $t_{нач}$  до  $t_{кон}$  по прямой ( $n = 1$ ) (рис. 2.31).

С учетом выдержки при конечной температуре соответствующие средние значения  $t$  и  $q_0$  вычисляются по формулам:

$$\bar{t} = \frac{\tau_I \bar{t}_I + \tau_{II} \bar{t}_{II}}{\tau_I + \tau_{II}}; \quad (2.70)$$

$$\bar{q}_0 = \frac{\tau_I \bar{q}_{0I} + \tau_{II} \bar{q}_{0II}}{\tau_I + \tau_{II}}. \quad (2.71)$$

Для расчета температуры внутренней поверхности стенок  $t_{ст}(T_{ст})$  необходимо принять допустимую величину потока тепла  $q_{ст}$ , расходуемого стенками в связи с их нагревом и теплоотдачей во внешнюю среду. Согласно принятой последовательности расчета, температуры газов и поверхности материала уже известны (заданы). При наличии указанных данных решаем уравнение (2.37) относительно  $q_0$ :

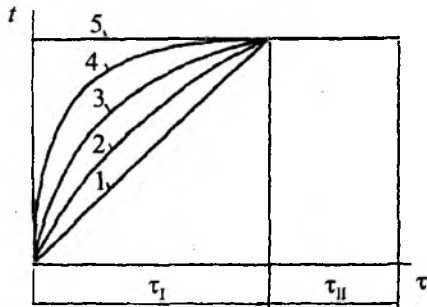


Рис. 2.31. Температурные режимы по Б.Ф. Зобнину:  
 $\tau_I$  — период повышения температуры;  
 $\tau_{II}$  — период выдержки; 1—4 — режимы, типичные для нагревательных печей; 5 — идеализированный режим (мгновенное достижение максимальной температуры и выдержка продолжительностью  $(\tau_I + \tau_{II})$ )

$$q_{0\text{ст}} = \frac{\varepsilon_{г.ст} q_{0г} + \varepsilon_{т.т} \frac{F'_I}{F'_{ст}} \Phi_{м.ст} q_{0м} + \alpha_{к.ст} t_{г} - q_{ст}}{\varepsilon_{г.ст} + \varepsilon_{т.т} \frac{F'_I}{F'_{ст}} \Phi_{м.ст} + \alpha_{к.ст} \frac{t_{ст}}{q_{0\text{ст}}}}. \quad (2.72)$$

Условия тепловой работы нагревательных печей таковы, что значения  $q_{0\text{ст}}(t_{ст})$  могут рассматриваться как постоянные либо во времени и в пространстве, либо только во времени. В первом случае усреднения  $q_{0\text{ст}}(t_{ст})$  вообще не требуется, а в остальных оно может быть выполнено в соответствии с формулами (2.63) — (2.69), в которые подставляются начальное и конечное значения  $t_{ст}$  из решения (2.72).

Упрощение, положенное в основу решения (2.72), состоит в том, что сложная задача отыскания корней уравнения четвертой степени в случае определения непосредственно температуры стенки заменяется вычислением теплового потока  $q_{0\text{ст}}$  при заданном отношении  $t_{ст}/q_{0\text{ст}}$ , т.е. последовательным приближением.

Предложенный метод совместного расчета излучения и конвекции не связан с принятием определенной, неизменной доли участия стенок в передаче тепла нагреваемому материалу и позволяет учесть любую интенсивность конвекции.

**Оценка переизлучения от стенок.** Стенки передают нагреваемому материалу, «переизлучают» тепло, полученное от газов. Однако, поскольку стенками может передаваться тепло, приобретенное ими посредством не только излучения, но и конвекции, термин «переизлучение» употребляется для обозначения не только простого возврата полученного лучистого тепла, но и превращения в него конвективного тепла.

Вернемся к системе уравнений (2.36) и (2.37) и подставим в первое из них вместо  $q_m$  его выражение в виде суммы потоков тепла, полученных от газов ( $q_{м.г}$ ) и от стенок ( $q_{м.ст}$ ), т.е.

$$q_m = q_{м.г} + q_{м.ст}.$$

В свою очередь, величина  $q_{м.г}$  имеет выражение

$$q_{м.г} = \varepsilon_{г.м}(q_{0г} - q_{0м}) + \alpha_{к.м}(t_{г} - t_{п}).$$

Теперь вычтем из уравнения (2.36) уравнение (2.37) и найдем решение относительно теплового потока, который материал получает от стенок. Искомый поток

$$q_{м.ст} = \varepsilon_{т.т}(q_{0\text{ст}} - q_{0м})\Phi_{м.ст} = A_1(q_{м.г} - q_{ст}), \quad (2.73)$$

где

$$A_1 = \frac{\varepsilon_{г.г} \Phi_{м.ст}}{\varepsilon_{г.г} \frac{F'_M}{F'_{ст}} \Phi_{м.ст} + \varepsilon_{г.м} (q_{ог} - q_{ом}) - \varepsilon_{г.ст} (q_{ог} - q_{о ст})} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\alpha_{к.м} (t_{г} - t_{п}) - \alpha_{к.ст} (t_{г} - t_{ст})}{q_{о ст} - q_{ом}}$$

Для упрощения решения (2.73) во многих случаях допустимо принимать  $\varepsilon_{г.м} = \varepsilon_{г.ст} = \varepsilon_{г.г}$ . Кроме того, возможно считать, что  $\alpha_{к.м} = \alpha_{к.ст} = \alpha_{к.}$ . Если  $\alpha_{к.м}$  и  $\alpha_{к.ст}$  в действительности различны, то для уменьшения погрешности расчета при известных значениях того и другого коэффициентов следует принимать  $\alpha_{к} = 0,5(\alpha_{к.м} + \alpha_{к.ст})$ .

Дополнительно введем обозначение

$$\frac{t_{ст} - t_{пов}}{q_{о ст} - q_{ом}} = \vartheta. \quad (2.74)$$

Тогда с учетом принятых допущений и обозначений решение уравнения (2.73) примет более простой вид

$$q_{м.ст} = \frac{\varepsilon_{г.г} \Phi_{м.ст}}{\varepsilon_{г.г} \frac{F'_M}{F'_{ст}} \Phi_{м.ст} + \varepsilon_{г.г} + \alpha_{к} \vartheta} \times$$

$$\times (q_{м.г} - q_{ст}) = A_2 (q_{м.г} - q_{ст}). \quad (2.75)$$

Величину  $\vartheta$  наиболее просто вычислить при постоянных значениях  $t_{ст}$  и  $t_{п}$  и соответственно  $q_{о ст}$  и  $q_{ом}$ . Учитывая, что  $q_{о ст} = \sigma_0 T_{ст}^4$  и  $q_{ом} = \sigma_0 T_{пов}^4$ , а  $t_{ст} - t_{пов} = T_{ст} - T_{пов}$ , получаем

$$\vartheta = \frac{1}{\sigma_0 (T_{ст} + T_{пов}) (T_{ст}^2 + T_{пов}^2)} = \frac{1}{\alpha_{ол}}. \quad (2.76)$$

Следовательно, в этом случае  $\vartheta$  есть величина, обратная коэффициенту лучистого теплообмена между абсолютно черными телами, температура которых равна температуре поверхностей стенок и материала.

Дальнейшее упрощение можно получить при сближении температур рассматриваемых поверхностей. Когда  $T_{ст} \approx T_{пов} \approx T$ ,

$$\vartheta = \frac{1}{4\sigma_0 \bar{T}^2} = \frac{4386 \cdot 10^3}{\bar{T}^3}, \text{ м}^2 \cdot \text{град}/\text{Вт}$$

$$\vartheta = \frac{5102 \cdot 10^3}{\bar{T}^3}, \text{ м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{град}/\text{ккал}. \quad (2.77)$$

Например, при  $t_{ст} = 1300 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_{пов} = 1250 \text{ }^\circ\text{C}$  расчет по формулам (2.76) и (2.77) дает одинаковые результаты:  $\vartheta = 0,00118 \text{ м}^2 \cdot \text{град}/\text{Вт}$  ( $0,00137 \text{ м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{град}/\text{ккал}$ ).

В случае, когда необходимо определить среднее значение  $\vartheta$ , соответствующие величины, изменяющиеся во времени, могут быть усреднены с применением формул (2.65)–(2.71).

Решения (2.73) и (2.75) позволяют оценить долю участия стенок в нагреве материала при самых разнообразных условиях. Например, если степени черноты и коэффициенты конвективного теплообмена для нагреваемого материала и стенок одинаковы, то можно применить формулу (2.75). При этом, когда вместо  $q_{м.г}$  известен результирующий поток  $q_{м.}$ , выражение (2.75) примет вид

$$q_{м.ст} = \frac{\varepsilon_{г.г} (q_{м.} - q_{ст}) \Phi_{м.ст}}{\varepsilon_{г.г} \left(1 + \frac{F'_M}{F'_{ст}}\right) \Phi_{м.ст} + \varepsilon_{г.г} + \alpha_{к} \vartheta}. \quad (2.78)$$

Если вместо  $q_{м.г}$  известен суммарный лучистый поток  $q_{м.л.}$ , вычисляемый по формуле (2.47), и  $q_{ст} = \alpha_{к} (t_{г} - t_{ст})$ , то

$$q_{м.ст} = \frac{\varepsilon_{г.г} (q_{м.л.} - q_{ст}) \Phi_{м.ст}}{\varepsilon_{г.г} \left(1 + \frac{F'_M}{F'_{ст}}\right) \Phi_{м.ст} + \varepsilon_{г.г}}. \quad (2.79)$$

Рассмотрим данные, относящиеся к типичным схемам загрузки нагревательных печей металлом. При наличии характерных колебаний величин принимаемые значения приводятся в скобках.

С л у ч а й 1. (см. рис. 2.29, а). Принято:  $F'_M/F'_{ст} = 0,8 \dots 1,2$  (1,0);  $\Phi_{м.ст} = 0,4 \dots 1,0$  (0,6);  $\varepsilon_{г.г} = 0,8$ ;  $\varepsilon_{г.т} = 0,3$ ;  $\alpha_{к} = 140 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$  ( $120 \text{ ккал}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{град})$ ); средние значения результирующих потоков  $q_{м.} = 20000 \text{ Вт}/\text{м}^2$  ( $17200 \text{ ккал}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$ ) и  $q_{ст} = 3100 \text{ Вт}/\text{м}^2$  ( $2665 \text{ ккал}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$ ); повышение  $t_{пов}$  от 600 до 1250  $^\circ\text{C}$  и  $t_{ст}$  от 800 до 1250  $^\circ\text{C}$  по параболе ( $n = 0,5$ ) с следующей выдержкой  $\tau_{п}/\tau_1 = 0,5$ . Вычислено:

$$\varepsilon_{г.г} = 0,28; \varepsilon_{г.т} = 0,51 \text{ (см. рис. 2.30)}; \vartheta = \frac{t_{ст} - t_{пов}}{q_{о ст} - q_{ом}} = 0,00221; \text{ по формуле (2.78) } q_{м.ст} = 4306 \text{ Вт}/\text{м}^2$$

(3703 ккал/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})). Следовательно,  $\frac{q_{м.ст}}{q_{м.}} = 0,215$  или 21,5 %.

Если бы был взят коэффициент конвективного теплообмена в 4 раза меньше —  $\alpha_{к} = 35 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$  ( $30 \text{ ккал}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{град})$ ), т.е. на уров-



не значений  $\alpha_k$  при продольном омывании холодного теплоприемника, то получилось бы отношение  $\frac{q_{м.ст}}{q_m} = 0,297$  (29,7 %).

С л у ч а й 2. (см. рис. 2.29, б). Принимаем для сравнения с обычным способом расчета, при котором допускают, что  $q_{ст} = \alpha_k(t_r - t_{ст})$ , условия, рассмотренные И.С. Назаровым<sup>1</sup>:  $F'_m/F'_{ст} = 0,4$ ;  $\varphi_{м.ст} = 1$ ;  $\varepsilon_r = 0,805$ ;  $\varepsilon_r = 0,3$ . При этих условиях вычислено:  $\varepsilon_{r,т} = 0,28$ ;  $\varepsilon_{r,т} = 0,50$ ; согласно формуле (2.79),  $q_{м.ст}/q_{м.л} = 0,51$ , или 51 %, что совпадает с результатом расчета упомянутым способом<sup>2</sup>.

Если принять, что в данных условиях конвекцией передается 10 % от величины  $q_{м.л}$ , то получим  $q_{м.ст}/q_{м.л} = q_{м.ст}/1,1q_{м.л} = 0,51/1,1 = 0,464$  или 46,4 %.

Приведенные примеры показывают, насколько различным может быть участие стенок в нагреве материала и насколько ошибочными могут оказаться единообразные оценки этого участия.

Изложенный выше способ расчета теплопотока металла по Будрину – Зобнину можно рассматривать как уточнение и обобщение основополагающей работы В.Н. Тимофеева. Оценка теплового потока, получаемого поверхностью металла от греющих газов и излучающей облицовки стенок ячейки нагревательного колодца, вошла необходимым разделом в общую методику теплового расчета нагревательных печей<sup>3</sup>.

В качестве примера использования обобщенной модели процесса нагрева слитков в камере колодца приведем математическую модель<sup>4</sup>, которая включает следующую систему уравнений для нагреваемого металла:

$$\rho_m c_m \frac{\partial T_m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_m \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial y} \right); \quad (2.80)$$

$$\lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial n} = \sigma_{г.м} (T_r^4 - T_{пов}^4) + \sigma_{к.л.м} (T_{к.л}^4 - T_{пов}^4) + \alpha (T_r - T_{пов}); \quad (2.81)$$

$$T_m = T_{нач}(x, y) \text{ при } t = 0, \quad (2.82)$$

где  $c$  – теплоемкость, кДж/(кг·град);  $T$  – температура, К;  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $\tau$  – время, ч;  $x, y$  – координаты по толщине и длине, м;  $\lambda$  –

коэффициент теплопроводности, Вт/(м·град);  $n$  – направление по нормали к поверхности;  $\alpha$  – коэффициент теплообмена конвекцией, Вт/(м<sup>2</sup>·град);  $\sigma$  – эффективный коэффициент теплообмена излучением, Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>). Температура печных газов  $T_r$  здесь принимается как заданная кусочно-линейная функция времени.

Излучающая способность поверхности кладки принята равномерной, а кладка считается однослойной; тогда процесс передачи тепла в ней описывается уравнением (теплофизические свойства кладки полагаются неизменными:  $a$  – коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/ч;  $P_1$  – коэффициент пропорциональности):

$$\frac{\partial T_{к.л}}{\partial t} = a_{к.л} \frac{\partial^2 T_{к.л}}{\partial x_{к.л}^2} \quad (2.83)$$

с начальным

$$T_{к.л}(x, 0) = T_{к.л}(0, 0) - P_1 x_{к.л} \quad (2.84)$$

и граничными условиями на внутренней поверхности

$$-\lambda_{к.л} \frac{\partial T_{к.л}}{\partial x_{к.л}} \Big|_{x_{к.л}=0} = \sigma_{г-к.л} (T_r^4 - T_{пов.к.л}^4) + \sigma_{м-к.л} (T_{пов.сл}^4 - T_{пов.к.л}^4). \quad (2.85)$$

На внешней поверхности граничное условие принимает вид ( $s$  – толщина кладки)

$$-\lambda_{к.л} \frac{\partial T_{к.л}}{\partial x_{к.л}} \Big|_{x_{к.л}=s} = 0. \quad (2.86)$$

При этом предполагается, что количество тепла, переданное кладке от печных газов конвекцией, равно количеству тепла, отданного кладкой окружающей среде.

Из решения системы уравнений (2.83)–(2.86) может быть найдено значение температуры внутренней поверхности кладки, входящей в формулу (2.81). Эффективные коэффициенты теплообмена излучением между газами, кладкой и металлом ( $\sigma_{г.м}$ ,  $\sigma_{г.к.л}$ ,  $\sigma_{м.к.л}$ ) в формулах (2.81) и (2.85) считаются известными кусочно-линейными функциями времени. Режим расхода топлива (индекс «т») в зависимости от его свойств (теплоты сгорания  $Q_n^p$ , температуры подогрева) и условий сжигания (коэффициента избытка  $\alpha_{изб}$  и температуры подогрева воздуха (индекс «в»), массы металла в камере колодца и др.) можно определить из известного

<sup>1</sup>Назаров И.С. Основы теории промышленных печей. Свердловск; Москва: Metallurgizdat. 1941.

<sup>2</sup>Там же.

<sup>3</sup>Теплотехнические расчеты металлургических печей // под ред. А.С. Телегина. М.: Metallurgiya. 2-е изд. 1982.

<sup>4</sup>Котляревский Е.М., Минеев В.И. [и др.]. Разработка, экспериментальная проверка и практическое применение математической модели нагрева слитков в колодцах // Сталь. 1976. № 7.

уравнения теплового баланса колодца, решив его относительно часового расхода топлива  $V_{т,t}$ :

$$V_{т,t} = \frac{K_1(Q_2 + Q_3)}{[Q_{н}^p + T_{в}L_0\alpha_{изб}c_{в} + T_{г}c_{г} - (T_{д} - 273)V_{д}c_{д}]\Delta t}, \quad (2.87)$$

где  $K_1$  — эмпирический коэффициент, учитывающий химический и физический недожог топлива и другие потери (принимается равным 1,1).

Температура уходящих газов (дыма — индекс «д») принимается равной среднеарифметической между температурами внутренней поверхности стенок колодца, поверхности металла и печных газов. В уравнении (2.87) количество дыма  $V_{д}$ , выделяющееся при сгорании  $1 \text{ м}^3$  топлива, и теоретически необходимое для его сгорания количество воздуха  $L_0$  определяются по известным формулам<sup>1</sup>, а коэффициент избытка воздуха  $\alpha_{изб}$  принимается равным 1,1.

Количество тепла, усвоенное кладкой колодца за время  $\Delta t$ , может быть рассчитано по формуле

$$Q_2 = \frac{c_{кл}\rho_{кл}F_{кл}x_{кл} \left[ \sum_{i=1}^{N_{кл}} (T_{кл,t+\Delta t,i} - T_{кл,t,i}) \right]}{N_{кл}}, \quad (2.88)$$

где  $i$  — номер расчетного узла по сечению кладки;  $N_{кл}$  — количество расчетных узлов по сечению кладки;  $F_{кл}$  — площадь кладки,  $\text{м}^2$ .

Количество тепла, усвоенное металлом за интервал времени  $\Delta t$ , рассчитывается по формуле

$$Q_3 = \frac{c_{м}mM_{сл} \left[ \sum_{i=1}^{N_{сл}} (T_{м,i,j,t+\Delta t} - T_{м,i,j,t}) \right]}{N_{сл}}, \quad (2.89)$$

где  $m$  — количество слитков в колодце;  $M_{сл}$  — масса одного слитка, кг;  $N_{сл}$  — расчетное количество узлов в сечении слитка;  $j$  — номер расчетного узла слитка.

Общий расход топлива за время нагрева (от моментов  $t_0$  до  $t_{кон}$ ) определяется как сумма

$$V_{т,общ} = \sum_{t_0}^{t_{кон}} V_{т,t} \Delta t. \quad (2.90)$$

Расчетное определение режима и общего расхода топлива позволяет выявить излишние затраты топлива в процессе нагрева и оценить

экономичность различных режимов нагрева в зависимости от скорости подъема температуры печных газов. Поставленную таким образом задачу авторы решали конечно-разностным методом с применением ЭВМ.

При проведении сопоставительных расчетов изменения температуры печных газов температуру кладки, топлива и воздуха задавали по имеющимся для исследуемых типов колодцев экспериментальным данным, а теплофизические свойства изучаемых сталей определяли в функции температуры; во всех расчетах принимали, что эффективные коэффициенты теплообмена излучением между печными газами, металлом и кладкой  $\sigma_{г,м}$  и  $\sigma_{г,кл}$  равны между собой и в период подъема температуры изменяются по линейному закону от  $1,51 \cdot 10^8$  до  $1,29 \cdot 10^8 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ , постоянны и равны последнему значению в период томления, а между поверхностями металла и кладки  $\sigma_{м,кл}$  изменяются в аналогичные периоды времени от  $4,07 \cdot 10^8$  до  $2,32 \cdot 10^8 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ .

Для установления адекватности математической модели реальному процессу на рис. 2.32 сопоставлены расчетные и экспериментальные данные по нагреву холодного посада 14 блюминговых 6,5-тонных слитков низкоуглеродистой стали в нагревательных колодцах с одной горелкой. Расчетные кривые изменения температуры на оси и поверхности в процессе нагрева различаются не более чем на 20 град от экспериментальных данных; погрешность порядка 1,5 % измеряемой величины можно считать вполне приемлемой. Сходимость расчетных и экспериментальных кривых, описывающих расход природного газа с теплотой сгорания  $8560 \text{ ккал}/\text{м}^3$ , в конечной стадии нагрева также удовлетворительна.

Разработанная Е.М. Котляревским, В.И. Минаевым и другими обобщенная модель использована для определения рациональных режимов нагрева слитков нержавеющей стали (массой 2,7 т) на Златоустовском металлургическом заводе (ЗМЗ). На рис. 2.33 и 2.34 приведены результаты сопоставления расчетных данных, полученных с использованием обобщенной модели, с фактическими данными, установленными при обследовании тепловой работы регенеративных колодцев ЗМЗ. На рис. 2.33 представлены данные по нагреву четырех 2,7-тонных слитков холодного посада стали X18H12M2T, а на рис. 2.34 — для садки из четырех слитков горячего посада.

<sup>1</sup>Системы производства и распределения энергоносителей промышленных предприятий: учебник / Б.М. Хрусталев, В.А. Седнин, В.Д. Акельев [и др.]; под общ. ред. проф. А.П. Несенчука. Минск: Технопринт, 2005.

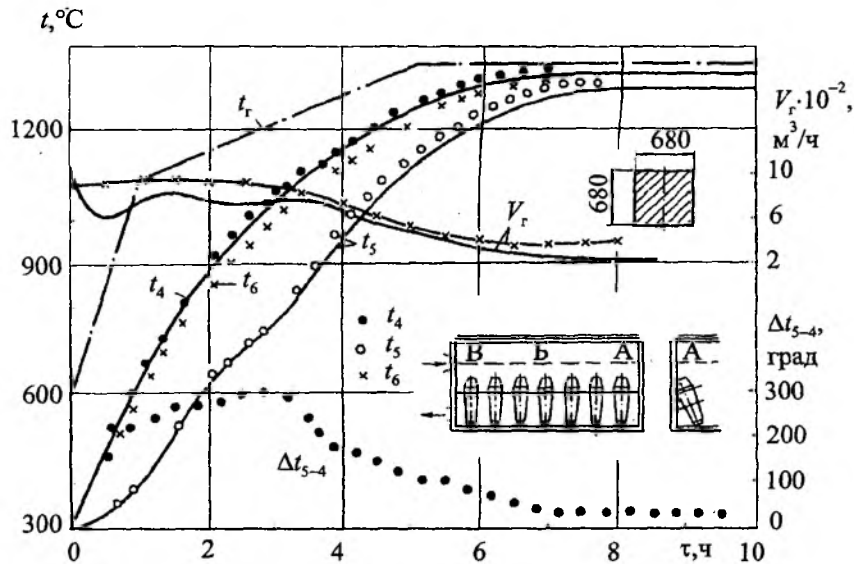


Рис. 2.32. Изменение температуры в точках 4–6 ( $T_4 - T_6$ ) среднего сечения 6,5-тонного слитка стали с 0,15% углерода за время нагрева в колодце с одной верхней горелкой на заводе «Красный Октябрь» при температуре посада 300 °С; сплошные линии – результаты расчета по модели; точки – экспериментальные данные

### Характеристики камеры колодца

Размеры камеры колодца, мм	3050×1640×2710
Температура подогрева воздуха, °С	650
Теплота сгорания природного газа, кДж/м <sup>2</sup>	34,023

В ходе экспериментов проводили термометрирование одного из опытных слитков. С этой целью термопары ПР 30/6, подключенные к потенциометру ЭПП-09, вводили в отверстия опытного слитка с размерами сечения 535×535 мм через специальные окна в боковой стенке колодца. Опытный слиток нагревали вместе с производст-

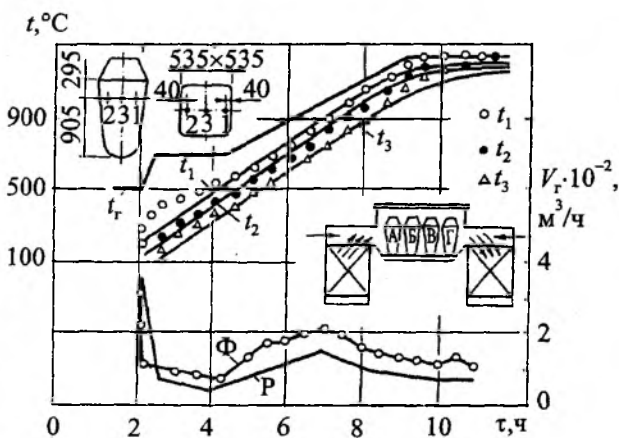


Рис. 2.33. Изменение температуры печных газов  $T_r$  и температуры в точках 1–3 ( $T_1$  и  $T_2$  – поверхность,  $T_3$  – ось) слитка А горячего посада стали X18H12M2T при нагреве в колодце и изменение расхода природного газа  $V_r$  по расчету (р) и фактически (ф)

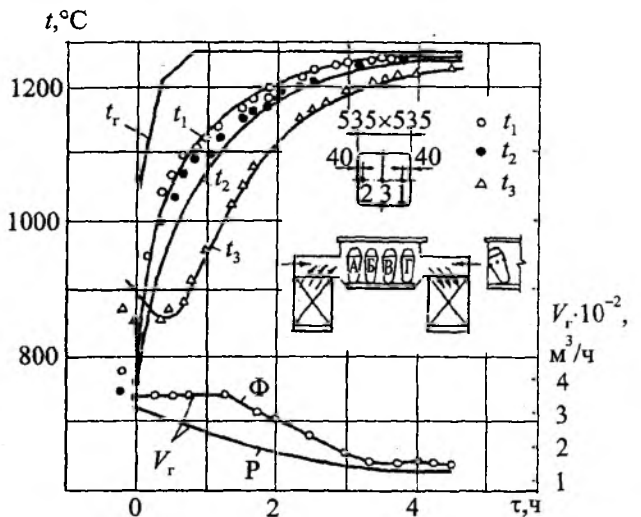


Рис. 2.34. Изменение температуры печных газов  $T_r$  и в точках 1–3 слитка А холодного посада стали X18H12M2T и изменение расхода природного газа при нагреве в колодце. Обозначения те же, что и на рис. 2.33

венными. При горячем посаде его температуру предварительно доводили до температуры посада производственных слитков.

В экспериментах фиксировали изменение температуры печных газов в импульсной точке, температуры в центре слитка и в точках, удаленных от поверхности на глубину 40 мм, расход газа. Расчеты и эксперименты проводили с целью определения рационального по условиям прокатки теплового состояния слитка (температуры поверхности и перепада температуры между поверхностью и центром).

Исследования показали возможность сокращения времени нагрева с 4 ч 20 мин до 3 ч 40 мин, уменьшив период томления при температуре посада слитков 700 °С. При этом температура поверхности слитка составляла 1250 °С, а перепад между поверхностью и центром был 50 град (см. рис. 2.33). Слитки были прокатаны удовлетворительно; качество проката соответствовало требованиям технических условий.

На рис. 2.33 представлено определенное расчетным и экспериментальным методами изменение температуры печи и 2,7-тонного слитка стали X18H12M2T холодного посада, а также часовые расходы топлива в процессе нагрева. Температура поверхности слитка достигает температуры прокатки через 9,3 ч, а допустимый по условиям прокатки перепад по сечению (50°) обеспечивается через 10 ч после начала нагрева, т.е. на 5 ч раньше, чем указано в инструкции.

Расчетные и экспериментальные результаты на рис. 2.33 и 2.34 совпали удовлетворительно (расхождение составило 10°, или 0,8 % измеряемой величины). Несколько большее (до 27 % в отдельные моменты) расхождение кривых расхода топлива можно объяснить излишним расходом топлива и неудовлетворительным его смещением с воздухом в ячейке колودца в производственных условиях.

Использование обобщенной математической модели в условиях Златоустовского металлургического завода позволило разработать рациональные режимы нагрева слитков легированных сталей в зависимости от температуры посада и сократить время нагрева одной садки в среднем на 40 мин и расход топлива на 7,2 м<sup>3</sup>/т.

## Примеры решения задач к главе 2

### Пример 2.1

Требуется выполнить количественную оценку погрешности, возникающей при решении задачи теплопроводности методом конечных разностей с использованием формулы (2.22); были проведены расчеты нагрева пластины при постоянных значениях  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$ ,  $a$ ,  $T_r$ . При этом расчетные параметры подбирались таким образом, чтобы получить критерий  $Bi = 0,2; 0,5; 1$  при значениях критерия  $Fo = 0,02; 0,04; 0,06$  и т.д., для которых известны значения температуры, полученные при решении задачи теплопроводности аналитическим методом (см. прил. IX к книге Г.П. Иванцова<sup>1</sup>).

#### Решение.

Сечение пластины  $2S$  разделялось на 20 слоев так, что  $\Delta x = 2S/20 = S/10$ . В расчетах принималось:  $\alpha = 58$  Вт/(м<sup>2</sup>·град);  $\lambda = 29$  Вт/(м·град);  $a = 0,025$  м<sup>2</sup>/ч;  $T_r = 1293$  К;  $T_{нач} = 293$  К;  $S = 0,1; 0,25; 0,5$  м.

В табл. 1—3 (к примеру 2.1) представлены результаты расчетов, проведенных по конечноразностной формуле явного вида

$$T_{k,t+\Delta t} = 0,25(T_{k+1,t} + 2T_{k,t} + T_{k-1,t}),$$

которая является частным случаем формулы (2.10) при постоянных значениях теплофизических характеристик и при  $\Pi = 1/4$ . Приводятся температуры на одной из поверхностей пластины (ввиду симметрии двухстороннего нагрева) в сопоставлении с соответствующими данными Г. Русселя<sup>2</sup>, а также погрешность расчетных значений:

$$\delta T_{пов} = \frac{T_{пов}^* - T_{пов}}{T_{пов}^*} 100 \%$$

Таблица 1 (к примеру 2.1)

#### Результаты расчета нагрева пластины по закону конвекции ( $Bi = \alpha S/\lambda = 0,2$ )

t, ч	Fo	Температура, К		$\delta T_{пов}, \%$
		$T_{пов}$	$T_{пов}^*$	
0,008	0,02	323,64	325,15	0,464
0,016	0,04	336,23	336,59	0,107
0,020	0,05	341,21	341,53	0,094
0,024	0,06	345,67	345,97	0,087
0,032	0,08	353,51	353,77	0,074
0,040	0,10	360,32	360,56	0,067

<sup>1</sup>Иванцов Г.П. Нагрев металла (теория и методы расчета). Свердловск; Москва: Металлургиздат, 1948.

<sup>2</sup>Там же.

Таблица 2 (к примеру 2.1)

Результаты расчета нагрева пластины по закону конвекции ( $Bi = \alpha S / \lambda = 0,5$ )

t, ч	Fo	Температура, К		$\delta T_{пов}$ , %
		$T_{пов}$	$T^*_{пов}$	
0,05	0,02	366,82	367,97	0,313
0,10	0,04	395,68	396,55	0,218
0,125	0,05	406,86	407,63	0,189
0,15	0,06	416,77	417,49	0,172
0,20	0,08	433,92	434,55	0,146
0,25	0,10	448,56	449,13	0,127
0,375	0,15	478,44	478,89	0,094

Таблица 3 (к примеру 2.1)

Результаты расчета нагрева пластины по закону конвекции ( $Bi = \alpha S / \lambda = 1$ )

t, ч	Fo	Температура, К		$\delta T_{пов}$ , %
		$T_{пов}$	$T^*_{пов}$	
0,05	0,005	363,29	367**	1,01
0,1	0,01	393,29	396**	0,723
0,5	0,05	501,16	502,38	0,243
1,0	0,10	568,44	569,16	0,127

\* Данные Т. Русселя<sup>1</sup>.

\*\* Данные А. Пешля, приведенные в книге А.В. Лыкова<sup>2</sup>.

Как видно из таблиц 1–3 (к примеру 2.1), данные, полученные с помощью обоих методов, различаются долями процента (десятыми и сотыми), причем по мере нагрева величина расхождения уменьшается.

Таким образом, учет граничных условий с помощью формулы (2.22) при разделении толщины  $S$  на 10 слоев позволяет решить задачу с высокой точностью.

При решении нелинейной задачи теплопроводности с учетом зависимости теплофизических характеристик материала изделий от температуры может быть использована формула (2.22), причем величина  $\lambda$  в данной формуле относится к температуре полуслоя, примыкающего к поверхности тела.

Учет граничных условий при теплообмене излучением на поверхности изделий можно осуществить путем линеаризации на каждом шаге по времени  $\Delta t$ .

<sup>1</sup>Иванцов Г.П. Нагрев металла (теория и методы расчета). Свердловск; Москва: Металлургияиздат, 1948.

<sup>2</sup>Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967.

Запишем формулу (2.19) в виде

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha_{\Sigma} (T_r - T_{пов}),$$

где

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_{луч} + \alpha_k;$$

$$\alpha_{луч} = C \frac{(T_r / 100)^4 - (T_{пов} / 100)^4}{T_r - T_{пов}};$$

$$C = \sigma \cdot 10^8.$$

Таким образом, для граничного условия (2.19) можно использовать способ, основанный на введении фиктивного полуслоя на поверхности тела. При этом коэффициент теплоотдачи  $\alpha_{луч}$  находится по температуре поверхности тела в начале расчетного интервала  $\Delta t$ . Для уменьшения погрешности, вызванной этим допущением, можно ввести в расчет корректирование  $\alpha_{луч}$  по вновь найденному значению  $T_{пов}$  в конце интервала  $\Delta t$ , усредняя температуру поверхности внутри него.

Более строгим при таком корректировании  $\alpha_{луч}$  является способ, основанный на использовании формулы Ньютона для метода последовательных приближений:

$$T_{\Phi}^{(n+1)} = T_{\Phi}^{(n)} - \frac{f(T_{\Phi})}{f'(T_{\Phi})},$$

где  $T_{\Phi}^{(n)}$ ,  $T_{\Phi}^{(n+1)}$  – значения температур в фиктивном полуслое для приближений  $n$  и  $n + 1$ .

Функцию  $f(T_{\Phi})$  получаем, перенося в правую часть члены уравнения (2.19):

$$f(T_{\Phi}) = \lambda \frac{\partial T}{\partial x} - \sigma (T_r^4 - T_{пов}^4) - \alpha (T_r - T_{пов}).$$

Используя замену производной  $\frac{\partial T}{\partial x}$  отношением а также выражение  $T_{пов} = \frac{1}{2}(T_1 + T_{\Phi})$ , получаем

$$f(T_{\Phi}) = \frac{\lambda}{\Delta x} (T_{\Phi} - T_1) - \sigma \left[ T_r^4 - \frac{1}{16} (T_1 + T_{\Phi})^4 \right] - \alpha_k \left[ T_r - \frac{1}{2} (T_1 + T_{\Phi}) \right];$$

$$f'(T_{\Phi}) = \frac{\lambda}{\Delta x} + \frac{\sigma}{4} (T_1 + T_{\Phi})^3 + \frac{1}{2} \alpha.$$

В результате формула для нахождения температуры  $T_{\Phi}$  методом последовательных приближений принимает вид

$$T_{\phi}^{(n+1)} = T_{\phi}^{(n)} - \frac{\frac{\lambda}{\Delta x} (T_{\phi} - T_1)}{\frac{\lambda}{\Delta x} + \frac{1}{2}\alpha + \frac{\sigma}{4} (T_1 + T_{\phi})^3} + \frac{\sigma \left[ T_r^4 - \frac{1}{16} (T_1 + T_{\phi})^4 \right]}{\frac{\lambda}{\Delta x} + \frac{1}{2}\alpha + \frac{\sigma}{4} (T_1 + T_{\phi})^3} + \frac{\alpha \left[ T_r - \frac{1}{2} (T_1 + T_{\phi}) \right]}{\frac{\lambda}{\Delta x} + \frac{1}{2}\alpha + \frac{\sigma}{4} (T_1 + T_{\phi})^3}$$

В качестве исходного приближения  $T_{\phi}^{(0)}$  можно использовать значение  $T_{\phi}$ , найденное по формуле (2.22) при температуре поверхности в начале интервала  $\Delta t$ .

Ниже приводится сопоставление результатов расчета нагрева неограниченной пластины излучением при постоянной температуре излучателя  $T_r$  и видимого коэффициента излучения  $\sigma$ , полученных методом сеток двумя описанными выше способами учета граничных условий.

При первом способе температура поверхности пластины находится с помощью формулы (2.20); при втором у поверхности пластины вводится фиктивный полуслой, и расчет температуры поверхности производится по формуле (2.22). Теплофизические параметры  $\lambda$ ,  $\sigma$ ,  $\alpha$  принимались постоянными. По аналогии с предыдущим примером расчеты для нелинейного граничного условия выполнены при следующих исходных данных:  $T_{\text{нач}} = 323$  К;  $T_r = 1077$  К;  $\sigma = 4,65 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>);  $\lambda = 29$  Вт/(м·К);  $a = 0,025$  м<sup>2</sup>/ч. Результаты вычислений представлены в табл. 4 (к примеру 2.1) и 5 (к примеру 2.1).

Таблица 4 (к примеру 2.1)

Результаты расчета нагрева пластины излучением ( $Sk = 1$ )

t, ч	Fo	Температура, К		$\delta T_{\text{пов}}, \%$
		$T_{\text{пов}}$	$T_{\text{пов}}^*$	
0,05	0,05	573,588	—	—
0,1	0,10	663,584	667,309	0,55
1,5	0,15	722,487	—	—
2,0	0,20	765,250	767,793	0,33
2,5	0,25	798,407	—	—
3,0	0,30	825,486	827,459	0,24

\*Значения температуры поверхности пластины, полученные по формуле (2.20);

$$T_{\text{пов}} = \frac{T_{\text{пов}}^* - T_{\text{пов}}}{T_{\text{пов}}} 100 \%$$

Таблица 5 (к примеру 2.1)

Результаты расчета нагрева пластины излучением ( $Sk = 0,5$ )

t, ч	Fo	Температура, К		$\delta T_{\text{пов}}, \%$
		$T_{\text{пов}}$	$T_{\text{пов}}^*$	
0,125	0,05	453,648	—	—
0,250	0,10	506,421	507,913	0,293
0,375	0,15	545,421	—	—
0,550	0,20	577,266	578,672	0,243

\*Значения температуры поверхности пластины, полученные по формуле (2.20).

Расчеты с использованием формулы (2.20), т.е. без фиктивного полуслоя, проводились при разделении толщины пластины  $2S$  на 40 слоев. Расчеты с использованием фиктивного полуслоя проводились при разделении толщины пластины  $2S$  на 20 слоев. Корректирование коэффициента теплоотдачи  $\alpha_{\text{луч}}$  по значениям  $T_{\text{пов},k}$  при указанных расчетах не осуществлялось.

Из табл. 4 и 5 (к примеру 2.1) следует, что расхождения значений температуры поверхности, полученных обоими методами, составляют десятые доли процента и уменьшаются с течением времени.

Упрощенный способ оценки погрешности вычислений связан с сопоставлением значений искомой температуры в некоторых контрольных точках нагреваемых изделий при варьировании числа  $N$  узлов сеточной области, т.е. при разделении контрольного сечения  $S$  на различное число слоев толщиной  $\Delta x = S/N$ . В табл. 6 (к примеру 2.1) приведены результаты такого сопоставления при анализе нагрева пластины путем излучения ( $Bi = 0$ ) и соблюдении следующих условий:  $\theta_{\text{нач}} = 0,15$ ;  $Sk = 0,5$ ;  $Fo = 0,1 \dots 2,0$ ;  $N = 5, 10$  и  $20$ . При этом сопоставление расчетов проводили для температур на поверхности ( $\theta_{\text{пов}}$ ) и в средней плоскости ( $\theta_c$ ) пластины.

Анализ погрешности решения, по данным табл. 6 (к примеру 2.1), показывает, что максимальная погрешность в определении температур при  $N = 5$  и  $N = 10$  наблюдается в начальный период ( $Fo = 0,1 \dots 0,3$ ) и составляет десятые доли процента (с недостатком). Со временем погрешность постепенно уменьшается и в опреде-

Результаты расчетов нагрева пластины при различном числе слоев  $N$ 

$Fo$	Относительная температура поверхности пластины $\theta_{пов}$ при числе слоев			Относительная температура средней плоскости пластины при числе слоев		
	$N = 5$	$N = 10$	$N = 20$	$N = 5$	$N = 10$	$N = 20$
0,1	0,32501	0,32653	0,32691	0,15296	0,15369	0,15387
0,2	0,39715	0,39815	0,39840	0,17891	0,18013	0,18044
0,3	0,45211	0,45294	0,45315	0,21946	0,22069	0,22100
0,4	0,49489	0,50062	0,50080	0,26502	0,26618	0,26647
0,5	0,54380	0,54442	0,54457	0,31186	0,31292	0,31319
0,6	0,58488	0,58536	0,58547	0,35846	0,35942	0,35966
0,7	0,62337	0,62370	0,62378	0,40414	0,40498	0,40520
0,8	0,65928	0,65946	0,65951	0,44849	0,44921	0,44940
0,9	0,69577	0,69261	0,69263	0,49125	0,49184	0,49199
1,0	0,72325	0,72316	0,72314	0,53218	0,53264	0,53275
1,2	0,77697	0,77666	0,77661	0,60792	0,60811	0,60815
1,4	0,82125	0,82082	0,82072	0,67485	0,67479	0,67478
1,6	0,85727	0,85677	0,85665	0,73275	0,73200	0,73244
1,8	0,88632	0,88580	0,88566	0,78197	0,78157	0,78147
2,0	0,90961	0,90909	0,90896	0,82319	0,82270	0,82257

ленный момент меняет знак: для поверхности пластины этот момент характеризуется значениями критерия Фурье  $Fo \approx 1,0$ ; для средней плоскости перемена знака происходит при  $Fo \approx 1,4$ .

Выполненный анализ дает основание сделать вывод, что при разделении расчетного сечения нагреваемого изделия на 20 слоев сеточной области погрешность вычислений не превышает десятых и сотых долей процента, что вполне удовлетворяет практическим целям расчетного анализа.

### Литература к главе 2

Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

Стальной слиток. В 3 т. Т. 3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. Минск: Беларус. наука, 2001.

Телегин А.С., Швыдкий В.С., Ярошенко Ю.Г. Тепломассоперенос: учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. / под ред. Ю.Г. Ярошенко. М.: ИКЦ «Академкнига», 2002.

# **Глава 3. Термонапряженное состояние термически массивных твердых тел при их нагревании**



**3.1. ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МАССИВНОЙ САДКИ ПРИ НАГРЕВАНИИ**



**ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 3**



# **Chapter 3. Thermal stressed state of thermally massive solid bodies at their heating**



### Глава 3. Термонапряженное состояние термически массивных твердых тел при их нагревании

При нагревании массивных заготовок (слитков) или изделий ( $V_i > V_{i,кр}$ ) в результате неравномерного прогрева сечения (при нагреве температура центра сильно отличается от температуры на поверхности металла) в них возникают температурные напряжения. Возникающие напряжения будут максимальны в начальный период, когда наблюдается наибольшая неравномерность прогрева середины и поверхности металла, что соответствует интервалу температур 0...500 °С. Возникающие напряжения могут носить остаточный характер и быть крайне нежелательными. Поэтому наряду со всесторонне обоснованным выбором температуры нагрева металла (температура операции тепловой обработки) составлению технологии тепловой обработки стали (ковка, штамповка, прокатка или термическая обработка) должен предшествовать анализ напряжений, возникающих в контрольном сечении на начальном этапе нагрева, а также оценка допустимого перепада температур на поверхности и в центре сечения заготовки или изделия. В ряде слу-

чаев при достаточно интенсивном нагреве (с большими скоростями нагрева) в сечении металла возникают напряжения, превосходящие предел упругости. Такой металл после охлаждения имеет остаточные напряжения. В наиболее неблагоприятных случаях появляются дефекты, связанные с короблением и надрывами, а в других эти напряжения носят остаточный характер. Чтобы возникающие температурные напряжения носили временный характер (временные напряжения, которые с уменьшением или исчезновением температурного перепада исчезают либо снижаются), нагрев середины заготовок или изделий на начальном его этапе (примерно до 500 °С) следует выполнять вполне определенным образом. При этом возникающие напряжения ни в коем случае не должны превосходить предел упругости.

На рис. 3.1 приводится схема нагревательной печи прокатного стана 150 РУП «БМЗ» (Республика Беларусь, г. Жлобин), в которой была нагрета до температуры прокатки заготовка (блом) из стали ШХ15СГ размером 250×300 мм. При несоблюдении режима нагрева на его начальном этапе до 500 °С (этап нерегулярного режима нагревания) температурные напряжения значительно превысили предел упругости стали ШХ15СГ и произошли дефекты металла (рис. 3.2). Для предотвращения этого явления должны быть рассчитаны температурные поля в нагреваемой заготовке и на их основе, как это показано на рис. 3.3 и 3.4, рассчитаны температурные напряжения.

Как известно, малоуглеродистые и низколегированные стали, обладая пластичностью во всем диапазоне температур, включая и интервал 0...500 °С, позволяют осуществлять нагрев



Рис. 3.1. Схема противоточной нагревательной печи стана 150 с шагающим подом

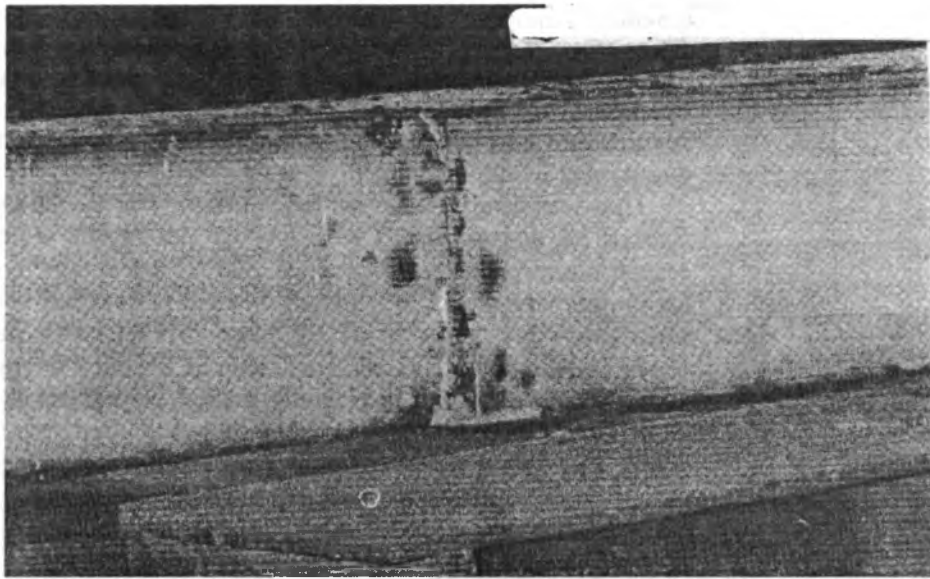


Рис. 3.2. Фотография заготовки на аварийном столе

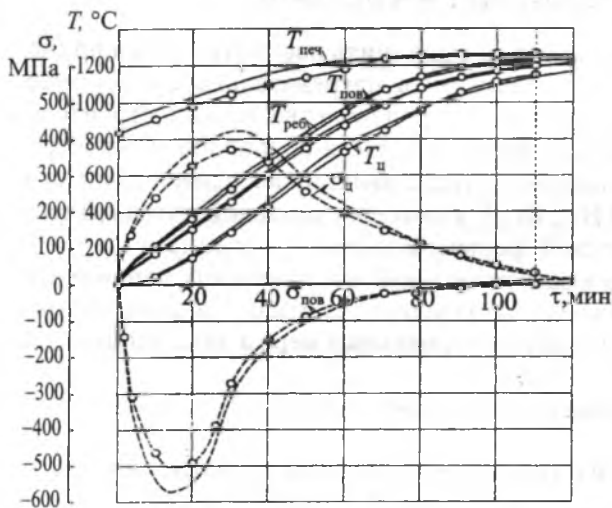


Рис. 3.3. Сравнение температур в характерных точках сечения заготовки размером 250×300 мм марки ШХ15СГ при нагреве в печи стана 850 по заводскому (—) и предлагаемому (—o—o—) режимам и величин возникающих термонапряжений по заводскому (— — — —) и предлагаемому (—o—o—) режимам

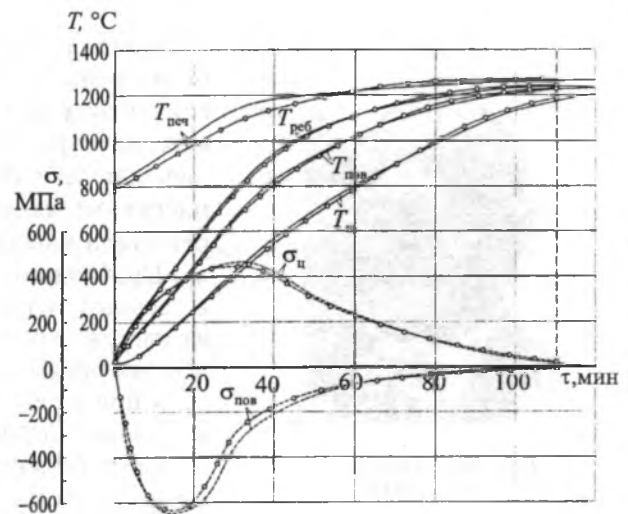


Рис. 3.4. Сравнение температур в характерных точках сечения заготовки размером 250×300 мм марки ШХ15СГ при нагреве в печи стана 850 по заводскому (—) и предлагаемому (—o—o—) режимам и величин возникающих термонапряжений по заводскому (— — — —) и предлагаемому (—o—o—) режимам

<sup>1</sup>Ратников П.Э. Совершенствование режимов нагрева стальных заготовок в пламенных печах при использовании математической модели противоточного радиационно-конвективного теплообмена: автореферат дисс. ... на соиск. уч. степ. канд. техн. наук: Минск, 2006.

<sup>2</sup>Там же.



Тайц Ной Юрьевич  
(1896–1974)

Профессор, крупный ученый и организатор науки. Окончил Екатеринбургский горный институт в 1922 г. по специальности «Горный инженер-металлург».

Один из основателей днепропетровской научно-педагогической школы металлургической теплотехники. Доктор технических наук (1940). В годы Великой Отечественной войны – директор Всесоюзного трубного института. С его именем связано становление и развитие кафедры металлургических печей ДМетИ, которой он руководил в течение 30 лет (с 1944 по 1973 г.).

с любыми скоростями, которые можно реализовать в существующих печах. Для таких сталей не опасно появление температурных напряжений, превосходящих предел упругости материала, и, как правило, учитывать температурные напряжения при составлении технологии нагрева, разработке температурных и тепловых графиков нет необходимости.

При нагревании *массивных заготовок (в тонких напряжения не возникают)* из высокоуглеродистой и легированной сталей в интервале температур 0...500 °С имеют место очень большие температурные напряжения, величину которых всегда нужно сопоставлять с допустимой. Дальнейший нагрев середины заготовки (выше 500 °С) сопровождается снижением напряжений, так как при этом структура материала переходит в пластическое состояние. Поэтому можно считать, что если на первом этапе нагрева (до 500 °С) металл не получил дефектов, обусловленных температурными напряжениями, то при дальнейшем его нагреве такая опасность исключается.

На рис. 3.3 и 3.4 четко прослеживается жесткая связь между полями температур и термонапряжений.

### 3.1. Термонапряженное состояние массивной садки при нагревании

Наиболее целесообразно выполнить рассмотрение на примере нагрева заготовок (слитков) в нагревательных и термических печах заготовительного производства машиностроительных, автотракторных и металлургических заводов. Рассмотрение, как уже указывалось, будет выполнено применительно к массивным телам ( $V_i \geq V_{i_{кр}}$ ), в которых тепловой поток одномерен (тела классической формы: пластина, цилиндр и шар).

Необходимость в расчетной оценке термических напряжений в твердых телах (стальных изделиях: слитках, заготовках) при их нагреве в печах возникает по меньшей мере в двух производственных ситуациях:

- при необходимости повышения производительности нагревательных печей;
- при выяснении причин брака стальных изделий, связанного с нарушением сплошности материала (стали) (см. рис. 3.2).

В первом случае речь идет об определении некоторых показателей режима нагрева (допустимая скорость нагрева, допустимая температура печи при холодном посадке стальных заготовок, допустимая разность температур по сечению заготовки и др.), характеризующих предельно допустимое состояние материала заготовок.

Во втором случае анализ термических напряжений в нагреваемой заготовке является частью комплексного анализа причин отбраковки, когда нарушение сплошности материала из-за возникающих термических напряжений может быть одной из причин (возможно, определяющей), наряду с другими факторами, такими, например, как местное неблагоприятное изменение кристаллического строения стальной заготовки, вызванное дефектами литейного происхождения.

В обоих случаях возникает необходимость количественной оценки главных компонент вектора термических напряжений в разных частях стального изделия и нахождения их взаимосвязи с характеристиками теплового состояния печи — термической печи, тепловых потоков от греющей среды к заготовкам, изменения во времени температуры поверхности заготовки и других показателей.

В общем случае решение такой задачи является чрезвычайно сложным, поскольку требует учета особенностей внешнего теплообмена в рабочем пространстве печи и учета поведения материала (стали) при изменении температур в широких пределах — от 20 до 1200 °С.

В научной литературе, посвященной решению этой проблемы за последние 50 лет, устоялись определенные способы упрощения в постановке задачи.

1. Как правило, форма изделий (слитков, заготовок) упрощается до 4–5 классических форм: пластина неограниченной протяженности, цилиндр сплошной и полый (коаксиальный) неограниченной длины, шар и призма либо параллелепипед, в зависимости от числа измерений (2 или 3), учитываемых при расчетном анализе.

2. Характер поведения материала идеализируется до упругого либо упругопластического при учете зависимости упругих характеристик от температуры<sup>1,2</sup>.

3. Учет теплообмена на поверхности нагреваемых заготовок обычно осуществляется путем задания известных условий конвективного и лучистого теплообмена, либо еще проще — путем задания функции во времени, определяющей плотность теплового потока либо непосредственно температуры поверхности заготовки. При этом температура в рабочем пространстве печи и коэффициенты теплообмена на поверхности заготовки считаются известными.

Проведенный обзор опубликованных работ по решению проблемы термонапряженного состояния стальных изделий при нагреве в печах демонстрирует возможности аналитического решения задачи при указанных выше упрощениях

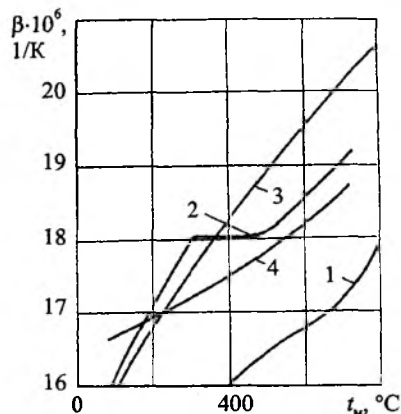


Рис. 3.5. Зависимость коэффициента  $\beta$  от температуры для сталей:

1–4 — соответственно для сталей 3X19H9MBBT (ЭИ572); 0X18H12Б (ЭИ402); X14Г14НЗТ (ЭИ711) и 1X18H9Т (ЭЯ1Т)

в ее постановке. В этом направлении основополагающей работой является публикация ряда решений задач термоупругости в известной книге Н.Ю. Тайца<sup>3</sup>. Эти решения сохраняют свою ценность, несмотря на прошедшие десятилетия с момента выхода книги, поскольку выполнены в форме точных аналитических результатов задач теплопроводности и термоупругости. Последующие публикации развивали решения Н.Ю. Тайца в разных направлениях, что не уменьшает ценности исходных результатов.

### 3.1.1. Температурные напряжения при нагреве сплошной пластины

Известный закон Гука, устанавливающий зависимость между деформациями и напряжениями, позволяет получить следующее выражение, связывающее деформацию от термического расширения с температурным напряжением

$$\sigma = \frac{\beta E}{1-\nu} (\bar{t} - t), \quad (3.1)$$

где  $\beta$  — коэффициент линейного расширения<sup>4</sup> (рис. 3.5–3.8);  $\bar{t}$  — средняя температура тела;  $t$  — температура тела в рассматриваемом сечении или элементе;  $E$  — модуль упругости<sup>5</sup> (рис. 3.9 и 3.10);  $\sigma$  — напряжение;  $\nu$  — Пуассоновское отношение (для стали  $\nu = 0,3$ ).

<sup>1</sup> Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике: справочник / под ред. Б.Е. Неймарка. М.—Л.: Энергия, 1967.

<sup>2</sup> Тепло- и массообмен: учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 1 / Б.М. Хрусталева [и др.]; под общ. ред. А.П. Несенчука. Минск: БНТУ, 2007 (приложения III.10...25).

<sup>3</sup> Тайц Н.Ю. Технология нагрева стали. М.: Metallurgia, 1962.

<sup>4</sup> Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике: справочник / под ред. Б.Е. Неймарка. М.—Л.: Энергия, 1967.

<sup>5</sup> Там же.



**Канторович Леонид Васильевич**  
(1912—1986)

Математик, академик (с 1964 г.), член-корреспондент АН СССР (с 1958 г.). Окончил Ленинградский университет (1930). Основные направления исследований — теория функций, теория множеств, функциональный анализ, вариационное исчисление, приближенные и численные методы, программирование, теория ЭВМ, математические методы в экономике.

Разработал новый вариационный метод решения граничных задач для эллиптических уравнений. Положил начало (1939—1940) теории и методам линейного программирования. Установил важное значение возникающих при анализе оптимальных экономических моделей объективно обусловленных оценок. Разработал общую теорию приближенных методов анализа, решил ряд задач в области прикладной математики и механики. Ленинская премия (1965), Нобелевская премия (1975).

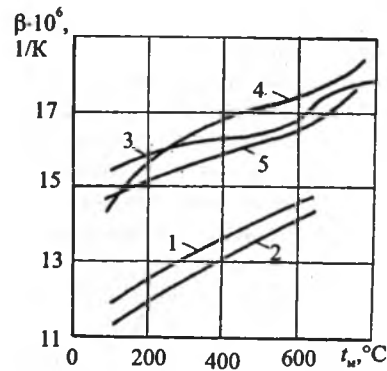


Рис. 3.6. Зависимость коэффициента  $\beta$  от температуры для сталей: 1—2 — 15М, 25М и 12ХМ, 15ХМ, 20ХМ; 3 — Х23Н18 (ЭИ417); 4 — 1Х15Н24В4Т (ЭП164) и 5 — ХН35ВТ (ЭИ612)

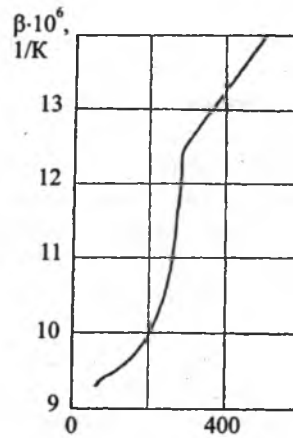


Рис. 3.7. Зависимость коэффициента  $\beta$  от температуры для стали 20Х3МВФ (ЭИ415)

При выводе решений для определения температурных напряжений мы в дальнейшем будем пользоваться выражением (3.1), подставляя в него соответствующие решения уравнения теплопроводности.

Перейдем к рассмотрению основных случаев, имеющих практическое значение.

### 1. Мгновенное изменение температуры поверхности

Если пластину толщиной  $2S$ , имеющую в начальный момент по всему сечению температуру  $t_0$ , нагревают так, что на обеих поверхностях температура мгновенно изменяется до постоянного значения  $t_{\text{пов}}$ , средняя температура по сечению одномерной пластины равна

$$\begin{aligned} \frac{\bar{t} - t_{\text{пов}}}{t_0 - t_{\text{пов}}} &= \frac{1}{2S} \int_{-S}^S \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l} \cos \delta_l \frac{x}{S} \exp\left(-\delta_l^2 \frac{\alpha \tau}{S^2}\right) dx = \\ &= \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2}{\delta_l^2} \exp\left(-\delta_l^2 \frac{\alpha \tau}{S^2}\right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

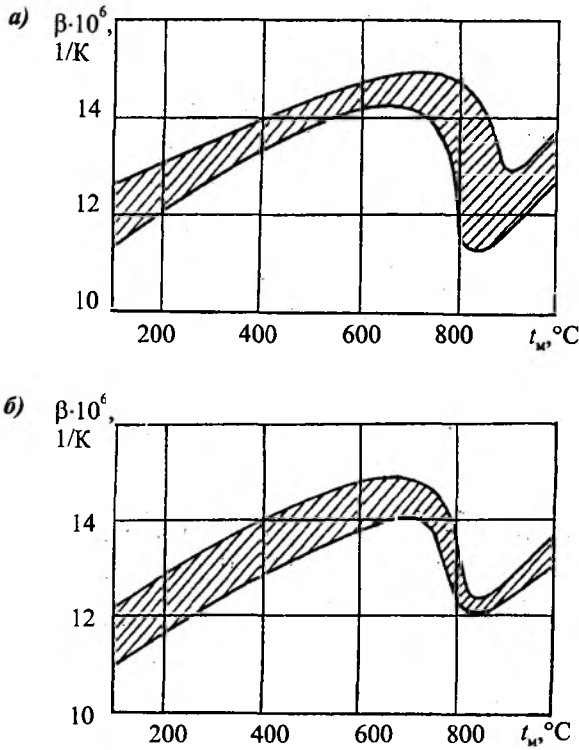


Рис. 3.8. Зависимость коэффициента  $\beta$  от температуры для сталей: а — 08КП; 08; 20; 40; У8 и У12; б — 30Х; 30Н3; 30ХН3; 30Г2 и 50С2Г

Подставив это значение в выражение (3.1), после некоторых преобразований запишем

$$\sigma_y = \frac{\beta E}{1-\nu} (t_0 - t_{пов}) \times \sum_{l=1}^{\infty} \left[ \frac{2}{\delta_l^2} - \frac{2(-1)^{l+1}}{\delta_l} \cos \delta_l \frac{x}{S} \right] \exp \left( -\delta_l^2 \frac{a\tau}{S^2} \right).$$

Или в критериальном виде

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \frac{1}{\beta(t_0 - t_{пов})} = f \left( \frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right).$$

В последнем выражении левая часть представляет собой отношение деформации, зависящей от напряжения, к деформации от изменения температуры.

Значения функций  $f$  в зависимости от критериев  $\frac{a\tau}{S^2}$  и  $\frac{x}{S}$  представлены на рис. 3.9.

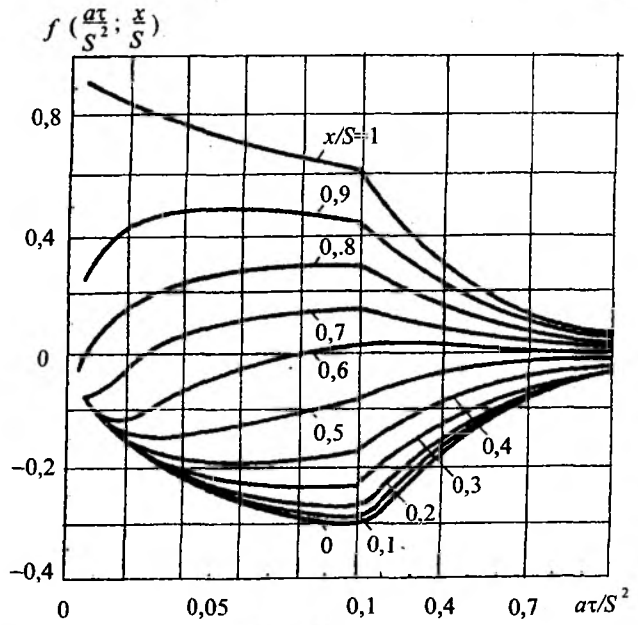


Рис. 3.9. Функции  $f \left( \frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right)$  для температурных напряжений в пластине при мгновенном изменении температуры поверхности

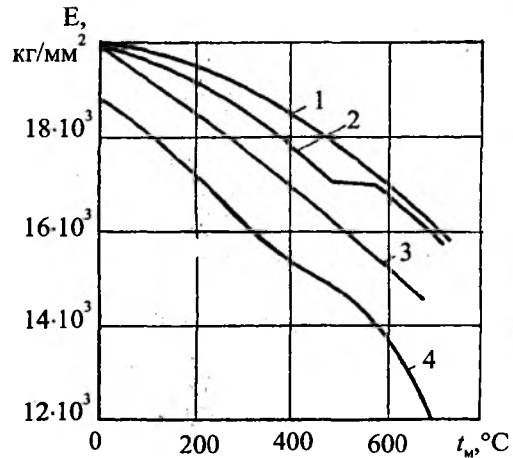


Рис. 3.10. Зависимость модуля упругости от температуры для сталей: 1-3 — соответственно для сталей 1Х15Н24В4Т (ЭП164); ХНЗ5ВТ (ЭИ612) и Х23Н18 (ЭИ417); 4 — 20Х3МВФ (ЭИ415)

При регулярном режиме

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{\beta E} \frac{1}{(t_0 - t_{пов})} = \frac{4}{\pi} \left[ \frac{2}{\pi} - \cos \left( \frac{\pi x}{2 S} \right) \right] \exp \left( -\frac{\pi^2 a\tau}{4 S^2} \right). \quad (3.3)$$

Нейтральные слои имеют место при условии

<sup>1</sup>Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике: справочник / под ред. Б.Е. Неймарка. М.—Л.: Энергия. 1967.

$$\frac{2}{\pi} - \cos \frac{\pi x_0}{2S} = 0,$$

откуда

$$x_0/S = 0,56.$$

Установим связь между напряжением и разностью температур поверхности и середины тела  $\Delta t$ . Из решения уравнения теплопроводности при регулярном режиме находим

$$\Delta t = (t_{\text{пов}} - t_0) \frac{4}{\pi} \exp\left(-\frac{\pi^2 \alpha \tau}{4 S^2}\right).$$

Или

$$t_{\text{пов}} - t_0 = \frac{\pi}{4} \Delta t \exp\left(-\frac{\pi^2 \alpha \tau}{4 S^2}\right). \quad (3.4)$$

После подстановки (3.4) в (3.3) получаем

$$\sigma = \frac{\beta E}{1-\nu} \Delta t \left( \cos \frac{\pi x}{2S} - \frac{2}{\pi} \right),$$

откуда для поверхности

$$\sigma_{\text{пов}} = \frac{\beta E}{1-\nu} \Delta t \left( 0 - \frac{2}{\pi} \right) = -0,637 \Delta t \frac{\beta E}{1-\nu},$$

для середины

$$\sigma_c = \frac{\beta E}{1-\nu} \Delta t \left( 1 - \frac{2}{\pi} \right) = +0,363 \frac{\Delta t \beta E}{1-\nu}.$$

При наличии температурного градиента в начальный момент и при постоянной температуре поверхности  $t_{\text{пов}}$  получим следующее решение:

$$\begin{aligned} \sigma_y = \sigma_z &= \frac{\beta E}{1-\nu} (t_0 - t_{\text{пов}}) \times \\ &\times \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4}{\delta^3} \left[ \frac{1}{\delta_l} - (-1)^{l+1} \cos \delta_l \frac{x}{S} \right] e^{-\delta_l^2 \frac{\alpha \tau}{S^2}} = \\ &= \frac{\beta E}{1-\nu} (t_0 - t_{\text{пов}}) f_1 \left( \frac{\alpha \tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right); \\ \frac{\sigma(1-\nu)}{E} \frac{1}{\beta(t_0 - t_{\text{пов}})} &= f_1 \left( \frac{\alpha \tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right), \end{aligned}$$

где значения функции  $f_1$  представлены на рис. 3.15.

Наконец, если пластина, имеющая в начальный момент разность температур по сечению  $\Delta t_0$  (распределение температур по параболе второго порядка), подвергается мгновенному изменению температуры на поверхности до постоянно его значения  $t_{\text{пов}}$ , то решение принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(1-\nu)}{E} \frac{1}{\beta(t_{\text{пов}}^0 - t_c^0)} &= \\ &= f \left( \frac{\alpha \tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right) - \frac{\Delta t_0}{t_{\text{пов}}^0 - t_c^0} f_1 \left( \frac{\alpha \tau}{S^2}; \frac{x}{S} \right), \end{aligned}$$

где

$$\Delta t_0 = t_{\text{пов}}^0 - t_c^0.$$

Функции  $f$  определяют по рис. 3.9, а  $f_1$  — по рис. 3.15.

Рассчитанное значение  $\sigma$  сравнивают с пределом упругости материала  $\sigma^y$ . Значения  $\sigma^y$  для отдельных сталей даны на рис. 3.13.

Значения  $\Delta t_0$  также могут быть взяты из графиков (рис. 3.14).

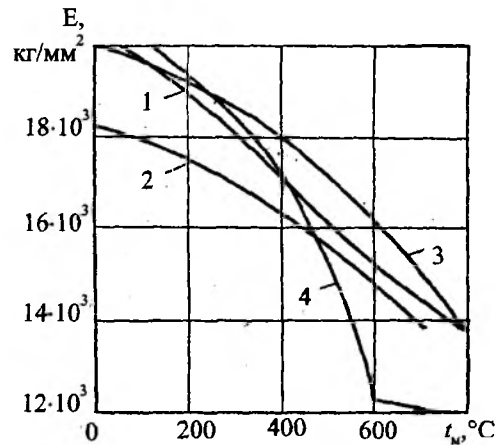


Рис. 3.11. Зависимость модуля упругости от температуры для сталей: 1-4 — соответственно для сталей 3Х19Н9МВБТ (ЭИ572); 0Х18Н12Б (ЭИ402); Х14Г14Н3Т (ЭИ711) и 1Х18Н9Т (ЭЯ1Т)

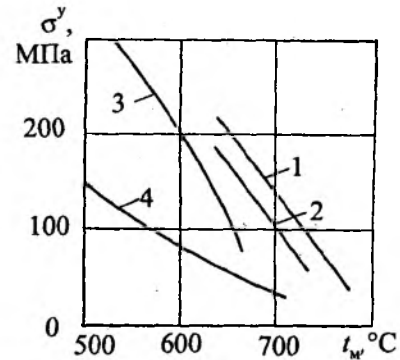


Рис. 3.12. Зависимость напряжения  $\sigma_y$  от температуры для сталей: 1 — 1Х15Н24В4Т (ЭП164); 2 — ХНЗ5ВТ (ЭИ612); 3 — 20ХЗМВФ (ЭИ415); 4 — Х23Н18 (ЭИ417)

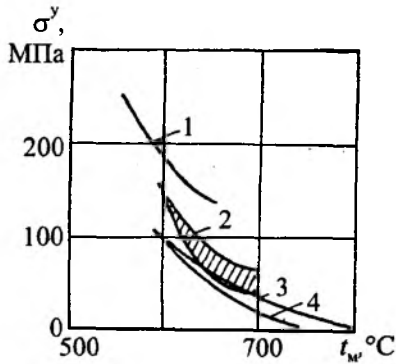


Рис. 3.13. Зависимость напряжения  $\sigma_y$  от температуры для сталей: 1–4 — соответственно для сталей 3X19H9MBET (ЭИ572); ОХ18Н12Б (ЭИ402); Х14Г14Н3Т (ЭИ711) и 1Х18Н9Т (ЭЯ1Т)

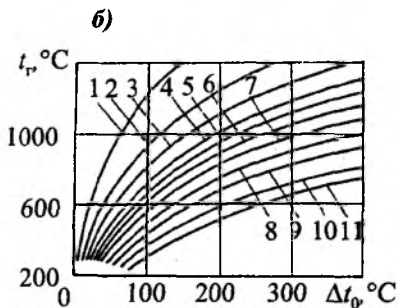
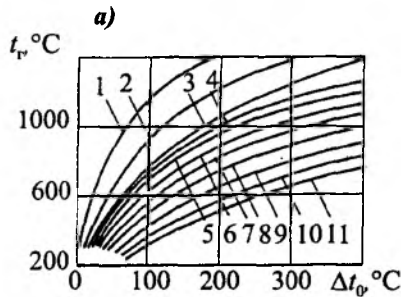


Рис. 3.14. Допустимый перепад температур между поверхностью и центром нагреваемого тела в зависимости от температуры газов и термического сопротивления: а — пластина; б — цилиндр; 1–11 — соответственно для  $x/\lambda = 0,001; 0,002; 0,003; 0,004; 0,005; 0,007; 0,01; 0,015; 0,02; 0,025$  и  $0,03$

Исследование полученных аналитических и графических решений позволяет сделать выводы:

- абсолютная величина напряжений прямо пропорциональна коэффициенту расширения, модулю упругости и начальному температурному перепаду;

- абсолютная величина напряжений возрастает с увеличением толщины пластины и с уменьшением теплопроводности;

$$f_1\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$$

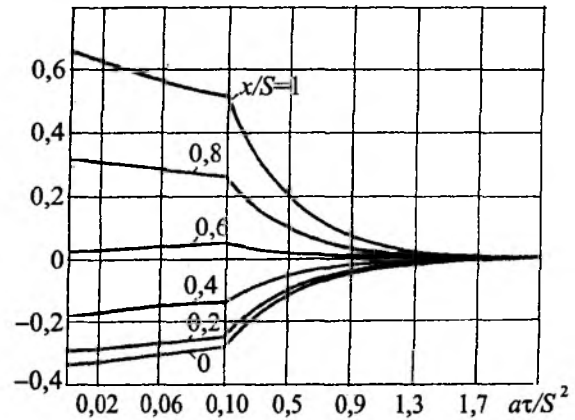


Рис. 3.15. Функции  $f_1\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$  для температурных напряжений в пластине при постоянной температуре по поверхности и начальной разности температур

- максимальные значения напряжений имеют место в начальный момент, с течением времени величина напряжений падает идентично изменению разности температур по сечению;

- на поверхности и в середине пластины напряжения имеют различные знаки, причем в случае нагрева на поверхности будут сжимающие напряжения, в середине — растягивающие; при охлаждении — знаки обратные. Абсолютная величина напряжений на поверхности больше, чем в середине, нейтральные слои находятся несколько ближе к поверхности.

## 2. Линейное изменение температуры поверхности

Пользуясь решением уравнения теплопроводности при постоянной скорости нагрева и отсутствии температурного градиента в начальный момент, определим среднюю температуру  $\bar{t}$  и после подстановки значений  $t$  и  $\bar{t}$  в (3.1) получим

$$\sigma = \frac{\beta E}{1-\nu} \frac{CS^2}{6a} \left(1 - 3 \frac{x^2}{S^2}\right) + \frac{\beta E}{1-\nu} \frac{CS^2}{a} \times \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \frac{2}{\delta_i^4} - \frac{2(-1)^{i+1}}{\delta_i^3} \cos \delta_i \frac{x}{S} \right] \exp\left(-\delta_i^2 \frac{\alpha\tau}{S^2}\right).$$

Или

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \frac{1}{\beta C \tau} = \frac{1}{6} \frac{S^2}{\alpha \tau} \left(1 - 3 \frac{x^2}{S^2}\right) + \frac{S^2}{\alpha \tau} f\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right). \quad (3.5)$$



Функции  $f$  в решении (3.5) изображены графически (рис. 3.16).

Исследование записанного решения показывает, что распределение напряжений по сечению тела здесь такое же, как и в предыдущем случае, т.е. при нагреве на поверхности напряжения сжимающие, в середине — растягивающие. С течением времени значения функций  $f$  уменьшаются и, следовательно, абсолютная величина напряжений увеличивается.

Наконец, при некотором достаточно большом промежутке времени  $\tau = \frac{S^2}{a}$  функции  $f$  принимают столь малое значение, что ими можно пренебречь. В этом случае запишем максимальное значение напряжений

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E CS^2}{1-\nu} \left(1 - 3 \frac{x^2}{S^2}\right). \quad (3.6)$$

Из (3.6) следует:

1) при  $x = \pm S$ , т.е. на поверхности пластины,

$$\sigma_y^{\text{пов}} = \sigma_z^{\text{пов}} = -\frac{\beta E CS^2}{1-\nu} \frac{1}{3a}; \quad (3.7)$$

2) при  $x = 0$ , т.е. в середине пластины,

$$\sigma_y^{\text{с}} = \sigma_z^{\text{с}} = +\frac{\beta E CS^2}{1-\nu} \frac{1}{3a}, \quad (3.8)$$

следовательно, в середине пластины абсолютная величина напряжений вдвое меньше, чем на поверхности;

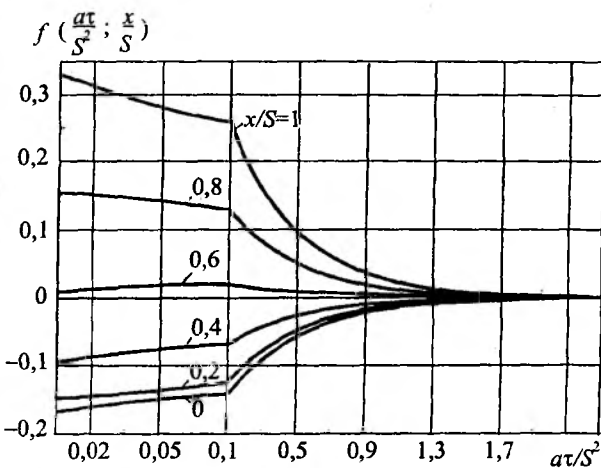


Рис. 3.16. Функция  $f\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$  для температурных напряжений в пластине при линейном изменении температуры поверхности

3) нейтральное сечение, в котором  $\sigma_y = \sigma_z = 0$  находится из (3.6) при

$$1 - 3 \frac{x_0^2}{S^2} = 0,$$

т.е.

$$\frac{x_0}{S} = \sqrt{\frac{1}{3}} = 0,578;$$

4) так как

$$\Delta t_m = \frac{CS^2}{2a},$$

выражения (3.6)–(3.8) могут быть представлены в виде

$$\sigma = \frac{\beta E \Delta t_m}{1-\nu} \frac{1}{3} \left(1 - 3 \frac{x^2}{S^2}\right);$$

$$\sigma_y^{\text{пов}} = -\frac{\beta E}{1-\nu} \frac{2}{3} \Delta t_m;$$

$$\sigma_y^{\text{с}} = +\frac{\beta E}{1-\nu} \frac{1}{3} \Delta t_m.$$

В итоге абсолютная величина напряжений оказывается прямо пропорциональной максимальной разности температур по сечению  $\Delta t_m$ .

Теперь рассмотрим напряжения в случае линейного изменения температуры поверхности тела при распределении температуры в начальный момент по параболе второго порядка.

Запишем

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \times \left[ \frac{CS^2}{6a} \left(1 - 3 \frac{x^2}{S^2}\right) + \left(\frac{CS^2}{a} - 2\Delta t_0\right) f\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right) \right],$$

где  $\Delta t_0$  — начальная разность температур по сечению;  $f$  — функция, определяемая из рис. 3.16.

### 3. Постоянный тепловой поток

При постоянном тепловом потоке запишем

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \frac{2\lambda}{\beta q S} = \frac{1}{3} \frac{x^2}{S^2} - \sum_{l=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{l+1}}{\varepsilon_l^2} \cos \varepsilon_l \frac{x}{S} \exp\left(-\varepsilon_l^2 \frac{a\tau}{S^2}\right).$$

Или

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \frac{2\lambda}{\beta q S} = f\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right),$$

где графическое изображение функции см. на рис. 3.17.

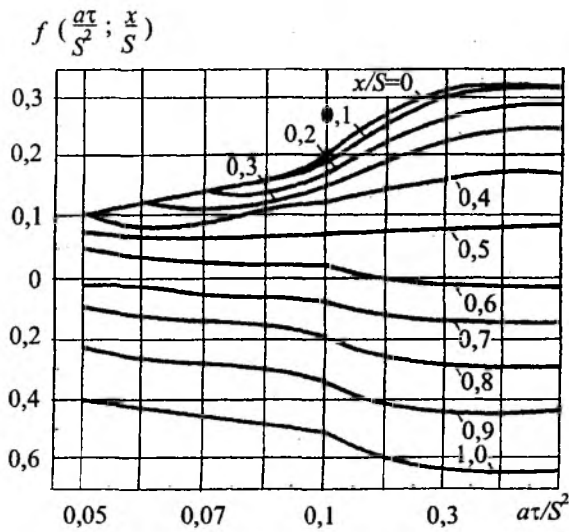


Рис. 3.17. Функции  $f_1\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$  для температурных напряжений в пластине при постоянном тепловом потоке

В области регулярного режима (при  $\alpha\tau/S^2 \geq 0,3$ ) имеем

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \frac{2\lambda}{\beta q S} = \frac{1}{3} - \frac{x^2}{S^2}.$$

В этом случае распределение температурных напряжений по сечению пластины имеет вид параболы. Нейтральные слои находятся в сечении

$$\frac{x_0}{S} = \sqrt{\frac{1}{3}} = 0,577.$$

Связь между напряжениями и разностью температур выражают так

$$\sigma = \frac{\beta E}{1-\nu} \Delta t \left( \frac{1}{3} - \frac{x^2}{S^2} \right).$$

#### 4. Призма

Для призмы прямоугольного сечения  $2S \times 2B$  бесконечной длины, нагреваемой при  $q = \text{const}$  в области регулярного режима, можно использовать известное в теории теплопроводности решение<sup>1</sup>. В результате подстановок получаем

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \frac{1}{\beta} = \frac{qS}{2\lambda} \left( \frac{1}{3} - \frac{x^2}{S^2} - \sum \dots \right) + \frac{qB}{2\lambda} \left( \frac{1}{3} - \frac{y^2}{B^2} - \sum \dots \right),$$

или

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \frac{1}{\beta} = \frac{qS}{2\lambda} f\left(\frac{\alpha\tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right) + \frac{qB}{2\lambda} f\left(\frac{\alpha\tau}{B^2}; \frac{y}{B}\right),$$

где значения функций  $f$  приведены на рис. 3.17.

В области регулярного режима, обозначая  $B/S = K_1$ , записываем

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \frac{2\lambda}{\beta q S} = \left( \frac{1}{3} - \frac{x^2}{S^2} \right) + K_1 \left( \frac{1}{3} - \frac{y^2}{S^2 K_1^2} \right).$$

Для призмы прямоугольного сечения (рис. 3.18) при  $K_1 = 1,5$  получаем распределение напряжений, показанное для разных сечений на рис. 3.19. Из этого рисунка видно, что наибольшее по абсолютной величине напряжение (сжимающее) получается на ребре, наибольшее растягивающее напряжение — на оси.

Нейтральные слои определяют из уравнения

$$\frac{1}{3} - \frac{x^2}{S^2} = K_1 \left( \frac{y^2}{B^2} - \frac{1}{3} \right).$$

Отсюда следует

$$\frac{x_0}{S} = \sqrt{\frac{1}{3} + K_1 \left( \frac{1}{3} - \frac{y^2}{B^2} \right)}; \quad (3.9)$$

$$\frac{y_0}{B} = \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{K_1} \left( \frac{1}{3} - \frac{x^2}{S^2} \right)}. \quad (3.10)$$

На рис. 3.20. показана линия пересечения нейтральной поверхности с плоскостью поперечного сечения, полученная с помощью формул (3.9) и (3.10).

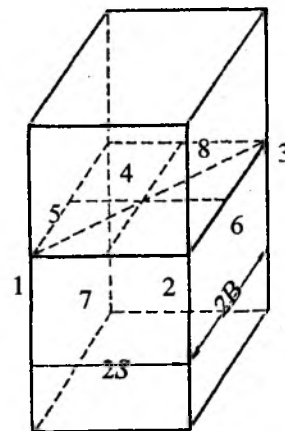


Рис. 3.18. Призма прямоугольного сечения

<sup>1</sup>Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

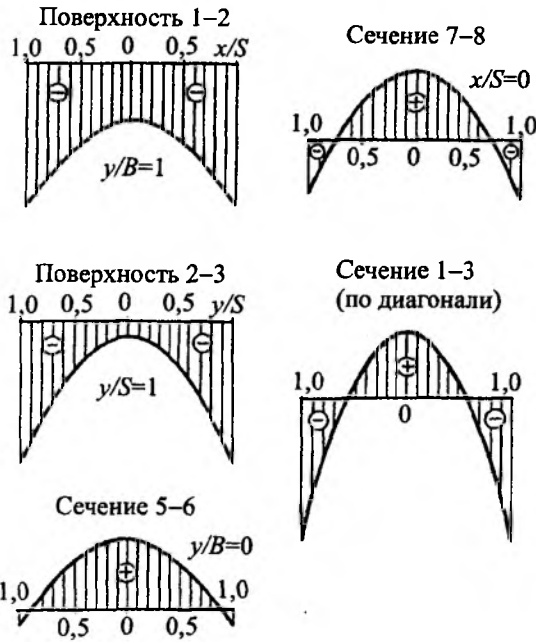


Рис. 3.19. Распределение напряжений в различных сечениях призмы прямоугольного сечения

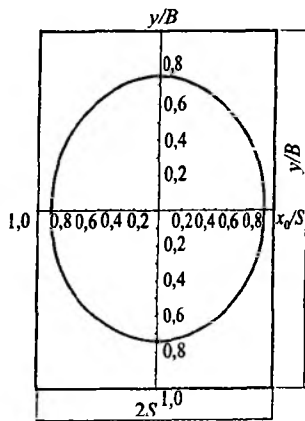


Рис. 3.20. Нейтральная линия в поперечном сечении прямоугольной призмы

### 5. Постоянная температура печи

Используя приведенную ранее методику и решение уравнения теплопроводности, получаем для случая нагрева при постоянной температуре печи и при начальной температуре тела, равной  $t_0$

$$\sigma = \frac{\beta E}{1-\nu} (t_0 - t_{\text{печ}}) \times \sum_{l=1}^{\infty} A_l \left( \frac{\sin \eta_l}{\eta_l} - \cos \eta_l \frac{x}{S} \right) e^{-\eta_l^2 \frac{\alpha \tau}{S^2}},$$

где  $\eta_l$  — корни характеристического уравнения;

$$\frac{\eta_l}{hS} = \text{ctg} \eta_l,$$

или

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \frac{1}{\beta(t_0 - t_{\text{печ}})} = f\left(\frac{\alpha \tau}{S^2}; \frac{\alpha S}{\lambda}; \frac{x}{S}\right).$$

На рис. 3.21 представлены значения функций  $f\left(\frac{\alpha \tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$  в зависимости от критерия Фурье при  $Bi = 10$ .

В области регулярного режима нейтральное сечение определяют из выражения

$$\frac{\sin \eta_l}{\eta_l} = \cos \eta_l \frac{x_0}{S},$$

откуда

$$\frac{x_0}{S} = \frac{1}{\eta_l} \arccos \left( \frac{\sin \eta_l}{\eta_l} \right).$$

Вычисления показывают, что для всех значений число Био  $x_0/S$  изменяется в пределах 0,5...0,56.

Полученные решения и графики можно использовать для вычисления температурных напряжений на поверхности и в середине пластины при заданной температуре печи.

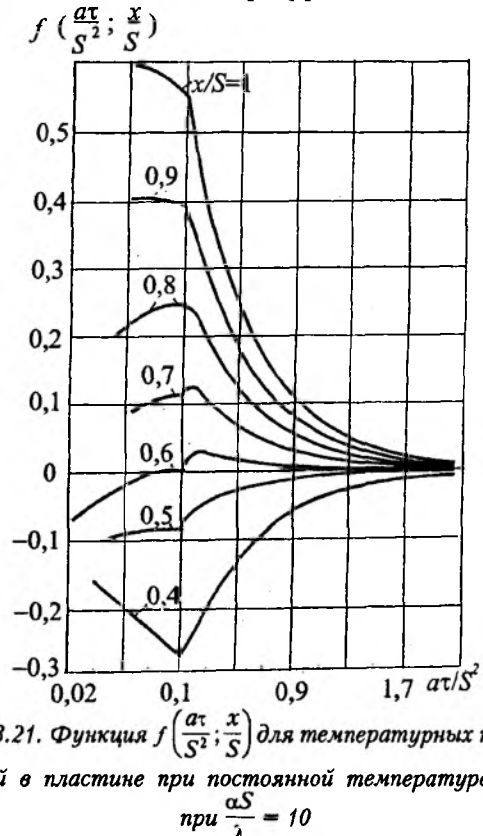


Рис. 3.21. Функция  $f\left(\frac{\alpha \tau}{S^2}; \frac{x}{S}\right)$  для температурных напряжений в пластине при постоянной температуре печи при  $\frac{\alpha S}{\lambda} = 10$

### 3.1.2. Температурные напряжения при нагреве сплошного цилиндра

#### 1. Общие соображения

Для сплошного цилиндра бесконечной длины радиусом  $R$  температурные напряжения находят из уравнений:

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\nu} \left( \frac{1}{R^2} \int_0^R t r dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r t r dr \right); \quad (3.11)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\beta E}{1-\nu} \left( -t + \frac{1}{R^2} \int_0^R t r dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r t r dr \right); \quad (3.12)$$

$$\sigma_z = \varepsilon_z E + \frac{\beta E}{1-\nu} \left( -t + \frac{2\nu}{R^2} \int_0^R t r dr \right), \quad (3.13)$$

где  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_z$  — соответственно радиальные, тангенциальные и осевые напряжения;  $t$  — температура тела, определяемая из соответствующих решений дифференциального уравнения теплопроводности;  $\varepsilon_z$  — осевая деформация, определяемая из условия, что равнодействующая нормальных усилий, действующих на площади сечения цилиндра, обращается в нуль.

Для определения  $\varepsilon_z$  составляем уравнение

$$2\pi \int_0^R \sigma_z r dr = 0,$$

в которое вводим значение  $\sigma_z$  из (3.13). После интегрирования этого уравнения из него определяем  $\varepsilon_z$ , значение которого подставляем в формулу для определения  $\sigma_z$ : В результате вычислений и преобразований имеем

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \left( \frac{2}{R^2} \int_0^R t r dr - t \right). \quad (3.14)$$

Средняя температура по всему сечению цилиндра равна

$$\bar{t} = \frac{2}{R^2} \int_0^R t r dr. \quad (3.15)$$

Средняя же температура по части сечения цилиндра, ограниченного координатой  $r$ ,

$$\bar{t}_r = \frac{2}{r^2} \int_0^r t r dr. \quad (3.16)$$

Подставляя значения (3.15) и (3.16) в выражения (3.11), (3.12) и (3.14), получаем общие формулы для температурных напряжений:

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\nu} \left( \frac{1}{2} \bar{t} - \frac{1}{2} \bar{t}_r \right); \quad (3.17)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\beta E}{1-\nu} \left( \frac{1}{2} \bar{t} + \frac{1}{2} \bar{t}_r - t \right); \quad (3.18)$$

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} (\bar{t} - t). \quad (3.19)$$

Анализ формул (3.17)–(3.19) показывает следующее:

1)  $\sigma_z = \sigma_r + \sigma_\theta$ , т.е. осевое напряжение равно сумме радиального и тангенциального;

2) при  $r = R$  (на поверхности цилиндра) радиальные напряжения равны нулю, тангенциальные и осевые напряжения равны между собой;

3) при  $r = 0$ ,  $\bar{t}_r = t_c$  и, следовательно, по оси цилиндра радиальное и тангенциальное напряжения равны между собой.

Переходим к рассмотрению отдельных случаев нагрева.

#### 2. Мгновенное изменение температуры поверхности

Если цилиндр, имеющий по всему сечению температуру  $t_0$ , подвергают мгновенному изменению температуры поверхности до значения  $t_{\text{пов}} = \text{const}$ , то получаем:

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\nu} (t_0 - t_{\text{пов}}) \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2} \left[ 1 - \frac{R}{r} \frac{I_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} \right] \times \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right);$$

$$\sigma_\theta = \frac{\beta E}{1-\nu} (t_0 - t_{\text{пов}}) \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2} \left[ 1 + \frac{R}{r} \frac{I_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} - \frac{\mu_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} \right] \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right); \quad (3.20)$$

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} (t_0 - t_{\text{пов}}) \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2} \left[ 2 - \mu_n \frac{I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} \right] \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right). \quad (3.21)$$

Обозначив суммы бесконечного ряда через  $f$ , имеем

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \frac{1}{\beta(t_0 - t_{\text{пов}})} = f\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right)$$

(значения функций  $f$  для осевых напряжений приведены в виде графиков на рис. 3.22, а).

В области регулярного режима нейтральный слой находим из выражения

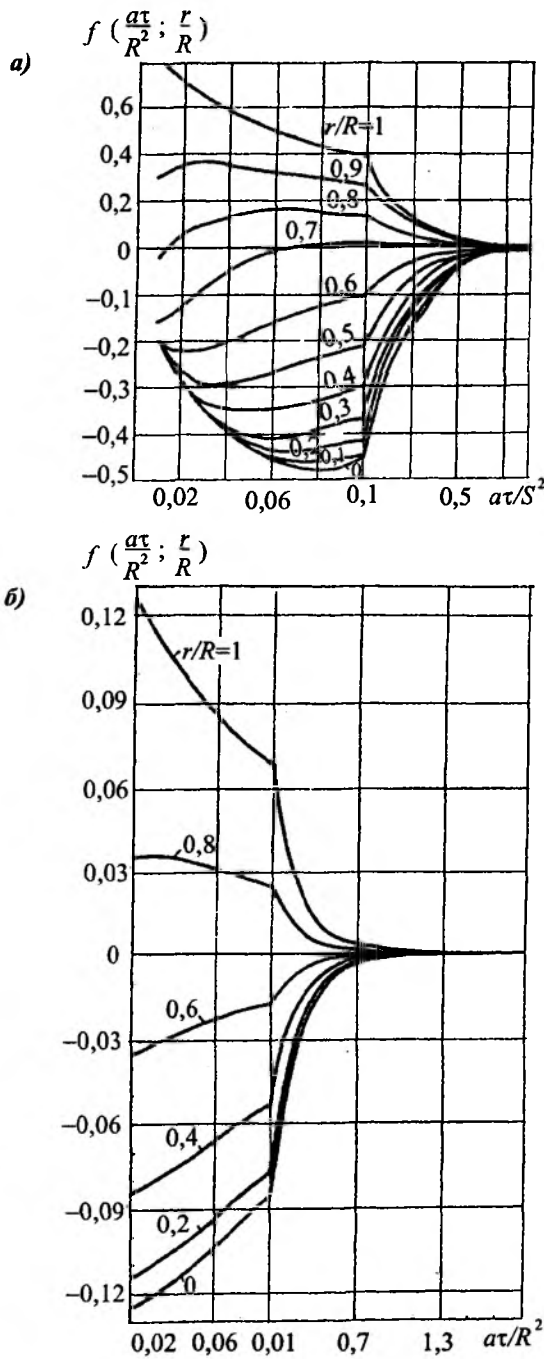


Рис. 3.22. Функции  $f\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right)$  для осевых температурных напряжений в цилиндре при линейном (а) и мгновенном (б) изменении температуры поверхности

$$2 - \frac{\mu_1}{I_1(\mu)} I_0\left(\mu_1 \frac{r_0}{R}\right) = 0,$$

откуда, имея в виду, что  $\mu_1 = 2,405$ ,

$$\frac{r_0}{R} = 0,68.$$

Разность температур поверхности и оси цилиндра в области регулярного режима

$$\Delta t = (t_{\text{пов}} - t_0) \frac{2}{\mu_1 I_1(\mu_1)} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{\alpha\tau}{R^2}\right)$$

Откуда

$$t_{\text{пов}} - t_0 = \frac{\Delta t \mu_1 I_1(\mu_1)}{2} \exp\left(\mu_n^2 \frac{\alpha\tau}{R^2}\right).$$

После подстановки последнего выражения в (3.21), получаем

$$\sigma = \frac{\beta E}{1-\nu} \Delta t \left[ I_0\left(\mu_1 \frac{r}{R}\right) - 2 \frac{I_1(\mu_1)}{\mu_1} \right],$$

отсюда для поверхности цилиндра

$$\sigma_{\text{пов}} = -\frac{\beta E}{1-\nu} \Delta t 2 \frac{I_1(\mu_1)}{\mu_1} = -0,43 \frac{\beta E}{1-\nu} \Delta t;$$

для оси цилиндра

$$\sigma_c = \frac{\beta E}{1-\nu} \Delta t \left[ 1 - 2 \frac{I_1(\mu_1)}{\mu_1} \right] = 0,57 \frac{\beta E}{1-\nu} \Delta t.$$

Анализ приведенных формул и графиков позволяет сделать следующие выводы:

1) абсолютная величина напряжений прямо пропорциональна первоначальной разности температур ( $t_0 - t_{\text{пов}}$ ), модулю упругости и коэффициенту линейного расширения;

2) абсолютная величина напряжений увеличивается с увеличением радиуса цилиндра и уменьшением теплопроводности;

3) при нагреве на поверхности цилиндра напряжения сжимающие, по оси — растягивающие; при охлаждении напряжения имеют обратные знаки;

4) изменение напряжений во времени происходит идентично изменению температурной разности по сечению цилиндра.

### 3. Линейное изменение температуры поверхности

Если цилиндр, имеющий по всему сечению температуру  $t_0$ , нагревать с равномерной скоростью  $C$  град/ч, то можно записать<sup>1</sup>

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\nu} \frac{CR^2}{16a} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) +$$

$$+ \frac{\beta E}{1-\nu} \frac{CR^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^4} \left[ 1 - \frac{R}{r} \frac{I_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} \right] e^{-\mu_n^2 \frac{\alpha\tau}{R^2}};$$

<sup>1</sup>Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

$$\sigma_{\theta} = \frac{\beta E CR^2}{1-\nu} \left(1 - 3 \frac{r^2}{R^2}\right) + \frac{\beta E CR^2}{1-\nu} \frac{1}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^4} \times$$

$$\times \left[ 1 + \frac{R}{r} \frac{I_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} - \mu_n \frac{I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} \right] e^{-\mu_n^2 \frac{\sigma}{R^2}};$$

$$\sigma_z = \frac{\beta E CR^2}{1-\nu} \frac{1}{a} \left\{ \frac{1}{8} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2}\right) + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^4} \left[ 2 - \mu_n \frac{I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_1(\mu_n)} \right] \times e^{-\mu_n^2 \frac{\sigma}{R^2}} \right\} =$$

$$= \frac{\beta E CR^2}{1-\nu} \frac{1}{a} \left[ \frac{1}{8} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2}\right) + f\left(\frac{\sigma}{R^2}; \frac{r}{R}\right) \right].$$

Или

$$\frac{\sigma_z (1-\nu)}{E} \frac{1}{\beta C_{\tau}} = \frac{R^2}{\alpha \tau} \left[ \frac{1}{8} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2}\right) + f\left(\frac{\sigma \tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right) \right].$$

Значения функций  $f$  для осевых напряжений даны на рис. 3.22. Из рисунка следует, что при достаточно большом значении  $\tau$ , а именно при  $\tau > 0,5 \frac{R^2}{a}$ , функции  $f$  (т.е. суммы бесконечного ряда) можно отбросить. Так как

$$\Delta t_m = \frac{CR^2}{4a},$$

приближенные формулы приобретают вид:

$$\sigma_r = \frac{\beta E CR^2}{1-\nu} \frac{1}{16a} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) = \frac{\beta E \Delta t_m}{1-\nu} \frac{1}{4} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right);$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\beta E CR^2}{1-\nu} \frac{1}{16a} \left(1 - 3 \frac{r^2}{R^2}\right) = \frac{\beta E \Delta t_m}{1-\nu} \frac{1}{4} \left(1 - 3 \frac{r^2}{R^2}\right);$$

$$\sigma_z = \frac{\beta E CR^2}{1-\nu} \frac{1}{8a} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2}\right) = \frac{\beta E \Delta t_m}{1-\nu} \frac{1}{2} \left(1 - 2 \frac{r^2}{R^2}\right).$$

При  $r = R$

$$\sigma_r^{\text{пов}} = 0; \sigma_{\theta}^{\text{пов}} = \sigma_z^{\text{пов}} = -\frac{\beta E CR^2}{1-\nu} \frac{1}{8a} = -\frac{\beta E \Delta t_m}{1-\nu} \frac{1}{2};$$

при  $r = 0$

$$\sigma_r^c = \sigma_{\theta}^c = \frac{\beta E CR^2}{1-\nu} \frac{1}{16a} = \frac{\beta E \Delta t_m}{1-\nu} \frac{1}{4};$$

$$\sigma_z^c = \frac{\beta E CR^2}{1-\nu} \frac{1}{8a} = \frac{\beta E \Delta t_m}{1-\nu} \frac{1}{2}.$$

Как видим, при установившемся состоянии абсолютная величина напряжений прямо пропорциональна максимальной разности температур поверхности и оси цилиндра.

Из приведенных формул и графиков рис. 3.22, б можно сделать выводы:

1) абсолютная величина напряжений прямо пропорциональна модулю упругости, коэффициенту расширения, скорости нагрева и увеличивается с увеличением радиуса цилиндра и с уменьшением температуропроводности;

2) радиальные напряжения имеют везде знак плюс, тангенциальные и осевые напряжения имеют на поверхности минус, по оси плюс, причем по абсолютной величине тангенциальные напряжения на поверхности больше, чем в центре; осевые напряжения имеют одинаковые значения в области регулярного режима;

3) нейтральные слои находятся на следующих расстояниях от центра: для радиальных напряжений при  $r/R = 1,0$ , для тангенциальных при  $r/R = 0,68$ , для осевых при  $r/R = 0,71$ ;

4) изменение напряжений во времени происходит идентично изменению температурной разности по сечению тела, т.е. напряжения постепенно увеличиваются и, достигнув максимального значения, сохраняют его постоянным при условии постоянства величин  $\beta$ ,  $E$ ,  $a$ .

#### 4. Постоянный тепловой поток

Для постоянного теплового потока

$$\frac{\sigma_r (1-\nu)}{E} \frac{2\lambda}{\beta q R} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \frac{r^2}{R^2} + \sum 1;$$

$$\frac{\sigma_{\theta} (1-\nu)}{E} \frac{2\lambda}{\beta q R} = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \frac{r^2}{R^2} + \sum 2;$$

$$\frac{\sigma_z (1-\nu)}{E} \frac{2\lambda}{\beta q R} = \frac{1}{2} - \frac{r^2}{R^2} + \sum \frac{4I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{\mu_n^2 I_0(\mu_n)} e^{-\mu_n^2 \frac{\sigma}{R^2}}.$$

Или

$$\frac{\sigma (1-\nu)}{E} \frac{2\lambda}{\beta q R} = f\left(\frac{\sigma \tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right),$$

где значения функций  $f$  для осевого напряжения представлены рис. 3.23.

В области регулярного режима (при  $\frac{\sigma \tau}{R^2} \geq 0,25$ )

<sup>1</sup>Под знаком  $\Sigma$  в данном случае подразумевается сумма бесконечного ряда, содержащая функции Бесселя.

<sup>2</sup>То же.

$$f\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right)$$

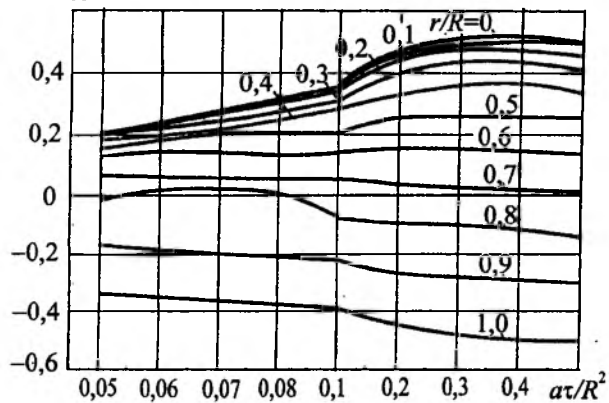


Рис. 3.23. Функции  $f\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right)$  для осевых температурных напряжений в цилиндре при постоянном тепловом потоке

$$\frac{\sigma_z(1-\nu)}{E} \frac{2\lambda}{\beta q R} = \frac{1}{2} - \frac{r^2}{R^2}.$$

Нейтральный слой находится в сечении

$$\frac{r_0}{R} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,707.$$

Так как в случае регулярного режима

$$\Delta t = t_{\text{пов}} - t_c = \frac{qR}{2\lambda},$$

зависимость  $\sigma_z$  от  $\Delta t$  выражается формулой

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \Delta t \left( \frac{1}{2} - \frac{r^2}{R^2} \right).$$

### 5. Постоянная температура печи

Если начальная температура тела  $t_0$  одинакова по всему сечению, а температура окружающей среды  $t_{\text{печ}}$ , то получаем:

$$\sigma_r = \frac{\beta E}{1-\nu} (t_0 - t_{\text{печ}}) \sum_{n=1}^{\infty} G_n \left[ I_1(\mu_n) - \frac{R}{r} I_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \right] e^{-\mu_n^2 \frac{\alpha\tau}{R^2}}; \quad (3.22)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\beta E}{1-\nu} (t_0 - t_{\text{печ}}) \sum_{n=1}^{\infty} G_n \times \left[ I_1(\mu_n) + \frac{R}{r} I_1\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) - \mu_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \right] e^{-\mu_n^2 \frac{\alpha\tau}{R^2}}; \quad (3.23)$$

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} (t_0 - t_{\text{печ}}) \sum_{n=1}^{\infty} G_n \left[ 2I_1(\mu_n) - \mu_n I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \right] e^{-\mu_n^2 \frac{\alpha\tau}{R^2}}; \quad (3.24)$$

где

$$G_n = \frac{2}{\mu_n^2} \frac{I_1(\mu_n)}{I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)}.$$

В формулах (3.22)–(3.24) суммы бесконечного ряда можно рассматривать как функции критериев  $\frac{\alpha\tau}{R^2}$ ,  $\frac{\alpha R}{\lambda}$  и  $\frac{r}{R}$ . Обозначив эти функции через  $f$ , запишем

$$\frac{\sigma(1-\nu)}{E} \frac{1}{\beta(t_{\text{печ}} - t_0)} = f\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}; \frac{r}{R}\right).$$

На рис. 3.24–3.26 в графическом виде даны значения функций  $f$  для радиальных, тангенциальных и осевых напряжений в зависимости от критериев  $\frac{\alpha\tau}{R^2}$ ; и  $\frac{\alpha R}{\lambda}$  при  $\frac{r}{R} = 1$  и  $\frac{r}{R} = 0$ .

Для определения нейтрального слоя в области регулярного режима воспользуемся выражением

$$f\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$$

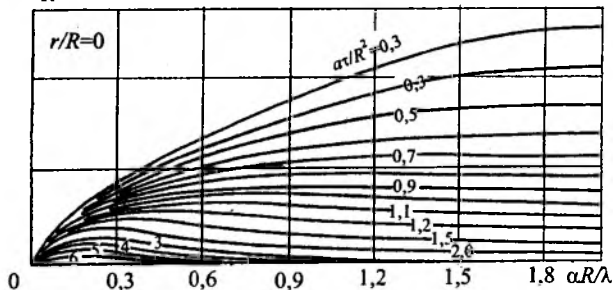


Рис. 3.24. Функции  $f\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right)$  для радиальных напряжений по оси цилиндра при постоянной температуре печи

$$f\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$$

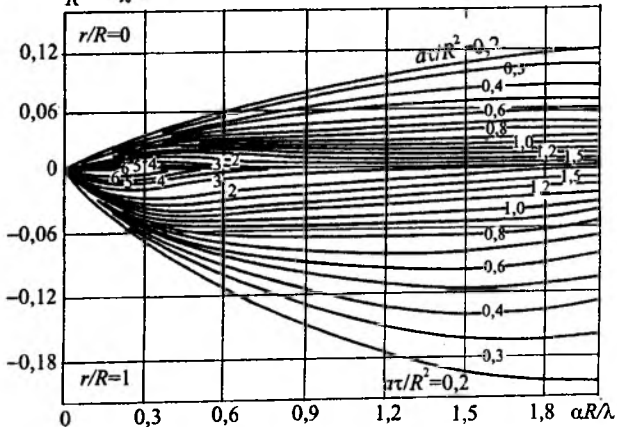


Рис. 3.25. Функции  $f\left(\frac{\alpha\tau}{R^2}; \frac{r}{R}\right)$  для тангенциальных напряжений на поверхности и по оси цилиндра при постоянной температуре печи

### 3.1.3. Температурные напряжения при нагревании полого цилиндра

Наиболее простыми являются решения уравнения теплопроводности при линейном изменении температуры наружной поверхности. Используя решение, определяющее поле температур по сечению стенки полого цилиндра в области регулярного режима, при задании линейного во времени изменения температуры наружной поверхности цилиндра Н.Ю. Тайц получил следующие решения<sup>1</sup>:

$$\sigma_r = \frac{\beta E CR^2}{1-\nu} \frac{1}{4a} \times$$

$$\times \left[ \frac{1}{16} \left( \frac{R^2}{r^2} - 1 \right) \left( \frac{r^2}{R^2} - i^2 \right) + \frac{1}{4} i^4 \frac{R^2 - 1}{i^2 - 1} \ln i - \frac{1}{4} i^2 \ln \frac{R}{r} \right];$$

$$\sigma_\theta = \frac{\beta E CR^2}{1-\nu} \frac{1}{4a} \left[ \frac{1}{16} \left( \frac{R^2}{r^2} + 1 \right) \left( \frac{r^2}{R^2} + i^2 \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{4} i^4 \frac{R^2 + 1}{i^2 - 1} \ln i - \frac{1}{4} i^2 \ln \frac{R}{r} + \frac{1}{4} \left( i^2 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right];$$

$$\sigma_z = \frac{\beta E CR^2}{1-\nu} \frac{1}{a} \times$$

$$\times \left[ \frac{1}{8} (1 + i^2) - \frac{i^4}{2(i^2 - 1)} \ln i - \frac{1}{2} i^2 \ln \frac{R}{r} + \frac{1}{4} \left( i^2 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right].$$

Или в общем виде

$$\frac{\sigma_z (1-\nu)}{E} \frac{a}{\beta CR^2} = f\left(\frac{r}{R}; i\right),$$

где  $i = b/R$ .

Функции  $f$  для осевых напряжений представлены графически на рис. 3.27.

Если толщину стенки полого цилиндра обозначить через  $S$ , а  $(r - b) = x$ , то зависимость критерия напряжений от  $x/S$  и  $i$  можно представить рис. 3.28, а величина напряжений  $\sigma_z$  имеет вид

$$\sigma_z = \frac{\beta E}{1-\nu} \Delta t_m \times$$

$$\frac{\frac{1}{8} (i^2 + 1) + \frac{i^4}{2(i^2 - 1)} \ln i - \frac{1}{2} i^2 \ln \frac{R}{r} + \frac{1}{4} \left( i^2 - \frac{r^2}{R^2} \right)}{\frac{1}{4} (1 - i^2) + \frac{1}{2} i^2 \ln i}$$

$$f\left(\frac{a\tau}{R^2}; \frac{\alpha R}{\lambda}\right)$$

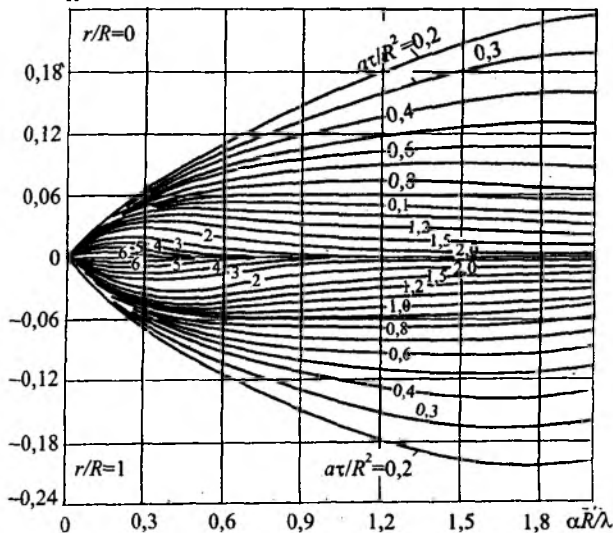


Рис. 3.26. Функции  $f\left(\frac{a\tau}{S^2}; \frac{r}{R}\right)$  для осевых напряжений на поверхности оси цилиндра

$$2I_1(\mu_1) = \mu_1 J_0\left(\mu_1 \frac{r_0}{R}\right), \quad (3.25)$$

откуда следует, что

$$\frac{r_0}{R} = f(Bi). \quad (3.26)$$

Вычисления по формулам (3.25) и (3.26) показывают, что при разных значениях критерия Био значение  $r_0/R$  для осевых напряжений изменяется в пределах 0,68...0,69.

Из приведенных формул и графиков вытекают выводы:

1) максимальные напряжения по абсолютной величине имеют место на поверхности или на оси цилиндров;

2) при нагреве радиальные напряжения на поверхности равны нулю, по оси имеют положительное значение и, следовательно, по всему сечению имеют знаки плюс;

3) тангенциальные и осевые напряжения при нагреве имеют на поверхности знак минус, по оси — плюс;

4) абсолютная величина напряжений с течением времени сначала увеличивается до максимума, а затем постепенно падает.

Из изложенного следует, что для решения практических вопросов, связанных с нагревом металла, достаточно знать напряжения на поверхности и оси цилиндра.

<sup>1</sup>Тайц Н.Ю. Технология нагрева стали. М.: Metallургия, 1962. С. 286.



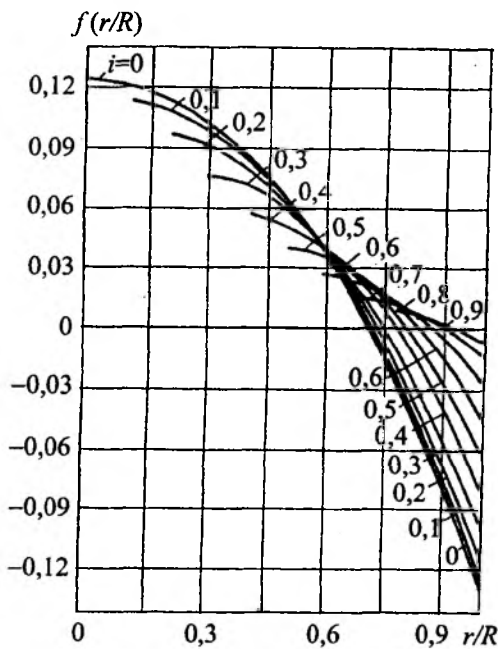


Рис. 3.27. Функции  $f\left(\frac{r}{R}; i\right)$  для осевых напряжений в полом цилиндра при одностороннем нагреве

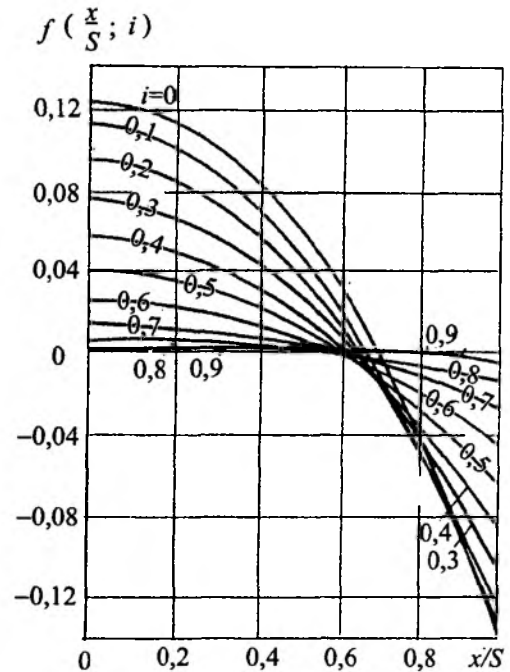


Рис. 3.28. Распределение температурных напряжений по толщине стенки полого цилиндра при одностороннем нагреве

Или

$$\frac{\sigma_z(1-\nu)}{E} \frac{1}{\beta \Delta t_m} = f_1\left(\frac{r}{R}; i\right).$$

Полученное решение приведено на рис. 3.29. Из него видно, что для внутренней поверхности полого цилиндра значения  $f_1$  изменяются от 0,34 до 0,50.

Анализ формул и графиков позволяет сделать следующие выводы:

- сумма радиальных и тангенциальных напряжений равна осевому;
- радиальные напряжения на наружной и внутренней поверхности равны нулю и в остальных частях имеют знак «плюс»; наибольшее значение по абсолютной величине радиальные напряжения имеют внутри толщины стенки несколько ближе к внутренней поверхности;
- при нагреве на внутренней поверхности цилиндра осевые и тангенциальные напряжения имеют положительные значения, на наружной поверхности — отрицательные значения, при охлаждении знаки напряжения меняются;
- осевые и тангенциальные напряжения имеют наибольшее значение по абсолютной величине на наружной поверхности;

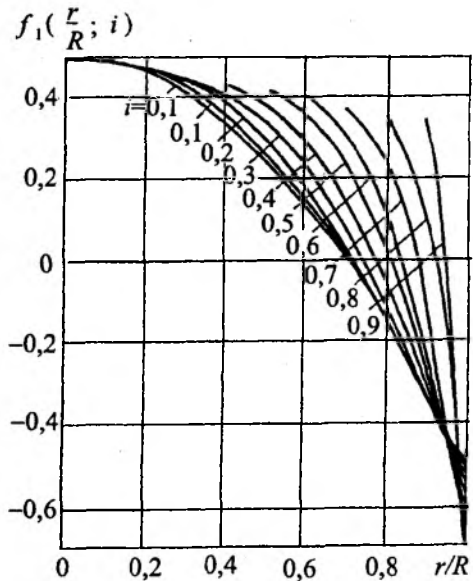


Рис. 3.29. Функции  $f_1\left(\frac{r}{R}; i\right)$  для определения температурных напряжений в полом цилиндра по разности температур при одностороннем нагреве

- с увеличением  $i$  абсолютная величина напряжений при прочих равных условиях уменьшается.

Имеется более точное решение задачи о термоупругих напряжениях в стенке полого цилиндра при задании двух различных граничных условий на наружной поверхности цилиндра<sup>1</sup>.

### Литература к главе 3

*Лыков А.В.* Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.

*Тайц Н.Ю.* Технология нагрева стали. М.: Металлургия, 1962.

Стальной слиток. В 3 т. Т. 3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова, В.В. Филиппов, А.П. Несенчук; под общ. ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. Минск: Беларус. наука, 2001.

<sup>1</sup>*Сабельников А.Г., Тайц Н.Ю.* Термоупругие напряжения при нагреве полого цилиндра неограниченной длины в среде с линейно изменяющимся во времени тепловым потоком // Изв. вузов. Черн. металлургия. 1973. № 8.

## **Раздел IV. Part IV.**

# **Конденсация и кипение однородных и неоднородных (бинарных) жидкостей**      **Condensation and Boiling of Homogeneous and Non-Homogeneous (Binary) Liquids**

### **Глава 1. КОНДЕНСАЦИЯ ОДНО- РОДНЫХ ЖИДКОСТЕЙ**

### **Chapter 1. CONDENSATION OF HOMOGENEOUS LIQUIDS**

.....

.....

### **Глава 2. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ КОНДЕНСАЦИИ НЕОД- НОРОДНОЙ (БИНАР- НОЙ) ЖИДКОСТИ**

### **Chapter 2. CONVECTIVE HEAT EXCHANGE AT CONDENSATION OF NON-HOMOGENEOUS (BINARY) LIQUID**

.....

.....

### **Глава 3. КИПЕНИЕ ОДНОРОД- НЫХ ЖИДКОСТЕЙ**

### **Chapter 3. BOILING OF HOMO- GENEOUS LIQUIDS**

## Раздел IV

### Конденсация и кипение однородных и неоднородных (бинарных) жидкостей

Во многих отраслях промышленности конденсация и кипение представляют собой основные процессы теплотехнологии, а интенсивность теплообмена в таких процессах опреде-

ляет размеры, стоимость и производительность основного оборудования предприятий. Этим объясняется постоянный интерес ученых и инженеров к проблеме теплообмена при конденсации и кипении. Оборудование, в котором протекает конденсация водяного пара, иллюстрируется рис. 1—7.

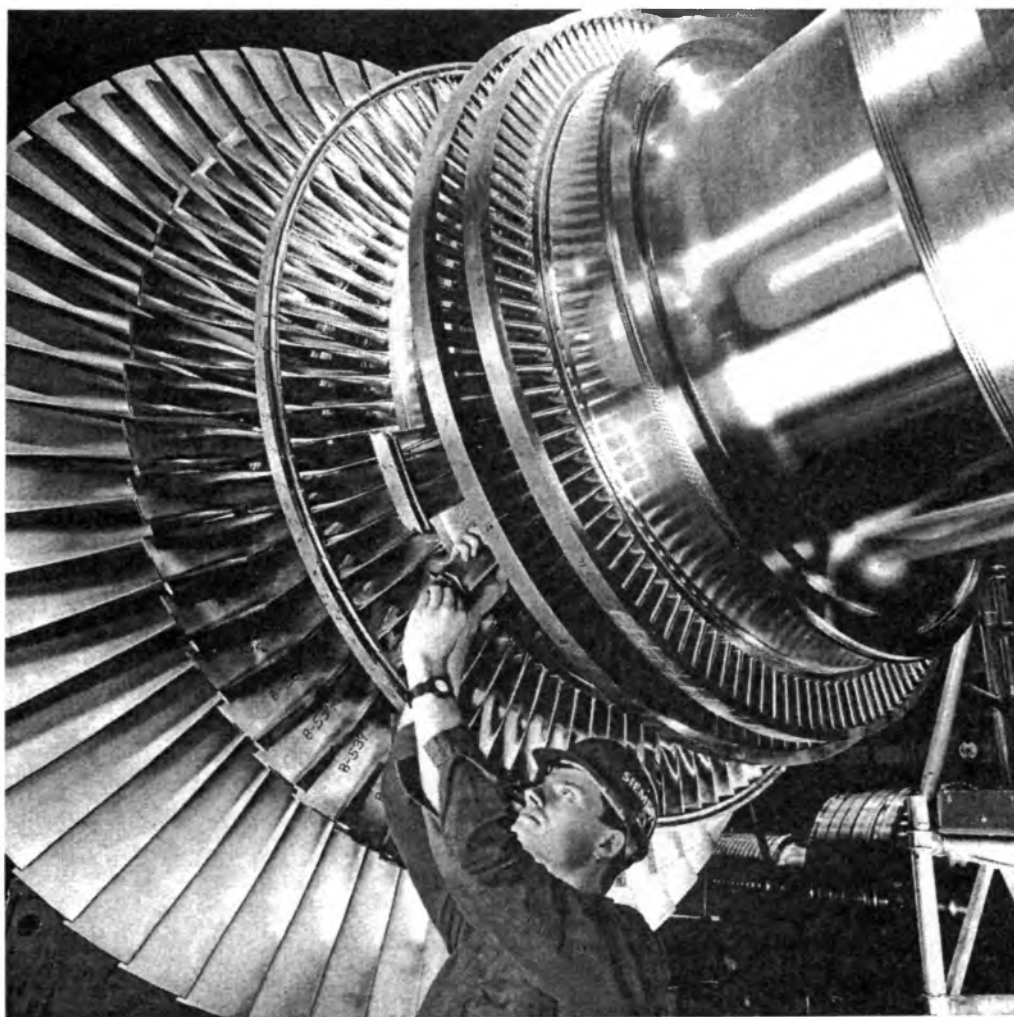
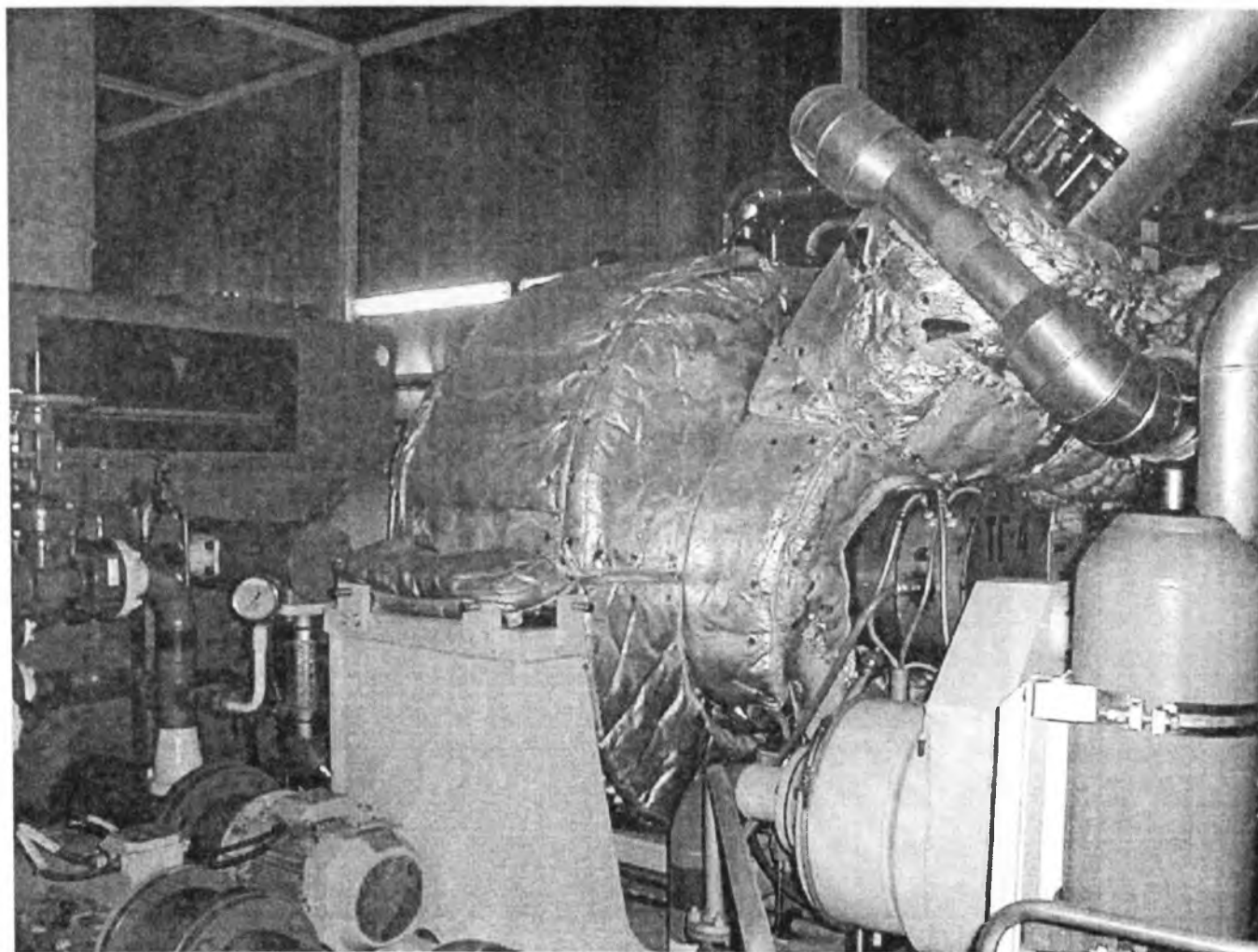


Рис. 1. Ротор паровой турбины (часть низкого давления)



*Рис. 2. Паровая турбина в сборе*

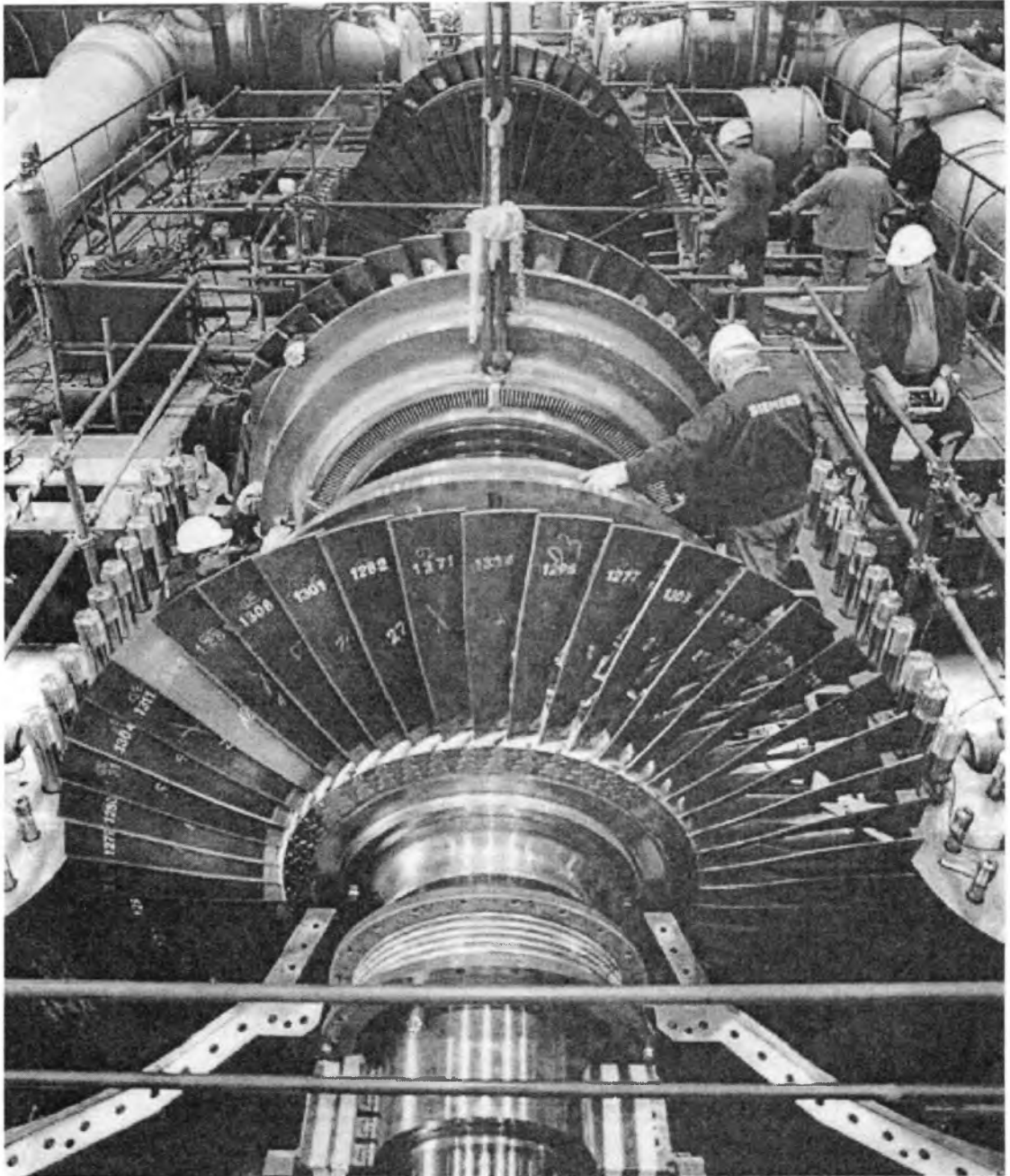
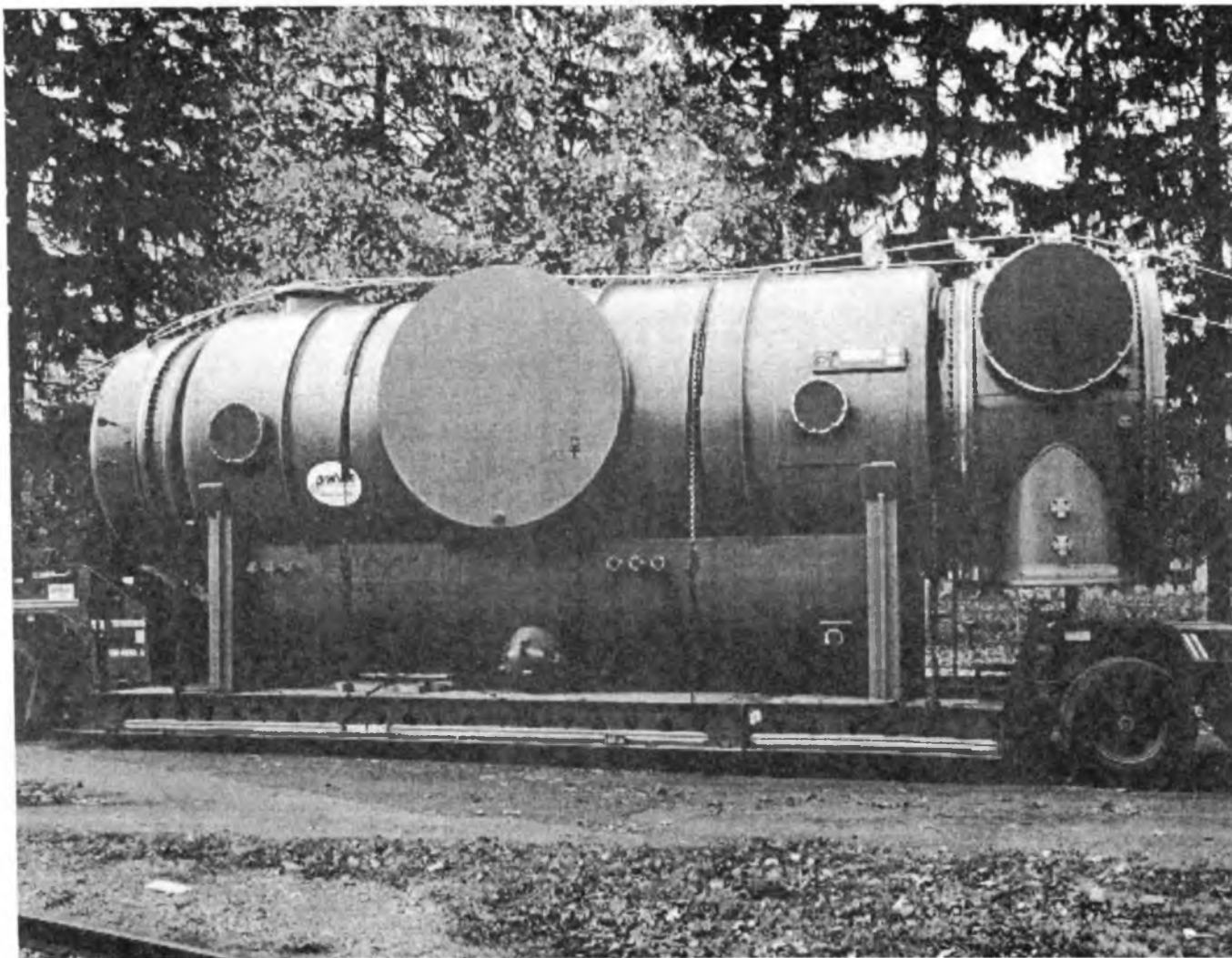


Рис. 3. Проточная часть паровой турбины со снятой верхней крышкой корпуса



*Рис. 4. Конденсатор паровой турбины во время транспортировки*



*Рис. 5. Конденсатор пара технологической установки во время транспортировки*



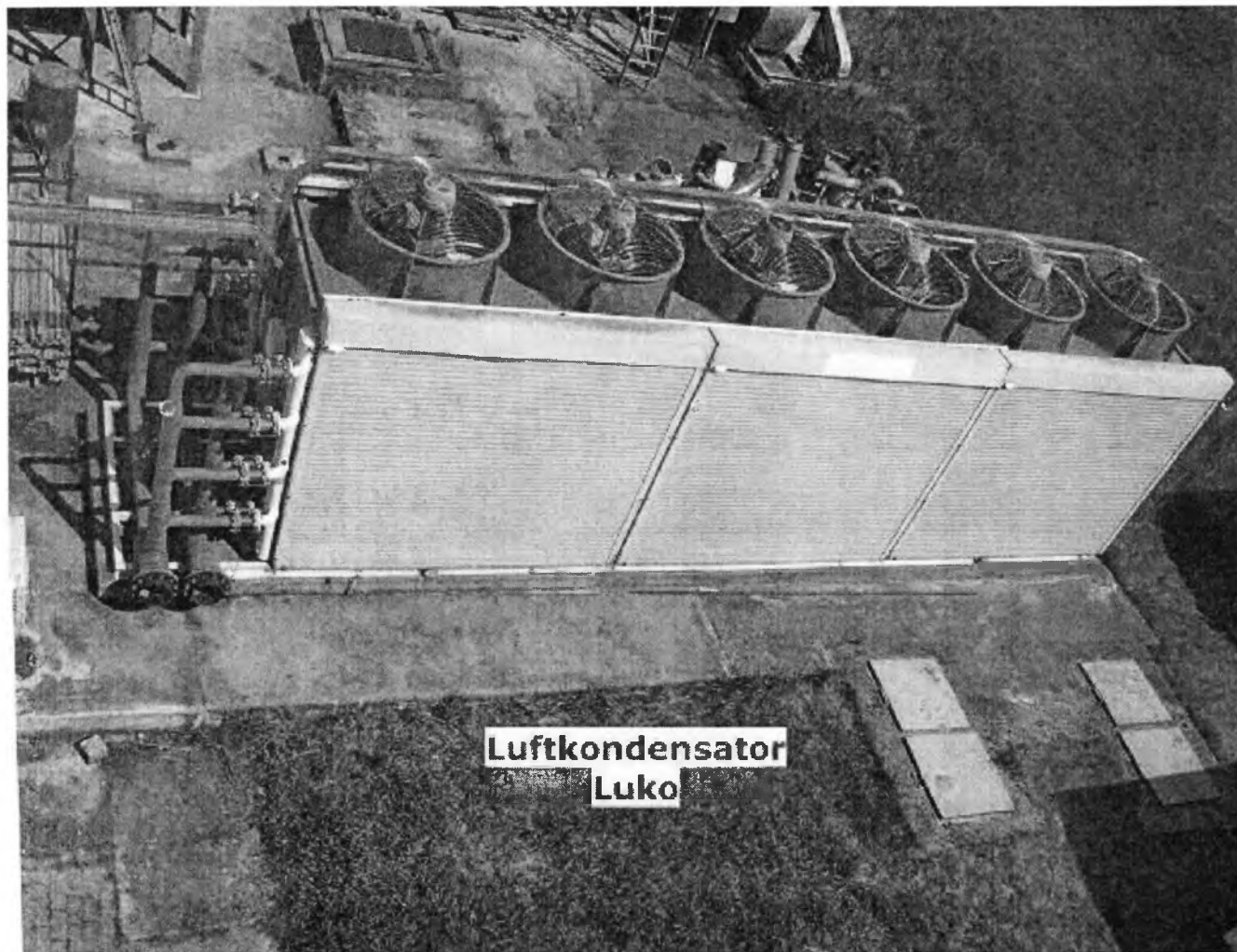
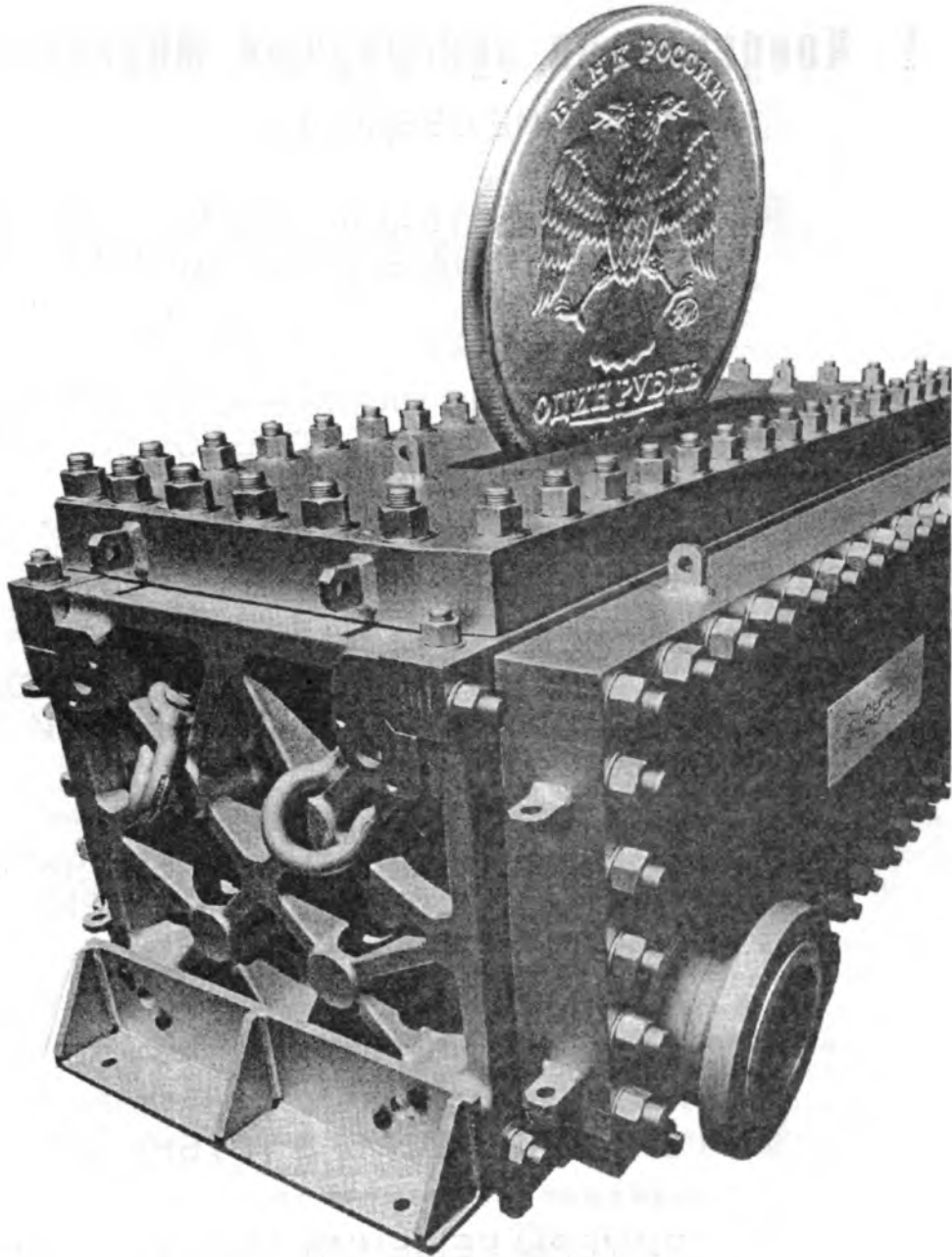


Рис. 6. Конденсатор водяного пара технологической холодильной установки



*Рис. 7. Теплообменник компаблок, разработанный компанией «Альфа Ловаль» (его можно назвать на настоящий момент самым инновационным в мире. Конструктивно это самый компактный и эффективный теплообменный аппарат, предназначенный для сложных процессов. Новейшая конструкция компаблока создает совершенно иное представление о размерах конденсатора и ребойлера. Этот миниатюрный теплообменник можно установить практически везде — в качестве конденсатора или ребойлера для дистилляционных и десорбционных колонн, конденсатора в верхней части реакторов. Вариантов применения компаблока существует множество)*

# Глава 1. Конденсация однородных жидкостей

■ ■ ■ ■ ■	▶	1.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ
■ ■ ■ ■ ■	▶	1.2. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ПЛЕНОЧНОЙ КОНДЕНСАЦИИ НА ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ
■ ■ ■ ■ ■	▶	1.3. ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ТЕПЛООТДАЧУ ПРИ ПЛЕНОЧНОЙ КОНДЕНСАЦИИ
■ ■ ■ ■ ■	▶	1.4. СМЕШАННАЯ КОНДЕНСАЦИЯ
■ ■ ■ ■ ■	▶	1.5. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ПЛЕНОЧНОЙ КОНДЕНСАЦИИ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ
■ ■ ■ ■ ■	▶	1.6. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ПЛЕНОЧНОЙ КОНДЕНСАЦИИ ПАРОВ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ
■ ■ ■ ■ ■	▶	1.7. КАПЕЛЬНАЯ КОНДЕНСАЦИЯ
■ ■ ■ ■ ■	▶	1.8. КОНДЕНСАЦИЯ В ТРУБНЫХ ПУЧКАХ
■ ■ ■ ■ ■	▶	ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 1
■ ■ ■ ■ ■	▶	ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 1

## Chapter 1. Condensation of homogeneous liquids

## Глава 1. Конденсация однородных жидкостей

### 1.1. Общие сведения

*Переход вещества из газообразного (парообразного) состояния в жидкое или твердое называется конденсацией<sup>1</sup>. При этом конденсация в твердое состояние называется десублимацией<sup>2</sup>.*

*Различают конденсацию в объеме пара или парогазовой смеси и конденсацию на поверхности твердого тела или жидкости, с которыми пар (парогазовая смесь) находится в контакте.*

При наличии жидкой фазы конденсация (в отсутствие других газов) начинается при малых пересыщениях и протекает достаточно быстро, при этом установившееся равновесие давления паров зависит только от температуры, при которой наступает динамическое равновесие между массами испаряющейся жидкости и конденсирующихся паров. Так как при конденсации выделяется теплота (скрытая теплота парообразования) и удельный объем жидкой фазы меньше, чем газовой, при повышении температуры повышается давление насыщенных паров.

Скорость конденсации паров, находящихся в атмосфере другого газа, ограничивается скоростью диффузии паров из газа к поверхности жидкости.

*Контактная (пленочная) конденсация — переход в жидкое состояние на гидрофильной (хорошо смачиваемой жидкостью) поверхности твердого тела, при которой образуется сплошная пленка конденсата.*

<sup>1</sup>Конденсатор теплотехнический (от лат. *condenso* — уплотняю, сгущаю) — теплообменник для конденсации жидкости (в том числе хладагента). Применяют в тепловых и холодильных установках (для конденсации рабочего тела), в испарительных установках (для получения дистиллята, разделения смесей паров) и т.д. Конденсация — переход в жидкое состояние на поверхности твердого тела, при котором на различных участках поверхности наблюдается как пленочная, так и капельная конденсация.

<sup>2</sup>Теория теплообмена. Терминология. Вып. 83. М.: «Наука», 1971.

В отсутствие жидкой или твердой фаз конденсация пара возможна при наличии так называемых *ядер конденсации*. Так как давление насыщенных паров у сферических поверхностей больше, чем у плоских, конденсация на ядрах вероятна при значительных пересыщениях. *Ядрами конденсации являются некоторые типы взвешенных в атмосфере пара твердых частиц и капель жидкости.* Заряженные молекулы газа — ионы, являются наиболее активными ядрами (центрами) конденсации. При отсутствии таких ядер конденсация начинается в точках случайного уплотнения вещества — *флуктуациях<sup>3</sup> плотности* пара, тогда пересыщение достигает 800 — 1000 и более процентов.

В пористых, порошкообразных системах, конденсация паров возможна при давлениях меньших максимально возможных давлений паров при данной температуре, что связано с изменением равновесного давления у криволинейных поверхностей (*капиллярная конденсация*). Если давление паров ниже давления в тройной точке, конденсация происходит, минуя жидкую фазу, с образованием мелких кристаллов (*десублимация<sup>4</sup> — фазовый переход 1-го рода*).

Конденсация наблюдается в конденсаторах паровых турбин (рис. 1.1), опреснителях при получении питьевой воды, атмосферном воздухе, теплообменниках, ограждающих конструкциях зданий и т.д.

*Конденсация происходит при докритических состояниях пара (газа) вследствие их охлаждения, сжатия при докритических температурах и давлениях. Необходимым условием конденсации пара, если он находится в докритическом состоянии, является наличие по-*

<sup>3</sup>Флуктуация (от лат. *fluctuatio* — колебание) — случайные отклонения физических величин от их средних значений; происходят у любых величин, зависящих от случайных факторов. В статистической физике Ф. вызываются тепловым движением частиц системы. Ф. определяют теоретически возможный предел чувствительности приборов. Ф. давления проявляются, например, в броуновском движении малых частиц под влиянием точно не скомпенсированных ударов молекул окружающей среды. Ф. характерны для любых случайных процессов.

<sup>4</sup>Сублимация (от лат. *sublimo* — возношу) — переход вещества из твердого в газообразное состояние, минуя стадию жидкости (фазовый переход первого рода). Для С. к веществу необходимо подвести энергию, называемую теплотой С.

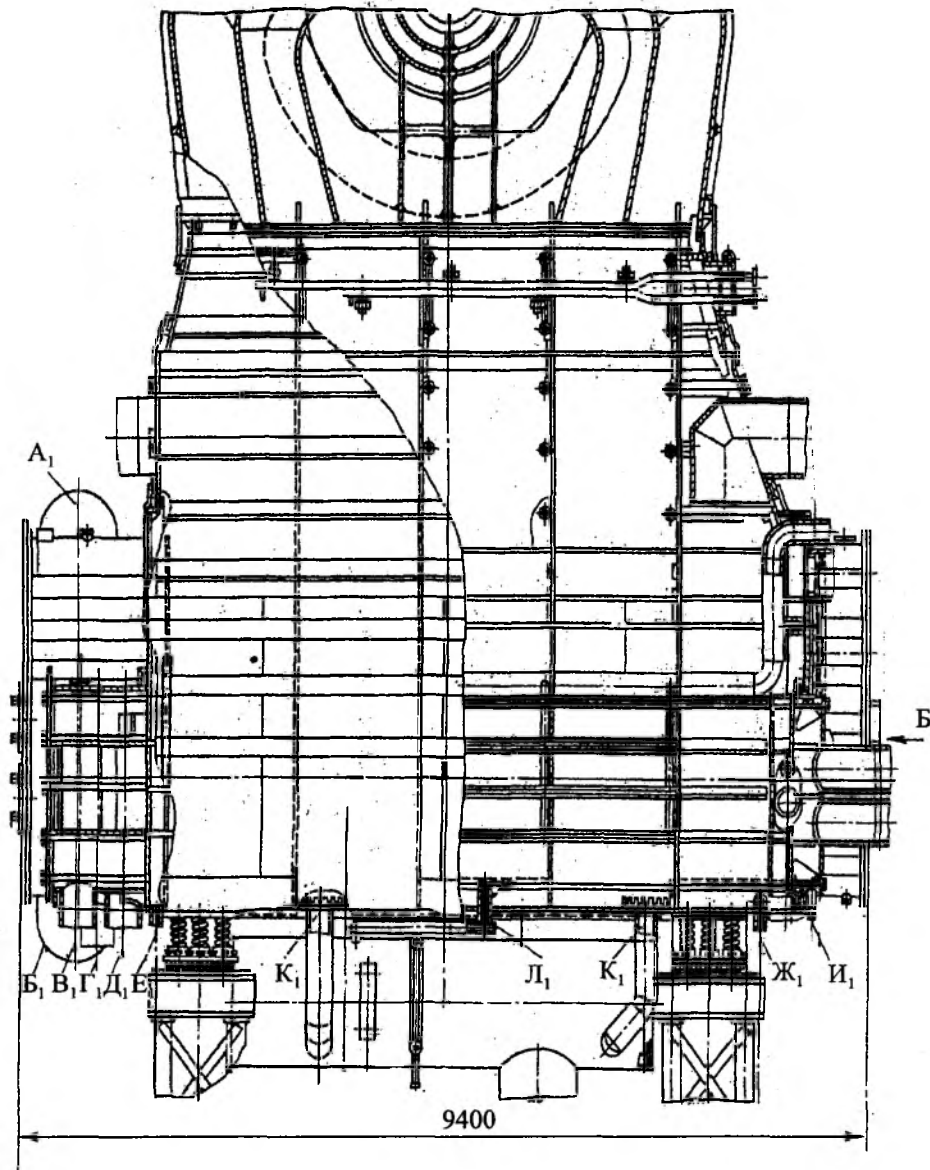


Рис. 1.1. Конденсаторы турбины Т-100/120-130-3:

$A_1$  — отвод циркуляционной воды;  $B_1$  — подвод циркуляционной воды;  $V_1$  — отвод (подвод) циркуляционной, сетевой или подпиточной воды;  $G_1$  — отвод (подвод) циркуляционной или подпиточной воды;  $D_1$  — подвод (отвод) циркуляционной, сетевой воды;  $E_1$  — отвод конденсата;  $Zh_1$  — подвод (отвод) сетевой воды;  $I_1$  — отвод паровоздушной смеси из основных пучков;  $K_1$  — отвод паровоздушной смеси из встроенных пучков;  $L_1$  — уравнительный трубопровод

верхностей, температура которых ниже температур насыщенного пара.

В момент контакта пара с поверхностью (последняя адсорбирует) мономолекулярные слои, толщина которых увеличивается и они уплотня-

ются. При достижении критической толщины (микронны) они разрываются на большое количество капель.

**Количество массопередачи (перенесенной массы) характеризуется массой**

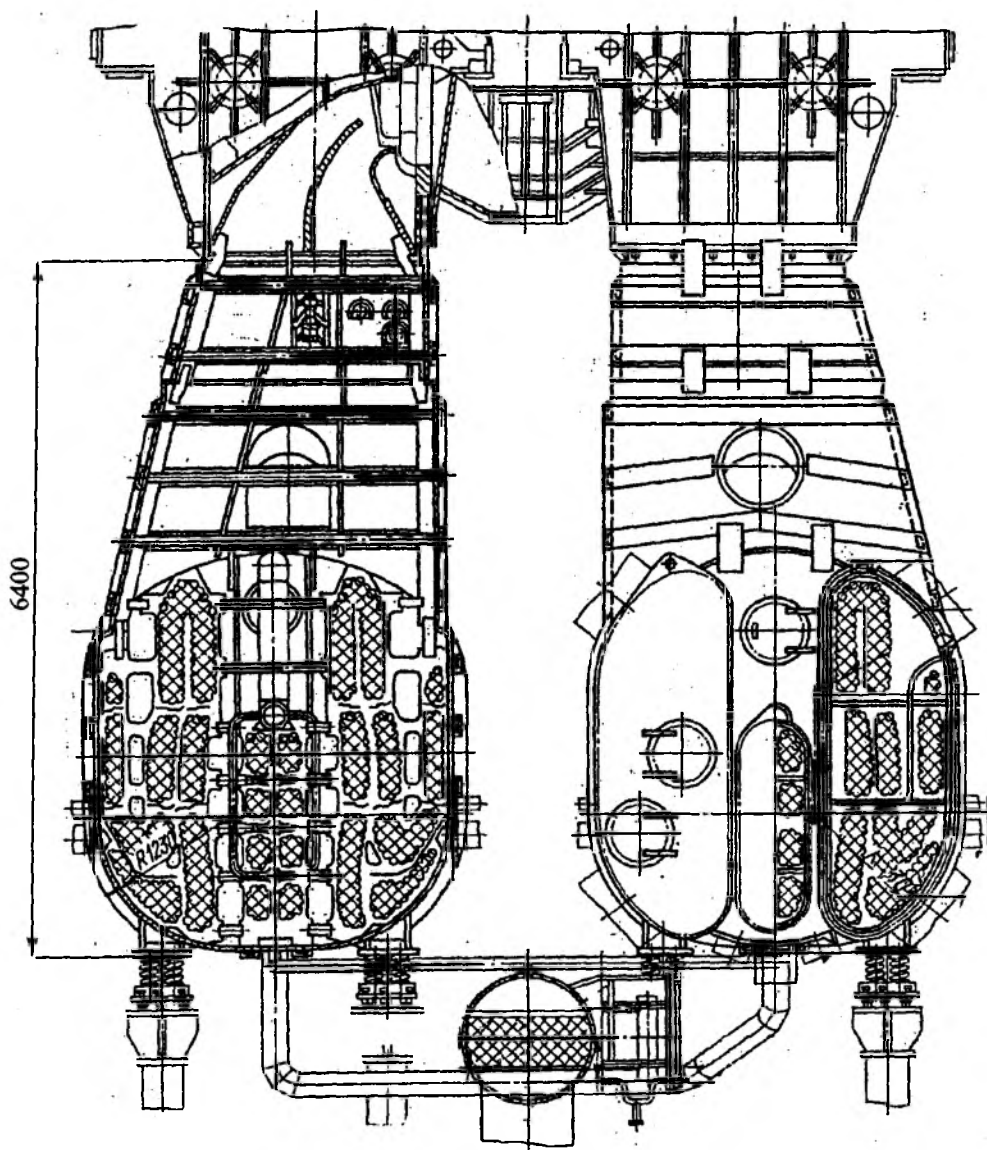


Рис. 1.1. Продолжение

*сконденсированного пара, а переданная теплота (для сухого насыщенного пара) — скрытой теплотой парообразования (теплотой фазового перехода).*

Известно, что число факторов, характеризующих процесс переноса при конденсации, значительно возрастает по сравнению с теплообменом без фазовых переходов. Например, при обычном конвективном теплообмене поверхность характеризуется только геометрическими размерами, а при конденсации существ-

венное значение имеют ее физико-химические свойства.

При этом необходимым условием конденсации пара (докритическое состояние) является наличие зон или поверхностей, температуры которых меньше температур насыщенного пара.

**Первый вид конденсации**, когда на поверхности образуется сплошная устойчивая пленка, — это, как уже отмечалось, пленочная конденсация. **Второй** — процесс с образованием капель (капельная конденсация, рис. 1.2, а).

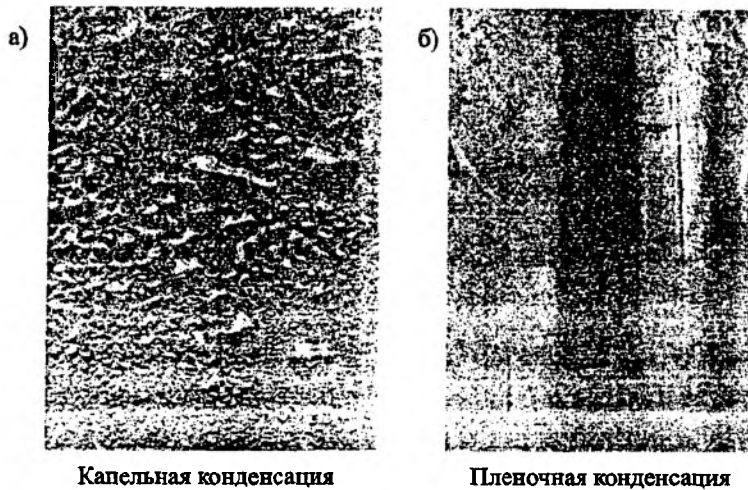


Рис. 1.2. а) – капельная конденсация; б) – пленочная конденсация

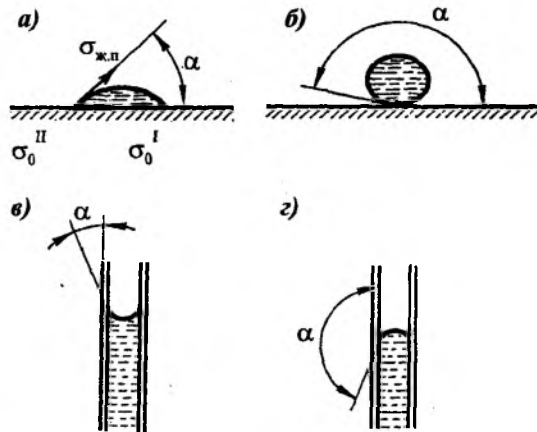


Рис. 1.3. Смачиваемые жидкостью поверхности: плоская стенка (а) и стенка трубки (в); несмачиваемые жидкостью поверхности: плоская стенка (б) и стенка трубопроводов (г)

Характер взаимодействия поверхности и конденсата зависит от физико-химических свойств конденсата. Если капли на поверхности тела имеют формы, при которых краевые углы острые – тогда жидкость смачивает поверхность. Следует заметить, что конденсация (как правило) начинается с пленочной. Процесс конденсации на твердой поверхности с образованием на ней капли происходит при условии смачиваемости этой поверхности.

На рис. 1.3. иллюстрируются некоторые разновидности конденсации на плоской поверхности. В качестве пояснения к рис. 1.3 следует сказать, что в предельном случае, когда угол

$\alpha = 0$ , капля растекается по поверхности стенки тонким слоем. Это явление растекания капли по поверхности стенки называют **абсолютным смачиванием**.

При  $\alpha > 90^\circ$  (см. рис. 1.3, б) преобладают поверхностные силы  $\sigma_0^I$ .

При  $\alpha = 180^\circ$  жидкость соберется в каплю. Такое явление называется **абсолютным несмачиванием**.

Абсолютное смачивание наблюдается при орошении чистого стекла водой, спиртом, бензолом. Абсолютное несмачивание – при орошении того же стекла ртутью.

Движение как пленки, так и капля по поверхности происходит либо только за счет гравитационных сил, если происходит конденсация неподвижного пара, либо за счет дополнительных сил трения со стороны текущего пара. Если при пленочном течении различие картины движения обуславливается только толщиной пленки и режимом течения, то при капельной конденсации картина может изменяться от **капельной к струйной**, когда движущиеся капли сливаются в сплошные струи, и далее **к поточной**, сплошь закрывающей стенку (поверхность).

**Поверхностное натяжение** – работа образования единицы поверхности жидкости на границе с ее насыщенным паром (при постоянной температуре), которая равна силе, действующей в плоскости, касательной к поверхности жидкости (в сторону ее сокращения), на единицу длины контура, ограничивающего эту поверхность.

**Краевой угол (угол смачивания)** — двусторонний угол между касательными плоскостями к поверхности твердого тела и к поверхности раздела двух нетвердых тел (жидкость — пар) в точках их общей (трехфазной) линии контакта (периметра смачивания). Если одно тело — пар, то краевой угол заключает внутри себя жидкость<sup>1</sup>.

Термодинамически равновесное значение определяется уравнением Давидова-Неймана:

$$\sigma^m \cdot \cos \alpha = \sigma_0^{\text{II}} - \sigma_0^{\text{I}}.$$

Итак, существует понятие пленочной и капельной конденсации.

**Пленочная конденсация**, еще раз напомним, — переход в жидкое состояние на **гидрофильной** (хорошо смачиваемой жидкостью) поверхности твердого тела, на которой образуется сплошная пленка жидкости.

**Капельная конденсация** — это переход в жидкое состояние на охлаждаемой **гидрофобной** (не смачиваемой жидкостью) поверхности с образованием на ней отдельных капель конденсата.

**Смешанная конденсация** — переход в жидкое состояние на поверхности твердого тела, при котором на различных участках поверхности наблюдается как пленочная, так и капельная конденсация. Непрерывная конденсация вызывает рост числа капель, в связи с чем смежные капли могут сливаться вместе, сохраняя сферическую форму. Под действием механических сил отдельные капли скатываются по поверхности и увлекают за собой другие капли. Преобладающая часть твердой поверхности продолжает при этом контактировать с паром, особенно при наличии адсорбированных поверхностью различного рода включений и т.д. При большой массе конденсата плотность распределения капель по поверхности становится также больше. Для водяного пара **капельная конденсация — явление случайное, неустойчивое и кратковременное**. Капельная конденсация может быть вызвана с помощью химических веществ, называемых **лиофобизато-**

**рами**<sup>1</sup> (при конденсации водяного пара — **гидрофобизаторами**<sup>2</sup>, т.е. веществами, наносимыми на поверхность тела для создания гидрофобного поверхностного слоя). Эти вещества вносятся в водяной пар или наносятся на поверхность теплообмена. Для устойчивой капельной конденсации водяного пара необходимы постоянные поступления гидрофобизаторов, так как они периодически уносятся конденсатом или растворяются в нем.

### 1.1.1. Термическое сопротивление при конденсации

**Термическое сопротивление** — существенно влияет на процесс теплоотдачи (теплоотвода) при конденсации. Обращаясь к рис.1.1 видим, что в цилиндрических трубках поверхности теплообмена конденсатора паровой турбины движется охлаждающая эту поверхность техническая вода, имеющая температуру ниже температуры конденсируемого водяного пара, расположенного в межтрубном пространстве. От термического сопротивления стенки трубки (для снижения ее термического сопротивления она изготовлена из латуни) конденсатора и прилегающих слоев охлаждающей воды и пара зависит общее сопротивление теплоотдающей системы. Чем выше это сопротивление, тем большей будет теплоотдающая по-

<sup>1</sup> **Лиофильность и лиофобность** (от греч. *lyo* — растворяю, *phileo* — люблю и *phobos* — страх) — понятия, качественно характеризующие взаимодействие поверхности твердого тела с жидкостью. Лиофильность (для воды — гидрофильность, для масел и жиров — олеофильность) означает хорошее (часто полное) смачивание, малое межфазное натяжение, устойчивость поверхностей к взаимному слипанию. Лиофобность (гидрофобность, олеофобность) — противоположное понятие.

<sup>2</sup> **Гидрофобность** (от *rugro*... и греч. *phobos* — боязнь, страх) — неспособность вещества (материала) смачиваться водой. К гидрофобным веществам относятся, например, многие металлы, жиры, воски, кремнийорганические жидкости. Г. — частный случай лиофобности.

**Гидрофобные покрытия** — не смачивающиеся водой покрытия на основе гидрофобных веществ. Наносятся на поверхность металлов (для защиты от коррозии во влажной атмосфере), тканей, кожи, древесины и других материалов (для придания водостойкости и непромокаемости).

**Гидрофобный цемент** — получается тонким измельчением цементного клинкера с гипсом и гидрофобизирующей добавкой (мылонафт, асидол и др.), которая уменьшает гидроскопичность Г. ц. и предотвращает снижение его активности при длительном хранении.

<sup>1</sup> Лит.: Ребиндер П.А. Физикохимия флотационных процессов. М. — Свердловск, 1933. Т.1; Адам Н.К. Физика и химия поверхностей / пер. с англ. М. 1947. Т.1.



верхность конденсатора (она будет достаточно дорогой, обслуживать ее труднее).

Термическое сопротивление при конденсации (рис. 1.4) рассматривается для наиболее неблагоприятного случая (наличие малоподвижной пленки, блокирующей поверхность конденсации) пленочной конденсации (при пленочной конденсации термическое сопротивление намного выше, чем при капельной).

На рис. 1.4. приведены схемы пленочной конденсации чистого пара в смеси с неконденсирующимся газом. В первом случае (а) показано снижение температуры насыщения ( $t''$ ) до температуры охладителя (технической воды). Для термодинамического равновесия необходимо, чтобы температура границы раздела пар — жидкость была равна температуре насыщения  $t''$ . Следовательно, профиль температуры в паровой фазе плоский, при этом в пленке конденсата, стенке и охладителе происходит падение температуры. В ламинарных пленках конденсата профиль температуры обычно — прямая линия. В этом случае коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  для пленки конденсата будет равен

$$\alpha = \frac{q}{(t'' - t_0)}, \quad (1.1)$$

где  $q$  — плотность теплового потока, передаваемого через пленку и стенку (у стенки термическое сопротивление много меньше сопротивления пленки).

В случае, если в паре присутствует какой-либо неконденсирующийся газ, в парогазовой среде появляется дополнительное падение температуры (см. рис. 1.4, б), такой температурный перепад возникает вследствие необ-

ходимости создания перепада парциального давления при движении пара через неконденсирующийся на стенке газ к границе раздела. Такой перепад парциального давления связан с перепадом температуры, потому что парциальное давление пара на границе раздела равно давлению насыщения, соответствующему  $t''$ , следовательно, единственный путь понижения парциального давления пара — уменьшение  $t_1$ . Сказанное выше предполагает, что на границе раздела имеет место термодинамическое равновесие пара и жидкости. Однако оно возможно только в стационарной системе, т.е. при нулевой суммарной конденсации.

Следует отметить, что кривые насыщения и соответствующие кривые равновесия для смесей характеризуют процесс конденсации при наличии плоских границ раздела. Эти кривые могут измениться, если граница раздела имеет кривизну. Указанные эффекты становятся значительными в случае, если образуются капли с малым диаметром (около 10 мкм).

Анализ соотношения (1.1) показывает, что локальный коэффициент теплоотдачи уменьшается с увеличением расстояния от верхнего края вертикальной пластины (цилиндра)  $x$ , поскольку толщина пленки возрастает (рис.1.5). Увеличение толщины пленки конденсата аналогично росту толщины пограничного слоя в условиях конвекции. Нужно также отметить, что увеличение разности температур  $t'' - t_0$  вызывает уменьшение коэффициента теплоотдачи, что связано с движением толщины пленки в результате увеличения массового расхода при конденсации пара.

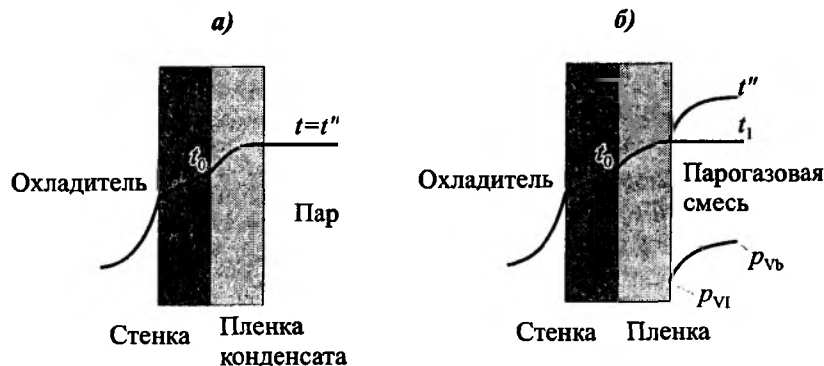


Рис. 1.4. Схемы термического сопротивления при пленочной конденсации: а) — однородный (однокомпонентный) чистый насыщенный пар; б) — пар при неконденсирующихся газах

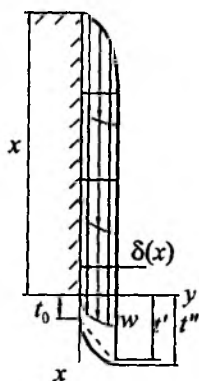


Рис. 1.5. Распределение скоростей и температур в пленке стекающей жидкости по вертикальной стенке

Выводы, характерные для вертикальной поверхности, применимы и для поверхности наклонной. Для поверхности, расположенной под углом к горизонтали, средний коэффициент теплоотдачи равен

$$\bar{\alpha}_\varphi = \bar{\alpha} \sqrt{\sin \varphi}. \quad (1.2)$$

Используя (1.2), можно получить соотношения для локального ( $Nu_x$ ) и среднего ( $\bar{Nu}$ ) чисел Нуссельта:

$$Nu_x = \frac{\alpha x}{\lambda'} = \sqrt[4]{\frac{rg(\rho' - \rho'')x^3}{4\lambda'(t'' - t_0)v'}}; \quad (1.3)$$

$$\bar{Nu} = \frac{\alpha x}{\lambda'} = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{rg(\rho' - \rho'')x^3}{4\lambda'(t'' - t_0)v'}}; \quad (1.4)$$

где  $\alpha$ ,  $v'$ ,  $\rho'$ ,  $\lambda'$  — коэффициенты теплоотдачи, кинематической вязкости, плотности, теплопроводности, определяемые по средней температуре конденсата, равной  $t' = \frac{t_0 + t''}{2}$ .

### 1.1.2. Физико-математическая модель конденсатообразования

#### 1. Дифференциальные уравнения теплообмена при пленочной конденсации насыщенного пара

Систему уравнений теплообмена при пленочной конденсации пара можно представить в виде уравнений теплопереноса и движения пленки конденсата (1.5), взаимодействующих фаз на границе конденсата и пара (1.6), теплообмена у поверхности (1.7):

$$\left. \begin{aligned} a\nabla^2 t &= \frac{\partial t}{\partial \tau} + \bar{w} \text{grad} t; \\ g(\rho' - \rho'') - \text{grad} p + \mu' \nabla^2 w &= \frac{\partial w}{\partial \tau} + \bar{w} \text{grad} w; \\ \text{div} \bar{w} &= 0; \end{aligned} \right\} (1.5)$$

$$\left. \begin{aligned} -\lambda' \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_{\text{гр}} &= r w' = r \rho' w''; \\ \pm \mu' \left( \frac{\partial w}{\partial n} \right)_{\text{гр}} &= w' w''_{\sigma} + \frac{1}{2} \lambda_{\text{тр}} \rho'' (w''_{\sigma})^2; \end{aligned} \right\} (1.6)$$

$$p_{\text{гр}} = p''_{\text{гр}} + 2\sigma \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right); \quad (1.7)$$

$$-\lambda' \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_0 = \alpha (t'' - t_0),$$

где  $w''$  — скорость пара, м/с;  $w''_{\sigma}$  — относительная скорость пара, м/с;  $r$  — теплота фазового перехода (пар-конденсат), кДж/кг;  $\lambda_{\text{тр}}$  — коэффициент трения пара у поверхности конденсата ( $\lambda_{\text{тр}} = 0,0263 \text{ Re}_x^{0,143}$ );  $w'$  — массовая скорость конденсации,  $\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \text{ с}}$ ;  $p_{\text{гр}}$ ,  $t_{\text{гр}}$  — соответственно давление и температура на границе взаимодействия фаз;  $t_0$ ,  $t''$  — температура поверхности (стенки) и пара.

Тепловой поток через поверхность пленки конденсата, определяемый из уравнений (1.6), и тепловой поток через поверхность охлаждения, определяемый уравнением (1.7), не равны между собой, т.к. в пленке конденсата температура изменяется от  $t''$  до  $t_0$ , поэтому ее средняя температура меньше температуры насыщения. При  $c_p = \text{const}$  средняя температура конденсата равна

$$\bar{t} = \frac{\int_0^{\delta} t w dy}{\int_0^{\delta} w dy} = t'' - \varphi (t'' - t_0), \quad (1.8)$$

где  $\varphi$  — относительное переохлаждение конденсата,  $\left( \varphi = \frac{t'' - \bar{t}}{t'' - t_0} \right) < 1$ ;  $\delta$  — толщина пленки;  $y$  — координата, нормальная к поверхности охлаждения.

В итоге общее количество теплоты при конденсации 1 кг насыщенного пара, передаваемое  $1 \text{ м}^2$  поверхности охлаждения, запишется

$$-\lambda' \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_0 = [r + c\varphi (t'' - t_0)] w'. \quad (1.9)$$

В условия однозначности рассматриваемого процесса (1.5)...(1.7) входят физические характеристики пара и конденсата, размеры и форма поверхности теплообмена, разность температур между паром и поверхностью, плотность теплового потока, скорость пара и его направление по отношению к направлению вектора силы тяже-

сти. Скорость течения конденсата в условия однозначности не входит, т.к. течение конденсата определяется силой тяжести и трением между паром и поверхностью пленки.

При конденсации на вертикальной поверхности изменение поверхностного натяжения несколько влияет на среднюю толщину пленки при ламинарном течении, а на горизонтальных цилиндрах она приводит к тому, что конденсат удаляется от нижних образующих цилиндров не сплошной струей, а дискретно и теплоотдача зависит от следующих величин:

$$\frac{\alpha}{\lambda} l = f \left[ \frac{gl^3}{(\nu')^2} \left( 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right); \frac{\nu'}{a'}; \frac{r}{c_p \Delta t} \right]; \quad (1.10)$$

$$\left. \frac{\lambda_{тр} (w')^2 \rho''}{gl(\rho' - \rho'')}; \frac{\sigma'}{g(\rho' - \rho'')l^2}; \frac{\lambda'/c_p}{\lambda_{тр} l \rho'' w_{от}''} \right\}$$

Комплекс  $\frac{\lambda'/c_p}{\lambda_{тр} l \rho'' w_{от}''}$  характеризует эффект,

обусловленный потоком массы конденсата (1.6). При относительной скорости пара  $w_{от}'' \rightarrow 0$  этот импульс, также как и трение между паром и конденсатом, стремится к нулю. При больших скоростях течения его относительное влияние определяется комплексом

$$\frac{2q}{\lambda_{тр} l \rho'' w_{от}''}; \quad (1.11)$$

Нужно также отметить, что нет необходимости сохранять линейный размер поверхности конденсации  $l$  одновременно во всех четырех числах подобия, а рациональнее иметь эту величину только в одном из определяющих критериев, например, в числе Архимеда  $\frac{gl^3}{\nu'} \left( 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right)$ , так

как сила тяжести проявляется при течении конденсата. Остальные числа комбинируются с числом  $Ag$ .

## 2. Скорость конденсационного роста пленки.

### Уравнение Герца-Кнудсена

Как было оговорено ранее, рассматривается конденсация однокомпонентного насыщенного пара. Выделив в паре у поверхности конденсата слой толщиной  $\delta$ , равный средней длине свободного пробега молекул (кнудсенский слой) (рис. 1.6), где  $t''$  и  $t_0$  — соответственно температуры пара на внешней границе кнудсеновского слоя и поверхности жидкости.

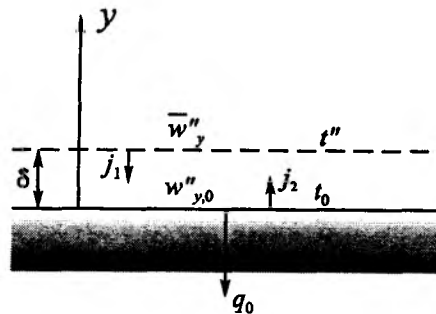


Рис. 1.6. К понятию кнудсеновского слоя

Поток пара, проходящий через внешнюю границу кнудсеновского слоя к поверхности жидкости, равен

$$j_1 = m \overline{w_y''} n'', \text{ кг/м}^2\text{с} \quad (1.12)$$

и от жидкости в пар

$$j_2 = m w_{y,0}'' n_0, \quad (1.13)$$

где  $\overline{w_y''}$  — нормальная составляющая средней тепловой скорости молекул (от внешней границы кнудсеновского слоя), м/с;  $w_{y,0}''$  — нормальная от поверхности жидкости составляющая средней тепловой скорости молекул, м/с;  $n''$  — концентрация молекул;  $m$  — масса молекулы, кг.

Результирующий поток массы  $(j_1 - j_2) = j$ , отнесенный к единице поверхности, можно представить в виде

$$j = km (\overline{w_y''} n'' - w_{y,0}'' n_0), \quad (1.14)$$

где  $k$  — коэффициент конденсации — отношение числа адсорбированных поверхностью жидкости молекул к их общему числу, контактирующих с поверхностью конденсата (рис. 1.7).

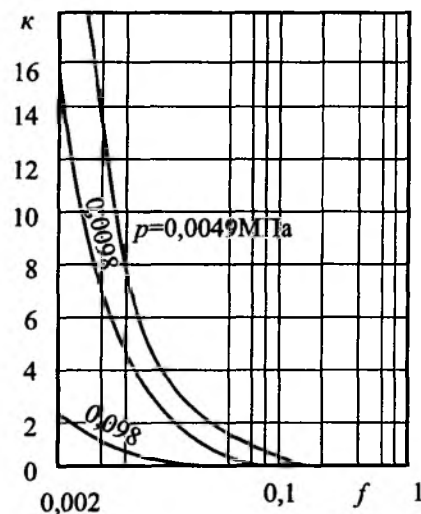


Рис. 1.7. К определению коэффициента  $k$

При конденсации водного пара при атмосферном давлении термическое сопротивление пленки становится существенным, начиная с толщин  $\approx 10^{-7}$  м.

Для максвелловского распределения молекул по скоростям можно записать:

$$\overline{w}_y'' = \sqrt{\frac{\kappa T''}{2\pi m}}; \quad (1.15)$$

$$\overline{w}_{y,0}'' = \sqrt{\frac{\kappa T_0}{2\pi m}}, \quad (1.16)$$

где постоянная Больцмана  $\kappa = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — физическая постоянная, равная отношению универсальной газовой постоянной к числу Авогадро;  $T''$  — температура пара, К;  $T_0$  — температура поверхности

$$n'' = \frac{p''}{\kappa T''}; \quad (1.17)$$

$$n_0 = \frac{p_0}{\kappa T_0}, \quad (1.18)$$

где  $p''$  — давление насыщения при температуре  $T''$  (на внешней границе кнудсеновского слоя), Па.

Подставив (1.15)...(1.18) в уравнение (1.14), можно получить

$$\begin{aligned} j &= \kappa m \left( \frac{p''}{\kappa T''} \sqrt{\frac{\kappa T''}{2\pi m}} - \frac{p_0}{\kappa T} \sqrt{\frac{\kappa T}{2\pi m}} \right) = \\ &= \kappa \sqrt{\frac{m}{2\pi \kappa}} \left( \frac{p''}{\sqrt{T''}} - \frac{p_0}{\sqrt{T_0}} \right). \end{aligned} \quad (1.19)$$

Для воды и металлов (калий, натрий, ртуть и т. д.) при давлениях  $700 < p'' \leq 10^5$  Па коэффициент конденсации может быть рассчитан по формуле

$$\kappa = 35(p'')^{0,56}.$$

При  $p < 700$ ,  $\kappa \rightarrow 1$ .

Полагая, что переносимая через фазовую границу теплота  $q_0$  — теплота фазового перехода, запишем

$$q_0 = j \cdot r. \quad (1.20)$$

В заключение можно сказать, что чем меньше давление пара и коэффициент конденсации и чем больше  $q_0$ , тем значительнее скачок температуры на границе раздела фаз.

При конденсации водяного пара при атмосферном давлении термическое сопротивление пленки становится существенным, начиная с толщины  $\sim 10^{-7}$  м.

## 1.2. Теплоотдача при пленочной конденсации на вертикальной поверхности

### 1.2.1. Теплоотдача при ламинарном течении пленки конденсата насыщенного пара

Теплоотдача при конденсации насыщенного пара и ламинарном течении, температура стекающей пленки несколько ниже температуры насыщенного пара. Ламинарное течение пленки конденсата сопровождается волновым движением (рис. 1.8.) вследствие случайных возмущений. На поверхности пленки возникают волны, течение конденсата становится неустойчивым.

Анализ пленочной конденсации предполагает следующие упрощения: на вертикальной металлической поверхности течение пленки ламинарное; силы инерции малы по сравнению с гравитационными и силами вязкости; конвективно-кондуктивный перенос теплоты в пленке и вдоль пленки конденсата мал по сравнению с теплопроводностью пленки.

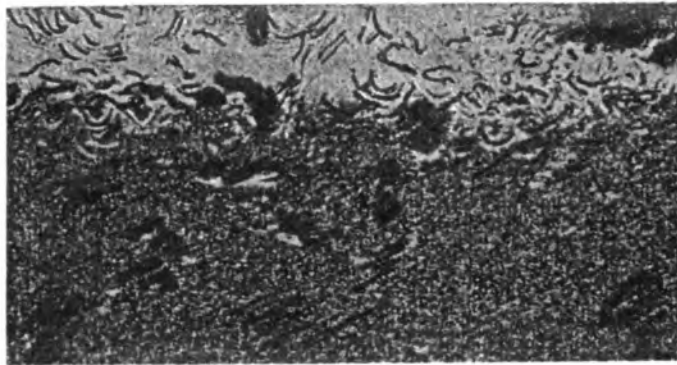


Рис. 1.8. Волновое движение пленки конденсата (ламинарное течение)

### 1. Пленочная конденсация на вертикальной плоской поверхности

Пленочная конденсация возможна на поверхностях, смачиваемых конденсатом. На рис. 1.9 показана схема развития пленки конденсата на вертикальной поверхности. У верхней кромки поверхности (см. рис.1.9) образуется пленка. Скорость течения и ее толщина малы, а траектории линий тока эквидистантны между собой. Затем на ее поверхности возможно волнообразование (область ламинарного течения), увеличивается скорость течения пленки и ее толщина. Далее возникают турбулентные пульсации, соответствующие турбулентному режиму ее течения (см. рис.1.9).

При конденсации однородного водяного пара на поверхности **наблюдается переохлаждение относительно температуры насыщения** на 0,02...0,05 °С. Известно, что **термическое сопротивление водяных паров (за исключением глубокого вакуума) у**

**твердой поверхности мало по сравнению с термическим сопротивлением пленки конденсата, а поэтому температура на границе раздела фаз равна температуре насыщения в ядре паровой фазы.**

Так как трение на поверхности пленки мало, температура на внешней границе пленки конденсата и пара равна температуре насыщения; физические характеристики конденсата не зависят от температуры; течение безградиентное. В связи с этим уравнение, описывающее распределение температуры в пленке, примет вид:

$$\frac{d^2t}{dy^2} = 0; \quad (1.21)$$

$$t|_{y=0} = t_0; t|_{y=\delta} = t'', \quad (1.22)$$

где  $t_0, t''$  — температуры поверхности и насыщения.

Решение уравнения (1.21) при граничных условиях (1.22) приводит к выражению

$$q = \lambda' \frac{dt}{dy} = \frac{\lambda'}{\delta} (t'' - t_0), \quad (1.23)$$

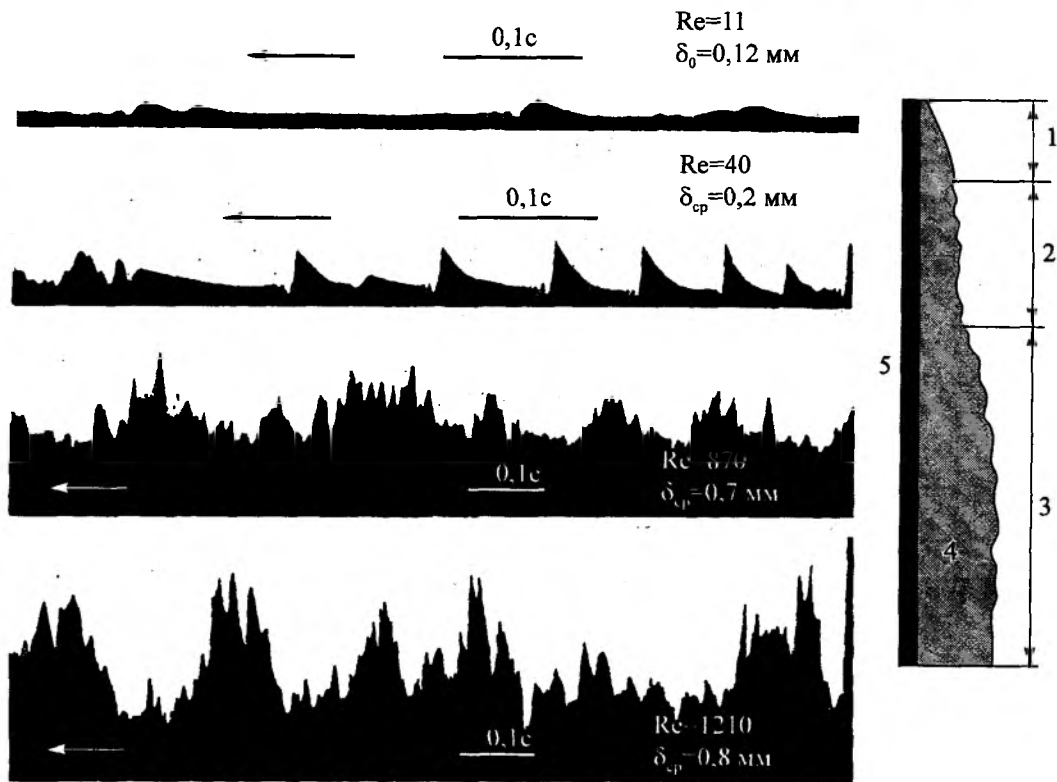


Рис. 1.9 Схема развития пленки конденсата на вертикальной поверхности (по С.С. Кутателадзе): 1 — безволновое ламинарное течение; 2 — ламинарное волновое течение; 3 — турбулентное пульсационное течение; 4 — пленка конденсата; 5 — твердая стенка

где  $\delta$  — толщина пленки;  $\lambda'$  — коэффициент теплопроводности пленки конденсата, соответствующий температуре  $t' = \frac{t_0 + t''}{2}$ .

По закону Ньютона-Рихмана плотность теплового потока равна

$$q = \alpha(t'' - t_0). \quad (1.24)$$

Из сравнения выражений (1.23) и (1.24) следует

$$\alpha = \lambda' / \delta. \quad (1.25)$$

**В итоге анализ (1.25) показывает, что определение коэффициента теплоотдачи сводится к нахождению толщины пленки конденсата.**

Теперь запишем дифференциальное уравнение движения для единичного объема конденсата в пленке при пленочной конденсации на вертикальной поверхности.

Имеем уравнение

$$g(\rho'' - \rho') + \mu' \frac{d^2 w}{dy^2}, \quad (1.26)$$

в котором равнодействующая силы тяжести и выталкивающей силы уравновешивается силой вязкости, действующей со стороны соседних слоев жидкости. Известно решение уравнения (1.26) в виде

$$w = -\frac{g(\rho' - \rho'')}{2\mu'} y^2 + c_1 y + c_2, \quad (1.27)$$

где  $c_1, c_2$  — постоянные интегрирования;  $\mu'$  — коэффициент динамической вязкости конденсата, соответствующий средней температуре пленки.

Постоянные интегрирования определяются из граничных условий

$$w_{y=0} = 0; \left. \frac{dw}{dy} \right|_{y=\delta} = 0. \quad (1.28)$$

С учетом граничных условий (1.28), решение (1.27) принимает вид

$$w = \frac{g(\rho' - \rho'')}{\mu'} \left( y\delta - \frac{y^2}{2} \right). \quad (1.29)$$

Массовый расход конденсата, приходящийся на единицу ширины пластины, определяется по средней скорости пленки

$$m = \rho' \bar{w} \delta, \quad (1.30)$$

$$\text{где } \bar{w} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} w dy. \quad (1.31)$$

Подставляя (1.29) в (1.31), а затем в (1.30), можно получить

$$m = g \frac{\rho' - \rho''}{3\nu'} \cdot \delta^3, \quad (1.32)$$

где  $\nu' = \frac{\mu'}{\rho'}$  — коэффициент кинематической вязкости конденсата.

Из (1.32) толщина пленки конденсата будет

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{3m\nu'}{g(\rho' - \rho'')}}. \quad (1.33)$$

Массовый расход конденсата для участка длиной  $x$  при единичной ширине стенки запишется

$$m = \frac{Q}{r} = \frac{\int_0^x q dx}{r}. \quad (1.34)$$

Из (1.34) и (1.33) находим массовый расход конденсата

$$m = \frac{\lambda'(t'' - t_0)}{r} \int_0^x \frac{dx}{\delta}. \quad (1.35)$$

Приравниваем правые части выражений (1.32) и (1.35)

$$\lambda'(t'' - t_0) \int_0^x \frac{dx}{\delta} = rg \frac{\rho' - \rho''}{3\nu'} \delta^3. \quad (1.36)$$

Решение (1.36) находится в виде степенной функции

$$\delta = Bx^n, \quad (1.37)$$

где  $B$  — константа.

Выражение (1.37) удовлетворяет условию  $\delta|_{x=0} = 0$ . Подставляя (1.37) в (1.36), можно получить

$$\frac{\lambda'(t'' - t_0)x^{1-n}}{B(1-n)} = rg \left( \frac{\rho' - \rho''}{3\nu'} \right) B^3 x^{3n}. \quad (1.38)$$

Справедливость соотношения (1.38) должна сохраняться при любом значении  $x$ . Следовательно, показатели степени при  $x$  слева и справа должны быть равны между собой, то есть  $1 - n = 3n$ , откуда  $n = 0,25$ . Из (1.38) также можно определить константу  $B$ .

Имеем

$$B = \sqrt[4]{\frac{4\lambda'(t'' - t_0)\nu'}{rg(\rho' - \rho'')}}. \quad (1.39)$$

Так же из (1.39) и (1.37) запишется толщина пленки

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{4\lambda'(t'' - t_0)\nu' \cdot x}{rg(\rho' - \rho'')}}. \quad (1.40)$$

С учетом последнего выражения расчет локального и среднего коэффициентов теплоотдачи можно выполнять по формулам:

$$\alpha_x = \sqrt[4]{\frac{(\lambda')^3 rg(\rho' - \rho'')}{4\nu' \cdot x(t'' - t_0)}}; \quad (1.41)$$

$$\bar{\alpha} = 1,14 \sqrt[4]{\frac{g(\rho' - \rho'')^2 r(\lambda')^3}{\mu' h(t'' - t_0)}}. \quad (1.42)$$

где  $x$  — расстояние от начала координат ( $x = 0$ ).

Усредняя локальное значение коэффициента теплоотдачи по поверхности пластины, записываем

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{h} \int_0^h \alpha dx = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{(\lambda')^3 r g (\rho' - \rho'')}{4(t'' - t_0) \nu' h}} = 0,943 \frac{A}{\sqrt[4]{h \Delta t}}, \quad (1.43)$$

где  $\Delta t = t'' - t_0$ ;  $A = \sqrt[4]{\frac{(\lambda')^3 r g (\rho' - \rho'')}{\nu'}}$ ;  $h$  — высота пластины (цилиндра).

С использованием чисел подобия выражение (1.43) примет вид

$$\begin{aligned} \overline{Nu} &= 1,333 \left( \frac{1}{4} Ar \cdot Pr \cdot K \right)^{0,25} = \\ &= 0,943 (Ar \cdot Pr \cdot K)^{0,25}, \end{aligned} \quad (1.44)$$

где  $\overline{Nu} = \frac{\bar{\alpha} h}{\lambda}$ ;  $Ar = \frac{g h^3}{\nu^2} \left( 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right)$ ;  $K = \frac{r}{c_p \cdot \Delta t}$  (здесь  $c_p$  — массовая изобарная теплоемкость воды).

При постоянном теплоотводе по всей поверхности теплообмена:

$$q = \frac{\lambda \Delta t}{\delta} = \text{const}; \quad (1.45)$$

$$\frac{\lambda \Delta t}{r \rho'} dx = \delta \cdot d \left( \int_0^{\delta} w dy \right), \quad (1.46)$$

уравнение (1.43) принимает вид

$$\frac{q}{r \rho'} dx = d \left( \int_0^{\delta} w dy \right) = g \frac{\rho' - \rho''}{\mu'} \delta^2 d\delta. \quad (1.47)$$

После интегрирования (1.43) и подстановки найденного значения  $\delta$  (при  $q = \text{const}$ ) запишем:

$$\alpha_x = (\lambda')^3 \sqrt[4]{g^2 \frac{\rho'(\rho' - \rho'')r}{3\mu'gx}}$$

$$\bar{\alpha} = 1,5(\lambda')^3 \sqrt[4]{g^2 \frac{\rho'(\rho' - \rho'')r}{3\mu'gh}}$$

$$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda'} \left[ \frac{(\nu')^2}{g \left( 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right)} \right]^{0,333} = 1,04 \cdot (Re')^{-0,333}, \quad (1.48)$$

где  $Re'$  — число Рейнольдса для движущейся пленки конденсата.

В итоге можно сказать, для одинаковых значений числа  $Re$  пленки конденсата, коэффициент теплоотдачи при постоянной плотности тепловых потоков по всей поверхности на 13 % выше, чем при постоянной температуре поверхности.

## 2. Теплоотдача при ламинарном течении пленки конденсата перегретого пара

Без учета переохлаждения конденсата 1 кг насыщенного пара при конденсации отдает теплоту, которая равна  $r = h'' - h'$ ; 1 кг перегретого пара отдает теплоту, равную  $h - h''$ , где  $h$  и  $h''$  — соответственно энтальпии перегретого и насыщенного паров,  $h'$  — энтальпия конденсата при температуре насыщения.

Если механизм отвода конденсата соответствует пленочной конденсации, то коэффициент теплоотдачи может быть рассчитан

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{\alpha''} &= \left( \frac{h - h'}{r} \right)^{0,25} = \left( \frac{r + h - h''}{r} \right)^{0,25} = \\ &= \left[ 1 + \frac{c_p}{r} (t'' - t_0) \right]^{0,25}, \end{aligned} \quad (1.49)$$

где  $c_p$  — массовая изобарная теплоемкость перегретого пара.

При ламинарном течении пленки конденсата коэффициент теплоотдачи выше, чем  $\alpha''$ . Таким образом, соотношения, справедливые для насыщенного пара, можно использовать для пара перегретого, если вместо скрытой теплоты парообразования принимать разность энтальпий перегретого и сухого насыщенного пара.

## 3. Теплоотдача при турбулентном течении пленки конденсата на вертикальной плоской поверхности

На вертикальной поверхности большой протяженности числа Рейнольдса для потока конденсата таковы, что возможны турбулентные пульсации на некотором расстоянии от верхней кромки поверхности. При этом толщина пленки увеличивается, коэффициенты теплоотдачи для большинства жидкостей увеличиваются, т.к. влияние турбулентного режима течения пленки существеннее, чем снижение теплоотдачи, вследствие увеличения толщины пленки. Кроме жидких металлов, турбулентный режим течения пленки конденсата оказывает меньшее влияние по сравнению с толщиной пленки вследствие высокой теплопроводности жидких металлов.

Известно уравнение (1.50) для расчета среднего по высоте вертикальной плоской поверхности коэффициента теплоотдачи  $\bar{\alpha}$ :

$$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda} \left( \frac{\nu^2}{g} \right)^{0,333} = 0,0133 Re_h^{0,4}, \quad (1.50)$$

где  $h$  — характерный размер (высота стенки);

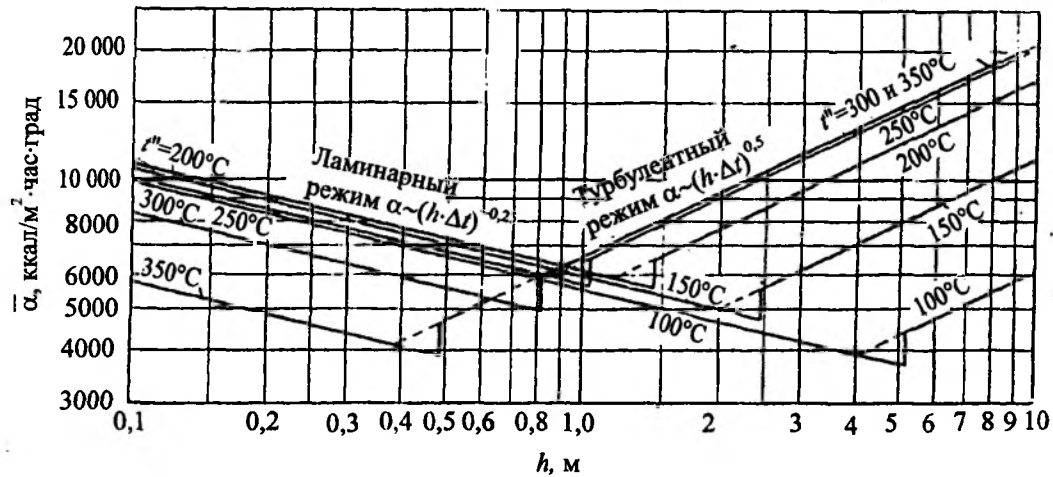


Рис. 1.10. Теплоотдача насыщенного водяного пара при  $(t'' - t_0) = 10^\circ\text{C}$  как функция длины  $h$  вертикального участка охлаждения при  $t_0 = \text{const}$ ,  $t'' = \text{const}$

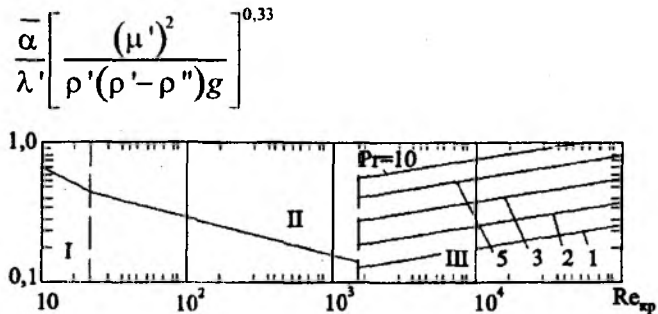


Рис. 1.11. Средние коэффициенты теплоотдачи при конденсации на вертикальной поверхности: 1, 2, ..., 5 — числа Pr

$$Re_h = 0,76 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{\lambda'(p')^{0,67} g^{0,33} (t'' - t_0) h}{(\mu')^{1,67} r} \right] \quad (1.51)$$

Colburn A.P. при определении коэффициента теплоотдачи при турбулентной пленке использовал аналогию Рейнольдса между напряжением трения и коэффициентом теплоотдачи. За критическое число Рейнольдса он принял  $Re_{кр} = 400$ .

Особенность турбулентной конденсатной пленки состоит в том, что при увеличении  $h$  и  $\Delta t$  одновременно возрастает  $\alpha$  в отличие от теплообмена при ламинарной пленке (рис. 1.10 и 1.11)

**4. Пленочная конденсация при переходном режиме течения пленки конденсата на вертикальной плоской поверхности**

Критические числа, при которых течение конденсата переходит в турбулентное, находятся в пределах  $100 < Re_{кр} < 500$ . При этом сред-

ний коэффициент теплоотдачи при турбулентном режиме течения пленки может быть рассчитан по формуле

$$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda'} \left( \frac{v'}{g} \right)^{0,333} = 0,0133 Re_{кр}^{0,4} \quad (1.52)$$

Средний же коэффициент теплоотдачи у вертикальной поверхности при переходном режиме течения — это линейная комбинация средних коэффициентов теплоотдачи для ламинарной и турбулентной зон течения:

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_x x_{кр}}{h + \alpha_\tau \left( 1 - \frac{x_{кр}}{x} \right)}$$

где  $\bar{\alpha}_x$  — средний коэффициент теплоотдачи при ламинарном режиме течения пленки конденсата;  $\alpha_\tau$  — средний коэффициент теплоотдачи при турбулентном режиме течения пленки;  $x_{кр}$  — расстояние от верхней кромки вертикаль-



ной стенки до сечения, где происходит переход к турбулентному режиму

$$\frac{x_{кр}}{h} = 0,845K \cdot Pr \cdot Ga^{-0,333} \cdot Re_{кр}^{1,334}, \quad (1.53)$$

здесь  $Ga = gh^3 / \nu^2$  — число Галилея;  $K =$

$$= \frac{r}{[c_p(t'' - t_0)]} — \text{число фазового превращения.}$$

Из (1.53) следует, что корректность определения  $x_{кр}$  зависит от того, насколько правильно выбрано значение  $Re_{кр}$ .

### 5. Турбулентное течение пленки на вертикальной поверхности при медленном движении пара

Рассмотрим по-прежнему вертикальную плоскую стенку с движущейся пленкой конденсата ( $K \ll \varphi$ ) и медленный поток конденсата.

Без учета сил инерции касательные напряжения в пленке можно описать уравнением

$$\tau = g(\rho' - \rho'')(\delta - y). \quad (1.54)$$

При наличии молекулярного трения, когда

$$\tau = \mu' \frac{dw}{dy}, \text{ уравнение (1.54) характеризует параболический профиль скоростей. При турбулентном течении скорости в пленке распределяются по логарифмической кривой.}$$

Тепловой поток в направлении нормали к поверхности охлаждения определится

$$q = -(\lambda + \lambda_m) \frac{\partial t}{\partial y},$$

тогда

$$t'' - t_0 = \int_0^\delta \frac{\partial t}{\partial y} dy = \int_0^\delta \frac{q dy}{\lambda + \lambda_m},$$

где  $\lambda_m$  — коэффициент теплопроводности пленки конденсата при ее турбулентном течении.

При  $\lambda = \text{const}$  имеем

$$\frac{\alpha_x \delta}{\lambda} = \left( \int_0^\delta \frac{q}{q_0} \frac{d\xi}{1 + \frac{\lambda_m}{\lambda}} \right)^{-1}, \quad (1.55)$$

где  $q_0$  — плотность теплового потока у поверхности охлаждения;  $\alpha_x = \frac{q_0}{t'' - t_0}$  — локальное (в сечении  $x$ ) значение коэффициента теплоотдачи;

$\xi = \frac{y}{\delta}$  — относительное расстояние по нормали от поверхности охлаждения;  $y$  — координата (нормаль) к поверхности конденсации.

Согласно (1.54)

$$w_0^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho'}} = \sqrt{g\delta \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)}, \quad (1.56)$$

где  $w_0^*$  — скорость касательного напряжения на поверхности.

Тогда

$$\delta = \left[ \frac{w^2}{g \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)} \right]^{0,333} \cdot \eta_\delta^{0,667},$$

где  $\eta_\delta$  — безразмерная толщина пленки  $\eta_\delta = \frac{\nu_0 \delta}{w}$ , где  $\nu_0$  — удельный объем конденсата при температуре поверхности.

Подставляя  $\delta$  в (1.55) и учитывая функциональную зависимость между  $\lambda_m$  и  $\mu_m$ , можно получить соотношение для локального коэффициента теплоотдачи при  $K \gg \varphi$ ,  $\frac{q}{q_0} \approx 1$ :

$$\frac{\alpha_x}{\lambda_m} \left[ \frac{w^2}{g \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)} \right]^{0,333} = \eta_\delta^{0,333} \left[ \int_0^{\eta_\delta} \frac{q}{q_0} \frac{d\eta_\delta}{1 + Pr \frac{\mu_m}{\mu}} \right]^{-1}. \quad (1.57)$$

Расчеты по (1.57) были получены для двухслойной схемы турбулентного потока. Лабунцов Д.А. выполнил такой расчет для одной из многослойных схем. Для физического же анализа процесса достаточно ограничиться рассмотрением более простой двухслойной схемы. Количественные результаты для наиболее распространенных значений чисел  $Pr$  конденсата оказываются удовлетворительными.

Уравнения при турбулентной вязкости будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} 0 < y < 11,6 \frac{\nu}{\sqrt{g\delta \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)}}, \mu_m = 0; \\ y > 11,6 \frac{\nu}{\sqrt{g\delta \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)}}, \mu_m \approx 0,16\rho'y^2 \frac{dw}{dy}. \end{aligned} \right\} \quad (1.58)$$

В данном случае:

$$\mu_m \frac{dw}{dy} = \rho' \sqrt{q\delta \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)} \cdot (1 - \xi);$$

$$\mu_m = 0.$$

И в области, где  $\mu_m \gg \mu$ ,  $\frac{\mu_m}{\mu} \approx 0,4\eta\sqrt{1 - \xi}$ .

Подставляя значения  $\mu_m$  в (1.57) и выполнив интегрирование в предположении, что во всей области  $\eta_\delta > 11,6\mu$ ,  $\mu_m \gg \mu$ , после соответствующих преобразований можно прийти к выражению

$$\frac{\alpha_x}{\lambda} \left[ \frac{v^2}{g \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)} \right]^{0,333} \approx \frac{0,4 \text{Pr} \cdot \eta_\delta^{0,333}}{\ln \frac{\sqrt{\eta_\delta + \sqrt{\eta_\delta - 11,6}}}{\sqrt{\eta_\delta - \sqrt{\eta_\delta - 11,6}}} + 4,65 \text{Pr}}, \quad (1.59)$$

где  $\eta_\delta = \frac{g\delta \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)}{v}$  — безразмерная толщина пленки.

Если  $\eta_\delta \gg 11,6$ , уравнение (1.59) принимает вид

$$\frac{\alpha_x}{\lambda} \left[ \frac{v^2}{g \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)} \right]^{0,333} \approx \frac{0,4 \text{Pr} \cdot \eta_\delta^{0,333}}{\ln(0,345\eta_\delta) + 4,65 \text{Pr}}, \quad (1.60)$$

где  $\alpha_x = \frac{q}{t'' - t_0}$  — локальное (в сечении  $x$ ) значение коэффициента теплоотдачи;  $q = \frac{q'}{q_0}$  — относительное изменение плотности теплового потока по толщине пленки;  $q'$  — плотность теплового потока у поверхности охлаждения.

Формула (1.60) справедлива при значениях  $\eta_\delta > 50$ .

Результаты расчетов с использованием (1.59) и (1.60) приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1.

Локальные коэффициенты теплоотдачи при турбулентном течении пленки конденсата по вертикальной стенке (расчет выполнен по формулам (1.59) и (1.60))

$\eta_\delta$	Re	$\frac{\alpha_x}{\lambda} \left[ \frac{v^2}{g \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)} \right]^{0,333}$				
		Pr = 1	Pr = 1,75	Pr = 3	Pr = 5	Pr = 10
—	—	—	—	—	—	—
15	103	0,175	0,189	0,198	0,200	0,208
30	307	0,186	0,213	0,232	0,250	0,256
50	590	0,200	0,238	0,266	0,280	0,300
60	757	0,206	0,249	0,280	0,300	0,318
100	1410	0,230	0,280	0,321	0,350	0,374
200	3210	0,266	0,333	0,391	0,430	0,464
300	5140	0,324	0,417	0,50	0,560	0,615
1000	20200	0,381	0,500	0,61	0,690	0,765
4000	94500	0,534	0,723	0,90	1,040	1,180
7000	176000	0,615	0,842	1,060	1,240	1,410
20000	555000	0,827	1,140	1,450	1,710	1,980

Связь между числом Рейнольдса пленки и ее безразмерной толщиной устанавливается выражением

$$Re = \eta_8 (3,0 + 2,5 \ln \eta_8) - 39.$$

### 1.3. Влияние различных факторов на теплоотдачу при пленочной конденсации

#### 1.3.1. Влияние турбулентности на теплоотдачу при пленочной конденсации

Известные формулы для расчета коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации на вертикальной и наклонной поверхностях при наличии турбулентности могут быть скорректированы множителем  $0,8 \left(\frac{Re}{4}\right)^{0,11}$ , предложенным С.С. Кутателадзе<sup>1</sup>. Эта поправка согласуется с большим числом опытных данных. При введении ее получаем корреляционное уравнение для расчета теплоотдачи

$$\frac{\alpha}{\lambda'} \left[ \frac{(\mu')^2}{\rho'(\rho' - \rho'')g} \right]^{0,333} = 0,765 Re^{-0,22}. \quad (1.61)$$

Иногда необходимо определить средний по поверхности коэффициент теплоотдачи в области волнового и безволнового движения. В этом случае имеем

$$\frac{Re'}{\alpha} = \int_0^{Re} \frac{d Re'}{\alpha}. \quad (1.62)$$

Уравнение (1.62) можно использовать для оценки  $\bar{\alpha}$  при  $Re < 30$  и затем с помощью соотношения (1.61) для  $Re > 30$ . Результатом является

$$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda'} \left[ \frac{(\mu')^2}{\rho'(\rho' - \rho'')g} \right]^{0,333} = \frac{Re}{1,08 Re^{1,22} - 5,2}. \quad (1.63)$$

Формулы (1.61)...(1.62) обычно используют для турбулентного течения пленки конденсата. Относительно пленок, стекающих под действием гравитационных сил, существуют различные мнения о числе  $Re$ , определяющем возникновение турбулентности. Считается, что турбулентность влияет на коэффициент теплоотдачи при конденсации, если числа  $Re \approx 1600 \dots 1800$ .

Значения коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации на вертикальной стенке иллюстрируются рис. 1.10 и 1.11.

При выполнении инженерных расчетов справедливы формулы:

— для локального коэффициента теплоотдачи

$$\frac{\alpha}{\lambda'} \left[ \frac{(\mu')^2}{\rho'(\rho' - \rho'')g} \right]^{0,333} = 0,023 Re^{0,25} Pr^{0,5}; \quad (1.64)$$

— для осредненного коэффициента теплоотдачи на участках с безволновым, ламинарным волновым и турбулентным течениями

$$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda'} \left[ \frac{(\mu')^2}{\rho'(\rho' - \rho'')g} \right]^{0,333} = \frac{Re_h}{8750 + 58 Pr^{-0,5} [(Re')^{0,75} - 253]}. \quad (1.65)$$

#### 1.3.2. Влияние на теплоотдачу касательных напряжений на границе раздела жидкость — пар

Сдвигающее усилие пара на границе раздела фаз зависит от числа  $Re_{кр}$ , которое характеризуется выражением

$$Re_{кр} = 1600 - 226\tau_1^+ + 0,667(\tau_1^+)^3 - \text{для } \tau_1^+ \leq 9,04; \quad (1.66)$$

$$Re_{кр} = 50 - \text{для } \tau_1^+ > 9,04, \quad (1.67)$$

где  $Re_{кр}$  — критическое число Рейнольдса возникновения турбулентности;  $\tau_1^+$  — безразмерное касательное напряжение на границе раздела, определяемое из

$$\tau_1^+ = \frac{\rho' \tau_1}{[\rho'(\rho' - \rho'')\mu'g]^{0,667}}, \quad (1.68)$$

здесь  $\tau_1$  — сдвигающее усилие на границе раздела.

Результаты расчетов по (1.66) и (1.67) приведены на рис. 1.12.

Если сдвигающее усилие на границе раздела превосходит гравитационные силы в пленке, тогда локальный коэффициент теплоотдачи можно рассчитать из формулы [Batterworth D.]:

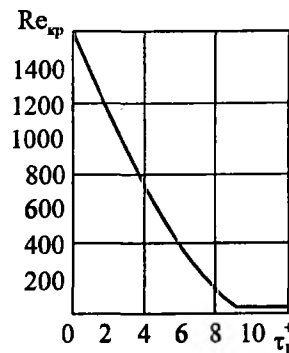


Рис. 1.12. Влияние касательных напряжений на  $Re_{кр}$

<sup>1</sup> Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. — Изд. 5-е перераб. и доп. М.: Атомиздат, 1979.

— ламинарная пленка

$$\alpha^+ = 1,41 \text{Re}^{-0,5} (\tau_1^+)^{0,5}; \quad (1.69)$$

— турбулентная пленка

$$\frac{\alpha^+}{(\tau_1^+)^{0,5}} = \left[ \left( \frac{1,41}{\text{Re}^{0,5}} \right)^m + \left( \frac{0,071 \text{Pr}^{0,5}}{\text{Re}^{\frac{1}{24}}} \right)^m \right]^{\frac{1}{m}}, \quad (1.70)$$

$$m = 0,5(\text{Pr} + 3). \quad (1.71)$$

Выбор расчетной формулы (1.69) или (1.70) зависит от того, меньше или больше число Re критического, определяемого выражениями (1.66) и (1.67). Безразмерный коэффициент теплоотдачи  $\alpha^+$  находится по формуле

$$\alpha^+ = \frac{\alpha}{\lambda'} \left[ \frac{(\mu')^2}{\rho'(\rho' - \rho'')g} \right]^{0,333}. \quad (1.72)$$

Результаты расчетов с использованием этого комплекса представлены на рис. 1.13.

При расчете по формулам (1.70) и (1.71) коэффициент теплоотдачи при  $\text{Pr} > 10$  получается несколько завышенным, поэтому рекомендуется число  $\text{Pr}$  принимать равным 10 и при условии когда оно больше этой величины.

При значительных сдвигающих усилиях пара коэффициент теплоотдачи можно рассчитать из уравнения

$$\alpha = (\alpha_{\text{sh}}^2 + \alpha_{\text{grav}}^2)^{0,5}, \quad (1.73)$$

где  $\alpha_{\text{sh}}$  — коэффициент теплоотдачи, рассчитанный для потока с преобладающим влиянием сдвигающего усилия;  $\alpha_{\text{grav}}$  — для потока с преобладанием силы тяжести.

Известным правилом в предварительных расчетах является выбор в качестве  $\alpha$  большего из значений  $\alpha_{\text{sh}}$  и  $\alpha_{\text{grav}}$ . При этом используя зависимости (1.66)...(1.70), необходимо оценить касательные напряжения на границе раздела

$$\tau_1 = 0,25d \left( -\frac{dp_F}{dz} \right), \quad (1.74)$$

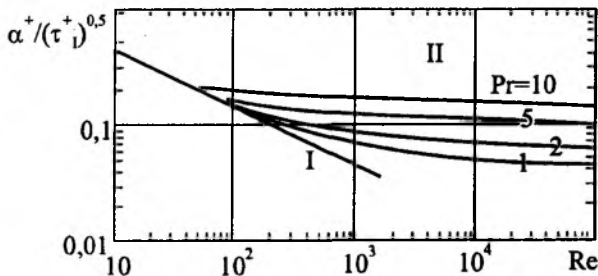


Рис. 1.13. Коэффициенты теплоотдачи для пленок (преобладание сдвигающего усилия пара): I — ламинарное течение; II — турбулентное течение

где  $d$  — внутренний диаметр трубопровода или гидравлический средний диаметр для вертикально-гравитационного потока пара у внешней поверхности труб; градиент давления  $\frac{dp_F}{dz}$  — часть общего перепада давления, определяемого из баланса количества движения, затрачиваемого на трение.

В соответствии с методикой расчета [Henstock W.H., Hanratty T.J.], согласно которой  $\tau_1$  определяется по (1.75) в зависимости от коэффициента трения  $\lambda_{\text{тр}}$  на границе раздела

$$\tau_1 = 0,5\lambda_{\text{тр}}\rho''(\tilde{w}'')^2, \quad (1.75)$$

где  $\tilde{w}''$  — объемный поток паровой фазы (приведенная скорость). Коэффициент трения на границе раздела (входящий в (1.75)) можно вычислить так:

$$\frac{\lambda'_{\text{тр}}}{\lambda''_{\text{тр}}} = 1 + 1400F \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{(1 + 1400F)^{1,5}}{G \cdot 13,2F} \right] \right\}, \quad (1.76)$$

$$\text{где } F = \frac{r}{(\text{Re}'')^{0,9}} \frac{\mu'}{\mu''} \left( \frac{\rho''}{\rho'} \right)^{0,5}; \quad (1.77)$$

$$G = \frac{\rho'gd}{\rho''(w'')^2\lambda''_{\text{тр}}}; \quad (1.78)$$

$$\text{Re}'' = \frac{\rho''w''d}{\mu''}; \quad (1.79)$$

$$r = [(0,707 \text{Re}^{0,5})^{2,5} + (0,0379 \text{Re}^{0,9})^{2,5}]^{0,4}. \quad (1.80)$$

Коэффициент трения для пара  $\lambda_{\text{тр}}$  можно рассчитать, например, из выражения

$$\lambda''_{\text{тр}} = 0,046(\text{Re}'')^{-0,2}, \quad (1.81)$$

где (в числе  $\text{Re}$ )  $d$  — внутренний диаметр труб или гидравлический диаметр при конденсации у ее внешней поверхности.

Расчет касательных напряжений на границе раздела фаз предполагает, что скорость конденсации пара низка. При высоких скоростях конденсации эти напряжения увеличиваются в соответствии с выражением

$$\frac{\tau_1}{\tau_{10}} = \frac{h}{1 - \exp(-h)}, \quad (1.82)$$

$$\text{где } h = \frac{m'_0 w}{\tau_{10}}; \quad (1.83)$$

$\tau_{10}$  — касательное напряжение, рассчитанное с помощью этого метода;  $m'_0$  — массовый поток конденсата,

$$m'_0 = \frac{\alpha(t'' - t_0)}{\Delta h_0} \quad (1.84)$$

(здесь  $h_0$  — удельная энтальпия).

Приведенные элементы расчета относятся к локальному коэффициенту теплоотдачи, поэтому он применяется при расчете любой из схем теплообмена. Средний коэффициент теплоотдачи можно рассчитать, используя уравнение (1.85), представляя результаты расчетов графически. Определенная некорректность возникает в оценке  $\tau_1^+$  в зависимости от  $Re$ , так как  $\tau_1^+$  зависит также от других факторов

$$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda'} \left[ \frac{(\mu')^2}{\rho'(\rho' - \rho'')g} \right]^{0,333} = \frac{Re}{1,08 \cdot Re^{1,22} - 5,2}. \quad (1.85)$$

Как уже отмечалось, принято считать, что турбулентность пленки начинается существенно влиять на коэффициент теплоотдачи при числах  $Re \approx 1600 \dots 1800$ .

### 1.4. Смешанная конденсация

Капельная конденсация рассматривается ниже. Здесь оценивается лишь ее влияние на конденсацию пленочную.

**Смешанная конденсация — одновременное существование пленочной и капельной конденсации.** Она встречается достаточно часто, особенно при конденсации водяного пара.

Расчет среднего значения коэффициента теплоотдачи при капельной конденсации может быть вычислен при использовании соотношения

$$\bar{\alpha} = 0,943 \left[ \frac{\lambda^3 \rho^2 g r}{(t'' - t_0) \mu h} \right]^{0,25}, \quad (1.86)$$

где  $h$  — высота стенки.

Если у верхней кромки вертикальной стенки высота которой  $h$  происходит капельная конденсация, то пленка в момент ее образования имеет некоторую толщину  $\delta_k$ . Масса конденсата определяется из уравнения  $m_k = \rho \delta_k = \frac{\alpha_k \Delta t_k h_k}{r}$ , где  $\alpha_k$  — коэффициент теплоотдачи при капельной конденсации;  $\Delta t_k = (t'' - t_0)_k$  — температурный напор при капельной конденсации.

Обозначив через  $Re_h$  число Рейнольдса, определяемое согласно уравнению  $Re_h = \frac{w \delta}{\nu} = \frac{m}{\mu}$ , для полной высоты  $h$ , т.е. для капельной и пленочной конденсации в совокупности, а через  $Re_n$  — число Рейнольдса для пленочной конденсации при той же высоте  $h$ , для отношения  $\frac{Re_k}{Re_n}$  известное выражение

$$\left( \frac{Re_k}{Re_n} \right)^{1,333} = 1 + \frac{h_k}{h} \left[ 1,082 \left( \frac{h_k \alpha_k^4 (\Delta t_k)^4 \mu}{\lambda^3 g \rho^2 r (\Delta t_n)^3} \right) - 1 \right], \quad (1.87)$$

где  $\Delta t_k$ ,  $\Delta t_n$  — средние разности температур при капельной и пленочной конденсации между паром и поверхностью.

#### 1.4.1. Теплоотдача при смешанной конденсации на вертикальной стенке

При наличии в нижней части поверхности охлаждения турбулентного течения пленки конденсата средний коэффициент теплоотдачи по всей поверхности, включая начальный ламинарный участок течения пленки, равен

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_n \frac{x_{кр}}{l} + \bar{\alpha}_t \left( 1 - \frac{x_k}{h} \right), \quad (1.88)$$

где  $x_{кр}$  — координата условной границы перехода от ламинарного течения пленки к турбулентному;  $\bar{\alpha}_n$  — средний коэффициент теплоотдачи в ламинарной области течения;  $\bar{\alpha}_t$  — коэффициент теплоотдачи в турбулентной области течения.

Величины  $\bar{\alpha}_n$  и  $Re_{кр}$  связаны между собой соотношениями:

$$Re_{кр} = \frac{\bar{Nu}_n x}{Pr(K+1)}, \quad (1.89)$$

$K = \frac{r}{c_p \cdot \Delta t}$  — число (критерий) конденсации);

$$K = \frac{\int_0^{\delta} \left( 1 - \frac{t - t_0}{t'' - t_0} \right) w dy}{\int_0^{\delta} w dy} = \frac{\int_0^{\delta} (1 - \zeta)(\zeta - 0,5\zeta^2) d\zeta}{\int_0^{\delta} (\zeta - 0,5\zeta^2) d\zeta} - \text{величина, характеризующая относительное переохлаждение конденсата, } \zeta = \frac{y}{\delta}.$$

Имеем

$$\bar{Nu}_n \cdot Ar^{-0,333} = 1,18 Re_{кр}^{0,333}. \quad (1.90)$$

Без учета волнообразования можно записать

$$\frac{x_{кр}}{h} = 0,845(K+1) Pr \cdot Ar^{-0,333} \cdot Re_{кр}^{1,333}. \quad (1.91)$$

После подстановки  $\bar{\alpha}_n$  и  $x_k$  из (1.90) и (1.91) в (1.88) имеем

$$\bar{\alpha} \left[ \frac{v^2}{g \left( 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right)} \right]^{-0,333} =$$

и др.). Из результатов большого числа опытов по пленочной конденсации паров воды, дифенила и углекислого газа более вероятное значение  $Re_{кр} = 270$ .

Если имеет место течение пленки при увеличении ее толщины и наличии возмущений, вносимых процессом появления новых порций конденсата на ее поверхности, число  $Re_{кр}$  изменяется и зависит от чисел  $Ag$ ,  $K$  и др.

Средний коэффициент теплоотдачи в области турбулентного течения пленки конденсата мало зависит от изменения числа  $Re_{кр}$  в указанных выше пределах. Только в области  $Re < 2000$  и  $Pr > 3$  расхождение в величинах  $\bar{\alpha}_m$ , рассчитанных при  $Re_{кр} = 100$  и  $Re_{кр} = 400$ , достигает 5...10 % (рис. 1.14).

На рис. 1.14 приведены графики для определения величины  $\bar{\alpha}_m$ , а на рис. 1.15 — зависимость среднего коэффициента теплоотдачи по всей поверхности охлаждения, где  $\bar{\alpha}$  рассчитано по формуле (1.92) и графикам рис. 1.15 для двух значений  $Re_{кр}$ .

Как видим, расхождение тем больше, чем выше число  $Pr$  конденсата. При  $Re > 2000$  можно считать, что  $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_m$ , т.е. определять средний коэффициент теплоотдачи у поверхности охлаждения только по графикам рис. 1.15.

На рис. 1.16 представлены сопоставления расчетов с экспериментальными данными по конденсации на поверхности чистых трубопроводов. Кривая в области  $Re > 100$  рассчитана по формуле (1.92) при  $Re_{кр} = 100$ .

$$\bar{\alpha}_m = \frac{\bar{\alpha}_m}{\lambda} \left[ \frac{v^2}{g \left( 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right)} \right]^{0,333} Re \quad (1.92)$$

$$Re - Re_{кр} + 0,845 Re_{кр}^{1,333} \frac{\bar{\alpha}_m}{\lambda} \left[ \frac{v^2}{g \left( 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right)} \right]^{0,333}$$

Вышеизложенное показывает, что расчет среднего значения коэффициента теплоотдачи у поверхности теплообмена зависит от выбора величины  $Re_{кр}$ , особенно в области чисел Рейнольдса близких к критическим. Нижнее значение критического числа Рейнольдса пленки определяется безразмерной толщиной вязкого подслоя и при двухслойной схеме, где  $\eta_1 \approx \left[ \mu \left( \frac{\partial w_x}{\partial y} \right) \cdot \frac{y_1}{v} \right] \approx 140$ .

Следует учитывать также область перехода от ламинарного к развитому турбулентному течению (участок от  $x_{кр1}$  до  $x_{кр2}$ ). Верхнее значение критического числа Рейнольдса пленки достигает 2000 при расчете по эквивалентному гидравлическому диаметру, который для плоской односторонней смачивающейся пленки равен  $d_h = 4\delta$ . Можно сказать, что для пленки конденсата критическое число Рейнольдса обычной толщины находится в пределах  $100 < Re_{кр} < 500$ .

Экспериментальные значения критического числа Рейнольдса при течении пленки по вертикальной стенке при стационарном режиме равны 350...525 (Мак-Адамс, Фридман, Миллер

$$A_m = \frac{\bar{\alpha}_m}{\lambda} \left[ \frac{v^2}{g \left( 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right)} \right]^{0,33}$$

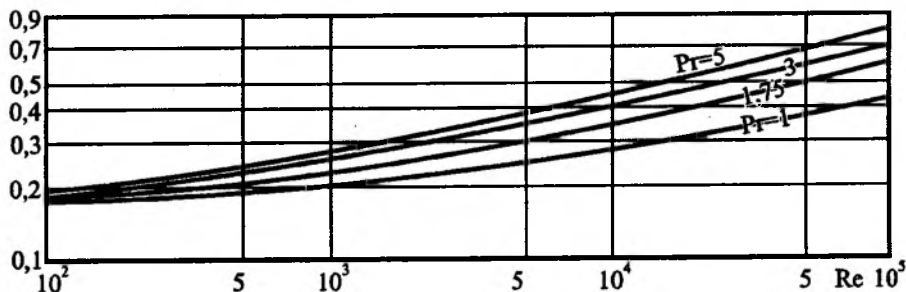


Рис. 1.14. Значения комплекса  $A_m$  при различных  $Re_{кр}$  и  $Pr$

$$A_m = \frac{\bar{\alpha}_m}{\lambda} \left[ \frac{v^2}{g(1 - \rho''/\rho')} \right]^{-0,33}$$

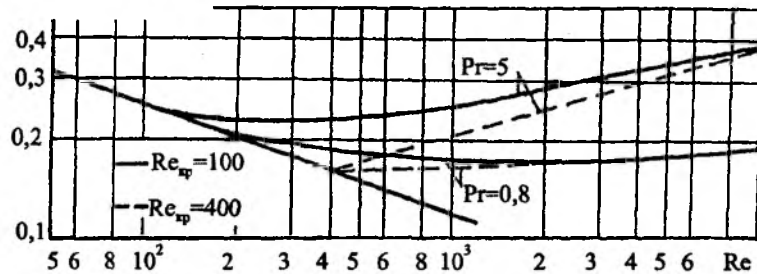


Рис. 1.15. Зависимость  $\bar{\alpha}$  от числа  $Re_{sp}$

$$A_m = \frac{\bar{\alpha}_m}{\lambda} \left[ \frac{v^2}{g(1 - \rho''/\rho')} \right]^{-0,33}$$

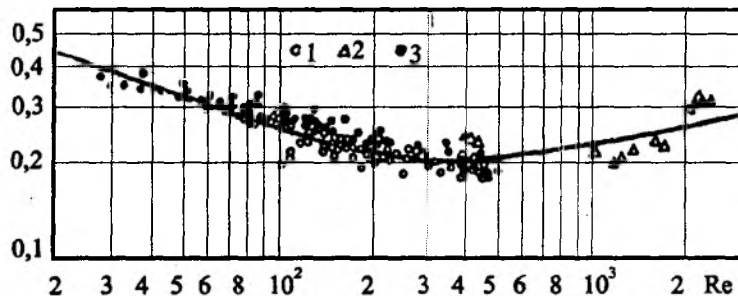


Рис. 1.16. Зависимость  $A_m$  от  $Re$ . Сплошная линия – теоретический расчет при  $Re_{sp} = 100$ : o – опыты Кутателадзе,  $Pr = 1,75$ ;  $\Delta$  – опыты Гедечука,  $Pr = 1,75$ ; • – опыты Зозули,  $Re < 125$ ,  $Pr = 2,9 - 42$

#### 1.4.2. Влияние скорости движения пара и конденсата на теплоотдачу

При течении пара возникает трение на фазовых границах (см. выше), которое в зависимости от направлений движения фаз влияет на результирующие силы. При определенной скорости пара и конденсата толщина пленки и  $\alpha$  у поверхности изменяются. Для вертикальных поверхностей, если пар транспортируется снизу вверх, течение пленки тормозится, а  $\alpha$  уменьшается. В итоге, если направление пара не совпадает с направлением движения конденсата, скорость течения пленки снижается и  $\alpha$  уменьшается.

При незначительных скоростях пара ( $w^2 \cdot \rho'' < 1$ ) теплоотдачу можно рассчитать без учета влияния его скорости. При  $w^2 \cdot \rho'' > 1$  необходимо учиты-

вать такое влияние. В последнем случае  $\alpha_w$  может быть рассчитан по формуле

$$\alpha_w = \alpha_{28,3} \left( \frac{w^2 \rho'' \alpha}{g \rho' \lambda'} \right)^{0,08} \cdot Nu^{-0,58}, \quad (1.93)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи для неподвижного пара;  $w$  – скорость потока пара;  $\rho''$  – плотность пара при температуре  $t''$ ;  $\rho'$ ,  $\lambda'$  – плотность и коэффициент теплопроводности конденсата при температуре  $t'$ .

Формула (1.93) применима при давлениях пара от 5 до 100 кПа, а  $\Delta t = t'' - t_0$  – от 2 °С до 20 °С и  $\frac{w^2 \cdot \rho'' \cdot \alpha}{g} \leq 800$ .

При  $\Delta t \cdot \pi \cdot r \cdot \left( \frac{g}{v^2} \right)^{0,33} \cdot \frac{\lambda}{r \cdot \rho \cdot v} \geq 2300$  справедливо выражение

$$\alpha = 0,023 \left( \frac{c \rho'' \lambda' \lambda_{tp}}{\mu' \rho'} \right)^{0,5} \cdot \bar{j}, \quad (1.94)$$

где  $\mu'$ ,  $\rho'$ ,  $\lambda'$  — характеристики конденсата при его средней температуре;  $\lambda_{тр}$  — коэффициент сопротивления потока пара, причем принимаются значения для поверхности сухой трубы;  $\bar{j} = (\rho \cdot w)$  — средняя плотность потока пара, усреднение производится между начальным ( $j_1$ ) и конечным ( $j_2$ ) значениями так, чтобы среднему значению ( $\bar{j}$ ) соответствовал аналогичный эффект суммарного трения на стенке

$$\bar{j} = \left( \frac{j_1^2 + j_1 j_2 + j_2^2}{3} \right)^{0,5}, \quad (1.95)$$

откуда полная конденсации происходит при  $\bar{j} = 0,58 j_1$ .

Теплоотдача в зависимости от скорости пара и поля скорости (по Якобу) перегретого конденсирующегося пара приведены на рис. 1.17 и 1.18. Профили скорости и температуры показаны для сечений, отстоящих от начала охлаждающего участка на расстоянии: I-0 см; II-25 см; III-75 см; IV-120 см.

Поля скоростей и температур в потоке конденсирующегося перегретого пара (Якоб и др.) указывают на влияние радиального отклонения потока пара в направлении вертикальной поверхности цилиндра при большой нагрузке поверхности нагрева (см. рис. 1.17...1.19). Температура пара на входе ( $t_1$ ) была равна 325 °С. При малом охлаждении (средняя температура

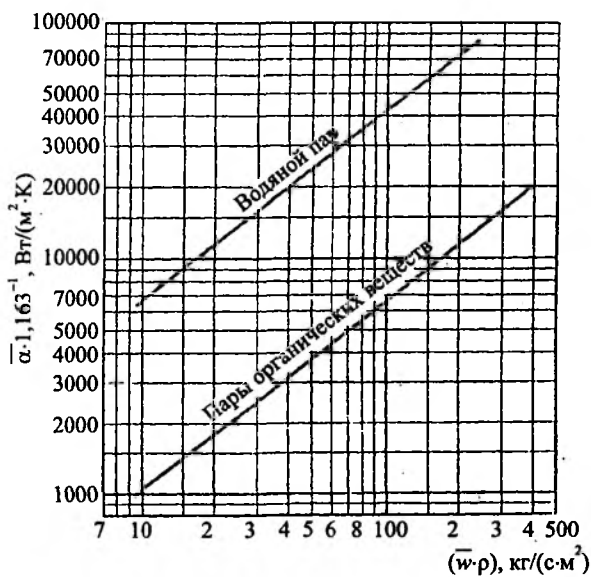


Рис. 1.17. Коэффициенты теплоотдачи в условиях пленочной конденсации при высоких скоростях пара для давления 1 ата (по Карпентеру и Колберну)

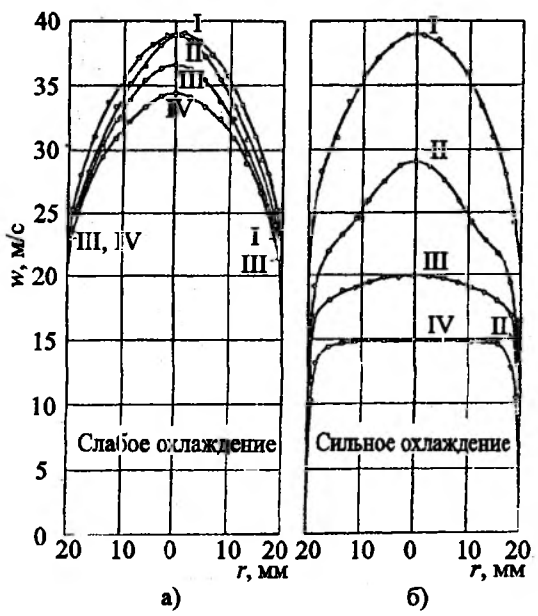


Рис. 1.18. Поле скоростей в потоке перегретого конденсирующегося пара (по Якобу)

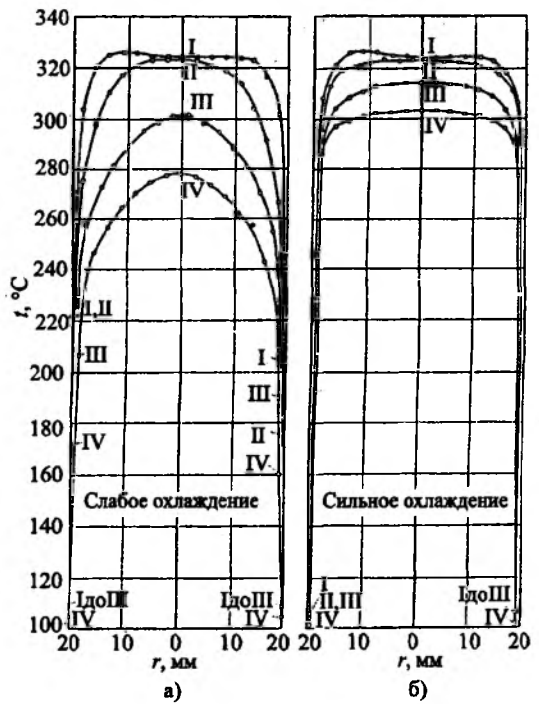


Рис. 1.19. Поле температур в потоке перегретого конденсирующегося пара (по Якобу)



поверхности 108 °С) поле скорости изменяется незначительно, а при большом охлаждении ( $t_0 = 75$  °С) наблюдается выравнивание профиля скорости вследствие торможения потока (см. рис. 1.19, б) и значительное охлаждение ядра пара. Частицы пара конденсируются на поверхности, не участвуют в процессе турбулентного обмена с центральной частью потока, поэтому возникает парадоксальный, на первый взгляд, эффект, заключающийся в том, что при интенсивном теплообмене неконденсированное ядро перемещается, сохраняя более высокую температуру, чем при слабом охлаждении. Это явление наблюдал позднее Винкельзессер. При слабом охлаждении часть поверхности нагрева остается сухой.

### 1.5. Теплоотдача при пленочной конденсации на цилиндрической поверхности

#### 1.5.1. Конденсация на поверхности горизонтальной трубы

Пленочная конденсация пара на поверхности поперечно обтекаемой трубы достаточно часто реализуется на практике (конденсаторы паровых турбин, водонагреватели и др.). Ее особенностью является отрыв пограничного слоя в кормовой части (рис. 1.20). Опыты с однофазными средами показывают, что отрыв наступает при числах Рейнольдса больше десяти. Предотвратить отрыв потока от поверхности можно, например, частичным отсосом пара через обтекаемую стенку.

При конденсации как бы происходит отсос пара в пленку конденсата, причем на практике

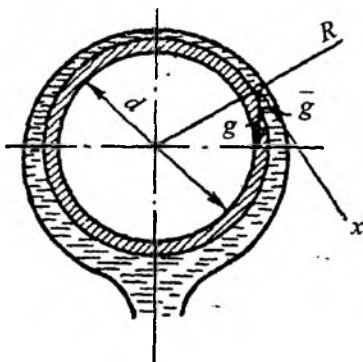


Рис. 1.20. Пленка стекающей жидкости на внешней поверхности горизонтальной трубы

часто выполняются условия, удовлетворяющие формуле (1.96), а это позволяет считать, что отрыв пограничного слоя не имеет места или наступает при более высоких числах Re.

#### 1. Теплоотдача при конденсации пара на внешней поверхности горизонтальной трубы

В случае непрерывного отрыва конденсата с нижней образующей горизонтальной трубы (см. рис. 1.20) общая связь между числами подобия имеет тот же характер, что и для вертикальных. Изменяются лишь численные значения коэффициентов, и вместо высоты в числа подобия входит наружный диаметр.

Действие силы тяжести на гравитационный поток пленки конденсата пропорционально синусу угла наклона этой плоскости к горизонту ( $\beta$ ), т.е. в уравнении движения разность  $(\rho' - \rho'')$  должна быть умножена на  $\sin \beta$ .

Направив координату  $x$  по касательной к поверхности пленки и принимая во внимание, что в обычных условиях  $\delta \leq d_n$ , можно записать

$$dx = \frac{d_n}{2} d\beta, \quad (1.96)$$

где  $d_n$  — наружный диаметр трубопровода.

Введя поправку на  $\sin \beta$  и подставив значение  $dx$ , получим уравнение для толщины пленки конденсата, ламинарно текущей по внешней поверхности горизонтальной трубы при медленно двигающемся паре:

$$\delta \cdot d(\delta^3 \sin \beta) = \frac{3\mu'\lambda'\Delta t d_n}{2g^2 \rho'(\rho' - \rho'')r} d\beta. \quad (1.97)$$

Вводя обозначение в (1.97), которое равно

$$Z = \frac{2g^2 \rho'(\rho' - \rho'')r \delta^4}{3\mu'\lambda'\Delta t d_n},$$

и учитывая, что

$$d(\delta^3 \sin \beta) = 3\delta^2 \sin \beta d\delta + \delta^2 \cos \beta d\beta,$$

можно получить уравнение относительно  $Z$

$$0,75 \sin \beta \frac{dZ}{d\beta} + Z \cos \beta - 1 = 0, \quad (1.98)$$

которое Нуссельт представил в виде

$$Z = (\sin \beta)^{-1,333} \int [(\sin \beta)^{0,333} d\beta + C]. \quad (1.99)$$

На верхней образующей горизонтального цилиндра толщина конденсата имеет конечное значение, когда  $C = 0$ . Для одиночного горизонтального цилиндра имеем формулу для расчета при непрерывном стационарном удалении конденсата от нижней образующей:

$$\alpha = 0,725 \sqrt[4]{g \frac{(\lambda')^3 \rho'(\rho' - \rho'')r}{\mu' \Delta t d}}. \quad (1.100)$$

Величины  $A$ ,  $M$  для расчета теплоотдачи при конденсации водяного пара

$t''$ , °C	$A$	$M$
20	5,16	6136,6
30	7,88	6621,8
40	11,4	7080,9
50	15,6	7474,9
60	20,9	7831,6
70	27,1	8163,3
80	34,5	8450,4
90	42,7	8711,3
100	51,5	8918,5
110	60,7	9076,0
120	7,03	9212,8
130	82,0	9342,9
140	94,0	9444,6
150	107	9533,5
160	122	9605,2
170	136	10263,5
180	150	9608,3
190	167	9601,9
200	182	9543,8
210	197	9450,4
220	218	9326,0
230	227	9186,8
240	246	9046,2
250	264	8888,0
560	278	8656,4
270	296	8395,1
280	312	8112,4
290	336	7817,4
300	354	7473,4

Представив условно число Рейнольдса пленки в виде

$$Re = \frac{q}{q_0} \frac{\pi d_n}{g \mu' r}, \quad (1.101)$$

получим

$$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda'} \left[ \frac{(v')^2}{g \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)} \right]^{0,333} = 0,95 Re^{-0,333}. \quad (1.102)$$

Решение (1.102) справедливо для стационарного стекания пленки конденсата от горизонтально расположенной цилиндрической поверхности вертикально вниз. Обычно перемещение конденсата происходит периодически, отдельными каплями, что мало отражается на средней теплоотдаче у поверхности цилиндра, так как число капель велико и сохраняется симметричность течения.

Для пакетов трубопроводов, сдвинутых относительно друг друга по горизонтали в соседних по вертикали рядах (т.е. при любом не коридорном расположении цилиндра), конденсат от поверхности вышерасположенных цилиндров поступает на боковые образующие нижних трубопроводов и симметрия течения нарушается, что зависит от поверхностного натяжения пленки конденсата.

Средний коэффициент теплоотдачи по окружности горизонтального цилиндра с наружным диаметром  $d$  (ламинарный режим) равен

$$\bar{\alpha} = 0,725 \left[ \frac{(\lambda')^3 r \cdot g \cdot (\rho' - \rho'')}{d_n v' (t'' - \bar{t}_0)} \right]^{0,25}. \quad (1.103)$$

Или при конденсации водяного пара может быть преобразована к виду

$$\bar{\alpha} = M (t'' - \bar{t}_0) d_n \varepsilon_t,$$

где  $\varepsilon_t = \left[ \frac{(\lambda_0}{\lambda''})^3 \frac{\mu''}{\mu_0} \right]^{0,125}$  — поправка на перемен-

ность физических свойств конденсата. Значение  $M$  находится из табл. 1.2.

Тогда

$$\bar{\alpha} = 0,955 \left[ \frac{(\lambda')^3 (\rho')^2 r \cdot g}{d_n \mu' (t'' - t_0)} \right]^{0,25}. \quad (1.104)$$

Формула (1.104) справедлива при  $d_n < 20[\sigma/(\rho \cdot g)]^{0,5}$ , где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения.

Если  $Z > 2300$ , на вертикальных поверхностях имеет место комбинированное течение пленки конденсата (на начальном участке – ламинарное течение, а затем – турбулентное). Переход ламинарного в турбулентное течение происходит на расстоянии  $h_{кр}$  от нижней образующей цилиндра пленки конденсата:

$$h_{кр} = 2300 \frac{r \cdot \rho' \cdot v'}{\lambda'(t'' - t_0)} \left[ \frac{(v')^2}{g} \cdot \frac{\rho'}{\rho' - \rho''} \right]^{0,333} \quad (1.105)$$

При пленочной конденсации водяного пара формула (1.105) переписывается

$$h_{кр} = \frac{2300}{A(t'' - t_0)} \left( 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right)^{-0,333} \quad (1.106)$$

где  $A$  – величина, определяемая по  $t''$  из табл.1.2.

Для горизонтальных трубопроводов средние по периметру коэффициенты теплоотдачи можно также определить по формуле, предложенной Лабунцовым Д.А.:

$$\alpha \cdot \Delta t \cdot \pi \cdot \frac{4}{r \cdot \rho' \cdot v'} = 3,25 \left[ \Delta t \cdot \pi \cdot r \cdot \left( \frac{g}{(v')^2} \right)^{0,333} \cdot \frac{\lambda'}{r \cdot \rho' \cdot v'} \right] \quad (1.107)$$

где  $\Delta t = t'' - t_0$  – температурный напор;  $r$  – радиус трубопровода;  $\lambda', v'$  и  $\rho'$  – соответственно коэффициенты теплопроводности, кинематической вязкости и плотность конденсата при температуре насыщения  $t''$ .

Выражение (1.107) справедливо при  $d_n < 20 \cdot \left( \frac{\sigma}{\rho' \cdot g} \right)^{0,5}$  ( $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения) и  $\Delta t \cdot \pi \cdot r \cdot \left( \frac{g}{(v')^2} \right)^{0,333} \cdot \frac{\lambda'}{r \cdot \rho' \cdot v'} \geq 2300$ .

При пленочной конденсации сухого насыщенного пара и смешанном режиме течения пленки конденсата средний по длине коэффициент теплоотдачи можно вычислять в соответствии с формулой

$$\bar{\alpha} \cdot \Delta t \cdot \pi \cdot d \cdot \frac{2}{r \cdot \rho' \cdot v'} = \left\{ 253 + 0,069 \cdot \left( \frac{Pr''}{Pr_0} \right)^{0,25} \cdot (Pr')^{0,5} \times \left[ \Delta t \cdot \pi \cdot r \cdot \left( \frac{g}{(v')^2} \right)^{0,333} \cdot \frac{\lambda'}{r \cdot \rho' \cdot v'} - 2300 \right]^{1,333} \right\} \quad (1.108)$$

которая справедлива при  $\Delta t \cdot \pi \cdot r \cdot \left( \frac{g}{(v')^2} \right) \times \frac{\lambda'}{r \cdot \rho' \cdot v'} \geq 2300$ .

Уравнение теплообмена при ламинарном движении пленки конденсата имеет вид

$$Nu = c \cdot \sqrt[4]{Ga \cdot K \cdot Pr \cdot \left( \frac{Pr''}{Pr_0} \right)} \quad (1.109)$$

где  $c$  – коэффициент, зависящий от ориентации поверхности теплообмена;  $Ga = \frac{g \cdot l^3}{\nu^2}$  – число Галилея.

На рис. 1.21 даны результаты экспериментальных исследований при конденсации водяного пара на поверхности горизонтальных труб.

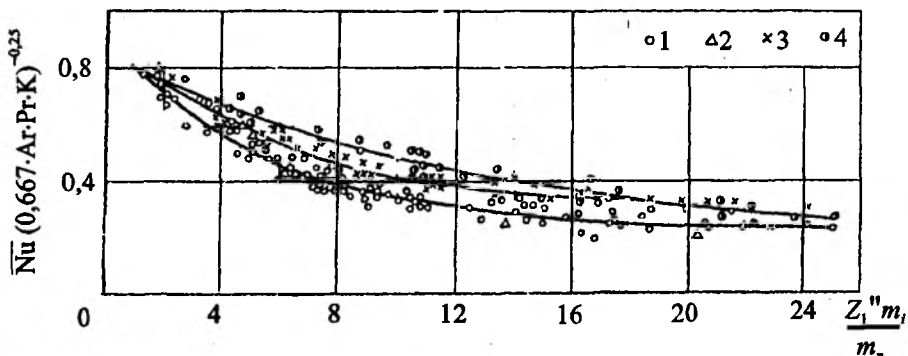


Рис. 1.21. Данные эксперимента по конденсации на пакете горизонтальных труб (результаты получены Ф.П. Минченко):

1 – коридорное расположение с шагом  $S_1 = 1,5d_n$ ; 2 – то же с  $S_1 = 3d_n$ ; 3 – шахматное расположение с  $S_1 = 1,5d_n$  и  $S_2 = 0,44d_n$ ; 4 – то же с  $S_1 = 1,5d_n$  и  $S_2 = 0,5d_n$

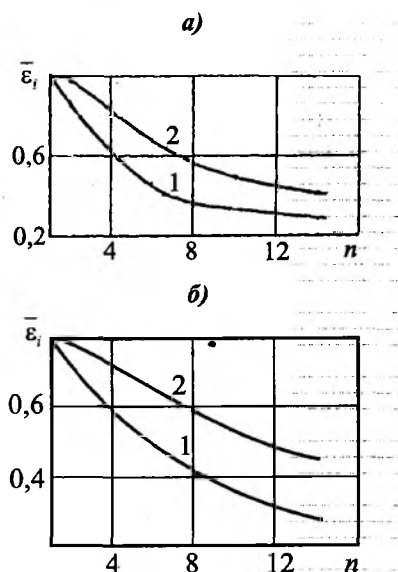


Рис. 1.22. Значения коэффициента  $\bar{\epsilon}_1$ , соответствующее рис. 1.21:

а — движение пара сверху вниз;

б — то же, но снизу вверх;

1 — коридорное расположение труб в пучке;

2 — шахматное расположение труб в пучке

Значения  $\bar{\epsilon}_1$  поправочного коэффициента на уменьшение  $\alpha$  сверху вниз в зависимости от числа рядов в пакете трубопроводов при постоянном расчетном температурном напоре приведены на рис. 1.22.

При **движении пара сверху вниз** коэффициент теплоотдачи определяется

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = 33,2 \left( \frac{(w'')^2 \rho''}{g \rho' d} \right)^{0,08} \left[ g^2 \frac{\rho'(\rho' - \rho'') r d}{\lambda' \mu' \Delta t} \right]^{-0,125}, \quad (1.110)$$

где  $\alpha_0$  — коэффициент теплоотдачи пара с малой скоростью движения;  $w''$  — скорость пара.

## 2. Теплоотдача при конденсации пара на внешней поверхности оребренной горизонтальной трубы

Оребрение труб широко используется в кондиционерах воздуха, авиационной промышленности, автомобилях и т. д. В качестве оребрения применяются, к примеру, короткие ребра (высотой около 1,6 мм в количестве 630 — 1020 ребер на 1 п.м.), которые увеличивают внешнюю поверхность трубы в 3...4 раза. Коэффициенты теплоотдачи рассчитываются по тем же уравнениям, что и для гладких трубопроводов, но с использованием эквивалентного диаметра

$$\left( \frac{l}{d_s} \right)^{0,25} = \frac{1,3 F_1 \phi}{F_3 \theta^{0,25}} + \frac{F_2}{F \cdot d_s^{0,25}},$$

где  $F_1$  — действительная поверхность ребра;  $F_2$  — поверхность трубы по горизонтали;  $F_3$  — параметр ( $F_3 = F \cdot \Phi + F$ );  $\phi$  — эффективность ребра (для латунных труб  $\phi = 1$ );  $\theta$  — отношение площади торцевых поверхностей ребра к его наружному диаметру.

Для горизонтального ребра с наружным диаметром  $d_n$  по ходу поперечного потока пара коэффициент теплоотдачи у его внешней поверхности можно рассчитать в соответствии с уравнением

$$\left( \text{для условий } \frac{K \cdot \text{Pr}}{\text{Fr}'} = 10^{-5} \dots 10^5; \text{Re}' = 1 \dots 10^6 \right)$$

$$\overline{\text{Nu}}' = 0,64 (\text{Re}')^{0,5} \left[ 1 + \left( 1,69 \frac{K \cdot (\text{Pr}')^{0,5}}{\text{Fr}'} \right)^{0,5} \right], \quad (1.111)$$

где  $\overline{\text{Nu}}' = \frac{\alpha d}{\lambda'}$ ;  $\text{Re}' = \frac{w' d}{\nu'}$ ;  $K = \frac{r}{c_p (t'' - t_0)}$ ;  $\text{Fr}'$  — число Фруда (здесь  $\lambda', \nu'$  — коэффициенты теплопроводности и кинематической вязкости конденсата, определяемые по  $t' = \frac{(t'' + t_0)}{2}$ ).

## 1.5.2. Пленочная конденсация на вертикальной цилиндрической поверхности

### 1. Ламинарное течение пленки конденсата

Для неподвижного или медленно движущегося пара можно пренебречь передачей импульса и касательным напряжением на поверхности раздела пар-конденсат. Вследствие малой толщины пленки можно пренебречь инерционными силами, считая, что имеет место равновесие между силами тяжести и внутреннего трения. Пренебрегая кривизной поверхности пленки, можно рассматривать движение только по координате  $x$  (рис. 1.23).

Таким образом, для случая движения пленки вдоль вертикальной поверхности уравнение движения следует записать в виде:

$$\rho(w \cdot \text{grad} p) \cdot w = \rho g - \text{grad} p + \mu \nabla^2 w; \quad (1.112)$$

$$\mu \frac{d^2 w}{dy^2} = -\rho' g, \quad (1.113)$$

где  $w$  заменяется скоростью  $w_x$ .

Граничные условия можно представить при  $y = 0$  (поверхность стенки) и при  $y = \delta$  (наружная поверхность пленки,  $\delta$  — толщина пленки)  $\frac{dw}{dy} = 0$ , т.е. на внешней поверхности пленки отсутствуют внешние силы. Решение уравнения (1.113) записывается в виде

$$w_y = \frac{\rho' g}{\mu'} \left( \delta_y - \frac{y^2}{2} \right).$$

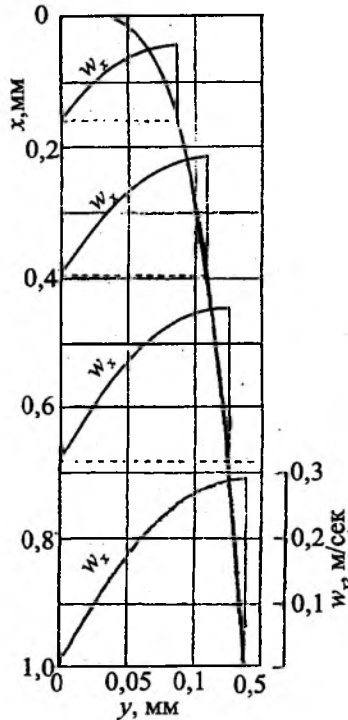


Рис. 1.23. Ламинарная пленка конденсата на вертикальной стенке для насыщенного водяного пара при температуре 100 °С

Средняя скорость равна

$$\bar{w}_y = \frac{\rho' g \delta^2}{3\mu'} \quad (1.114)$$

Скорость на поверхности пленки (\$y = \delta\$) равна \$w\_\delta = 1,5\bar{w}\_y\$.

При записи уравнения энергии (\$w \cdot \text{grad}t = a\nabla^2 t\$) принимаются существенные упрощения.

Пренебрегая конвективными членами, можно прийти к уравнению типа

$$\frac{d^2 t}{dy^2} = 0 \quad (1.115)$$

с граничными условиями \$t = t\_0\$ при \$y = 0\$ и \$t = t''\$ — для \$y = t(t\_0, t'')\$, где \$t\_0\$ — температура стенки; \$t''\$ — температура насыщения.

Решение (1.115) представляется в виде выражения для плотности теплового потока, не зависящего от \$y\$

$$q = \frac{\lambda'(t'' - t_0)}{\delta} \quad (1.116)$$

Тогда коэффициент теплоотдачи определяется

$$\alpha = \frac{q}{t'' - t_0} = \frac{\lambda'}{\delta} \quad (1.117)$$

Для оценки толщины пленки \$\delta(x)\$ используется уравнение сплошности, согласно которому увеличение количества конденсата по длине стенки происходит вследствие конденсации пара:

$$\frac{dm}{dx} = \rho \frac{d}{dx} (\bar{w}\delta) = \frac{q}{r} = \frac{\lambda(t'' - t_0)}{\delta r}, \quad (1.118)$$

где \$r\$ — скрытая теплота парообразования, кДж/кг.

После подстановки \$\bar{w}\$ из (1.114) можно получить

$$\delta^3 d\delta = \frac{\lambda'(t'' - t_0)\mu'}{\rho^2 gr} dx \quad (1.119)$$

для условия \$\delta = 0\$ при \$x = 0\$.

Уравнение (1.119) можно представить в виде

$$\delta(x) = \left[ \frac{4\lambda'(t'' - t_0)\mu'x}{(\rho')^2 gr} \right]^{0,25} \quad (1.120)$$

Откуда с учетом (1.118) локальное значение коэффициента теплоотдачи для точки \$x\$ (см. рис. 1.23)

$$\alpha_x = \left[ \frac{(\lambda')^3 (\rho')^2 gr}{4(t'' - t_0)\mu'x} \right]^{0,25} \quad (1.121)$$

И для среднего коэффициента теплоотдачи в интервале \$h > x > 0\$ (см. рис.1.23) запишется

$$\bar{\alpha} = 0,943 \left[ \frac{(\lambda')^3 (\rho')^2 gr}{4(t'' - t_0)\mu'h} \right], \quad (1.122)$$

где \$\mu'\$ находится по средней температуре пленки конденсата, которая принимается равной

$$t_m = \frac{(t'' - t_0)}{2}.$$

Очень наглядной является графическая безразмерная форма представления теплоотдачи с использованием числа \$Re\_h\$ для водяной пленки (рис. 1.24 и 1.25)

$$Re_h = \frac{w'\delta}{\nu'} = \frac{m}{\mu'}. \quad (1.123)$$

Если пренебречь переохлаждением конденсата по отношению к температуре насыщения \$t''\$, отведенная теплота может быть выражена через массу конденсата \$m\$ в виде

$$mr = \bar{\alpha}(t'' - t_0)h. \quad (1.124)$$

Поэтому между \$Re\_h\$ и \$\bar{\alpha}\$ имеет место соотношение

$$Re_h = \frac{\bar{\alpha}(t'' - t_0)}{\mu'}, \quad (1.125)$$

которое справедливо при пленочной конденсации независимо от наличия ламинарного режима течения пленки конденсата.

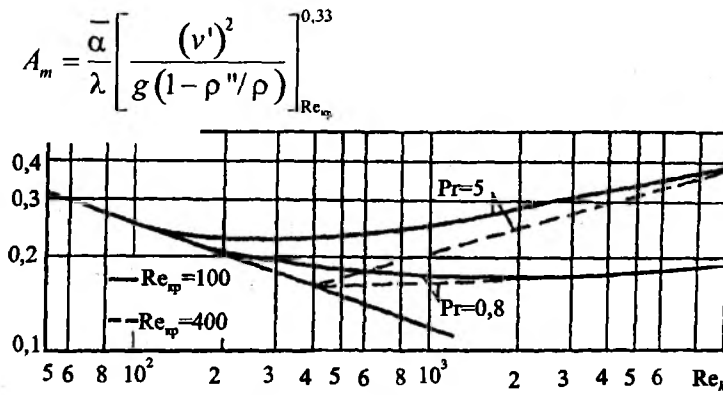


Рис. 1.24. Значения комплекса  $A_m = \frac{\bar{\alpha}_t}{\lambda} \left[ \frac{v^2}{g(1-\rho'')}\right]_{Re_{sp}}^{0,333}$  при различных величинах  $Re_{sp}$  и  $Pr$

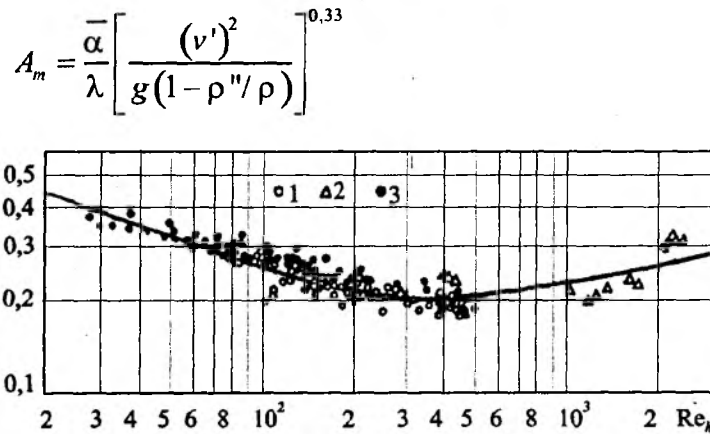


Рис. 1.25. Зависимость  $A_m$  от  $Re_h$ . (сплошная линия – теоретический расчет при  $Re_{sp} = 100$ ):

o – опыты Кутателадзе,  $Pr = 1,75$ ;  $\Delta$  – опыты Гедемчука,  $Pr = 1,75$

С помощью (1.125) можно также представить уравнение (1.122) в виде

$$Re_h = \frac{\bar{\alpha}(t'' - t_0)h}{r\mu'} = 0,943 \left[ \frac{\lambda'(\rho')^{0,667} g^{0,333} (t'' - t_0)h}{r(\mu')^{1,667}} \right] \quad (1.126)$$

Выражение (1.126) можно преобразовать:

$$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{-0,333} = 0,925 Re_h^{-0,333} \quad (1.127)$$

Так как комплекс  $\left( \frac{v^2}{g} \right)^{-0,333}$  имеет размерность длины, то левая часть (1.127) аналогична числу Нуссельта.

Эти выводы относятся к случаю вертикальной плоской стенки или поверхности вертикального цилиндра.

Если поверхность расположена к горизонтальной плоскости под углом  $\beta$ , тогда вместо (1.113) можно использовать:

$$\mu' \frac{d^2 w}{dy^2} = -\rho g \sin \beta. \quad (1.128)$$

Тогда

$$\bar{\alpha}_\beta = \bar{\alpha} (\sin \beta)^{0,25}. \quad (1.129)$$

## 2. Турбулентное течение пленки конденсата

Киркбрайдом предложено уравнение для оценки среднего по высоте вертикальной плоской поверхности коэффициента теплоотдачи  $\bar{\alpha}$ :

$$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{0,33} = 0,0133 Re_h^{0,4}, \quad (1.130)$$

где

$$Re_h = 0,76 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{\lambda'(\rho')^{0,67} g^{0,33} (t'' - t_0)h}{r(\mu')^{1,67}} \right]^{1,67} \quad (1.131)$$

Колберн при определении коэффициента теплоотдачи (турбулентная пленка) использовал аналогию Рейнольдса между напряжением трения и коэффициентом теплоотдачи ( $Re_{сп} = 400$ ).

Гидродинамическая теория теплообмена для внутренней задачи по Прандтлю использована Григуллем при турбулентном течении пленки конденсата, который в качестве нового парамет-

ра ввел число Прандтля  $Pr = \frac{\nu}{a}$  для конденсата.

Расчетно-экспериментальные результаты представлены на рис. 1.25, из которых видно, что при больших размерах участка охлаждения  $h$  коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  имеет большие значения по сравнению с результатами расчетов по уравнению Нуссельта (1.126) для ламинарной водяной пленки (рис. 1.26).

$$Re_h = \frac{\bar{\alpha}(t'' - t_0)h}{\mu' \cdot r} = \frac{j}{\mu'}$$

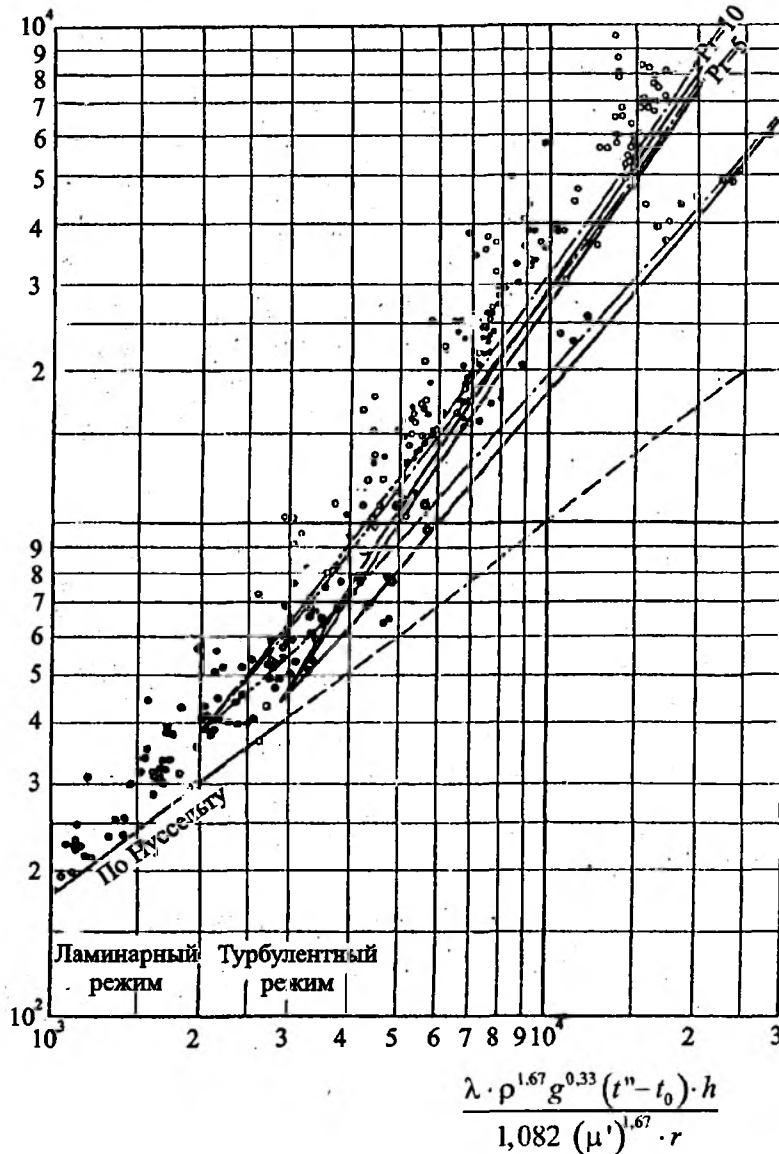


Рис. 1.26. Интенсивность теплообмена для ламинарной и турбулентной водяной пленки  $Re_{сп} = 300$  и  $4000$

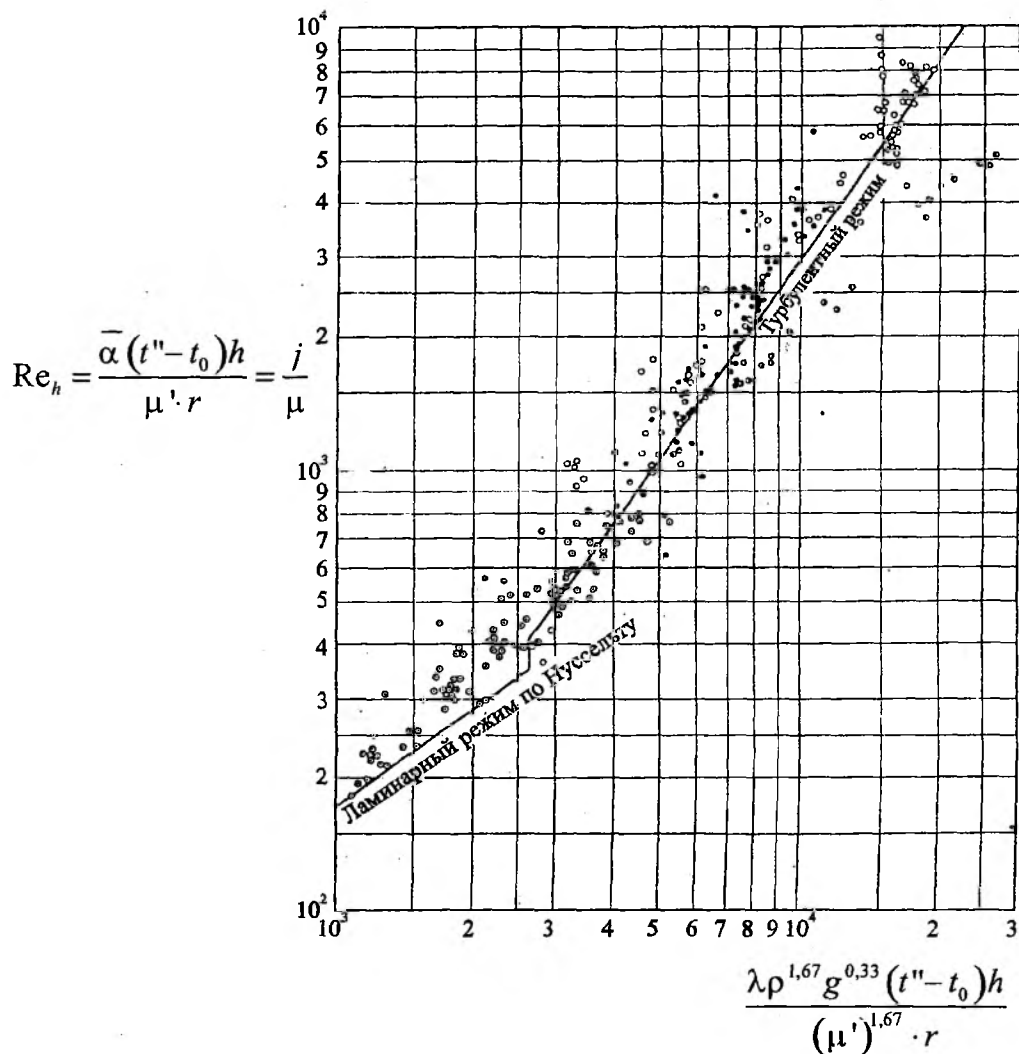


Рис. 1.27. Уравнение для теплоотдачи при турбулентной водяной пленке  $Re_{кр} = 350$  (обозначение экспериментальных точек такое же, как на рис. 1.26)

Григуль предложил для турбулентной области следующую упрощенную формулу:

$$Re_h = 0,30 \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\lambda' (\rho')^{0,67} g^{0,33} (t'' - t_0) h}{r (\mu')^{1,67}} \right]^{1,5} \quad (1.132)$$

Если решать уравнение (1.132) относительно  $\bar{\alpha}$  можно получить

$$\bar{\alpha} = 0,30 \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\lambda' (\rho')^2 g (t'' - t_0) h}{r (\mu')^3} \right]^{-0,5} \quad (1.133)$$

Результаты расчетов по (1.132) представлены на рис. 1.27, экспериментальные данные взяты из рис. 1.26.

Скачок при переходе ламинарной водяной пленки в турбулентную соответствует скачку коэффициента сопротивления при переходе от ламинарного течения к турбулентному.

Из рис. 1.26 видно, что  $Re_{кр}$  для ламинарного режима равен 300...400.

Особенность турбулентной конденсационной пленки заключается в том, что при увеличении  $h$  и  $\Delta t$  одновременно возрастает и  $\bar{\alpha}$  в противоположность тому, что имеет место при ламинарной пленке (рис. 1.28).



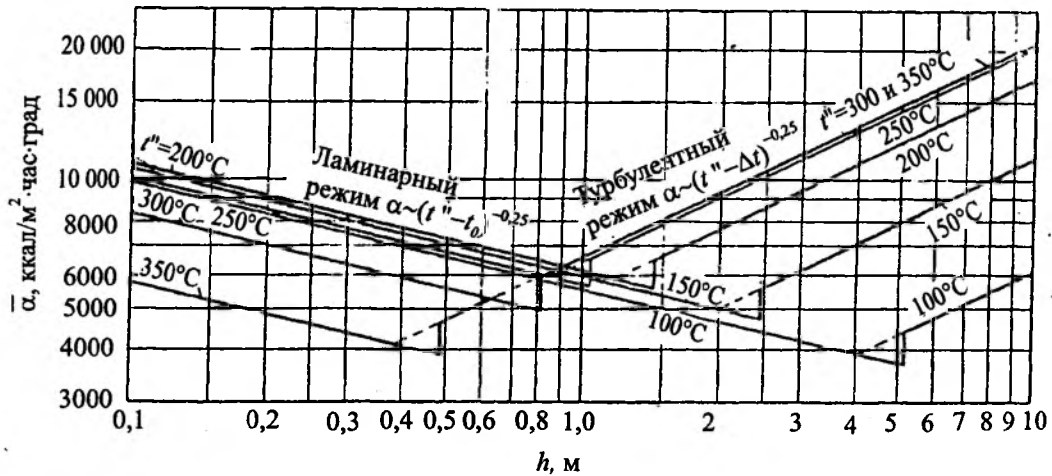


Рис. 1.28. Теплоотдача насыщенного водяного пара при  $t'' - t_0 = 10^\circ\text{C}$  как функция  $h$  вертикального участка охлаждения при  $t''$  как постоянном параметре

## 1.6. Теплообмен при пленочной конденсации паров в цилиндрической трубе

### 1.6.1. Теплообмен при пленочной конденсации в вертикальной трубе

Различают режимы течения в вертикальных трубах (рис. 1.29):

- *пузырьковое течение* – паровая фаза в виде отдельных пузырей в конденсате;
- *пробковое (снарядное) течение* (поз. 2, рис. 1.29) – при более высоких скоростях (в сравнении с поз. 1, рис. 1.29) происходит слияние пузырей с образованием больших, имеющих характерную пулеобразную форму, которые разделены областями жидкости, содержащей более мелкие пузыри пара;

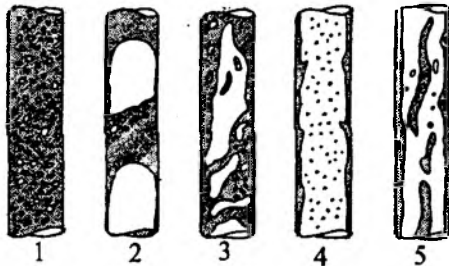


Рис. 1.29. Режимы течения в вертикальной трубе: 1 – пузырьковый; 2 – снарядный (пробковый); 3 – вспененный; 4 – кольцевой; 5 – клочкообразно-кольцевой

– *вспененное течение* – с увеличением скорости потока происходит разрушение пузырей снарядного течения, ведущее к неустойчивому режиму течения. В трубах большого диаметра происходит движение жидкости вверх-вниз (вспененное течение). Для цилиндров с малым внутренним диаметром пульсации могут не появляться и наблюдается более плавный переход от снарядного режима течения к кольцевому;

– *кольцевое течение* – жидкость перемещается у поверхности цилиндра в виде пленки, а пар – в центре, некоторая часть жидкой фазы увлекается в виде мелких капель паровым ядром. Возможен унос пузырей в жидкую фазу (поз. 4, рис. 1.29);

– *клочкообразно-кольцевое течение* – при увеличении массовой скорости течения паросодержания концентрация капель в паровой фазе увеличивается и затем происходит слияние капель в ядре, ведущее к образованию больших клочков, полос или «жгутов» жидкости в паровом ядре (поз. 5, рис. 1.29). Вследствие выпадения конденсата скорость течения пара уменьшается, что влияет на характер движения пленки.

При нисходящем потоке сверху-вниз известны три области течения пленки: 1) ламинарная пленка при наличии значительных сил (напряжения сдвига и сила, обусловленная передачей импульса), вызываемых действием потока пара; 2) турбулентная, в которой проявляется влияние этих сил и 3) турбулентная пленка при очень малой скорости пара.

Карпентер и Колберн получили уравнение для случая, когда средняя из этих зон — преобладающая. Критическое значение числа  $Re$  водяной пленки равно 60 при универсальном распределении скорости по сечению трубы и ламинарном течении. Тогда единственным термическим сопротивлением является ламинарный подслои пленки. Поэтому **проблема конденсации акцентируется на задаче о вынужденном движении с ламинарным подслоем конденсата постоянной толщины.**

При направлении турбулентного потока пара сверху-вниз расчет выполняется в соответствии с выражением

$$Nu_d'' = c \cdot (Re'_d)^{0,8} \cdot Pr'^{0,43} \sqrt{1 + \chi \frac{\rho'}{\rho''}}, \quad (1.134)$$

где  $\chi$  — массовое паросодержание.

Среднее значение коэффициентов теплоотдачи при неполной конденсации пара из пароводяной смеси определяется:

$$\bar{Nu}_d = c \cdot (Re')^{0,8} \cdot (Pr')^{0,43} \cdot 0,5 \times \left[ \sqrt{1 + \chi_1 \left( \frac{\rho'}{\rho''} - 1 \right)} + \sqrt{1 + \chi_2 \left( \frac{\rho'}{\rho''} - 1 \right)} \right], \quad (1.135)$$

где  $\chi_1$  и  $\chi_2$  — массовые расходные паросодержания во входном и выходном сечениях трубопровода:  $\chi_1 = \left( \frac{m'_1}{m_0} \right)$ ,  $\chi_2 = \left( \frac{m'_2}{m_0} \right)$ ; для стальных труб —  $c = 0,024$ , для медных  $c = 0,032$ ,  $0 \leq \chi_1 \leq 1$  и  $0 \leq \chi_2 \leq 1$ ;  $m'$ ,  $m''$ ,  $m_0$  — массы конденсата, пара и смеси.

В зависимости от значений  $\chi_1$  и  $\chi_2$  различают:

а)  $\chi_1 = 1$ ;  $\chi_2 = 0$  — полная конденсация пара в трубопроводе;

б)  $\chi_1 = 0$ ;  $0 < \chi_2 < 1$  — частичная конденсация.

Для вертикальных трубопроводов, если  $Re' \leq 40$ , при направлении потока пара сверху-вниз в области течения локальные коэффициенты теплоотдачи рассчитываются из соотношения:

$$\alpha = 1,1(Re')^{-0,33} \cdot \lambda' \cdot \left[ \frac{(\mu')^2}{\rho'(\rho' - \rho'')g} \right]^{-0,333}, \quad (1.136)$$

$Re'$  — число Рейнольдса для пленки конденсата.

При  $Re' > 40$ ,  $\alpha$  определяется из уравнений для ламинарного (1.137) или для турбулентного режима течения пленки:

$$\alpha = 0,8(Re')^{-0,22} \cdot \left[ \frac{(\mu')^2}{\rho'(\rho' - \rho'')g} \right]^{-0,333}; \quad (1.137)$$

$$\alpha = \lambda \cdot 0,023(Re')^{0,25} \times (Pr')^{(0,33+0,5)} \left[ \frac{(\mu')^2}{\rho'(\rho' - \rho'')g} \right]^{-0,333} \quad (1.138)$$

Интерполяционная зависимость для чисел Нуссельта при напорных движениях парожидкостной смеси с ламинарным подслоем и турбулентным ядром в цилиндре и локальном массовом паросодержании  $\chi$  имеет вид

$$Nu_{\chi} \approx 0,023(Pr')^{0,4} (Re'')^{0,8} \left[ 1 + \left( \frac{\rho'}{\rho''} - 1 \right) \chi_x \right]^{0,5}, \quad (1.139)$$

где  $Re''$  — число Рейнольдса, определяемое из выражения

$$Re'' = \frac{4m}{\pi \mu d} \quad (1.140)$$

(здесь  $m$  — массовый расход смеси, кг/с).

Для избежания залива трубопроводов при движении пара снизу-вверх скорость пара должна быть невелика и средний коэффициент теплоотдачи может быть рассчитан

$$\alpha = 1,029\lambda' \cdot \left[ \frac{(\mu')^2 Re'}{\rho'(\rho' - \rho'')g} \right]^{-0,333}, \quad (1.141)$$

где  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости, Па · с;  $\rho'$  — плотность конденсата, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho''$  — плотность пара, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\lambda'$  — коэффициент теплопроводности пленки конденсата.

На рис. 1.30 и рис. 1.31 приведены опытные кривые для перегретого и насыщенного паров, полученные Якобом, в сопоставлении с результатами расширенной теории Нуссельта. Отрицательные температуры на рис. 1.30 означают, что  $t_0 > t''$ , и, следовательно, отвечают случаю охлаждения перегретого пара без конденсации. По оси ординат отложена тепловая нагрузка поверхности охлаждения  $q_d$ . Параметром семейства кривых служит скорость пара  $w_{d,1}''$  (м/с) на входе в вертикальную трубу в условиях нисходящего движения.

На рис. 1.32 представлены (по данным Киршбаума и др.) кривые изменения  $\frac{\alpha}{\alpha''}$  в функции от температурного напора. Высокие значения этого отношения в области малых температурных напоров ( $t'' - t_0$ ) объясняются тем, что при исчезающе малых температурных напорах конденсация прекращается, тогда как остается конечным даже при отрицательных значениях ( $t'' - t_0$ ) (см. рис. 1.30). За пределами этой области, в особенности при повышенных скоростях движения пара, обнаруживается, что насы-

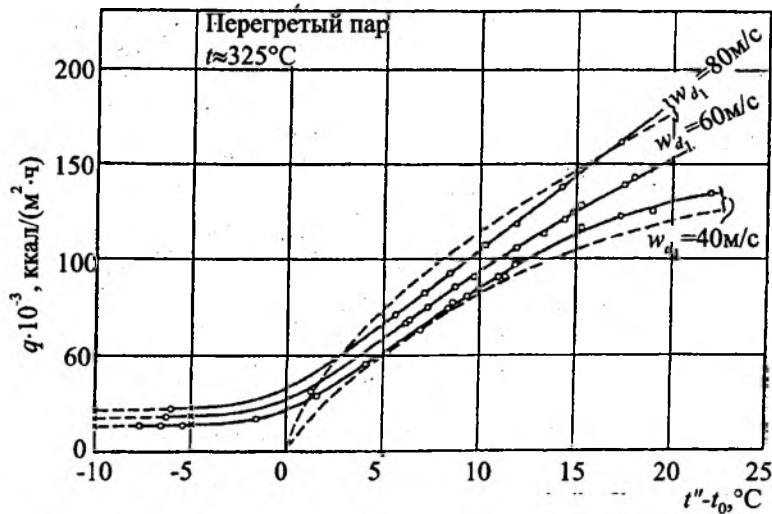


Рис. 1.30. Пленочная конденсация перегретого пара при давлении 1 ата (нисходящее движение по Якобу и др.):  
 ○ — опытные точки; — — выправленные опытные кривые

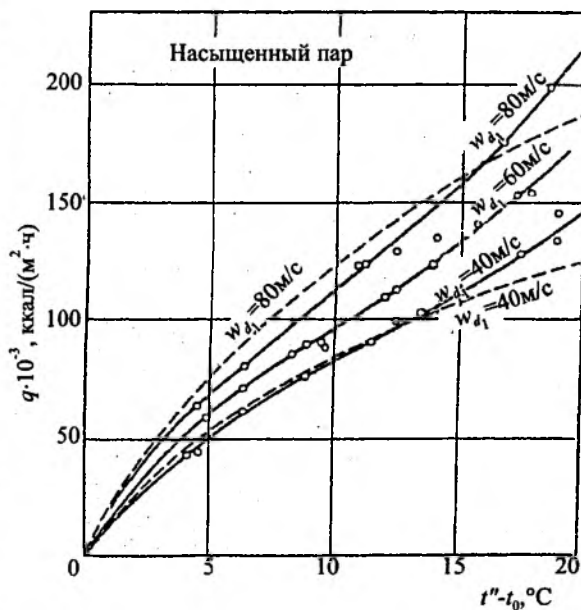


Рис. 1.31. Пленочная конденсация насыщенного пара при давлении 1 ата (нисходящее движение по Якобу и др.):  
 ○ — опытные точки; — — выправленные опытные кривые

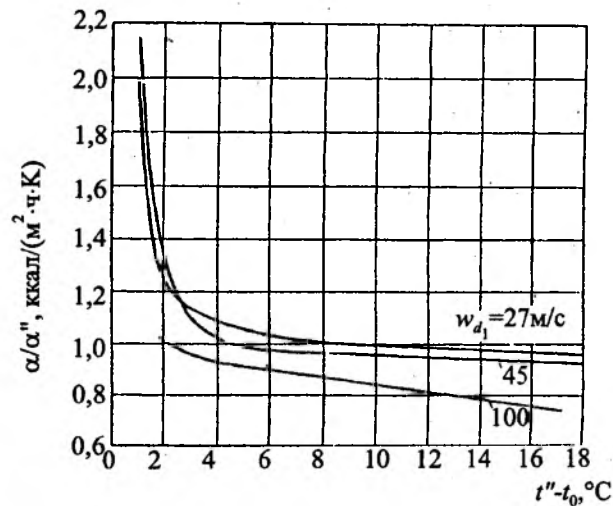


Рис. 1.32. Коэффициенты теплоотдачи перегретого и насыщенного пара при давлении 1 ата в зависимости от разности температур насыщенного пара и поверхности:  
 w — скорость пара на входе (по Кирибауму)

$$q_d = (3954 + 1163 \cdot w_{d1}^n) \cdot (t'' - t_0) \left( \frac{1,21}{h} \right)^{1,3}; \quad (1.142)$$

— для перегретого пара при начальной температуре 325 °C

$$q_d = (4071 + 59 \cdot w_{d1}^n) \cdot (t'' - t_0) \left( \frac{1,21}{h} \right)^{0,33}. \quad (1.143)$$

В уравнении (1.143) скорость выражена в м/с, а длина вертикального участка охлаждения  $h$  — в метрах. Оба уравнения относятся к случаю нисходящего течения пара в вертикальной трубе.

щенному пару отвечает большая интенсивность теплообмена. Это объясняется тем, что, обладая большой плотностью, насыщенный пар создает при своем движении более значительные напряжения трения на поверхности водяной пленки.

Якоб предложил следующие эмпирические уравнения для водяного пара (при 1 ата):

— для насыщенного пара

## 1.6.2. Теплообмен при пленочной конденсации в горизонтальной трубе

### 1. Режимы течения двухфазных потоков в горизонтальной трубе

Схемы режимов течения представлены на рис. 1.33. Потоки жидкости соответствуют относительно большому диапазону скоростей при течении в цилиндре. Для каждого режима имеются методы расчетов коэффициента теплоотдачи и критериев, позволяющих определять эти режимы. Скорость пара в цилиндрах может быть при этом достаточной для того, чтобы влиять на толщину пленки конденсата и, следовательно, на коэффициент теплоотдачи.

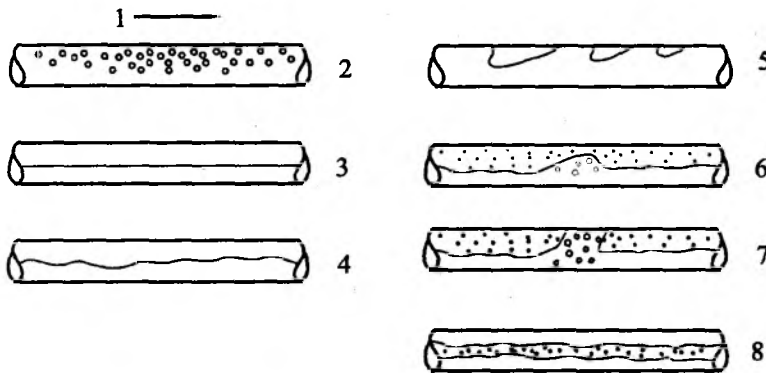


Рис. 1.33. Режимы течения горизонтального двухфазного потока:

1 — направленный; 2 — пузырьковый; 3 — расслоенный; 4 — волновой; 5 — снарядный; 6 — гребнеобразный; 7 — волновой с перемычками (слизнеобразный); 8 — дисперсно-кольцевой; 9 — перемежающийся

**Снарядный режим течения.** Вследствие того, что движение больших элементов жидкости у нижних образующих горизонтальных трубопроводов при высоких скоростях может привести к вибрационным эффектам там, где жидкость встречает препятствие в виде, например, клапана или при изменении направления течения. Возникает снарядное течение в горизонтальных трубах.

Схема образования капельных пробок при конденсации паров в горизонтальных трубах показана на рис. 1.34.

Предполагается, что снарядообразование происходит у входа в канал. Уровень конденсата падает вследствие переноса предыдущего снаряда жидкости (см. рис. 1.34, а), затем вос-

становливается, когда очередная порция (масса) конденсата поступает в канал (см. рис. 1.34, б). При уменьшении скорости массы конденсата увеличивается уровень вдоль канала. Волны растут на поверхности жидкости, происходит перекрывание канала (см. рис. 1.34, в), его скорость в перемычке увеличивается до скорости

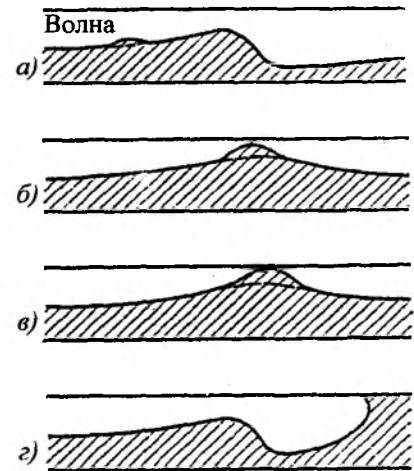


Рис. 1.34. Механизм образования волнового течения с перемычками: а-в — волновое течение; г — образование перемычки

пара, формируя зарождающиеся снаряды (см. рис. 1.34, г), которые следует рассматривать как слой, который поднимает жидкость из стратифицированного слоя<sup>1</sup> у нижней части канала и ускоряет его до скорости парового снаряда. Наоборот, жидкость за пробкой опускается для перестраивания (утоньшения) стратифицированного слоя жидкости. Процесс повторяется, и образуется последовательность газовых пробок, проходящих вдоль канала. Частота прохождения снарядов увеличивается с ростом скорости потока жидкости и проходит через минимум с увеличением скорости пара при фиксированной скорости жидкости. Данные по частоте прохождения пузырей представлены на рис. 1.35.

<sup>1</sup>Стратификация жидкости (от лат. *stratum* — слой и ...фикация) — распределение температуры воздуха, жидкости по вертикали, определяющее условия равновесия в атмосфере, жидкости, благоприятствующие или неблагоприятствующие развитию вертикальных перемещений воздуха, жидкости. При неустойчивой С.ж. температуру убывает с высотой, что способствует *атм. конвекции*.

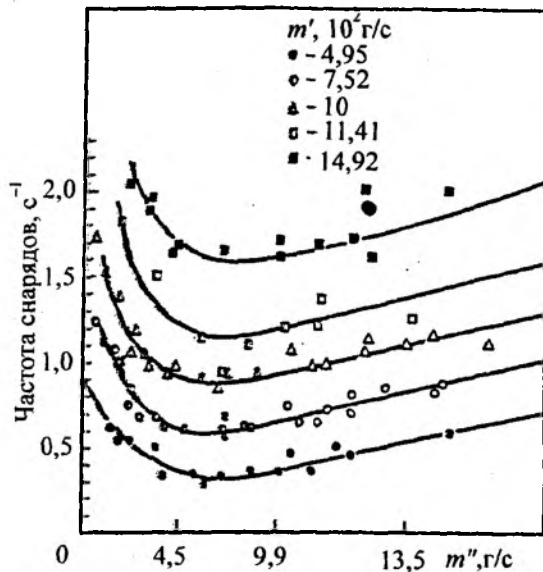


Рис. 1.35. Частота снарядов в горизонтальном двухфазном потоке;  $m'$  — массовый расход пленки жидкости, г/с;  $m''$  — массовый расход пара

**Кольцевой режим течения.** В горизонтальных кольцевых потоках пленка жидкости

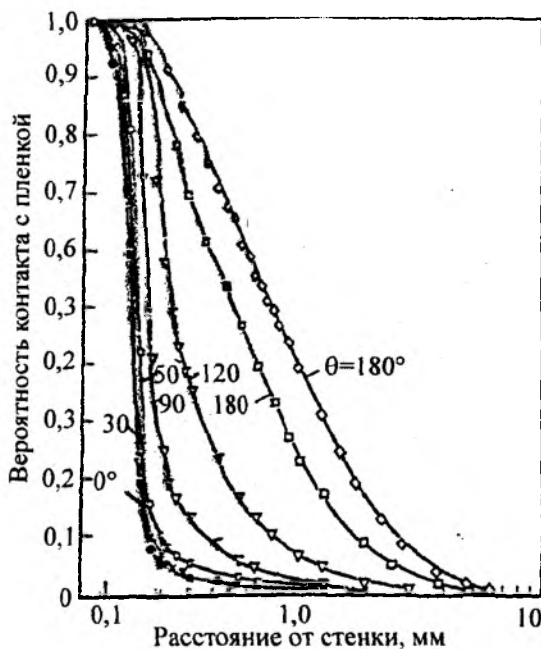


Рис. 1.36. Вероятностное распределение толщины пленки при горизонтальном водо-паровоздушном кольцевом течении

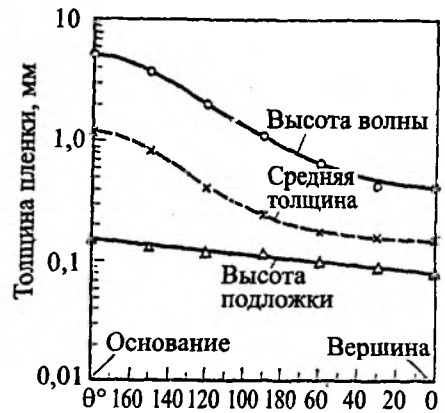


Рис. 1.37. Минимальные, средние и максимальные толщины пленки в горизонтальном воздушном кольцевом течении (массовый расход воды — 0,064, воздуха — 0,051 кг/с)

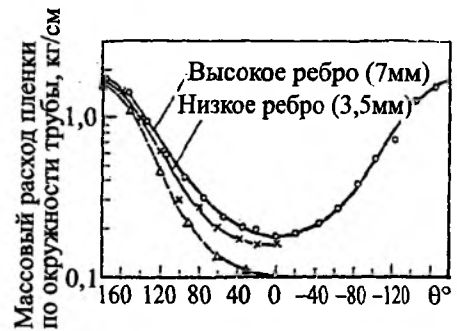


Рис. 1.38. Изменение массового расхода пленки по окружности трубы и в горизонтальном кольцевом воздушном потоке. Массовый расход воды равен 0,064, воздуха — 0,051 кг/с. Штриховая кривая — расчет по измеренным значениям толщины пленки

асимметрично распределяется у поверхности трубопровода с большей толщиной и более высокой скоростью в нижней части трубопровода. Неравномерность распределения можно иллюстрировать результатами, показанными на рис. 1.36...1.38.

Толщина пленки измерялась с помощью аппаратуры, которая дает вероятность распределения контакта с пленкой в зависимости от расстояния стенки. На рис. 1.37 приведены данные, нанесенные для минимальной толщины пленки, средней толщины и высоты волн (максимальная толщина пленки) в зависимости от угла  $\theta$ .

Это различие в толщине пленок отражается на их скоростях (рис. 1.38).

## 2. Теплообмен при пленочной конденсации в горизонтальных трубах

При течении парожидкостной смеси в трубопроводе, когда  $t_0 < t''$ , и локальном массовом паросодержании  $\chi$  касательные напряжения на внутренней поверхности трубопроводов будут равны

$$\tau_0 = -\frac{d}{4} \cdot \frac{dp}{dz}, \quad (1.144)$$

где  $d$  – внутренний диаметр трубопровода;  $z$  – координата, направленная по оси трубопровода и совпадающая с направлением течения.

В этом случае локальный коэффициент теплоотдачи может быть рассчитан

$$\frac{\alpha_z d}{\lambda} = 2 \left[ \int_0^1 \frac{d\xi}{1 + \frac{Pr \cdot \mu_m}{\mu}} \right]^{-1}, \quad (1.145)$$

где  $\phi$  – доля сечения, занятая паром;  $\xi = d/d_0$  (здесь  $d$  – текущий диаметр;  $d_0$  – внутренний диаметр трубопровода).

Полагая, как и при решении задачи для однородного потока в трубопроводе,

$\mu_m = 0,4\rho\sqrt{g \cdot \delta \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)} \cdot \nu\xi$  и разбивая поток на ламинарный подслой и турбулентное ядро, можно получить

$$Nu_z \approx \frac{0,4Re.}{\ln \left[ \frac{(1-\sqrt{\phi})}{11,6\sqrt{\phi}} \right] Re. + 4,65 Pr}, \quad (1.146)$$

где  $Re. = Pr \cdot Re.$  – число Пекле;  $Re. = \frac{w''d}{\nu}$ .

Известно, что

$$Re. \approx Re \left[ \frac{\lambda_{тр}}{2} \left( 1 + \frac{1 - \frac{\rho''}{\rho'}}{\frac{\rho''}{\rho'}} \chi \right) \right]^{0,5} \approx 1 - \left( 1 + \frac{1 - \frac{\rho''}{\rho'}}{\frac{\rho''}{\rho'}} \chi \right), \quad (1.147)$$

где  $\chi$  – массовое паросодержание потока в сечении трубопровода;  $\frac{\rho''}{\rho'} = \frac{\rho''}{\rho'}$  – относительная плотность пара.

Так как  $\phi$  входит в уравнение (1.146) как логарифмическая функция, поэтому корреляция между  $Nu$  и  $Re.$  при конденсации из парожидкостной смеси в трубопроводе аналогична корреляции при теплоотдаче к однородному потоку.

При  $x = 0$  известна интерполяционная зависимость для  $Nu_z$  (Е.П. Ананьев, Г.Н. Кружилин, Л.Д. Бойко<sup>1</sup>) в виде

$$Nu_z \approx 0,023 Pr^{0,4} Re^{0,8} \sqrt{1 + \left( \frac{\rho'}{\rho'' - 1} \right) \chi}, \quad (1.148)$$

где  $Re = \frac{4m}{\pi \mu d}$  (здесь  $m$  – массовый секундный расход смеси, кг/с). В интервале  $x_1 < x < x_2$  используется выражение

$$Nu \approx 0,011 Pr^{0,4} Re^{0,8} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\rho'}{\rho'' - 1} \right) \chi_1} + \sqrt{1 + \left( \frac{\rho'}{\rho'' - 1} \right) \chi_2} \right]. \quad (1.149)$$

## 1.7. Капельная конденсация

*Капельная конденсация наблюдается при условии, что когезия<sup>2</sup> конденсата больше адгезии<sup>3</sup> у теплообменной поверхности.* Например, в капельной форме конденсируется ртуть на нержавеющей стали.

*Капельная конденсация наблюдается в смеси некоторых паров. При конденсации водяного пара на чистых металлических поверхностях всегда имеет место пленочная конденсация.* Несмачиваемость металла достигается нанесением на его поверхность поверхностно-активных веществ – лиофобизаторов<sup>4</sup>, молекулы которых асимметрически построены из полярной и неполярной групп. При адсорбции таких молекул твердой поверхностью полярная группа направляется в сторону более полярной твердой фазы, неполярная

<sup>1</sup>Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. Изд. 5-е перераб. и доп. М.: Атомиздат, 1979.

<sup>2</sup>Когезия (от латинского *cohaesio* – связанный, соединенный) – сцепление друг с другом частей одного и того же тела (жидкого или твердого). Обусловлена химической связью и межмолекулярным взаимодействием. Сцепление разнородных тел называется адгезией.

<sup>3</sup>Адгезия (от латинского *adhaesio* – примыкание) – сцепление поверхностей разнородных тел. Благодаря адгезии возможны нанесение гальванических и лакокрасочных покрытий, склеивание, сварка и др., а также образование поверхностных пленок (например, оксидных).

<sup>4</sup>Лиофильность и лиофобность – понятия, качественно характеризующие взаимодействие поверхности твердого тела с жидкостью. Лиофильность означает хорошее (часто полное) смачивание, малое межфазное натяжение, устойчивость поверхностей к взаимному слипанию. Лиофобность – противоположное понятие.

*часть молекулы остается в менее полярной фазе (соприкасается с паром). Поверхностная активность возрастает с увеличением асимметрии адсорбируемой молекулы.*

Капельная конденсация происходит на плохо смачиваемых поверхностях, имеющих краевые углы больше  $90^\circ$  (табл. 1.3). Конденсация начинается на каплях (диаметр которых  $10^{-6}$  м), улавливаемых впадинами на поверхности ( $\approx 10^8 / \text{см}^2$ ) и образуется при переохлаждении поверхности ( $\approx$  на  $0,3^\circ \text{C}$ ). Капли увеличиваются в размерах при конденсации на них и при слиянии с соседними каплями, пока не становятся настолько большими, что отрываются, падают или уносятся от поверхности паром. **Конденсация происходит на каплях, но не на небольших участках между ними. Теплота передается через ряд термических сопротивлений; первым является слой неконденсирующего газа, окружающий каплю, вторым — сама капля; наконец, теплота передается через шейку в основании капли.** Если имеется толстый слой активатора, то теплота должна передаваться также и через него. При этом переохлаждение, необходимое для возникновения капельной конденсации, настолько мало, что его не учитывают.

При капельной конденсации большая часть поверхности не покрыта пленкой конденсат, поэтому коэффициент теплоотдачи выше, чем при пленочной конденсации. Капельная конденсация — процесс динамичный. Образование капель, их рост и эвакуация с поверхности происходят очень быстро. Зная коэффициент теплоотдачи для каждого вида конденсации, с помощью уравнения

$$Q = \bar{\alpha}(t'' - t_0)F = m \cdot r \quad (1.150)$$

можно оценить количество теплоты  $Q$ , выделяющейся при переходе пара в жидкое состояние. Практический интерес представляет также определение количества образующегося конденсата  $m$ . Решая уравнение 1.150 относительно  $F$ , можно рассчитать площадь поверхности теплообменного аппарата, которая обеспечивает образование заданного количества конденсата.

Коэффициенты теплоотдачи при капельной конденсации мало зависят от ориентации и характерного размера поверхности.

### 1.7.1. Теплоотдача при капельной конденсации

**Капельная конденсация возможна, когда имеет место неполная смачиваемость поверхности.** Большинство жидкостей (вода и др.) **смачивают металлы** при условии, что на поверхности и в жидкости отсутствуют различного рода включения.

Краевой угол смачивания  $\alpha$  (табл. 1.3) зависит от состояния поверхности. Для смещения капли на твердой поверхности необходимо усилие, соответствующее краевому углу смачивания. Как нам уже известно, капельная конденсация возможна при наличии на поверхности теплообмена гидрофобизаторов (активаторов). Минеральные масла способствуют кратковременной капельной конденсации. Масса гидрофобизатора должна быть достаточной для образования мономолекулярного слоя; ее избыток образует эмульсию с конденсатом. Шероховатость поверхности способствует пленочной конденсации. Некоторые гидрофобизаторы особенно активны при наличии в паре инертных газов. Хороший гидрофобизатор прочно удерживается металлами и является гидрофобной поверхностью по отношению к воде. Любое масло будет активатором капельной конденсации, однако в течение нескольких часов, дней — удаляется с конденсатом. Масло с серой удерживается металлами более прочно. Наиболее эффективный из них — соединение  $(\text{C}_{18}\text{H}_{37}\text{S})_4\text{Si}$ , разбавленное в однопроцентном растворе октановой кислоты.

На рис. 1.39 приведены некоторые данные по теплоотдаче малоподвижного или неподвижного насыщенного водного пара на вертикальной поверхности (высотой  $h$ ). Средний коэффициент теплоотдачи  $\alpha$ , отнесенный к среднему температурному напору, представлен как функция тепловой нагрузки.

Кривые (см. рис. 1.39, кроме 2 и 5) свидетельствуют о некоторой стабильности в широком интервале изменений тепловой нагрузки на поверхности. Кривая 5 характеризует влияние материала поверхности и гидрофобизатора. Результаты исследований с движущимся паром представлены на рис. 1.40. Каждая кривая характеризуется соответствующим значением скорости (на входе ( $w_{a1}$ ), средней по высоте ( $\bar{w}$ )).

Кривая	Материал поверхности	Гидрофобизаторы	Высота по вертикали $h$ , м	Давление пара, ата
1	Медь	Бензилмеркаптан	0,13	1,00
2	—//—	—//—	0,12	1,00
3	Хром	Олеиновая кислота	0,61	1,35
4	Медь	Бензилмеркаптан	1,86	1,00

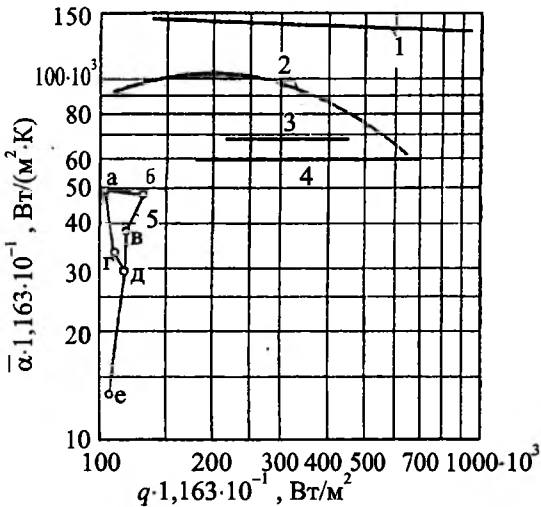


Рис. 1.39. Смачивание жидкостью поверхности: плоская стенка (а) и стенка трубки (в); несмачиваемые жидкостью поверхности: плоская стенка (б) и стенка трубопроводов (г)

Впервые механизм капельной конденсации исследовал Эйкен, наблюдавший, когда из адсорбированного (мономолекулярного) слоя конденсата образуются первые капли конденсата. Этот слой по отношению к каплям пересыщен, поэтому под влиянием поверхностной диффузии происходит непрерывное поступление конденсата к капле.

При низких температурах у основания капли Эммонс установил, что между каплями **возможно наличие слоя переохлажденного пара, поэтому интенсивность конденсации увеличивается вследствие вихреобразования**, развивающегося у основания капель, обусловленного уменьшением объема (рис.1.41).

Фатика и Катц рассматривают капельную конденсацию как процесс теплопроводности че-

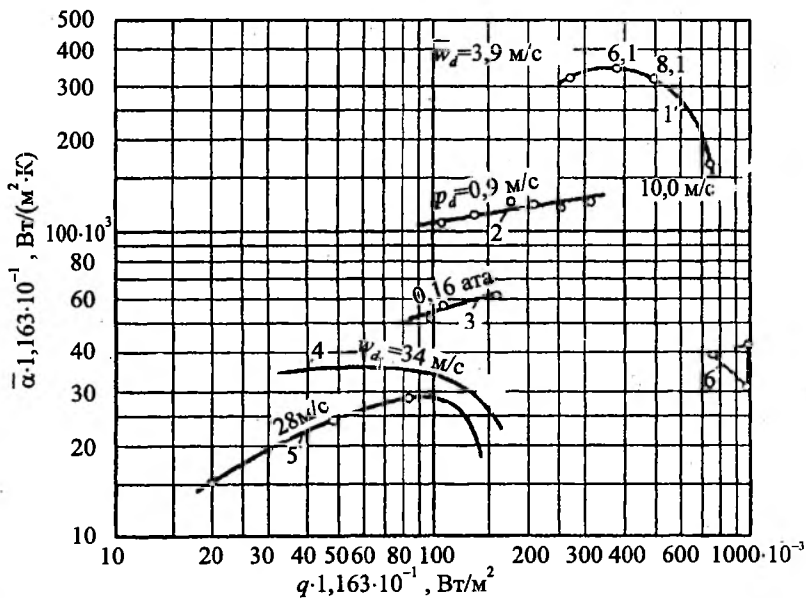


Рис. 1.40. Капельная конденсация движущегося насыщенного водяного пара на вертикальных стенках (высота —  $h$ ):  $w_d$  — средняя и  $w_{d1}$  — начальная (на входе) скорость пара;  $p_d$  — давление пара; 1 — по Ши — Крейзу;  $h = 0,12$  м;  $p = 1$  ата; 2 и 3 — по Гнаму;  $w_{d1} = 2,5 - 10$  м/с;  $h = 0,81$  м; 4 и 5 — по Кирибауму,  $h = 1,67$  м;  $p = 1$  ата; 6 — по Э. Шмидту — Шуригу — Зельшопту,  $h = 0,15$  м; течение пара в направлении, нормальном к стенке





Рис. 1.41. Картина капельной конденсации (по Эйкену)

рез капли. Считая, что элементы стенки, расположенные между каплями, как и поверхности капель, имеют температуру насыщения пара, а у основания капли устанавливается более низкая температура. Перенос теплоты при капельной конденсации иногда сводится к задаче о конвективном теплообмене, когда капля рассматривается как термический и гидродинамический начальный участок продольно омываемой стенки.

Многие гипотезы основаны на том, что значительная часть конденсата образуется у основания капли. Тогда поверхность стенки в среднем составляет 45 % площади, тогда как Хэмпсон для вертикальной поверхности получил для верхней области — 46 %, средней — 38 %, нижней — 50 %.

Средний коэффициент теплоотдачи при капельной конденсации неподвижного пара можно рассчитать

$$\overline{Nu} = 3,2 \cdot 10^{-4} (Re')^{-0,84} \times \left[ \frac{\xi \sigma^2 d (t'' - t_0)}{2 \rho' (v')^2} \right]^{1,16} \cdot (Pr')^{0,333}, \quad (1.151)$$

где  $\xi = \frac{d}{d_0}$  — текущий диаметр цилиндра;  $d$  — диаметр капли.

Если  $Re' = 3,3 \dots 1,8 \cdot 10^2$ , тогда среднее число Нуссельта можно найти из выражения

$$\overline{Nu} = 5 \cdot 10^{-6} (Re')^{-1,57} \times \left[ \frac{\xi \sigma d (t'' - t_0)}{2 \rho' (v')^2} \right]^{1,16} \cdot (Pr')^{0,333}, \quad (1.152)$$

где  $Nu = \frac{\bar{\alpha} d}{2 \lambda'} = \frac{\bar{\alpha} \cdot 4 \sigma t''}{\lambda' d \rho' (t'' - t_0)}$ ;  $Re' = \frac{w d}{2 v'} = \frac{\lambda' (t'' - t_0)}{v' \rho'}$ .

Теплофизические параметры конденсата выбираются из таблиц по температуре насыщения.

Из (1.151) и (1.152) следует, что при любых температурных напорах  $\alpha$  возрастает с увеличением  $\Delta t^{0,16}$ , а при больших  $\Delta t$  падает пропорцио-

нально  $\Delta t^{-0,57}$ . Изменение такой закономерности наблюдается при  $\overline{Re} \approx 3,3 \cdot 10^3$ . В области  $Re' > 3,3 \cdot 10^3$  скорость конденсации определяется пересыщением пара. С увеличением  $\Delta t$  интенсивность конденсации растет.

При  $Re' > 3,3 \cdot 10^3$  решающее влияние на процесс конденсации оказывает термическое сопротивление конденсата, и скорость конденсации определяется пересыщением пара.

### 1.7.2. Интенсификация теплоотдачи при капельной конденсации

Капельную конденсацию можно рассматривать как один из методов интенсификации, так как при конденсации в обычных условиях на твердой холодной поверхности **всегда образуется пленка** (слой) жидкости с низкой теплопроводностью (пленочная конденсация). В отличие от пленочной, коэффициент теплоотдачи, как уже отмечалось, при капельной конденсации мало зависит от размеров и ориентации твердой поверхности, на которой она происходит.

Грифитсом П. (давления близкие к атмосферному) для расчета теплоотдачи при капельной конденсации была предложена формула

$$\alpha = 51104 + 2044t'', \text{ если } 20^\circ\text{C} < t'' < 100^\circ\text{C}$$

при  $t'' > 100^\circ\text{C}$ ,  $\alpha = 25551 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$ .

Средние коэффициенты теплоотдачи при пленочной конденсации пара на горизонтальных трубопроводах можно увеличить на 20 %, определенным образом размещая полосы тефлона или другого несмачиваемого материала на поверхности. При этом на занятой покрытием поверхности будет происходить капельная конденсация (Glicksman L.R., Mikic B.V., Snow D.F.).

Шероховатые поверхности способствуют увеличению теплообмена вследствие турбулизации пленки. Коэффициент теплоотдачи для пара, конденсирующегося на внешней поверхности вертикального трубопровода, можно уве-



Рис. 1.42. Профиль поверхности конденсации, предложенный Грегориго

личить посредством насечки поверхности (рис.1.42) (Nicol A.A., Medwell I.O.).

Развитие поверхностей теплообмена осуществляют при использовании подвижно закрепленных проволок, профилированием поверхности, применением сплошных ребер. Управление потоком с помощью поверхностного натяжения и отсоса конденсата возможно для многих способов развития поверхности. Поверхности, имеющие вертикально расположенные проволоки, способствуют увеличению коэффициентов теплоотдачи до 800 % (Thomas D.G.). Конденсат взаимодействует с поверхностями проволок, поэтому превалирует эффективная конденсация в тонкой пленке на большей части поверхности. При этом рост теплоотдачи ограничивается затоплением поверхности.

Поверхности трубопроводов профилируют с целью использования эффекта Грегориго, когда конденсация происходит преимущественно на вершинах выпуклых гребней (см. рис. 1.42). Затем под действием сил поверхностного натяжения конденсат перемещается в вогнутые канавки и отводится. При этом средний коэффициент теплоотдачи выше, чем при постоянной толщине пленки.

В методах с применением профилированных поверхностей, например, в испарителях, при обессоливании воды, для некоторых типов труб теплоотдача увеличивалась более чем на 200 % (Thomas D.G., Rothfus R.R., Lavi G.H.). Горизонтальные трубопроводы могут быть профилированными (например, в установках для обессоливания), с накаткой или с волнистой поверхностью (Newson J.H.). Средние коэффициенты теплоотдачи при конденсации для оребренных труб выше, чем у гладких такого же диаметра. Известны характеристики для поверхностей с трехмерными ребрами (Webb R.L., Gee D.L.).

Поверхность трубопровода, реализованная в промышленности, показана на рис.1.43, а ее характеристики — на рис. 1.44.

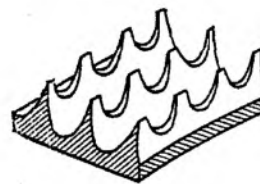


Рис.1.43. Отформованная и механически обработанная поверхность конденсации

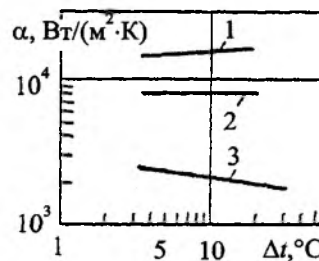


Рис.1.44. Сравнение характеристик труб конденсатора для хладона-113:  
1 — труба THERMOEXCEL-C; 2 — труба с низкими ребрами; 3 — гладкая труба

Известны методы, основанные на использовании эффектов вращающихся цилиндров, дисков, трубопроводов с квадратным сечением, вибрации горизонтальных труб, удаления отсосом пленки конденсата у поверхностей неконденсирующихся компонентов на границе раздела фаз; использования электрического и магнитного полей, приложенных к вертикальным и наклонным поверхностям и т.д. Информация относится к ситуациям, когда имеется внешнее влияние, например, вибрируемому оборудованию<sup>1</sup>.

Теплоперенос при конденсации пара зависит от состояния поверхности. Увеличение ее шероховатости увеличивает коэффициент трения пленки. Поэтому ее толщина увеличивается, а теплоотдача уменьшается приблизительно на 30 %. Аналогичное гидродинамическое влияние на теплообмен оказывают окислы у поверхности теплообмена.

Многие записанные ранее уравнения получены для случая конденсации насыщенных па-

<sup>1</sup> Справочник по теплообменникам/ пер. с англ. Петухова Б.С., Жиковой В.П. М.: Энергоатомиздат, 1987. Т.1.

ров, но они применимы и при конденсации перегретых паров. Для этого необходимо учитывать теплоту перегрева, которая равна  $q_n = c(t - t'')$ . В расчетные формулы следует подставить  $r' = r + q_n$ , где  $t$  — температура перегретого пара,  $t''$  — температура насыщения,  $c$  — удельная теплоемкость перегретого пара;  $q_n$  — теплота перегрева. При конденсации перегретого пара  $r' > r$  и коэффициент теплоотдачи увеличивается на 2...3 %.

Присутствие в паре неконденсирующихся газов (воздуха и т.д.) приводит к снижению теплоотдачи, потому что газы и пары, поступающие к поверхности, охлаждаются, образуя газовый слой с большим дополнительным термическим сопротивлением, и затрудняет доступ пара к поверхности теплообмена. Например, при наличии в паре 1 % воздуха коэффициент теплоотдачи уменьшается на 60 %. Для вынужденного потока влияние содержания воздуха снижается. В промышленных конденсаторах используют специальные воздухоотделители и воздушные насосы для удаления воздуха. Расположение одиночных трубопроводов в теплообменных устройствах оказывает также влияние на интенсивность теплообмена. Так, для одиночных цилиндров теплоотдача на горизонтальных поверхностях трубопроводов больше, чем на вертикальных, что справедливо для одного цилиндра или цилиндров верхних рядов пучка. В пучках трубопроводов конденсат с поверхностей верхних рядов поступает на нижние, поэтому на поверхностях нижних рядов цилиндров толщина пленки конденсата больше, а, следовательно, коэффициент теплоотдачи меньше. У вертикальных цилиндров коэффициент теплоотдачи уменьшается при стоке пара к нижней кромке вследствие увеличения толщины пленки. Для увеличения теплоотдачи у поверхности цилиндра устанавливаются конденсатоотводные устройства, которые приводят к увеличению коэффициента теплоотдачи в 2...3 раза.

Влияние поверхностного натяжения на процесс пленочной конденсации мало. При конденсации на вертикальных поверхностях изменение поверхностного натяжения влияет на толщину пленки в области ламинарного течения вследствие образования капиллярных волн. При конденсации на поверхностях горизонтальных трубопроводов наблюдается перемещение конденсата от нижней образующей не сплошной

струей, а каплями — результат влияния поверхностного натяжения.

Известно, что в цилиндрах с шероховатыми внутренними поверхностями теплообмен увеличивается, например, если внутренняя поверхность имеет повторяющуюся шероховатость, коэффициенты теплоотдачи для хладона-113 (рис. 1.45) увеличивались более чем на 100 % по сравнению с обычными значениями. В цилиндрах с внутренним оребрением в горизонтальных испарителях на этилене коэффициент теплоотдачи увеличился в 4 раза. При конденсации хладона-12 в горизонтально расположенных цилиндрах с внутренним оребрением теплоотдача может возрасти на 200 %.

Установлено увеличение коэффициента теплоотдачи при полной конденсации пара в цилиндрах с прямыми или спиральными ребрами до 150 %. Аналогичные результаты получены для хладона-113 (см. рис. 1.45).

На теплообмен при конденсации оказывает влияние влажность конденсируемого пара. Часть влаги будет выпадать из влажного пара с конденсатом на поверхности теплообмена. Масса влаги, поступающая на поверхность пленки конденсата, равна влагосодержанию пара. Количество теплоты, поступающей на поверхность одного килограмма конденсата (включая влагу пара), равно  $r$ , где

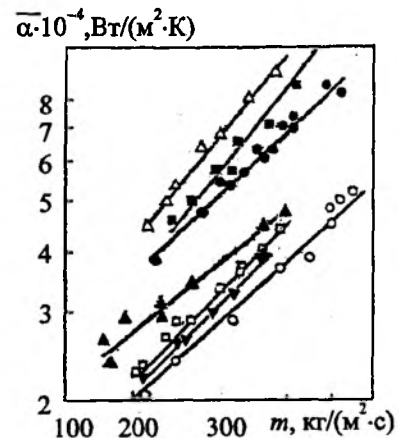


Рис. 1.45. Интенсификация конденсации в трубе с помощью ребер и вставок со скрученной лентой для хладона — 113:  $d$  — труба гладкая,  $d = 13,8$  мм;  $W$  — со скрученной лентой, шаг 91 мм,  $d = 13,8$  мм;  $\Delta$  — с ребрами,  $d = 14,7$  мм, 32 ребра высотой 0,599 мм, шаг 610 мм;  $W$  — с ребрами,  $d = 11,8$  мм, 6 ребер высотой 1,735 мм, шаг 343 мм;  $\nabla$  — со скрученной лентой,  $d = 13,8$  мм, с ребрами,  $d = 14$  мм, 16 ребер высотой 1,448 мм, шаг 560 мм

$$(1 - \chi) < \varphi < 1, \quad (1.152)$$

здесь  $\chi$  — влажность пара;  $\varphi$  — относительное переохлаждение конденсата,

$$\varphi = \frac{t - t_0}{t'' - t_0}.$$

Следовательно, если для сухого насыщенного пара имеется зависимость  $\alpha(r)$ , то для влажного пара при идентичных условиях

$$1 > \frac{\alpha}{\alpha_0} > \frac{\alpha[r(1 - \chi)]}{\alpha(r)}, \quad (1.153)$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи при влажности пара, равной  $\chi$ ;  $\alpha_0$  — то же, но при  $\chi = 0$ .

Из (1.153) следует, что при ламинарном течении пленки конденсата влажность пара уменьшает теплоотдачу, а при турбулентном течении увеличивает. При этом такое влияние не велико, например, для ламинарного течения, согласно (1.153)

$$1 > \frac{\alpha}{\alpha_0} > \sqrt[4]{1 - \chi}.$$

Если  $\chi = 10\%$ , величина  $\frac{\alpha}{\alpha_0}$  равна 1...0,975.

Процесс конденсации перегретого пара происходит при наличии поверхности с температурой ниже температуры насыщения. При конденсации перегретого пара тепловой поток на поверхности раздела фаз равен

$$-\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial y} \right) = (r + c'' \cdot \Delta t)m + q_2, \quad (1.154)$$

где  $m$  — массовый поток конденсата в единицу времени;  $q_2 = \alpha_2 \cdot \Delta t$  — теплота, подводимая к пленке конденсата за счет конвективной теплоотдачи от неконденсированной доли перегретого пара. Изменение коэффициента теплоотдачи вследствие перегрева определится формулой

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} \approx \frac{\alpha \left( \frac{r + c'' \Delta t}{1 - \beta} \right)}{\alpha(r)}, \quad (1.155)$$

где  $\beta = \frac{q_2}{q}$ .

При ламинарном течении пленки конденсата известно выражение

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} \approx \sqrt{\frac{1 + \frac{c'' \Delta t}{r}}{1 - \beta}}. \quad (1.156)$$

## 1.8. Конденсация в трубных пучках

### 1.8.1. Теплообмен при конденсации на наружной поверхности горизонтальных трубных пучков, обтекаемых потоком пара сверху вниз

Теплообмен при конденсации паров в горизонтальных трубных пучках соответствует двум задачам:

— *конденсирующийся пар движется в трубопроводах пучка и конденсация происходит на их внутренних поверхностях за счет отвода теплоты к более холодной жидкости, движущейся в межтрубном пространстве (паровые подогреватели и т.д.);*

— *более холодная жидкость перемещается в трубах горизонтального пучка, а конденсация паров в межтрубном пространстве происходит на наружной поверхности труб (конденсаторы паровых турбин и др.).*

В первом случае теплоотдача характерна при движении конденсирующегося пара в горизонтальном трубопроводе, а во втором — обтекания паром внешней поверхности трубопровода.

Если в первом случае условия конденсации на поверхности каждой из труб пучка были примерно одинаковые, то при обтекании паром внешней поверхности труб пучка условия конденсации будут разными (теплоотдача верхних труб пучка будет выше теплоотдачи нижних).

Горизонтальный трубный пучок, обтекаемый поперечным потоком пара (сверху вниз) состоит из  $n$ -числа цилиндрических трубопроводов, расположенных по вертикали (рис. 1.46).

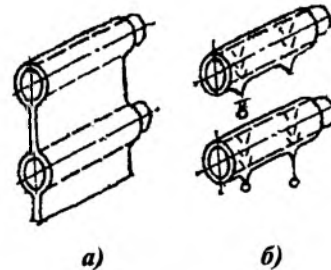


Рис. 1.46. Конденсация на горизонтальных трубах: а — упрощенная схема; б — реальная картина

При этом толщина пленки конденсата на нижних трубах будет больше, чем на верхних (см. рис. 1.46), поэтому коэффициент теплоотдачи у поверхности ниже расположенных трубопроводов уменьшается.

Среднее значение коэффициента теплоотдачи для  $n$  цилиндров может быть выражено соотношением

$$\frac{\bar{\alpha}_n}{\alpha_1} = n^{-0,25}, \quad (1.157)$$

где  $\alpha_1$  — коэффициент теплоотдачи у внешней поверхности верхнего цилиндра.

Для горизонтального пучка у верхнего ряда (1-го), включающего  $n$ -труб, среднее значение коэффициента теплоотдачи можно рассчитать, используя выражение

$$\bar{\alpha}_1 = 25,7 \bar{\alpha}_n \left[ \frac{\rho''(w'')^2}{\rho'gd} \right]^{0,08} \cdot \left( \frac{\bar{\alpha}_n d}{\lambda'} \right)^{-0,5}, \quad (1.158)$$

где  $\bar{\alpha}_n$  — средний коэффициент теплоотдачи при конденсации неподвижного пара у наружной поверхности горизонтальной трубы:

$$\bar{\alpha}_n = 0,725 \left[ \frac{rg(\lambda')^3 \cdot (\rho' - \rho'')}{d \cdot w''(t'' - t_0)} \right]^{0,25} \cdot \varepsilon_t;$$

$\rho', \rho''$  — плотность конденсата и пар, при температуре  $t''$ ;  $\lambda'$  — коэффициент теплопроводности конденсата при температуре  $t''$ ;  $w''$  — скорость пара в минимальном сечении горизонтального ряда цилиндров;  $d$  — наружный диаметр труб;

$\varepsilon_t = \left[ \left( \frac{\lambda'}{\lambda''} \right)^3 \cdot \frac{\mu''}{\mu'} \right]^{0,125}$  — коррекция на нестационарность физических характеристик конденсата (здесь  $\lambda', \mu'$  — коэффициенты теплопроводности и вязкости конденсата, которые определяются по температуре насыщения).

Формула (1.158) справедлива для водяного пара, когда  $\Delta t = t'' - t_0 = 0,6 \dots 12$  °С, давление —  $0,032 \cdot 10^5 \dots 0,89 \cdot 10^5$  Па, число Рейнольдса  $Re'' = 46 \dots 864$ , объемное содержание воздуха в паре — до 0,017 %.

При расчете теплообмена в пучках трубопроводов существенны следующие характеристики, начиная со 2-го ряда:

а) масса пара, сконденсировавшегося на 1 м поверхности длины горизонтального цилиндра первого ряда в секунду, равна

$$m'_1 = \alpha_1 (t'' - t_0) \frac{\pi d}{r}, \quad (1.159)$$

где  $r$  — теплота парообразования при  $t''$ ;

б) масса пара, сконденсировавшегося на одном погонном метре длины поверхности цилиндра второго ряда, в секунду:

$$m'_2 = m''_1 - m'_1; \quad (1.160)$$

в) скорости пара  $w_2$  у фронтальной поверхности цилиндров второго ряда с учетом частичной конденсации пара на трубопроводах первого ряда и равенстве площадей поверхности теплоотдачи всех рядов пучка

$$w'_2 = w'_1 \cdot \frac{m''_2}{m''_1}; \quad (1.161)$$

г) коэффициент теплоотдачи  $\bar{\alpha}_2$  у поверхности цилиндров второго ряда:

$$\bar{\alpha}_2 = \bar{\alpha}_1 \left( \frac{w_2}{w_1} \right)^{0,16}; \quad (1.162)$$

д) масса пара  $m'_2$ , сконденсировавшегося на поверхности цилиндра, длиной 1 м второго ряда в секунду

$$m'_2 = m'_1 \frac{\bar{\alpha}_2}{\alpha_1}; \quad (1.163)$$

ж) коррекция на изменение теплоотдачи вследствие потока конденсата сверху вниз для последующего ряда

$$\varepsilon_1 = \left( \frac{m'_i}{\sum_{i=1}^n m'_i} \right)^{0,07}, \quad (1.164)$$

где  $\sum_{i=1}^n m'_i$  — суммарная масса конденсата у всех поверхностей трубопроводов;  $m'_i$  — масса конденсата у поверхности трубопровода  $i$ -го ряда;  $n$  — число рядов трубопроводов по высоте коридорного пучка или половина рядов трубопроводов шахматного пучка, например, коррекция для трубопроводов второго ряда равна (рис. 1.47 и 1.48)

$$\varepsilon_2 = \left[ \frac{m'_2}{(m'_1 + m'_2)} \right]^{0,07};$$

з) действительный коэффициент теплоотдачи у поверхности цилиндра второго ряда

$$\alpha_{n,2} = \alpha_2 \cdot \varepsilon_2. \quad (1.165)$$

Для остальных рядов пучка расчет выполняется аналогичным образом.

Средний коэффициент теплоотдачи пучка трубопроводов может быть рассчитан из выражения

$$\bar{\alpha}_{ny} = \frac{1}{F} \sum_{i=1}^n \bar{\alpha}_{n,i} \cdot F_i, \quad (1.166)$$



Рис. 1.47. Наиболее распространенная схема размещения труб в трубном пучке теплообменника



Рис. 1.48. Пленочная конденсация на трех трубах при расположении по схеме Жинабо

где  $F$  — общая площадь поверхности трубного пучка;  $F_i$  — площадь поверхности  $i$ -го ряда труб.

При равенстве поверхностей теплообмена всех рядов цилиндров средний коэффициент теплоотдачи пучка равен

$$\bar{\alpha}_{\text{пуч}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_{\text{д},i}$$

На рис. 1.47. и 1.48 показаны наиболее известные схемы размещения труб в трубных пучках теплообменников.

Установлено, что для пучков горизонтальных гладких трубопроводов из уравнения Нуссельта получаются заниженные по сравнению с экспериментальными данными коэффициенты теплоотдачи. Сравнение интенсивности теплоотдачи при конденсации на внешних поверхностях гладких трубопроводов и трубопроводов с радиальными низкими ребрами в межтрубном пространстве горизонтальных конденсаторов привело к пересмотру теории теплообмена при малых касательных напряжениях на границе раздела фаз. Существенное значение имеет критерий, характеризующий отклонение от ламинарного режима течения конденсата при его течения на нижерасположенный горизонтальный

трубопровод, а также средняя теоретическая нагрузка трубопровода по конденсату в их пучках.

Трубопроводы с низкими радиальными ребрами имеют по торцам ребер тот же наружный диаметр, что и обычные. У гладких трубопроводов внешняя поверхность пропорциональна внешнему диаметру. Поверхность теплообмена и расход конденсата у трубок с низкими ребрами в первую очередь зависят от геометрических характеристик ребер, что может обуславливать интенсивные стоки конденсата, а следовательно, и очень высокие коэффициенты теплоотдачи.

Уравнение, предложенное Нуссельтом для расчета  $\alpha$  при конденсации для любого горизонтального ряда в трубном пучке  $n$ -ряда имеет вид

$$\alpha = \alpha_1 [n^{0,75} - (n-1)^{0,75}], \quad (1.167)$$

где  $\alpha_1$  — коэффициент теплоотдачи при конденсации на внешней поверхности одиночного цилиндра.

Уравнение (1.167) справедливо, если разность температур пара и поверхности трубопровода постоянна, движение конденсата — ламинарное; конденсат стекает в виде неразрывной плоской струи, не оказывая возмущающего воздействия на пленку конденсата на поверхности нижерасположенного трубопровода.

Для пучков круглых гладких трубопроводов предложена поправка<sup>1</sup>, учитывающая, что режим течения конденсата отличается от ламинарного. В этом случае средний коэффициент теплоотдачи пучка из  $n$  рядов трубопроводов может быть найден

$$\bar{\alpha} = 1,5 \cdot \frac{[(\lambda')^3 \cdot (\rho')^2 \cdot \frac{g}{(\mu')^2}]^{0,333}}{\left[\left(\frac{4j'}{l \cdot n}\right)^{0,65}\right]^{0,333}}, \quad (1.168)$$

где  $l$  — длина трубопровода, м;  $j'$  — нагрузка трубопровода по конденсату, определяется по среднему значению при ламинарном течении.

Akers W.W., Deans H.A., Grosser O.K. отмечают, что путем увеличения касательного напряжения на границе раздела фаз при конденсации на внешних поверхностях горизонтальных трубопроводов, где конденсат отводится почти с той же скоростью, с какой он образуется, коэффициент теплоотдачи может быть **увеличен приблизительно в 10 раз**.

<sup>1</sup> Kern D.O., Kraus A. Развитие поверхности теплообмена. М., 1997.

Иногда рассматривается вопрос об эффективности конденсации вертикальных конденсаторов, хотя почти все крупные конденсаторы, в которых конденсация происходит у внешних поверхностей трубопроводов, устанавливаются горизонтально. Следует также выразить сомнения, что не все условия, накладываемые предположениями Нуссельта, достигаются на практике. В промышленных конденсаторах — ускорителях, для которых характерны длинные вертикальные трубопроводы и высокие скорости пара, эти условия обычно нарушаются. В них силы вязкости пара в сочетании с турбулентным течением конденсата могут привести к значительному превышению по сравнению с расчетными.

### Примеры решения задач к главе 1

#### Пример 1.1

**Дано:** определить массу конденсата, образующегося в единицу времени на поверхности горизонтального трубопровода, внешний диаметр которого 1,5 м, если известно, что давление сухого насыщенного пара на входе и выходе 0,6 МПа, а температура внешней поверхности трубопровода равна 74 °С.

**Решение.** Средний коэффициент теплоотдачи у внешней поверхности горизонтально расположенного трубопровода определяется по формуле

$$\bar{\alpha} = 0,7254 \sqrt{\frac{rg \cdot (\rho')^3 \cdot (\lambda')^3}{\mu'(t'' - t_0)d}}$$

По давлению определяется температура сухого насыщенного пара, которая равна 112 °С, скрытая теплота парообразования —  $r = 2224,1$  кДж/кг.

Средняя температура пленки конденсата

$$t' = \frac{t_0 + t''}{2} = \frac{74 - 112}{2} = 93 \text{ °С.}$$

По этой температуре из таблиц теплофизических характеристик воды и водяного пара находим:  $\lambda' = 68,09 \cdot 10^{-2}$  Вт/мК;  $\rho' = 962,83$  кг/м<sup>3</sup>;  $\mu' = 305,18 \cdot 10^{-6}$  Па · с.

Тогда

$$\bar{\alpha} = 0,7254 \sqrt{\frac{2224,1^{10} \cdot 9,81 \cdot 962,83^3 \cdot (69,09 \cdot 10^{-2})^3}{305,18 \cdot 10^{-6} (112 - 74) \cdot 0,04}} = 7745,5 \text{ Вт/(м}^2\text{К)}.$$

Количество теплоты, переданное от пара внешней поверхности трубопровода, равно

$$Q = \bar{\alpha} F (t'' - t_0) = \bar{\alpha} \pi d \lambda (t'' - t_0) = 7745,5 \cdot 3,14 \cdot 0,041 \cdot 1,5 \cdot (112 - 74) = 56837,9 \text{ Вт.}$$

Количество пара, конденсирующегося на поверхности трубопровода:

$$m = \frac{Q}{r} = \frac{56837,9}{2224,1 \cdot 10^3} = 0,026 \text{ кг/с.}$$

#### Пример 1.2

**Дано:** определить количество теплоты, получаемое внутренней поверхностью вертикального трубопровода высотой  $h = 8$  м в единицу времени от конденсирующегося водяного пара, если известно следующее: внутренний диаметр трубопровода — 0,04 м, температура пара  $t'' = 100$  °С, температура поверхности  $t_0 = 80$  °С, расход конденсата  $m = 2,18$  кг/ч, направление потока пара совпадает с направлением потока конденсата запишется

Количество теплоты запишется

$$Q = \alpha \cdot F (t'' - t_0) = \alpha \pi d h (t'' - t_0),$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи при вынужденном движении пара в вертикально расположенном трубопроводе.

Определяем скорость движения пленки конденсата из формулы

$$m' = w' \frac{\pi d^2}{4} \rho'.$$

Средняя температура пленки конденсата равна

$$t' = \frac{t'' + t_0}{2} = \frac{100 + 80}{2} = 90 \text{ °С,}$$

по которой из таблицы теплофизических характеристик воды имеем:

$\nu' = 0,365 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,  $\rho' = 965,3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_r' = 1,97$ ,  $\mu' = 314,9 \cdot 10^{-6}$  Па · с, а по  $t'' = 100$  °С для пара находим  $\rho'' = 0,0244$  кг/м<sup>3</sup>.

Находим скорость движения пленки конденсата:

$$w' = \frac{4m'}{\pi d^2 \rho'} = \frac{4 \cdot 2,18}{3,14 \cdot 0,04^2 \cdot 965,3 \cdot 3600} = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса для пленки конденсата:

$$Re' = \frac{w'd}{\nu'} = \frac{5,0 \cdot 10^{-4} \cdot 0,04}{0,365 \cdot 10^{-6}} = 54,8.$$

Так как  $Re' > 40$ , считаем движение пленки конденсата ламинарным и используем для расчета  $\alpha$  формулу (1.137)

$$\alpha = 0,8 (Re')^{-0,22} \cdot \left[ \frac{(\mu')^2}{\rho'(\rho' - \rho'')g} \right]^{-0,333};$$

$$\alpha = 0,8(54,8)^{-0,22} \times \left[ \frac{(314,9 \cdot 10^{-6})^2}{965,3 \cdot (965,3 - 0,0244) \cdot 9,81} \right]^{-0,333} = 14837 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К}).$$

### Пример 1.3

**Дано:** рассчитать средний коэффициент теплоотдачи при конденсации сухого насыщенного пара на внешней поверхности горизонтального коридорного пучка, состоящего из 14 рядов трубопроводов по высоте. Наружный диаметр трубопроводов 0,016 м. Температура пара 45,5 °С, направление потока — сверху вниз, скорость потока у поверхности 1-го ряда  $w_1 = 35 \text{ м}/\text{с}$ , температура поверхности всех трубопроводов 35 °С.

**Решение.** Средний коэффициент теплоотдачи для  $n$  труб трубного пучка находится из выражения (1.157)

$$\alpha_n = \alpha_1 \cdot n^{-0,25},$$

где  $\alpha_n$  — коэффициент теплоотдачи у внешней поверхности 1-го ряда (находится из формулы (1.158)),

$$\alpha_1 = 25,7 \bar{\alpha}_n \left[ \frac{\rho''(w'')^2}{\rho' g d} \right]^{0,08} \cdot \left( \frac{\bar{\alpha}_n d}{\lambda'} \right),$$

где  $\bar{\alpha}_n$  — средний коэффициент теплоотдачи при конденсации неподвижного пара у наружной поверхности горизонтального трубопровода,

$$\alpha_n = 0,725 \left[ \frac{r g (\lambda')^3 (\rho' - \rho'')}{d \nu' (t'' - t_0)} \right]^{0,25} \cdot \varepsilon_t,$$

По средней температуре пленки конденсата,

$$\text{равной } t' = \frac{t'' + t_0}{2} = \frac{45,5 + 35}{2} = 40,3 \text{ °С, и температу}$$

ратуре пара из таблиц теплофизических свойств определяем:

$$\begin{aligned} \lambda' &= 0,62 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}), \nu' = 0,65 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}, \\ r &= 2405 \cdot 10^3 \text{ Дж}/\text{кг}, \rho'' = 0,067 \text{ кг}/\text{м}^3, \\ \rho' &= 990,8 \text{ кг}/\text{м}^3, \lambda' = 0,62 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}), \\ \lambda'' &= 0,63 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}), \mu' = 653,3 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}, \\ \mu'' &= 596,2 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}. \end{aligned}$$

Коррекция на нестационарность теплофизических характеристик конденсата равна

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= \left[ \left( \frac{\lambda'}{\lambda''} \right) \cdot \frac{\mu''}{\mu'} \right]^{0,125} = \left[ \left( \frac{0,62}{0,63} \right)^3 \frac{596,2 \cdot 10^{-6}}{653,3 \cdot 10^{-6}} \right]^{0,125} = \\ &= (0,984^3 \cdot 0,91)^{0,125} = (0,925 \cdot 0,91)^{0,125} = \\ &= (0,892)^{0,125} = 0,986. \end{aligned}$$

Имеем

$$\alpha_n = 0,725 \left[ \frac{2405 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 0,62^3 (990,8 - 0,067)}{0,016 \cdot 0,65 \cdot 10^{-6} (45,5 - 35)} \right]^{0,25} \times 0,986 = 10743 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К}).$$

Среднее значение  $\alpha$  для 14 трубопроводов равно

$$\bar{\alpha} = 10743 \cdot 14^{-0,25} = 5553,8 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К}).$$

### Литература к главе 1

Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979.

Михеев М.А. Основы теплопередачи. М. — Л.: ГЭИ, 1956.

Справочник по теплообменникам. В 2-х т. Т.1 / пер. с англ.; под ред. Б.С. Петухова, В.К. Шикова. М.: Энергоатомиздат, 1987.

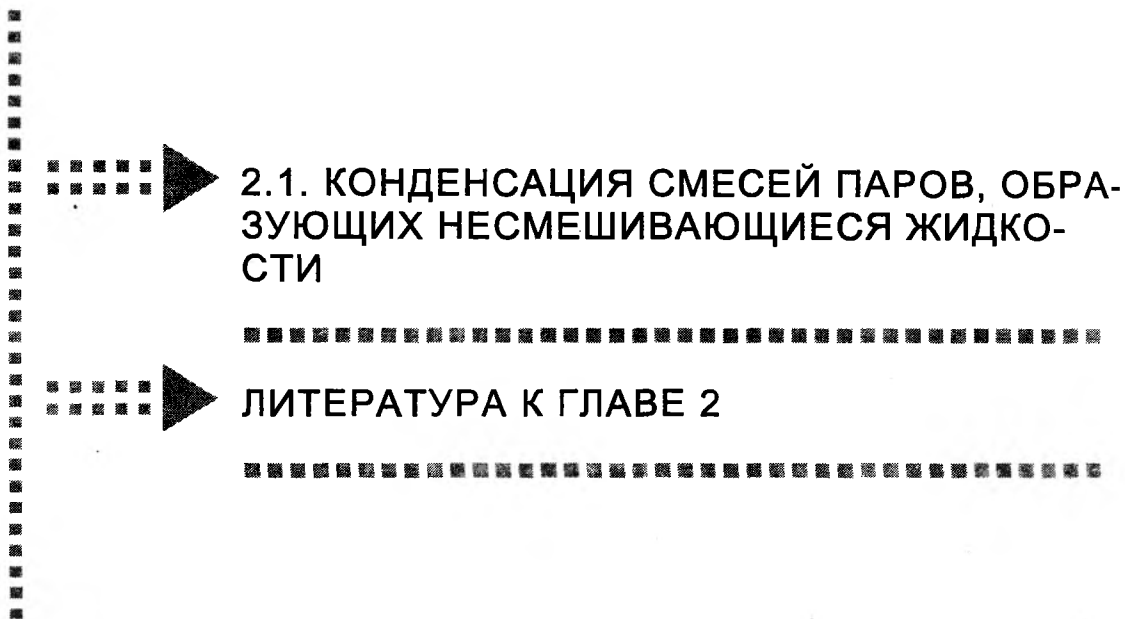
Справочник по теплообменникам. В 2-х т. Т.2 / пер. с англ.; под ред. О.Г. Мартыненко, А.А. Михалевича, В.К. Шикова. М.: Энергоатомиздат, 1987.

Теплотехника/ под. ред. В.Н. Луканина. М.: Высшая школа, 2000.

Уонг Я. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров. Справочник. М.: Атомиздат, 1979.



## **Глава 2. Теплоотдача при конденсации неоднородной (бинарной) жидкости**



**Chapter 2. Convective heat exchange at  
condensation of non-homogeneous (binary) liquid**

## Глава 2. Теплоотдача при конденсации неоднородной (бинарной) жидкости

Конденсация смеси отличается от конденсации однокомпонентного пара тем, что температура, при которой происходит конденсация, изменяется на поверхности теплообмена и происходит одновременный перенос массы и теплоты.

Из рис. 2.1 показана кривая равновесной конденсации пара в присутствии неконденсирующего газа, где  $h_{m,1}, h_{m,2}$  — средняя энтальпия на входе и выходе.

Зависимость, представленная на рис. 2.1, характеризует направление процесса конденсации. При этом ее реальное развитие может отличаться от него в соответствии с законами о термодинамическом равновесии, так как конденсация — неравновесный процесс. Из рис. 2.1 следует, что, если в теплообменнике перемещается парогазовая смесь, ее температура конденсации уменьшается, следовательно, уменьшается и разность температур между поверхностью, на которой имеет место конденсация, приводя к соответствующему уменьшению коэффициента теплопередачи.

На рис. 2.2 показаны профили температур и парциальных давлений пара и неконденсирующегося газа.

Неконденсирующийся газ перемещается к поверхности раздела, когда там происходит конденсация пара. В соответствии с законом

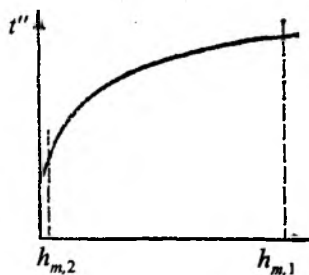


Рис. 2.1. Типичная кривая равновесной конденсации для однокомпонентного пара, конденсирующегося при наличии неконденсирующегося газа

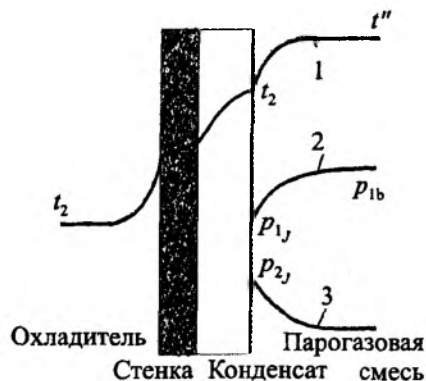


Рис. 2.2. Конденсация при наличии неконденсирующегося газа:

1 — профиль температуры; 2 — профиль парциального давления пара; 3 — профиль парциального давления неконденсирующегося газа

Дальтона газ перемещается от границы раздела против потока пара, а пар перемещается через неконденсирующийся газ вследствие градиентов парциальных давлений. Профили парциальных давлений пара и газа показаны на рис. 2.2. Температурный градиент возникает вследствие наличия дополнительного термического сопротивления, уменьшающего локальный тепловой поток.

Существуют различные методы построения кривой конденсации, один из них — построение кривой «температура равновесной конденсации ( $t''$ ) — удельная энтальпия двухфазной смеси — ( $h$ )».

Кривые равновесной конденсации (рис. 2.3 и 2.4) бывают интегральные (гомогенные) и дифференциальные (расслоенные) (рис. 2.4). При расчете интегральной кривой считается, что конденсат и пар при прохождении через конденсатор представляет собой двухфазную смесь. Для дифференциальной кривой полагают, что образовавшийся конденсат отделен от пара, хотя перемещается параллельно ему и имеет ту же самую температуру. Кривые конденсации рассчитываются в предположении постоянного минимального давления пара, учитывая, что большие градиенты давления соответствуют более низким температурам равновесия на выходе из конденсатора.

Уравнение при равновесии фаз имеет вид

$$\bar{y}_i = K_i \bar{x}_i,$$

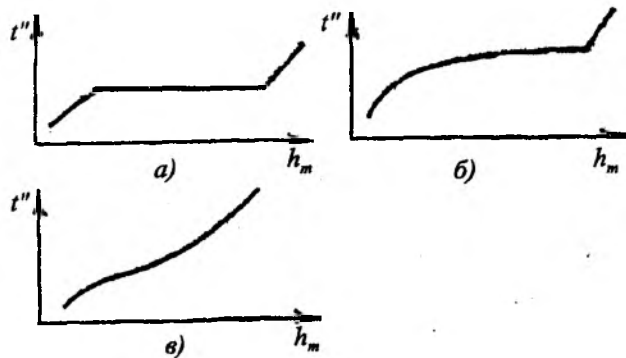


Рис.2.3. Кривые равновесной конденсации: а — чистый пар с зонами снятия перегрева; б — однокомпонентный пар при наличии неконденсирующего газа (с зоной снятия перегрева); в — кривая для смеси паров



Рис. 2.4. Кривые равновесной конденсации

где  $\bar{y}_i, \bar{\chi}_i$  — мольные доли  $i$ -го компонента соответственно в паровой и жидкой фазах;  $K_i$  — постоянная равновесия.

## 2.1. Конденсация смесей паров, образующих несмешивающиеся жидкости

При конденсации смеси паров несмешивающихся жидкостей наблюдаются течения конденсата, отличные от ламинарных пленок при конденсации чистых паров или паров смешивающихся жидкостей. Режимы течения конденсата сложны настолько, что строгое гидродинамическое моделирование потоков несмешивающихся конденсатов проблематично.

Процессы конденсации определяются составом пара и температурой на границе раздела пар — жидкость. Направления конденсации

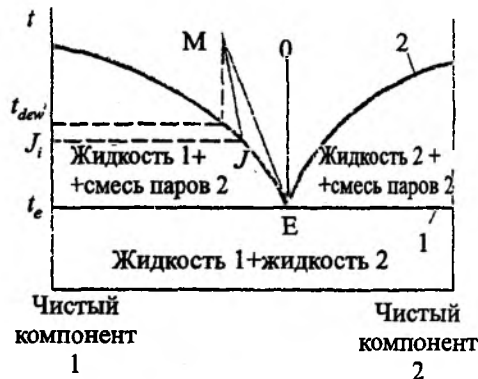


Рис.2.5. Диаграмма «температура — состав» для полностью несмешивающейся системы

описываются с использованием диаграмм «температура — состав бинарной смеси».

Рассмотрим диаграмму «температура — состав» для полностью несмешивающейся бинарной системы (рис.2.5). Основная точка Е соответствует существованию гетероазетропной смеси (это эвтектическая точка по аналогии с системами «твердое тело — твердое тело»). Возможны следующие направления конденсации:

- конденсация эвтектической<sup>1</sup> смеси (линия ОЕ, см. рис.2.5);

- конденсация неэвтектической смеси с конденсацией только одного пара, другой ведет себя как неконденсирующийся газ (линия МI, см. рис.2.5);

- конденсация неэвтектической смеси с образованием несмешивающихся жидкостей (линия МЕ, см. рис.2.5).

Если в системе кроме двух паров присутствует неконденсирующийся газ, то эвтектический состав на границе раздела и в объеме газа изменяется, становится неодинаковым вследствие градиентов концентрации. Кроме того, эвтектический состав на границе раздела может изменяться по длине в зависимости от концентрации неконденсирующегося газа на границе раздела и геометрических размеров.

Известен ряд возможных моделей механизма течения несмешивающихся конденсатов, из

<sup>1</sup> Эвтектика (от греч. *eutektos* — легко плавящийся) — жидкая фаза (расплав), находящаяся в равновесии с двумя или более твердыми фазами.

Температура кристаллизации Э. называется эвтектической точкой. Продукт кристаллизации жидкой Э. — твердая Э. высокодисперсная смесь нескольких твердых фаз того же состава, что и у жидкой Э.

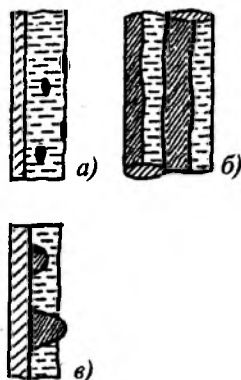


Рис. 2.6. Три идеализированных механизма конденсации: а — пленка с каплями; б — разделение на зоны; в — неподвижные капли

которых наиболее распространенными являются (рис. 2.6):

— модель пленки с каплями при наличии непрерывной пленки одной жидкой фазы (чаще органической) с каплями другой жидкости (обычно воды для смесей «вода — органическая жидкость»), распределенными в ней;

— модель с разделенными зонами (ручейковая), в соответствии с которой одна жидкость занимает часть поверхности конденсации, вторая — остальную поверхность (пленки могут быть дискретными и с чередующимися струями);

— модель неподвижной капли — случай, когда капли адсорбируются холодной поверхностью, периодически перемещаются в пленку другой жидкости, капли находятся на поверхности, увеличиваются в размере и, возможно, скатываются по ней вниз.

Реальный механизм течения более сложный, чем модели, описанные выше. Например, подвижные капли малых диаметров органической жидкости могут находиться на поверхности больших неподвижных капель воды.

**При расчете коэффициентов теплоотдачи от конденсатной пленки, содержащей две жидкие несмешивающиеся фазы, используются решения, записанные ранее для горизонтальных и вертикальных поверхностей, которые применимы при ламинарном течении конденсата.**

Известна корреляция, основанная на модели с разделенными зонами:

$$\bar{\alpha} = V_1 \bar{\alpha}_1 + (1 - V_1) \bar{\alpha}_2, \quad (2.1)$$

где  $V_1$  — объемная доля первой жидкости в конденсате;  $\alpha_1, \alpha_2$  — средние по пленке коэффициенты теплоотдачи для первой и второй жидкостей соответственно.

Коэффициенты  $\alpha_1, \alpha_2$  рассчитываются по уравнениям, в соответствии с теорией Нуссельта. Уравнение (2.1) можно также использовать для определения локальных коэффициентов теплоотдачи, если известны значения  $V_1, \alpha_1, \alpha_2$ . Корреляция характеризует несмешивающиеся конденсаты как гомогенную жидкость с соответственно осредненными свойствами. Для расчета коэффициента теплоотдачи используется формулу

$$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda} \left( \frac{\mu_1^2}{\rho'(\rho' - \rho'')g} \right)^{0,333} = c \cdot Re_i^{0,333}, \quad (2.2)$$

где  $c = 1,47$  и  $1,51$  соответственно для вертикальных и горизонтальных трубопроводов;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности, осредненный с учетом массовых долей жидкостей;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $\mu_1$  — коэффициент динамической вязкости компонента, образующего пленку;  $\rho'$  — плотность, осредненная с учетом массовых долей компонентов;

$$Re_i = \frac{4j}{\mu}. \quad (2.3)$$

Для вертикальной поверхности  $j$  — расход конденсата на единицу ширины поверхности конденсации, для горизонтальной трубы — расход конденсата на единицу длины трубы.

Рассмотрим перегретую неэвтектическую смесь, которой соответствует точка М на рис. 2.5. В зависимости от температуры границы раздела «пар — жидкость» (и, следовательно, температуры поверхности трубопроводов конденсатора) возможны два процесса конденсации.

Если температура поверхности такова, что температура границы раздела «пар — жидкость» выше эвтектической (кривая конденсации 2а на рис. 2.7), то конденсироваться может лишь один компонент, а другой компонент ведет себя как неконденсирующийся газ. Если точка М находится слева от эвтектической точки Е, то конденсирующийся пар — это первый компонент, если точка М находится справа от точки Е, то конденсирующийся пар — второй компонент. Температура границы раздела  $t_1$  будет находиться между температурами конденсации и эвтектической.

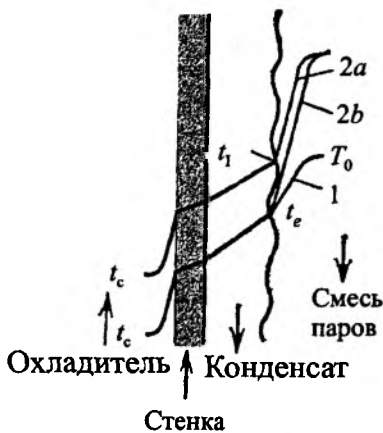


Рис. 2.7. Температурные профили при конденсации бинарных паров несмешивающихся жидкостей

При достаточно низкой температуре поверхности оба компонента могут конденсироваться одновременно при эвтектической температуре (кривая конденсации 2a на рис.2.7). Полный состав жидкости определяется скоростями переноса массы двух компонентов через паровую

фазу. Если жидкая пленка состоит из двух фаз, тогда случае температура конденсации или более характерная температура границы раздела «пар – жидкость» является эвтектической температурой (она единственная, при которой пар и двухфазовая жидкость могут быть в равновесии). Избыток пара отдельного компонента отразится на составе конденсата, концентрация которого в конденсате будет больше, чем в эвтектическом составе.

Схематическая диаграмма профилей концентрации и температуры при конденсации смеси паров несмешивающихся жидкостей при наличии неконденсирующегося газа представлена на рис.2.7, на которой показано, что конденсат образован из несмешивающихся жидкостей. Однако возможны ситуации, когда конденсируется один из паров, тогда в зависимости от процесса в конденсате могут присутствовать одна или две фазы.

Основные формулы для расчета конденсации однородных и бинарных жидкостей сведены в табл. 2.1

Таблица 2.1

Формулы для расчета конвективного теплообмена при конденсации

Случай теплообмена	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Пленочная конденсация на вертикальных поверхностях	$\alpha_x = \sqrt[4]{\frac{(\lambda')^3 r g (\rho' - \rho'')}{4 \nu' \cdot x (t'' - t_0)}}$	(1.41)
Пленочная конденсация на вертикальных поверхностях	$\bar{\alpha} = 1,144 \sqrt{\frac{g (\rho' - \rho'')^2 r (\lambda')^3}{\mu \eta (t'' - t_0)}}$	(1.42)
Пленочная конденсация на вертикальных поверхностях, $q = \text{const}$	$\alpha_x = (\lambda')^3 \sqrt{g^2 \frac{\rho' (\rho' - \rho'') r}{3 \mu g x}};$ $\bar{\alpha} = 1,5 (\lambda')^3 \sqrt{g^2 \frac{\rho' (\rho' - \rho'') r}{3 \mu g h}};$ $\frac{\bar{\alpha}}{\lambda'} \left[ \frac{(\nu')^2}{g \left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)} \right]^{0,333} = 1,04 \cdot (\text{Re}')^{-0,333}$	(1.48)

Случай теплообмена	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Ламинарный поток конденсата, при пленочной конденсации $Pr > 0,5$ ; $\frac{c_p' \cdot \Delta t}{r} \leq 1,0$ Конденсат подвергается воздействию потока пара, движущегося вниз со скоростью $w''$	$Nu = 0,943 \left[ \frac{h^3 \rho' (\rho' - \rho'') \cdot g \cdot (r + 0,68 \cdot c_p' \Delta t)}{\mu \lambda' \Delta t} \right]^{0,25}$	Rohsenow W.M.
Ламинарный поток конденсата, при пленочной конденсации $Pr > 0,5$ ; $\frac{c_p' \cdot \Delta t}{r} \leq 1,0$ Конденсат подвергается воздействию потока пара, скорость которого $w''$	$Nu = 0,471 \left( \frac{\rho' w'' h}{\mu'} \right)^{0,5} \cdot \frac{2 + (1 + B)^{0,5}}{[1 + (1 + B)^{0,5}]^{0,5}},$ $B = \frac{16gh\mu' r}{(w'')^2 \lambda' \Delta t}$	Shekrladze J.G., Gomelauri V.J.
Локальный коэффициент теплоотдачи на вертикальной цилиндрической поверхности	$\alpha_x = \left[ \frac{(\lambda')^3 (\rho')^2 g r}{4(t'' - t_0) \mu' x} \right]^{0,25}$	(1.121)
Средний по высоте вертикальной плоской поверхности коэффициент теплоотдачи при турбулентном течении пленки конденсата	$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda} \left( \frac{v^2}{g} \right)^{0,33} = 0,0133 Re_h^{0,4}$	(1.130)
Конденсация на нижней поверхности горизонтальной или наклонной плоскости $\beta < 10^{-8}$	$Nu = 0,81\beta^{-0,193}, \text{ где } \beta = \frac{\lambda' \mu' \Delta t}{\rho' (\rho' - \rho'') g \cdot \sin \varphi (r + 0,68 c_p' \Delta t) x^{1,5}},$ $x = \left[ \frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'') \cdot \sin \varphi} \right]^{0,5}$	Gersmann J., Griffith P.
Конденсация на нижней поверхности горизонтальной или наклонной плоскости $10^{-6} < \beta < 10^{-8}$	$Nu = 0,69\beta^{-0,2}$	Gersmann J., Griffith P.
Конденсация на нижней поверхности горизонтальной или наклонной плоскости $\frac{\lambda \cdot \Delta t}{r} \ll (1 + 0,68 c_p' \Delta t)$	$Nu = \frac{0,9\beta^{-0,167}}{1 + 1,1\beta^{0,167}}$	Gersmann J., Griffith P.

Случай теплообмена	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Коэффициент теплоотдачи у внешней поверхности горизонтального ребра (для условий: $\frac{K \cdot Pr}{Fr'} = 10^{-5} \dots 10^5$ ; $Re' = 1 \dots 10^6$ )	$\overline{Nu}' = 0,64(Re')^{0,5} \left[ 1 + \left( 1,69 \frac{K \cdot (Pr')^{0,5}}{Fr} \right) \right]^{0,5}$	(1.111)
Конденсация на горизонтальной оребренной трубе	$Nu = 0,896 \left( \frac{D^4 g r}{\lambda' \mu' \Delta t} \right)^{0,25} \cdot \left( \frac{Fp\eta}{(Fp/2D)^{0,25}} + \frac{F_{тр}}{1,3D} \right) \frac{1}{Fp\eta + F_{тр}}$ $\eta = \frac{2}{m\lambda[(D/d)+1]} \cdot \frac{I_1(mD/2)K_1(mD/2) - I_0(mD/2)K_0(mD/2)}{I_0(mD/2)K_1(mD/2) + I_1(mD/2)K_0(mD/2)}$ <p style="text-align: center;">где <math>m = \left( \frac{2\alpha}{\lambda\delta} \right)^{0,5}</math>,</p> <p><math>D</math> — диаметр цилиндрического ребра; <math>\delta</math> — толщина ребра;  <math>I_0</math> — функция Бесселя первого рода;  <math>I_1</math> — функция Бесселя первого рода первого порядка;  <math>\lambda</math> — высота ребра; <math>\eta</math> — эффективность оребрения;  <math>K_1</math> — функция Бесселя второго рода первого порядка;  <math>K_0</math> — функция Бесселя второго рода нулевого порядка</p>	Beatty K.O., Katz D.L.
Конденсация на внутренней поверхности вертикальной трубы. Пар движется в том же направлении, что и конденсат	$Nu = 0,065 \left[ \frac{c_p' d^2 \rho'}{r \lambda' \mu' \rho''} \cdot \left( \frac{w_1^2 + w_2 \cdot w_1 + w_2^2}{3} \right) \right]^{0,5}$ <p>где <math>w_1, w_2</math> — скорости пара и конденсата, значения свойств жидкости берутся при температуре <math>t = 0,25t'' + 0,75t_0</math></p>	Carpenter E.F., Colburn A.T.
Конденсация на внутренней поверхности горизонтальной трубы Короткая труба; движение пара с низкой скоростью; $Re'' < 3,5 \cdot 10^4$	$Nu = 0,555 \left[ \frac{d^3 \rho' (\rho' - \rho'') g}{\lambda' \mu' \Delta t} \cdot (r + 0,68 c_p' \Delta t) \right]^{0,25}$	Chato J.C.
Конденсация на внутренней поверхности горизонтальной трубы Длинная труба; движение пара с высокой скоростью; $Re'' > 2 \cdot 10^4$ ; $Re' > 5 \cdot 10^3$	$Nu = 0,026(Pr)^{0,333} \cdot \left\{ \frac{d}{\mu} \left[ w'' \left( \frac{\rho'}{\rho''} \right)^{0,5} + w' \right] \right\}^{0,8}$ <p>где <math>w''</math> — массовая скорость пара;  <math>w'</math> — массовая скорость жидкости</p>	Akers W.W., Grossera K., Dean H.A.
Интерполяционная зависимость для $Nu_z$ (по Ананьеву Г.Н., Кружилину Л.Д.)	$Nu_z \approx 0,023 Pr^{0,4} Re^{0,8} \sqrt{1 + \left( \frac{\rho'}{\rho'' - 1} \right) \chi}$	(1.149)

Случай теплообмена	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Средний коэффициент теплоотдачи при капельной конденсации неподвижного пара	$\bar{Nu} = 3,2 \cdot 10^{-4} (Re')^{-0,84} \times \left[ \frac{\xi \sigma^2 d (t'' - t_0)}{2 \rho' (v')^2} \right]^{1,16} \cdot (Pr')^{0,333}$	(1.151)
Капельная конденсация	$\bar{\alpha} = 0,943 \left[ \frac{\lambda^3 \rho^2 g r}{(t'' - t_0) \mu h} \right]^{0,25}$	(1.86)
Капельная конденсация на вертикальной поверхности; $8 \cdot 10^{-4} < Re' < 3,3 \cdot 10^{-3}$	$Nu = 1,6 \cdot 10^{-4} (Re')^{-0,84} \cdot (Pr')^{0,333} \Omega^{1,16}$	Исаченко В.П.
Капельная конденсация на вертикальной поверхности; $3,3 \cdot 10^{-3} < Re' < 1,8 \cdot 10^{-2}$ ; $1,5 < Pr < 23,6$ ; $7,8 < \Omega < 2,65 \cdot 10^{-2}$	$Nu = 1,46 \cdot 10^{-6} (Re')^{-1,63} \cdot (Pr')^{0,5} \Omega^{1,16}$ , где $Nu = \frac{2 \sigma \alpha t'}{r \rho' \lambda' \Delta t}$ ; $Re' = \frac{\lambda' \Delta t}{\mu r}$ ; $\Omega = \frac{2 \sigma \left( \frac{dy}{dt} \right) t'}{r (\mu')^2}$	Jordan D.P.
Пленочная конденсация сухого насыщенного пара при смешанном режиме течения пленки конденсата	$\bar{\alpha} \cdot \Delta t \pi d \frac{2}{r \cdot \rho' \cdot v'} = \left\{ 253 + 0,069 \cdot \left( \frac{Pr''}{Pr_0} \right)^{0,25} \cdot (Pr')^{0,5} \times \right. \\ \left. \times \left[ \Delta t \cdot \pi \cdot r \cdot \left( \frac{g}{(v')^2} \right)^{0,333} \cdot \frac{\lambda'}{r \cdot \rho' \cdot v'} - 2300 \right] \right\}^{1,333}$	(1.108)
Смешанная конденсация на вертикальной поверхности	$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda} \left[ \frac{v^2}{g \left( 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right)} \right]^{-0,333} = \frac{\frac{\bar{\alpha}_m}{\lambda} \left[ \frac{v^2}{g \left( 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right)} \right]^{-0,333} \cdot Re}{Re - Re_{xp} + 0,845 Re_{xp}^{1,333} \frac{\bar{\alpha}_m}{\lambda} \left[ \frac{v^2}{g \left( 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right)} \right]^{0,333}}$	(1.92)
Конденсация при $w^2 \cdot \rho'' > 1$	$\alpha_w = \alpha_{28,3} \left( \frac{w^2 \rho'' \alpha}{g \rho' \lambda'} \right)^{0,08} \cdot Nu^{-0,58}$	(1.93)
Средний коэффициент теплоотдачи у поверхности горизонтального цилиндра (ламинарный режим)	$\bar{\alpha} = 0,725 \left[ \frac{(\lambda')^3 r \cdot g \cdot (\rho' - \rho'')}{d_n v' (t'' - t_0)} \right]^{0,25}$	(1.103)
Средние коэффициенты теплоотдачи в горизонтальном пучке (верхний (1-й) ряд, включающих $n$ -трубопроводов)	$\bar{\alpha}_1 = 25,7 \bar{\alpha}_n \left[ \frac{\rho'' (w'')^2}{\rho' g d} \right]^{0,08} \cdot \left( \frac{\alpha_n d}{\lambda'} \right)^{-0,5}$	(1.158)



Случай теплообмена	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Средний коэффициент теплоотдачи пучка из $n$ рядов круглых гладких трубопроводов	$\bar{\alpha} = 1,5 \cdot \frac{[(\lambda')^3 \cdot (\rho')^2 \cdot \frac{g}{(\mu')^2}]^{0,333}}{\left[\left(\frac{4j'}{\lambda \cdot n}\right)^{0,65}\right]^{0,333}}$	(1.168)
Число Нуссельта при пленочной конденсации в пучке из $n$ горизонтальных труб $\frac{c_p' \Delta t}{r} < 2$	$Nu = 0,728 \left[ 1 + 0,2 \frac{c_p' (n-1) \Delta t}{r} \right] \cdot \left[ \frac{d^3 \rho' (\rho' - \rho'')}{n \cdot \mu' \cdot \lambda' \Delta t} (r + 0,68 c_p' \Delta t) \right]^{0,25}$	Chen M.M.
Средние по периметру коэффициенты теплоотдачи у горизонтальных трубопроводов	$\alpha \cdot \Delta t \cdot \pi \cdot \frac{4}{r \cdot \rho' \cdot \nu'} = 3,25 \left[ \Delta t \cdot \pi \cdot r \cdot \left( \frac{g}{(\nu')^2} \right)^{0,333} \cdot \frac{\lambda'}{r \cdot \rho' \cdot \nu'} \right]^{0,75}$	(1.107)
Пленочная конденсация на горизонтально расположенном трубопроводе. Ламинарный поток конденсата	$Nu = 0,728 \left[ \frac{d^3 \rho' (\rho' - \rho'') g}{\mu' \lambda' \Delta t} (r + 0,68 c_p' \Delta t) \right]^{0,25}$	Sparrow E.M., Gregg J.L.
Пленочная конденсация на горизонтальной трубе. Конденсат подвергается воздействию потока пара, движущегося вниз по нормали относительно оси трубопровода со скоростью $w''$	$Nu = 0,64 \left[ \frac{\rho' w'' d}{\mu'} \right] \cdot [1 + (1 + B)^{0,5}]^{0,5};$ $B = \frac{1,69 g d \mu \gamma}{(w'')^2 \lambda' \Delta t}$	Shekrladze J.G., Gomelaury V.J.
Пленочная конденсация на горизонтальном трубопроводе. Турбулентный поток конденсата $Re' > 3200$ ; $d > 20 \left( \frac{\sigma}{\rho' g} \right)^{0,5}$	$Nu = 1,14 \left[ \frac{g (\rho')^2 d^3}{(\mu')^2} \right]^{0,333} \cdot (Re')^{-0,282} \cdot \left[ \left( \frac{\lambda_0}{\lambda'} \right)^5 \cdot \frac{(\mu')^2}{\mu_0} \right]^{0,16};$ $Re' = 9,11 \left\{ \frac{d \lambda' \Delta t [\rho' (\rho' - \rho'') g]^{0,333}}{(\mu')^{1,667} r} \right\}^{0,75}$ . Значения $\lambda_0$ и $\mu_0$ находятся по температуре $t_0$ , значения остальных величин по $t'$	Лабунцов Д.А.
Коэффициент теплоотдачи $\alpha$ при ламинарном течении пленки конденсата перегретого пара	$\frac{\alpha}{\alpha''} = \left( \frac{h - h'}{r} \right) = \left( \frac{r + h - h''}{r} \right)^{0,25} = \left[ 1 + \frac{c_p}{r} (t'' - t_0) \right]^{0,25}$	(1.49)
Средний коэффициент теплоотдачи при пленочной конденсации и турбулентном режиме течения пленки конденсата по вертикальной плоской поверхности	$\frac{\bar{\alpha}}{\lambda} \left( \frac{\nu'}{g} \right)^{0,333} = 0,0133 Re_h^{0,4}$	(1.50)

Случай теплообмена	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Средний коэффициент теплоотдачи у вертикальной поверхности при переходном режиме течения	$\bar{\alpha} = \frac{\bar{\alpha}_l x_{кр}}{h + \bar{\alpha}_l \left(1 - \frac{x_{кр}}{x}\right)}$	(1.52)
Число Нуссельта при ламинарном движении пленки конденсата	$Nu = c \cdot \left[ Ga \cdot K \cdot Pr \cdot \left( \frac{Pr''}{Pr_0} \right) \right]^{0,5}$	(1.109)
Турбулентный поток конденсата; $Re' > 1600$ ; $(Nu)_1$ ; $\bar{\alpha}$ – усреднение по всей поверхности	$(Nu)_1 = 1,39 \left[ \frac{d^3 g (\rho')^2}{(\mu')^2} \right]^{0,333} \cdot (Re')^{-0,282} \cdot \left[ \left( \frac{\lambda_0}{\lambda'} \right)^3 \cdot \left( \frac{\mu'}{\mu_0} \right) \right]^{0,16}$	Лабунцов Д.А.
Турбулентный поток конденсата; $(Nu)_2$ ; $\bar{\alpha}$ – усреднение по участку с турбулентным режимом движения	$(Nu)_2 = \left[ \frac{g (\rho')^2 h^3}{(\mu')^2} \right]^{0,333} \left\{ \frac{Re'}{58 (Pr')^{-0,5} [(Re')^{0,75} - 253] + 9200} \right\},$ $Re' = 3,77 \left\{ \frac{h \lambda' \Delta t [(\rho' - \rho'') g]^{0,333}}{(\mu')^{1,667} r} \right\}^{0,75};$ $Pr' = \left( \frac{c_p \mu}{\lambda} \right)'$	Лабунцов Д.А.

### Литература к главе 2

Справочник по теплообменникам. В 2-х т.  
 Т.1 / Пер. с англ.; под ред. Б.С. Петухова,  
 В.К. Шикова. М.: Энергоатомиздат, 1987.

# Глава 3. Кипение однородных жидкостей

3.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ
3.2. ПУЗЫРЬКОВОЕ КИПЕНИЕ
3.3. ТЕПЛОТДАЧА ПРИ ПУЗЫРЬКОВОМ КИПЕНИИ
3.4. ТЕПЛОТДАЧА ПРИ ПЛЕНОЧНОМ КИПЕНИИ
3.5. ПОВЕРХНОСТНОЕ КИПЕНИЕ
3.6. КРИЗИС ТЕПЛОТДАЧИ ПРИ КИПЕНИИ ЖИДКОСТИ
3.7. ТЕПЛООБМЕН ПРИ КИПЕНИИ В УСЛОВИЯХ ВЫНУЖДЕННОГО ДВИЖЕНИЯ
3.8. ОСОБЫЕ СЛУЧАИ КИПЕНИЯ
3.9. ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ТЕПЛООБМЕН ПРИ КИПЕНИИ
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ К ГЛАВЕ 3
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 3

## Chapter 3. Boiling of homogeneous liquids

## Глава 3. Кипение однородных жидкостей

Надежность и экономичность работы современных теплообменных устройств в значительной степени зависит от соблюдения нормального температурного режима обогреваемых поверхностей. Однако с повышением интенсивности обогрева и параметров теплоносителей температуры стенок теплообменных установок приближаются к предельно допустимым. Поэтому вопросам кипения, особенно при наиболее тяжелых условиях эксплуатации оборудования (рис. 1–4), уделяется большое внимание.

### 3.1. Общие сведения

Кипение происходит в результате некомпенсированного вылета молекул в пространство, занятое паром. Различают кипение жидкости на *твердой поверхности* теплообмена и кипение в *объеме жидкости*.

Объемное кипение может происходить при значительном перегреве жидкости выше температуры насыщения при данном давлении. Объемное кипение возможно при резком уменьшении давления или наличии в жидкости внутренних источников теплоты, что было показано в случае, когда дегазированная и очищенная в других отношениях порция воды находилась во взвешенном состоянии в масле, посредством которого и подвергалась нагреванию. Таким образом, перегрев жидкости способен обеспечить существование пузырей пара, достигших по тем или иным причинам значительного диаметра. Однако одного перегрева недостаточно для зарождения пузырей и обеспечения их роста до отрывного диаметра. Начальная стадия развития возможна только при наличии в жидкости *центров парообразования*, которыми являются взвешенные частицы и неровности поверхности стенок. Работа образования паровой фазы, связанная с возникновением и развитием поверхности раздела жидкость — пар, меньше, если паровая полость только частично граничит с жидкостью, а в остальном контактирует с твердой фазой.

Поэтому более благоприятные условия для возникновения пузырей создаются в углублениях, впадинах, трещинах, например, на шероховатой поверхности твердого тела, а также различные неоднородности включения, понижающие молекулярное сцепление жидкости с поверхностью. При подводе теплоты через такую поверхность образование пузырьков наблюдается в отдельных точках поверхности, так называемых *центрах парообразования*. Таким образом, процесс кипения в этом случае начинается в слоях жидкости, контактирующих с поверхностью и имеющих одинаковую с ней температуру. Для практики этот вид кипения представляет наибольший интерес.

По мере роста температуры поверхности  $t_0$  и соответственно температурного напора  $\Delta t = t_0 - t''$ , число действующих центров парообразования растет. Паровые пузырьки периодически отрываются, и, всплывая к свободной поверхности, продолжают расти в объеме жидкости. Последнее объясняется тем, что температура в объеме кипящей жидкости не равна температуре насыщения, а несколько превышает ее (кроме того, в результате движения пузырька пара вверх к свободной поверхности гидростатическое давление в жидкости снижается).

На рис. 3.1, а показана картина пузырькового режима кипения жидкости. При повышении температуры напора  $\Delta t$  значительно возрастает поток теплоты, который отводится от поверхности нагрева к кипящей жидкости. Вся эта теплота в итоге расходуется на образование паровой фазы.

Тепловой поток при увеличении температурного напора  $\Delta t$  растет не беспредельно. При некотором значении  $\Delta t$  он достигает максимального значения и при дальнейшем его повышении начинает снижаться. До момента достижения максимального теплового потока режим кипения называют *пузырьковым*, а максимальную тепловую нагрузку при пузырьковом кипении называют *первой критической плотностью теплового потока*  $q_{кр1}$ . При больших значениях  $\Delta t$  наступает второй, переходный режим кипения (рис. 3.1, б). Он характеризуется тем, что, как на самой поверхности, так и вблизи ее, пузырьки непрерывно сливаются между собой, образуя большие паровые полости. Из-за этого доступ жидкости к самой поверхности постепенно затрудняется. В отдельных местах поверхности на-

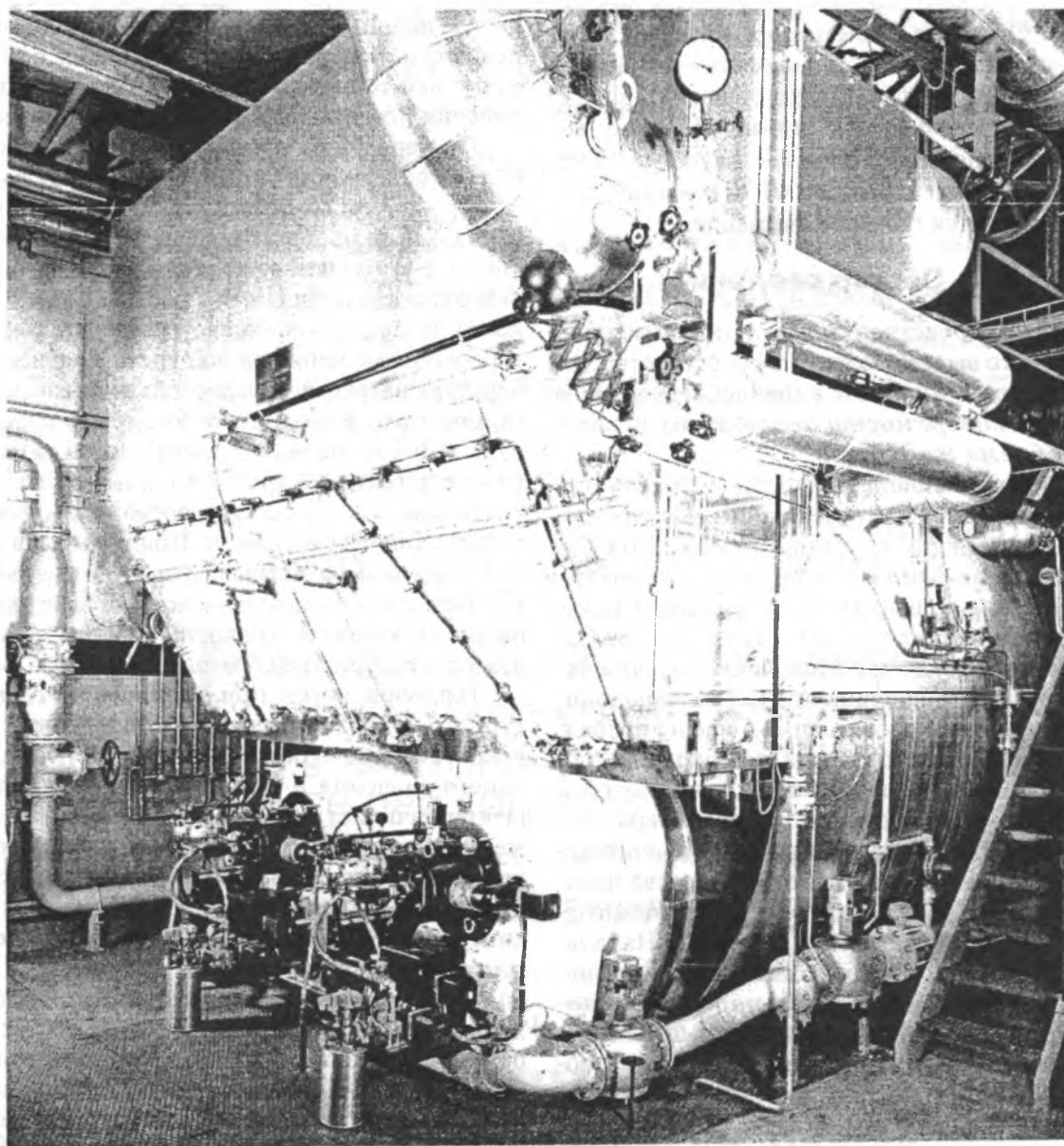


Рис. 1. Паровой котел (парогенератор) небольшой производительности



Вукалович Михаил Петрович  
(1898 – 1969)

Трудовая деятельность М.П. Вукаловича началась с работы в коммунальном хозяйстве Нижнего Новгорода в должности техника, а потом в должности инженера. После окончания механического факультета Нижегородского государственного университета в 1929 по 1933 гг. он работал инженером в отделе промышленной энергетики Мосэнерго.

Михаил Петрович являлся автором ряда фундаментальных научных монографий, учебников и учебных пособий по технической термодинамике, широко используемых научными организациями и учебными институтами. Им написаны и изданы такие фундаментальные работы, как «Таблицы термодинамических свойств газов», «Уравнение состояния реальных газов», «Термофизические свойства двуокиси углерода», «Таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара».

С 1930 г. работу на производстве М.П. Вукалович совмещал с преподавательской работой в МЭИ. В 1935 г. Михаил Петрович перешел в МЭИ и с этого времени непрерывно работал в высшей школе. В этом же году он успешно защитил кандидатскую, а в 1938 г. – докторскую диссертацию по технической термодинамике и был утвержден профессором на кафедре теоретических основ теплотехники. В 1938 г. М.П. Вукалович был назначен заведующим этой кафедрой и с тех пор являлся бессменным ее руководителем. В периоды с 1947 по 1949 и с 1950 по 1954 г. он был деканом теплоэнергетического факультета, а с 1954 по 1956 г. – заместителем директора института по учебной работе.

Работая по совместительству с 1940 г. в Энергетическом институте АН СССР имени Г.М. Кржижановского, М.П. Вукалович создал там первую лабораторию по технической термодинамике. Впоследствии (1957–1965) он плодотворно руководил ее научной деятельностью.

Михаил Петрович был руководителем ряда комиссий и комитетов при Академии наук СССР и секции Научно-технического совета Министерства высшего и среднего специального образования СССР, долгие годы был членом редсовета издательства «Энергия».

М.П. Вукалович с 1956 г. являлся бессменным главным редактором журнала «Теплоэнергетика».



Рис. 3.1. Процесс кипения жидкости:  
а – пузырьковое кипение; б – переходный режим кипения;  
в – пленочный режим кипения

чинают возникать «сухие» пятна, и их размеры и число непрерывно растут по мере увеличения температуры поверхности. Такие участки мало влияют на теплообмен, так как отвод теплоты непосредственно к пару происходит менее интенсивно. Это и определяет резкое снижение теплового потока и коэффициента теплоотдачи в области переходного режима кипения.

При некотором температурном напоре вся поверхность нагрева покрывается пленкой пара, оттесняющей жидкость от поверхности. Так **наступает третий, (пленочный) режим кипения** (рис. 3.1, в). Перенос теплоты в режиме пленочного кипения от поверхности нагрева к жидкости осуществляется путем конвективного теплообмена через паровую пленку. Интенсивность теплообмена в режиме пленочного кипения достаточно низкая. Паровая пленка испытывает пульсации; пар, периодически накапливающийся в ней, отрывается в виде больших пузырей (см. рис. 3.1, в). В момент наступления пленочного кипения тепловая нагрузка, отводимая от поверхности, и, соответственно, количество образующегося пара минимально. Это **вторая критическая плотность теплового потока  $q_{кр2}$** .

**Итак, при кипении жидкости на твердой поверхности (см. рис. 3.1) нагрева в зависимости от величины температурного напора ( $\Delta t = t_0 - t''$ ) могут наблюдаться три различных режима кипения.**

### 3.1.1. Терминология и качественное описание двухфазных течений

**Кипение – это процесс образования пара вследствие превращения жидкой фазы в газообразную при подводе теплоты или изменении давления.** Встречаются различные виды кипения, из которых наиболее распространенными являются **пузырьковое** и **пленочное**. Они подразделяются на кипение при **свободной конвекции** (кипение в большом объеме), кипение при **вынужденной конвекции**, которые в свою очередь подразделяются в зависимости от того, происходит ли кипение в условиях **насыщения** или **недогрева** (рис. 3.2).

Термин «пузырьковое кипение» относится к случаю, когда парообразование происходит в виде пузырей на поверхности нагрева, находящейся в жидкости. Если кипение происходит в большом объеме, когда движение жидкости обусловлено естественной

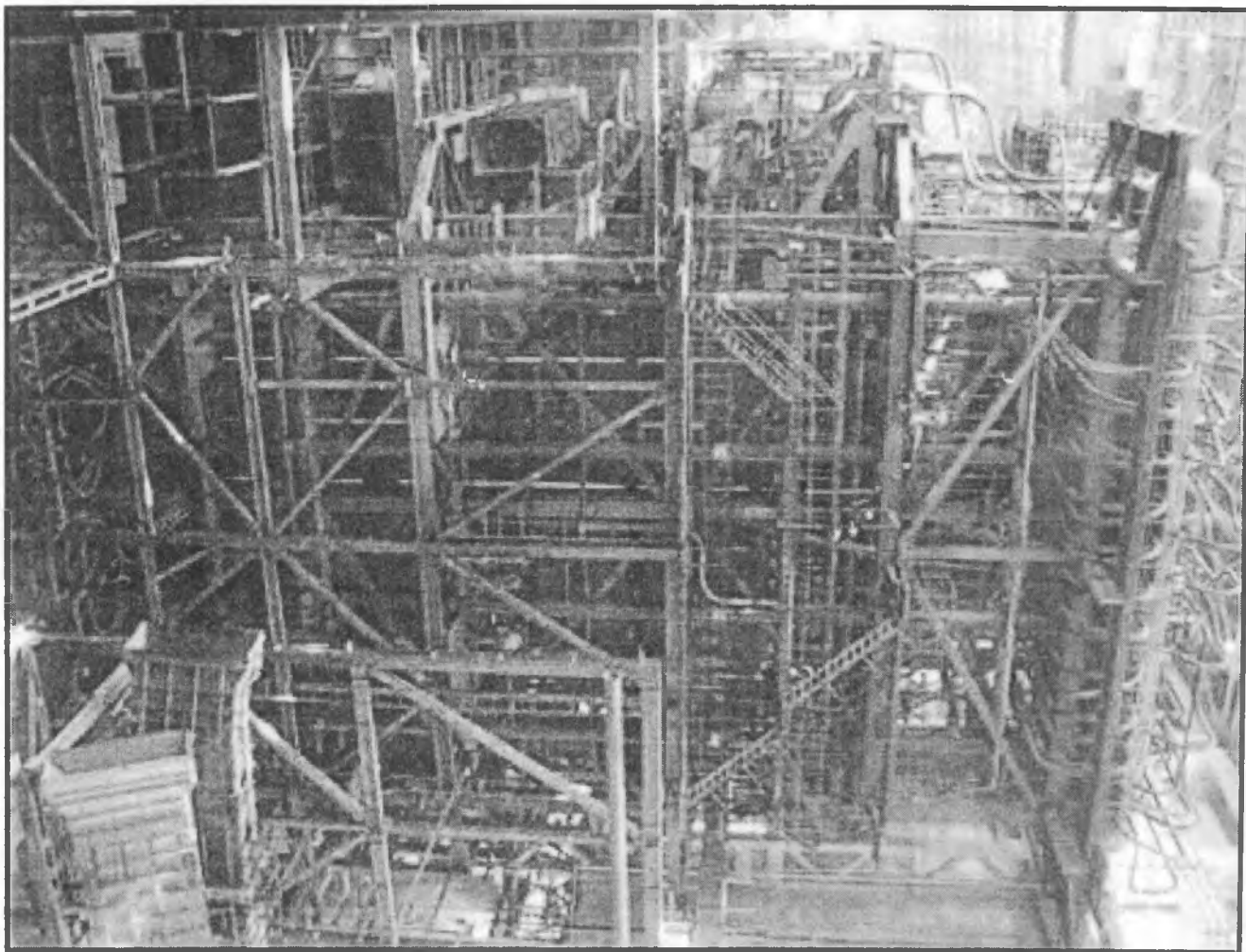


Рис. 2. Общий вид парового энергетического котла

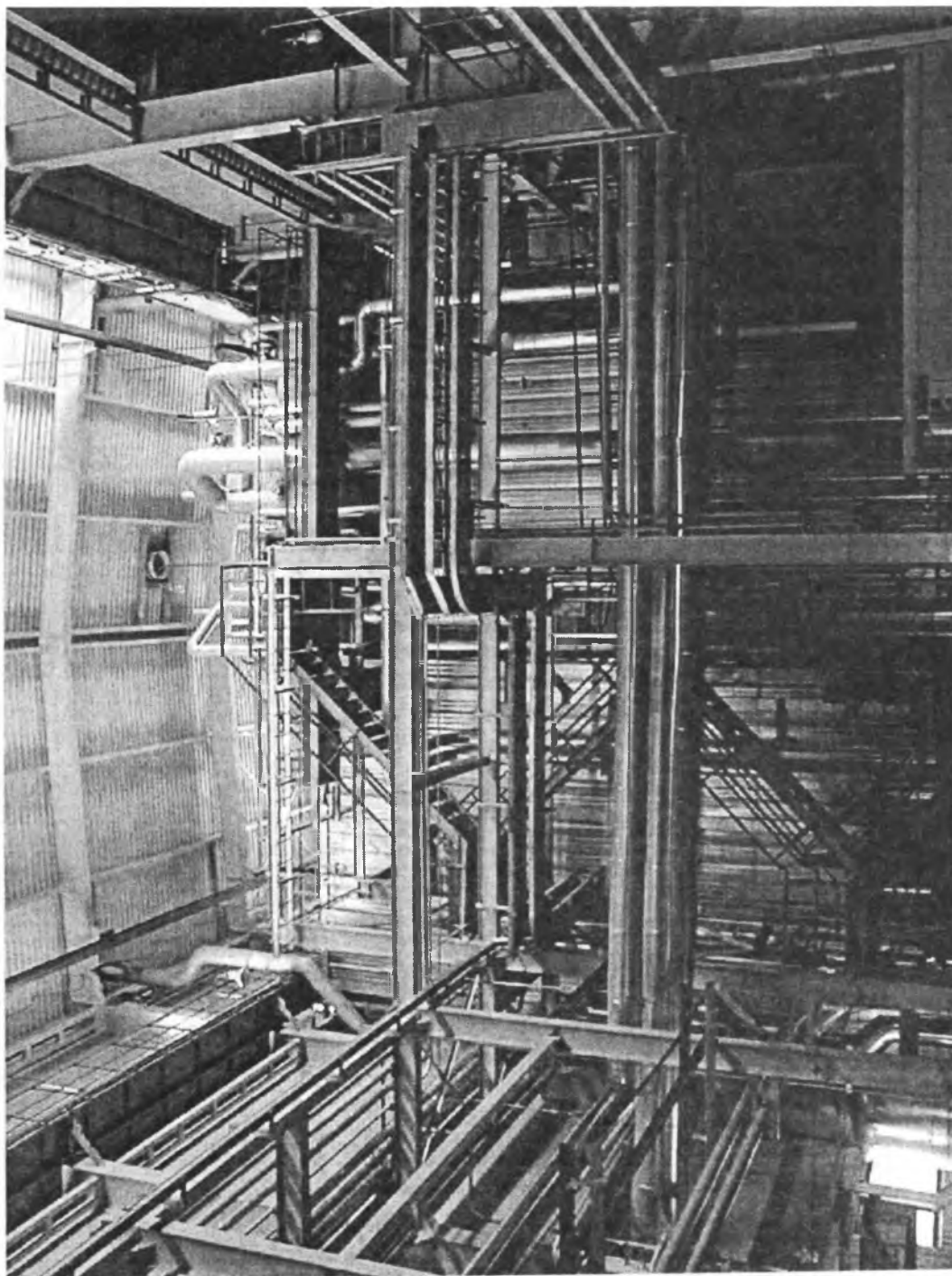
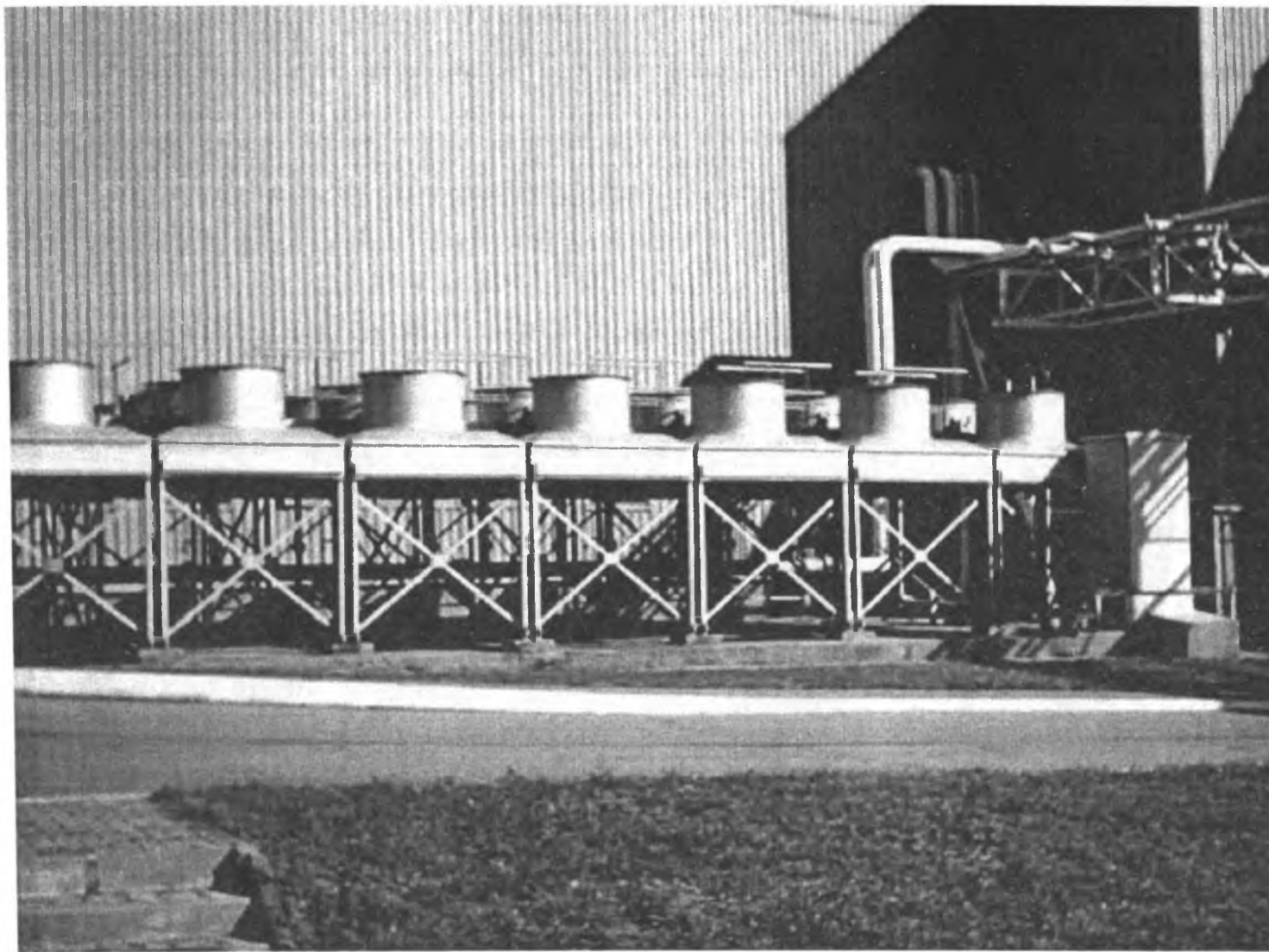


Рис. 3. Котел-утилизатор (выработка технического водяного пара), используемый для утилизационного теплоиспользования теплоты продуктов сгорания органического топлива



Рис. 4. Блок вентиляторных градирен (охлаждение технической воды)





Молье Рихард  
(1863—1935)

Рихард Молье родился в 1863 г. Работы Молье в области исследования свойств водяного пара принесли ему широкую известность не только в Германии — его имя знакомо каждому лицу, работающему по термодинамике и, в частности, по паротехнике. Молье был прекрасным лектором. В течение многих лет он читал в Дрезденской Высшей технической школе курс термодинамики.



Степанчук Владимир Филиппович  
(1928—1981)

Выдающийся белорусский экспериментатор и теоретик в области термодинамики и газодинамики, доктор технических наук, профессор. Родился в Беларуси в 1928 г. В 1951 г. окончил Белорусский политехнический институт (г. Минск). Заслуженный деятель науки и техники БССР (Республики Беларусь).

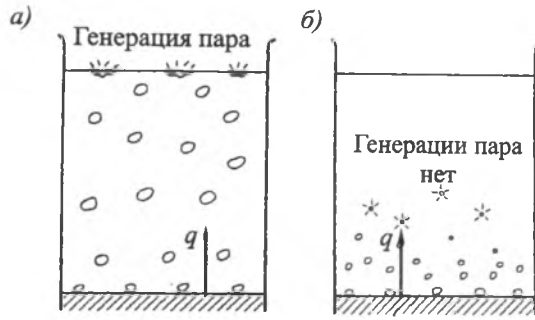


Рис. 3.2. Кипение в большом объеме:  
а — кипение при насыщении (с генерацией пара); б — кипение при недогреве (местное или поверхностное кипение)

конвекцией, такой процесс называется кипением при *естественной конвекции* или *кипением в большом объеме*. При кипении в большом объеме температура жидкости равна или несколько выше температуры насыщения, соответствующей давлению в системе. Процесс кипения в этом случае называется *кипением в большом объеме при насыщении*. Пузыри, образующиеся на нагретой поверхности, увеличиваются в размерах по мере того, как они поднимаются в перегретой жидкости и лопаются у свободной поверхности жидкости. В результате в системе происходит генерация пара, и вместо термина «*кипение при насыщении*» используют термин «*кипение в большом объеме с генерацией пара*» (см. рис. 3.2, а.)

Если созданы условия для поддержания температуры жидкости в объеме ниже температуры насыщения при отсутствии вынужденной конвекции, то в системе происходит *кипение в большом объеме с недогревом*. Степень недогрева — это разность между температурами насыщения и среднemasсовой температурой жидкости  $t'$  ( $\Delta t_n = t'' - t'$ ). В этом случае пузыри растут в прилегающем к поверхности нагрева слое перегретой жидкости, однако быстро схлопываются вблизи или на свободной поверхности по мере проникновения в недогретую жидкость, и кипение в недогретой жидкости называют *местным* или *поверхностным* кипением.

Пузырьковое кипение при вынужденной конвекции происходит, когда жидкость течет у значительно нагретой поверхности; при этом пузырьки образуются в центрах парообразования на нагретой поверхности. В этих условиях возникает кипение с недогревом, поскольку в ядро потока непрерывно поступает недогретая жидкость. Термины «кипение с недогревом при вынужденной конвекции», «поверхностное кипение» и «местное кипение» применяются к этому типу кипения как равнозначные.

Кипение насыщенной жидкости при вынужденной конвекции, или объемное кипение, происходит, когда температура в ядре потока движущейся жидкости равна температуре насыщения или выше ее (рис. 3.3, б). В этом случае могут существовать различные режимы течения парожидкостного потока, в которых действуют разные механизмы теплопереноса (рис. 3.4).



Остроградский Михаил Васильевич  
(1801—1862)

Отечественный математик и механик, член Петербургской АН (1830 г.). Родился в Пашенном (ныне Пашенновка Полтавской обл.). Учился в Харьковском университете (1816—1820 гг.), совершенствовал знания в Париже (1822—1827 гг.) С 1828 г. профессор в высших учебных заведениях Петербурга.

Основные работы в области математического анализа, математической физики, теоретической механики. Решил ряд важных задач гидродинамики, теории теплоты, упругости, баллистики, электростатики, в частности, задачу распространения волн на поверхности жидкости (1826 г.). Получил дифференциальное уравнение распространения тепла в твердых телах и жидкостях. Доказал в 1828 г. теорему преобразования интегралов. Известен теоремой Гаусса—Остроградского в электростатике. Работы посвящены также теории чисел, алгебре и теории вероятностей. Член ряда зарубежных академий наук.

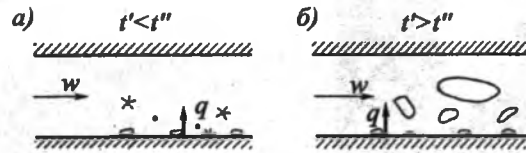


Рис. 3.3. Кипение при вынужденной конвекции:  
а — кипение при недогреве (местное или поверхностное кипение, генерации пара нет); б — кипение при насыщении или объемное кипение с генерацией пара (возможны различные режимы течения парожидкостной смеси)

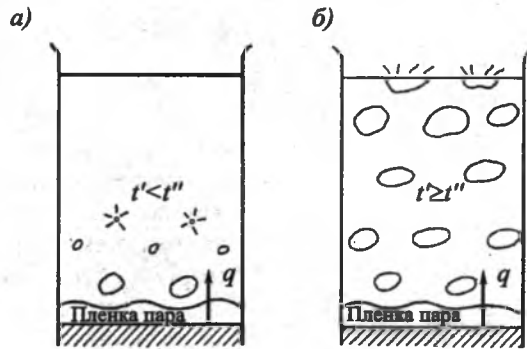


Рис. 3.4. Пленочное кипение (нижнюю поверхность покрывает пленка пара):  
а — пленочное кипение при недогреве (генерации пара нет); б — пленочное кипение при насыщении (с генерацией пара)

Пленочное кипение представляет собой разновидность кипения, которая встречается при естественной и вынужденной конвекции. Этот механизм кипения характеризуется образованием пленки пара с большим термическим сопротивлением, которая препятствует контакту жидкости и поверхности нагрева. Паровые пузыри большого диаметра отделяются от волнистой поверхности раздела (жидкость—пар) и поднимаются в насыщенной жидкости, схлопываются в нагретой жидкости. При пленочном кипении в условиях вынужденной конвекции в трубе движение жидкости происходит в центральном ядре, отделенном от поверхности кольцевым слоем (пленкой) пара.

Построение теории теплообмена при кипении — трудная проблема вследствие сложности этого процесса, более сложного, чем конвективный теплообмен в однофазных средах. Задача о теплообмене при пузырьковом кипении в строгой ее постановке должна решаться как сопряженная. При этом необходим учет физических свойств жидкости, пара, микрогеометрических, теплофизических и физико-химических свойств поверхности нагрева, а также взаимодействия между поверхностью нагрева и кипящей жидкостью.

На рис. 3.5 показано распределение температуры по толщине слоя кипящей жидкости (в большом объеме без вынужденного движения жидкости) при атмосферном давлении.

Из рисунка видно, что в тонком слое, расположенном непосредственно на поверхности нагрева, перегрев жидкости  $\Delta t = t_0 - t''$  дос-

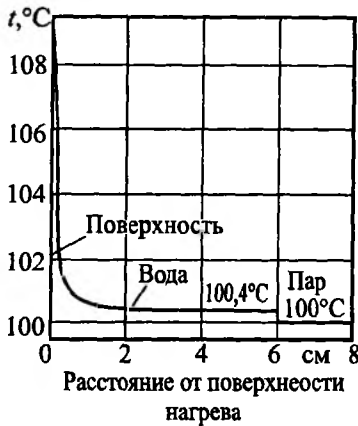


Рис. 3.5. Распределение температуры в объеме кипящей жидкости при нагреве снизу ( $t_0 = 109,1^\circ\text{C}$ ;  $p'' = 10^5\text{Па}$ ;  $q = 22,5\text{кВт/м}^2$ )

тигает максимального значения. Для воды перегрев может достигнуть  $25^\circ\text{C}$ . В остальном объеме жидкости перегрев невелик, например при кипении воды при атмосферном давлении  $\Delta t = 0,4 \dots 0,8^\circ\text{C}$  и почти не зависит от тепловой нагрузки. При этом уравнение теплового баланса при кипении имеет следующий вид:

$$Q = \dot{m}r, \quad (3.1)$$

где  $Q$  — тепловой поток;  $r$  — теплота фазового перехода, кДж/кг;  $\dot{m}$  — количество пара, образующегося в единицу времени, кг/с.

### 1. Механизм образования (роста) пузырька пара

Рассмотрим силы, действующие на пузырек пара, находящийся в жидкости под давлением  $p'$  (рис. 3.6). Их три: давление насыщенного пара  $p''$  стремится расширить пузырек, а также сила поверхностного натяжения пленки  $\sigma$ .

При условии

$$F_{p''} > F_{p'} + F_{\sigma} \quad (3.2)$$

происходит рост пузырька и его движение к свободной поверхности жидкости.

Образование пузырька пара (мы это уже отмечали) зависит от перегрева теплоотдающей поверхности по отношению к температуре насыщения, определяемой давлением. При этом величина перегрева в свою очередь зависит от состояния теплоотдающей поверхности, которая определяет размер зародышевого пузырька пара. Чем меньше размер зародышевого пузырька, тем большим должен быть перегрев. К примеру, при диаметре зародышевого пузырька  $d_s = 0,008\text{ мм}$ , воду нужно перегреть на  $10^\circ\text{C}$ . Если же  $d_s = 0,016\text{ мм}$  то перегрев для парообразования составляет всего  $5^\circ\text{C}$ , т.е. кипение нач-

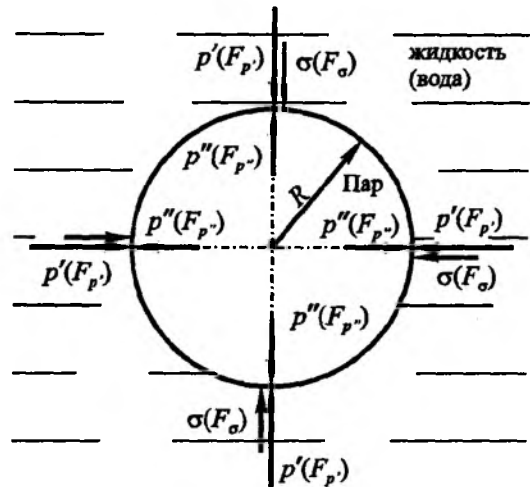


Рис. 3.6. Силы, действующие на пузырек пара:  $p''$  — давление насыщенного пара;  $p'$  — давление воды;  $\sigma$  — силы поверхностного натяжения

нется при температуре воды равной  $105^\circ\text{C}$  (давление считается атмосферным).

Зародышевые пузырьки, роль которых исключительно велика, всегда имеются на границе раздела «жидкость — твердая теплоотдающая поверхность» (трещинах на теплоотдающей поверхности, неровностях, газовых включениях на поверхности и др.) (рис. 3.7). При этом размер зародышевого пузырька, как уже отмечалось, влияет на температуру теплоотдающей поверхности. Практическое подтверждение этой истины наглядно можно проиллюстрировать на опыте с кипячением молока в эмалированной и алюминиевой кастрюлях. При кипячении в эмалированной кастрюле молоко, как правило, пригорает. Однако этого не случается при кипя-

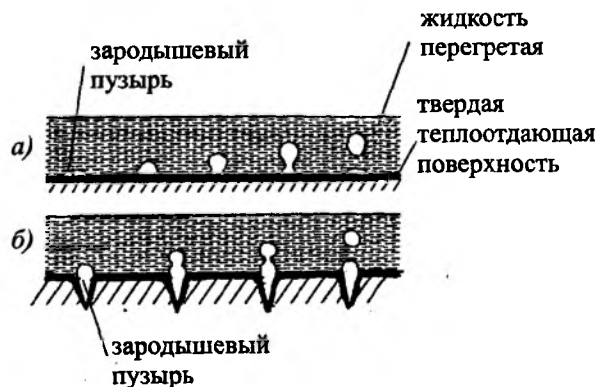


Рис. 3.7. Механизм образования пузырей на дне сосуда с гладкой поверхностью (а) и большим числом микротрещин (б)

чении того же молока в алюминиевой посуде. Это объясняется худшими условиями зародышеобразования на эмалированной поверхности и необходимостью большего перегрева, а следовательно, более высокой температурой молока у теплоотдающей поверхности.

В итоге видим, что при кипении жидкости ее слои, граничащие с теплоотдающей поверхностью, нагреты выше температуры кипения. Такой перегрев называется температурным напором  $\Delta t$ , который равен

$$\Delta t = t_0 - t'',$$

здесь  $t_0$  — температура твердой поверхности;  $t''$  — температура кипения, определяемая давлением и теплофизическими свойствами жидкости (для воды при атмосферном давлении  $t'' = 100$  °C).

На рис. 3.8 приведена картина зарождения и отрыва пузырьков пара в кипящей жидкости.

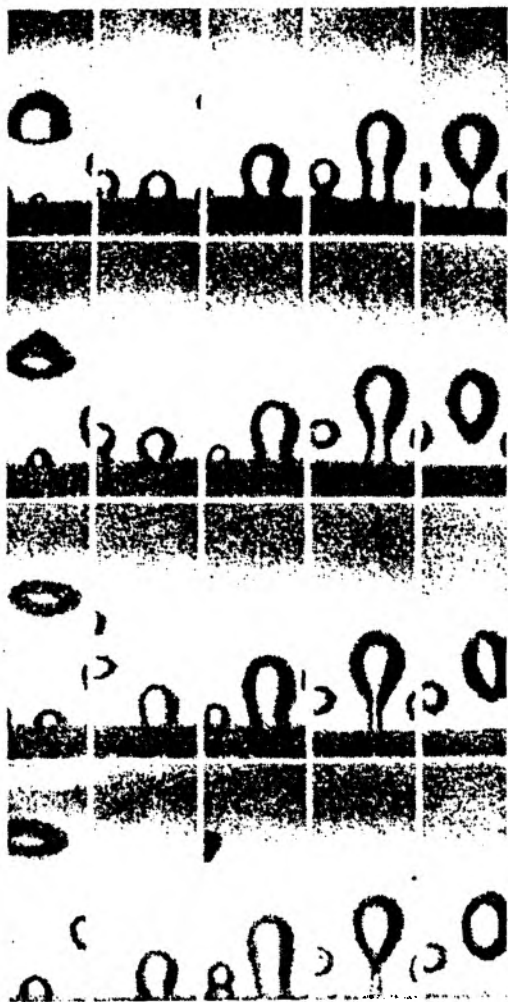


Рис. 3.8. Кинограмма возникновения и отрыва паровых пузырьков в кипящей жидкости

## 3.2. Пузырьковое кипение

### 3.2.1. Физические процессы при кипении

Одним из путей увеличения коэффициента теплоотдачи является перевод жидкости в режим кипения. Интенсивность отвода теплоты от поверхности увеличивается, так как она идет не только на нагрев жидкости, но и на ее кипение. Коэффициент теплоотдачи при этом выше коэффициента теплоотдачи при конвективном теплообмене в однофазной жидкости.

Если температура теплоотдающей поверхности  $t_0 > t''$  (где  $t''$  — температура насыщения жидкости), то на поверхности будет происходить кипение этой жидкости.

*Условием возникновения кипения кроме перегрева жидкости  $t' > t''$  является наличие центров парообразования* (дефекты поверхности, адсорбированные на поверхности загрязнения).

Плотность теплового потока  $q$  и коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  зависят от степени перегрева  $\Delta t = t_0 - t'$ , которая зависит от возникновения на поверхности паровых пузырей или сплошной паровой пленки. Как нам уже известно, первый режим кипения — *пузырьковый*, второй — *пленочный*. При *пузырьковом кипении* в большом объеме пограничный слой жидкости разрушается движущимися пузырями пара, которые всплывают, турбулизируя жидкость и интенсифицируя теплообмен. При больших плотностях теплового потока (при увеличении  $\Delta t$ ) количество образующихся пузырьков увеличивается и они сливаются в сплошную пленку, прилегающую к теплоотдающей поверхности.

#### 1. Условия равновесия системы «кипящая жидкость — пар»

Условия термодинамического равновесия однородной системы заключается в том, что в состоянии равновесия во всех частях системы давления и температуры должны быть одинаковыми. Тогда при постоянных внешних условиях состояние системы не будет изменяться со временем. Кроме того, должны выполняться условия:

а) теплоемкость системы должна быть положительной величиной; б) с увеличением объема должно падать давление, т.е. производная от давления по объему при постоянной температуре должна быть отрицательной величиной:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_t < 0.$$

Система «жидкость — пар» является гетерогенной двухфазной системой, а каждая из составляющих ее фаз представляет собой однородную среду. Понятие фазы включает не только ее агрегатное состояние, но и представление о существовании поверхности раздела, отделяющей фазу от остальных фаз, составляющих систему. Переход вещества из одной фазы в другую называется **фазовым переходом** или **фазовым превращением**. Причем равновесие системы «жидкость — пар» предполагает, что она не подвержена действию сил немеханической природы (электрических, магнитных), а только сил, обусловленных давлением. Условие исходной и наиболее простой задачи о равновесии также предполагает, что протяженность фаз и их поверхности раздела велика. Равенство температур и химических потенциалов вытекает из необходимости неизменного распределения вероятностей состояния в данной системе. Если система находится в равновесии, то взаимодействие между фазами не должно приводить к изменению состояния фаз и системы в целом. Выполнение условия механического равновесия требуется потому, что в противном случае имело бы место перемещение границы раздела фаз (нарушение равновесия в системе).

## 2. Устойчивость фаз

Устойчивой является фаза, имеющая при данных  $p$  и  $t$  более низкое значение химического потенциала. Это следует из того, что в процессе перехода системы к равновесию при постоянных  $p$  и  $t$  ее термодинамический потенциал уменьшается. При этом относительно устойчивым (метастабильным<sup>1</sup>) называют состояние жидкости, которое имеет место при ее перегреве до температуры более высокой, чем температура насыщения, соответствующая данному давлению. Тогда происходит переход через кривую равновесия без фазового превращения. Бинодаль (кривая фазового равновесия) в пространстве  $\mu$ ,  $p$ ,  $t$  является границей абсолютно устойчивых состояний жидкости и пара.

## 3. Образование паровой фазы в перегретой жидкости

В перегретой жидкости возникают флуктуации<sup>2</sup> плотности и, если жидкость нагрета до температуры насыщения, то жидкая фаза устойчива и локальные плотности не получают в ней развития, они исчезают и состояние системы не изменяется.

Перегретая (метастабильная) жидкость находится в относительно устойчивом состоянии, в котором вследствие флуктуаций возможно образование паровой фазы при преодолении границы, обусловленной поверхностными силами. Образование паровой фазы в перегретой жидкости представляется следующим образом. В небольшом объеме однородной жидкости вследствие флуктуаций плотности образуются неустойчивые включения паровой фазы в виде микроскопических паровых пузырей. С увеличением перегрева жидкости повышается вероятность возникновения флуктуаций относительно большего масштаба, но уменьшается размер устойчивых пузырей.

Неустойчивость пузырей объясняется тем, что при малых размерах включений паровой фазы работа, связанная с изменением объема, не компенсируется.

Если жидкость недогрета до температуры насыщения, то жидкая фаза устойчива и локальные флуктуации плотности не получают в ней развития: они исчезают, и состояние системы не изменяется.

Зародыши паровой фазы находятся в неустойчивом равновесии с жидкой фазой. Для каждого метастабильного состояния жидкости существует определенное минимальное значение флуктуации, приводящей к начальной стадии фазового перехода — образованию и начальному росту паровой фазы. При возникновении гетерофазных флуктуаций такого и большего масштаба обеспечивается спонтанное зарождение в метастабильной фазе. Этот

<sup>1</sup>Метастабильное состояние — относительно устойчивое состояние системы, из которого она может перейти в более устойчивое состояние под действием внешних факторов или самопроизвольно (в последнем случае вероятность перехода значительно меньше, чем для неустойчивого состояния). Пример М.с. в термодинамике — жидкость в состоянии перегрева или переохлаждения. М.с. в квантовой механике — возбужденные состояния атомов, молекул или атомных ядер, в которых они могут находиться длительное время.

<sup>2</sup>Флуктуация (от лат. *fluctuatio* — колебание) — случайные отклонения физических величин от их средних значений; происходят у любых величин, зависящих от случайных факторов. В статистич. физике Ф. вызываются тепловым движением частиц системы. Ф. определяют теоретически возможный предел чувствительности приборов. Ф. давления проявляются, например, в броуновском движении малых частиц под влиянием точно не скомпенсированных ударов молекул окружающей среды. Ф. характерны для любых случайных процессов.

процесс предшествует развитию процесса кипения в микроскопических масштабах с образованием больших количеств паровой фазы.

На искривленной поверхности раздела появляются силы, обусловленные свойствами этой поверхности (поверхностное капиллярное давление), в результате чего давления обеих фаз оказываются в условиях равновесия неодинаковыми. В условиях равновесного состояния фаз имеет место равенство их температур, химических потенциалов, механическое равновесие.

Если изменение размеров фаз происходит при постоянной температуре, то работа изменения поверхности равна изменению свободной энергии. Свободная энергия единицы поверхности  $\sigma$  (сила, действующая на единицу длины на поверхности раздела фаз) — коэффициент поверхностного натяжения, характеризует условие механического равновесия фаз. Возникающая вследствие поверхностного натяжения сила, отнесенная к единице поверхности, определяется формулой Лапласа:

$$p_{\sigma} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (3.3)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы кривизны поверхности в точках 1 и 2 поверхности;  $p_{\sigma}$  — капиллярное давление (давление Лапласа).

Эта сила  $p_{\sigma}$  направлена перпендикулярно к поверхности раздела фаз в паровую фазу. Для плоской поверхности раздела ( $R_1 = R_2 = \infty$ ) капиллярное давление равно нулю и давления в обеих фазах равны.

Тогда (3.3) принимает вид

$$p_{\sigma} = \frac{2\sigma}{R}. \quad (3.4)$$

При механическом равновесии сумма сил на поверхности раздела фаз равна нулю, поэтому

$$p'' = p + p_{\sigma} = p + \frac{2\sigma}{R}. \quad (3.5)$$

Из (3.5) следует, что давление в паровой фазе больше, чем в жидкой на величину капиллярного давления. Давление насыщенного пара у искривленной поверхности не равно давлению насыщенного пара над плоской поверхностью, для которой плоскость раздела фаз при температуре насыщенного пара  $t''$  соответствует некоторому общему значению равновесного давления паровой и жидкой фазы  $p''$ . При искривленной поверхности раздела давление пара  $p$ , соответствующее температуре

насыщенного пара  $t''$ , в условиях равновесия фаз не равно  $p''$ , которое зависит от кривизны поверхности раздела и равно

$$p' = p'' - \frac{2\sigma''}{R} \frac{\rho''}{\rho' - \rho''}, \quad (3.6)$$

а давление жидкости

$$p' = p'' - \frac{2\sigma''}{R} \frac{\rho'}{\rho' - \rho''}. \quad (3.7)$$

Давление жидкости при вогнутой поверхности раздела и температуре пара  $t''$  меньше давления ее при наличии плоской поверхности и равно

$$p = \frac{2\sigma}{R} + \frac{2\sigma}{R} \frac{\rho''}{\rho' - \rho''}.$$

Поскольку заданной температуре насыщения соответствует меньшее давление жидкости, чем  $p''$  для плоской поверхности, то заданному давлению будет соответствовать более высокая температура насыщенного пара в зародыше. Это увеличение температуры насыщения  $\Delta t$  по сравнению с  $t''$  для плоской поверхности раздела соответствует величине  $\Delta p$ , которое можно найти приближенно, но с достаточной точностью, учитывая, что  $\Delta p$  мало по сравнению с абсолютным давлением жидкости, и воспользовавшись уравнением Клапейрона-Клаузиуса, которое выражает зависимость равновесного давления фаз от температуры, содержит в правой части легко измеряемые величины и применимо для плоской поверхности и для сферы:

$$\left( \frac{\partial p''}{\partial T''} \right)_R = \frac{r}{T''(v'' - v')}.$$

Тогда при небольших значениях  $\Delta t$

$$\Delta t \cong \left( \frac{\partial t''}{\partial p''} \right)_R.$$

Если  $\Delta t$  задан, то можно определить радиус равновесного парового зародыша, соответствующий перегреву жидкости. Это — **критический радиус** зародыша при данном  $\Delta t$ .

Изменение  $L$  (работа образования поверхности раздела) в зависимости от  $R$  при метастабильном состоянии перегретой жидкости, когда  $\mu > \mu''$ , показано на рис. 3.9. В точке  $K$  работа образования поверхности превышает максимально работу изменения объема потенциала системы и система находится в состоянии неустойчивого равновесия. Если  $\mu > \mu''$ , тогда жидкость переходит в пар, так как в этом случае устойчивой является паровая фаза, имеющая меньший химический потенциал. Протекание

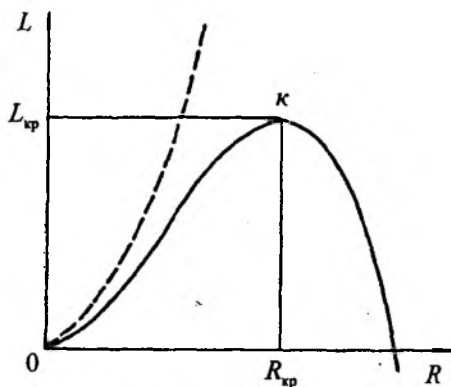


Рис. 3.9. Характер зависимости работы образования зародыша от его размера

процесса, однако, обусловлено необходимостью преодоления определенного потенциального барьера  $L_{кр}$ , поскольку возникновение гетерогенной флуктуации, приводящей к образованию парового скопления, более вероятно для малого числа частиц метастабильной жидкости, чем для большего их числа, то число паровых скоплений убывает с увеличением их радиуса. Из рис. 3.9 можно сделать заключение о характере распределения числа скоплений пара в зависимости от их размеров только в области значений, в которой более высоким значениям  $R$  соответствует большее приращение термодинамического потенциала системы. Экстраполяция этого заключения на область значения  $R > R_{кр}$  незаконна.

Следовательно, работа, необходимая для образования зародыша, уменьшается, а вероятность его образования, соответственно, резко возрастает с увеличением перегрева жидкости.

Работа образования зародыша является основным параметром, определяющим микрокинетику фазовых превращений. В основе представлений о кинетике процесса кипения на его начальной стадии в частности лежит идея Гиббса, предложившего считать мерой устойчивости метабальной фазы работу образования критического зародыша  $L_{кр}$ .

Вероятность образования парового зародыша — это вероятность флуктуации, когда в метастабильной жидкости образуется скопление пара радиусом  $R_{кр}$ . Основываясь на идее Гиббса и термодинамических соображениях, М. Фольмер и А. Вебер получили выражение для расчета числа зародышей  $J$ , возникающих в единице объема метастабильной фазы в секунду.

#### 4. Центры парообразования

Пузыри пара образуются только на поверхности нагрева, где перегрев жидкости максимальный, и только в отдельных точках этой поверхности — в **центрах парообразования**, которыми являются неровности поверхности (микровпадины, шероховатости), пузыри пара и мелкие твердые частицы. Чем больше центров парообразования, тем больше количество образующихся пузырей пара. Число активных центров парообразования растет с увеличением перегрева жидкости:  $\Delta t = t_0 - t''$ . Достигая определенных размеров, паровые пузыри отрываются и всплывают в жидкости, образуя над центром парообразования колонны пара. При этом перегрев основной массы жидкости невелик ( $0,01 \dots 0,1^\circ\text{C}$ ), поэтому при наличии на поверхности нагрева или в объеме жидкости достаточного числа центров парообразования кипение практически начинается после достижения на поверхности нагрева температуры, на десятки доли градуса превышающей температуру насыщения жидкости (при данном давлении). Однако, если поверхность обеднена центрами парообразования, жидкость может быть значительно перегрета. Так, например, в гладкой, хорошо промытой стеклянной колбе дистиллированная и дегазированная вода может быть нагрета до  $115 \dots 120^\circ\text{C}$  при атмосферном давлении, а при особой тщательности опыта — и до  $200^\circ\text{C}$ .

Перегретая жидкость при введении в нее предметов, которые могут служить центрами парообразования (песчинки, пузырьки воздуха и т.п.), мгновенно вскипает, образуя в начале процесса большие пузыри пара и снижая температуру до нормального уровня. Обнаруживается также влияние материала поверхности нагрева (сталь, стекло, медь и др.) на температуру кипения чистой жидкости.

Итак, центрами парообразования являются (в том числе) микроуглубления в поверхности нагрева, заполненные воздухом или другим газом (рис. 3.10).

Если рассмотреть идеализированную схему возникновения паровой фазы в жидкости, заполняющей коническую впадину, тогда радиус границы раздела фаз равен

$$R = \frac{R_1}{\cos(\beta - \gamma)},$$

где  $R_1$  — радиус конуса на линии соприкосновения стенки, жидкости и пара;  $\beta$  — краевой угол смачивания;  $\gamma$  — угол раскрытия конуса.





Рудольф Клаузиус  
(1822-1888)

Рудольф Клаузиус — знаменитый немецкий физик, родился 2 января 1822 г. в Кетлене (Померания). Клаузиус по окончании Берлинского университета занимал кафедру физики в Цюрихской Артиллерийской школе. В 1855 г. он получил кафедру физики в Цюрихском университете. В 1867 г. Клаузиус перешел в Вюрцбургский, а в 1869 г. — в Боннский университет, в котором и оставался до конца своей жизни — 24 августа 1888 г.

Клаузиусом, являющимся одним из основоположников термодинамики, много сделано не только для установления второго закона термодинамики, но и для установления многих ее положений, определивших основную, первичную теорию этой науки. Его работы в области теории термодинамики принесли ему мировую славу и известность.

В 1865 г. за научные исследования по термодинамике Клаузиус был избран членом-корреспондентом Французской Академии наук. Наиболее фундаментальные работы Клаузиуса выполнены в области теории термодинамики, кинетической теории, теории паров и паровых машин.

Труды Клаузиуса по механической теории тепла сначала появились в форме мемуаров, напечатанных в Поггендорфских *Анналах* (1848—1862), а затем были собраны в классическое сочинение «Механическая теория тепла».

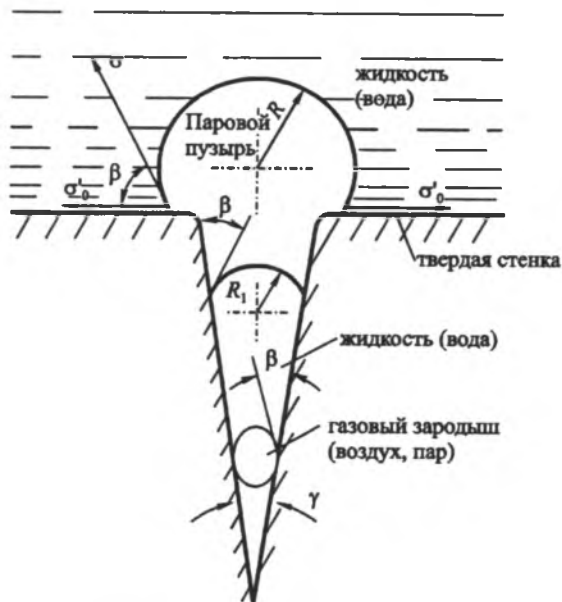


Рис. 3.10. Схема образования пузыря в несмачиваемой впадине:  $R_1$  — радиус конуса на линии соприкосновения стенки, жидкости и пара;  $\beta$  — краевой угол смачивания;  $\gamma$  — угол раскрытия конуса

В свою очередь краевой угол связан с коэффициентом поверхностного натяжения на границах пар — жидкость, пар — стенка и жидкость — стенка формулой

$$\sigma \cos \beta = \sigma_0' - \sigma_0''.$$

Вероятность образования паровой фазы в результате флуктуации плотности в некоторой точке перегретой жидкости оценивается

$$\omega \approx \exp \left[ \frac{\pi T^* \sigma^3}{k(r\rho^* \Delta t)^2} \right]$$

где  $k$  — постоянная Больцмана;  $\Delta t$  — перегрев жидкости относительно насыщения у плоской поверхности раздела фаз.

Минимальный перегрев жидкости должен соответствовать температуре насыщения над поверхностью раздела фаз данной кривизны.

Превышение давления в пузыре (для сферической поверхности) будет

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}.$$

### 5. Классификация активных центров парообразования

Часть щелей, впадин и т.п. (рис. 3.11) на твердой поверхности — это активные центры парообразования. Жидкость при контакте с поверхностью адсорбирует смесь воздуха и пара в щели (рис. 3.11, а). При этом воздух растворяется, если жидкость смачивает стенки впадины ( $\beta < 90^\circ$ , см. рис. 3.10). Углубление, заполненное жидкостью, не является центром парообразования, если поверхности стенки впадины плохо смачиваются жидкостью и имеют неправильную форму. В этом случае кривизна границы раздела может деформироваться так, что силы поверхностного натяжения

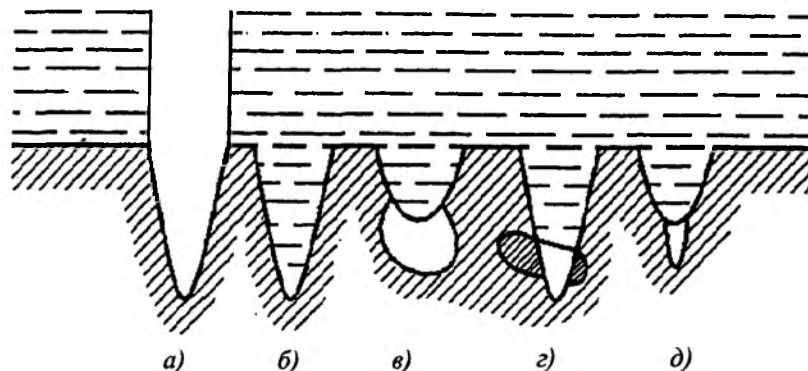


Рис. 3.11. Образование на поверхности активных центров: а — впадина перед заполнением жидкостью; б — смоченная впадина; в — резервуарная впадина; г — несмачиваемое включение; д — несмачиваемое отложение

противостоят дальнейшему проникновению жидкости даже тогда, когда давление мало. При дальнейшем нагреве давление пара увеличивается и граница раздела во впадине может исчезать: если в углублении имеются расширения (рис. 3.11, в), несмачивающиеся включения (рис. 3.11, г), несмачиваемые пленка и отложения на стенке (рис. 3.11, д). Если поверхность затапливается, жидкость поступает во впадину. При нагреве «смачивание» может произойти в результате растворения пленок смазки в жидкости-растворителе или (в случае жидких металлов) в результате химической реакции между ними и несмачиваемыми окислами поверхности. Парообразование начинается, когда размер зародыша пара больше определяемого минимальным радиусом, при котором жидкость проникает в углубление. Таким образом,

$$R_{\min} = \frac{2\sigma}{p' - (p'' + p_a)}$$

Из этого уравнения можно рассчитать минимальный радиус шейки активной резервуарной впадины при  $\beta \leq 90^\circ$ . Известна модель, которая учитывает смачиваемость поверхности через

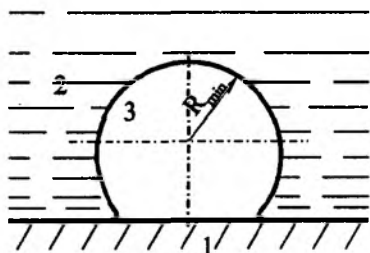


Рис. 3.12. Формы парового зародыша на гладкой твердой поверхности: 1, 2 и 3 — соответственно обогреваемая твердая поверхность, жидкость и пар

краевой угол  $\beta$  и геометрическую форму впадины через угол при ее вершине. При движении жидкости во впадине граница раздела принимает форму зародыша пара с радиусом  $R$  для других жидкостей с различными краевыми углами смачивания (рис. 3.12).

#### 6. Образование пузырей на твердой поверхности

Если к твердой поверхности, контактирующей с жидкостью, подводится теплота, то при превышении температуры над температурой насыщения жидкости на поверхности начинается процесс кипения. На поверхности образуются паровые зародыши, так как жидкость перегрета у твердой поверхности. Фазовый переход происходит на шероховатых поверхностях при перегревах жидкости значительно более низких, чем в случае кипения жидкости в объеме. Сложность кипения на твердой поверхности определяется совместным влиянием ряда дополнительных, по сравнению с кипением в объеме жидкости, факторов — геометрических характеристик и теплофизических свойств поверхности нагрева, физико-химического взаимодействия фаз, температурной неравномерности.

Физико-химическое взаимодействие трех фаз определяется соотношениями между силами поверхностного натяжения и углом  $\beta$ . В условиях равновесия это выражается соотношением

$$\text{Неймана: } \sigma_{13} = \sigma_{12} + \sigma_{23} \cos \beta, \quad \cos \beta = \frac{\sigma_{13} - \sigma_{12}}{\sigma_{23}},$$

где индексы 1, 2 и 3 относятся (см. рис. 3.12) соответственно к твердому телу, жидкости и газу, следовательно  $\sigma_{23} = \sigma$ .



Гиббс Джозайя Виллард  
(1839-1908)

Американский физик-теоретик. Родился в Нью-Хейвене. Образование получил в Йельском университете. С 1866 по 1869 г. жил в Европе, где посещал лекции выдающихся физиков. С 1871 г. профессор математической физики Йельского университета, где работал до конца жизни. За научные заслуги награжден медалью Коплея — наиболее почетной международной наградой до установления Нобелевских премий.

В истории термодинамики остался как автор основополагающих работ по теории термодинамического равновесия и статистической механики.

Работа образования зародыша, возникшего на твердой поверхности:

$$L = \sigma F_{23} + \sigma \cos \beta F_{13} - (p - p')V. \quad (3.8)$$

Выразив объем сферического сегмента  $V$  и размер поверхностей  $F_{23}$  и  $F_{13}$  в функции  $R_{кр}$  и  $\sigma$ , можно получить:

$$L = 0,33\pi R_{кр}^2 (1 + \cos \beta)^2 (2 - \cos \beta); \quad (3.9)$$

$$L = 0,33\pi R_{кр}^2 [2 + 3 \cos \beta - (\cos \beta)^3]. \quad (3.10)$$

Из рассмотрения выражений (3.8)...(3.10) видно, что отношение работы образования зародыша на гладкой поверхности и в объеме жидкости зависит от степени смачиваемости жидкостью (рис. 3.13) твердой поверхности и является монотонной функцией величины краевого угла:

$$\frac{L}{L_{кр}} = 0,25[2 + 3 \cos \beta - (\cos \beta)^3].$$

Зависимость  $\frac{L}{L_{кр}}$  от  $\beta$  показана на рис. 3.13, из которого вид-

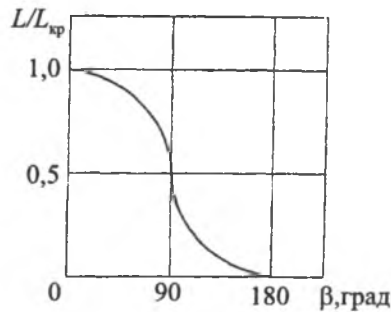


Рис. 3.13. Влияние смачиваемости твердой поверхности на работу образования парового зародыша

но, что на несмачиваемой поверхности при значениях  $\beta$  близких к  $180^\circ$  работа образования зародыша становится пренебрежимо малой, а вероятность его образования приближается к единице. Для наиболее часто встречающихся в технике сочетаний жидкость — твердая поверхность величины краевых углов не превышают  $90^\circ$ , а максимальное значение измеряемого в опытах угла смачивания  $\beta$  — около  $140^\circ$ . В реальных условиях, по-видимому, не бывает краевых углов, близких к  $180^\circ$ . Следовательно, влияние смачиваемости может дать уменьшение работы образования зародыша на гладкой поверхности в 2...3 раза. При этом вероятность образования зародыша остается малой, а необходимые перегревы жидкости — высокими. Так, даже при  $\beta = 129^\circ$  для воды при атмосферном давлении предельный перегрев уменьшается лишь на 32К по сравнению с предельным перегревом 202К при объемном кипении. Это соответствует тому, что в сосуде с гладкими стенками кипение жидкости начинается при высоком ее перегреве, значительно (на десятки градусов) превышающем перегрев жидкости, при котором возникает кипение на шероховатой поверхности.

При малой смачиваемости поверхности жидкостью ( $\beta > 90^\circ$ ) смачиваемость, оказывая слабое влияние на зародышеобразование и перегрев, влияет на стабильность пузырькового кипения. Если в какой-либо точке несмачиваемого участка поверхности происходит кипение, то образование пузырей в этой точке происходит непрерывно и устойчиво. Форма паровых пузырей в этом случае такова, что после его отрыва на горизонтальной поверхности остается след в виде крупного парового образования, что обеспечивает высокую стабильность процесса.

Вывод о слабом влиянии смачиваемости на процесс зародышеобразования в полной мере относится также к гладким наклонным и вертикальным поверхностям нагрева. В отношении влияния плохой смачиваемости на стабильность процесса кипения вертикальные поверхности отличаются от горизонтальных. Из теоретического анализа и ряда работ следует, что для вертикальной поверхности происходит полный отрыв парового пузыря от стенки без оставления на ней следа, и локальной стабилизации процесса кипения не наблюдается.

Обычные поверхности нагрева не бывают абсолютно гладкими. Они характеризуются микрорельефом, наличием микроскопических выступов и впадин, геометрические размеры которых соизмеримы с размерами паровых зародышей.

#### 7. Минимальный размер парового пузыря

Пар внутри пузыря испытывает давление жидкости и сил поверхностного натяжения. Для сферической поверхности раздела фаз избыточное давление в пузыре описывается уравнением Лапласа:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}, \quad (3.11)$$

где  $\sigma$  — поверхностное натяжение;  $R$  — радиус пузыря.

При  $\Delta p > \frac{2\sigma}{R}$  паровой пузырь растет, а при  $\Delta p < \frac{2\sigma}{R}$  — конденсируется и исчезает. Связь между изменением давления и температурой насыщения характеризуется уравнением Клапейрона-Клаузиуса:

$$\frac{dT''}{dp} = \frac{T''(\rho' - \rho'')}{r\rho'\rho''} = \frac{T''\left(\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'}\right)}{r}, \quad (3.12)$$

Заменяя дифференциалы  $dT''$  и  $dp$  конечными приращениями  $\Delta t''$  и  $\Delta p$ , можно записать

$$\frac{\Delta p}{\Delta t''} = \frac{r}{T''\left(\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'}\right)}, \quad (3.13)$$

где индексы (") и (') соответствуют пару и жидкости в состоянии насыщения.

Подставляя значение  $\Delta p$  из (3.13) в уравнение Лапласа (3.11), можно получить соотношение между минимальным радиусом парового пузыря и перегревом  $\Delta t = t' - t''$  (величиной  $1/\rho'$  можно пренебречь, так как  $\rho'' \ll \rho'$ ).



Больцман Людвиг  
(1844-1906)

Австрийский физик. Окончил Венский университет в 1867 г. В течение ряда лет был профессором университетов Австрии и Германии.

Основатель современной статистической механики. Выполнил также ряд работ и в других разделах теоретической физики. По своему научному мировоззрению — стихийный материалист. Борясь против идеалистических концепций Маха и Освальда, он с большой страстностью защищал молекулярно-кинетическую теорию — фундамент развиваемой им статистической термодинамики.

Имеем

$$R_{\min} = \frac{2\sigma T''}{r\rho''\Delta t} \quad (3.14)$$

Как видим, с ростом перегрева количество активных центров парообразования увеличивается, так как вступают в действие микровпадины, соответствующие меньшим  $R_{\min}$ .

Минимальный диаметр парового пузыря, определяемый по (3.14), мал, например, при  $p = 1 \text{ бар}$ ,  $t'' = 100^\circ\text{C}$ ,  $\Delta t = 5 \text{ К}$ ,  $d_{\min} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ мм}$ .

### 8. Отрывной размер (радиус) пузыря

При кипении насыщенной жидкости развившийся из устойчивого зародыша паровой пузырь растет на поверхности нагрева до определенного размера, по достижении которого отрывается от твердой поверхности и всплывает, выталкивая некоторое количество перегретой жидкости. Освобожденный пузырем объем заполняется более холодной жидкостью, затем происходит ее нагрев, в результате чего восстанавливаются температурные условия, обеспечивающие образование нового зародыша и дальнейший рост парового пузыря. Этот процесс протекает с определенной периодичностью, характеризуемой частотой отрыва от поверхности нагрева. Время полного цикла  $\tau$  от отрыва данного пузыря до отрыва последующего складывается из времени существования пузыря на поверхности нагрева от момента его зарождения до отрыва  $\tau_1$  и так называемого времени ожидания  $\tau_2$  (индукционного периода), в течение которого происходит восстановление температурных условий, необходимых для возникновения нового зародыша.

В общем случае:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2; \quad f = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{(\tau_1 + \tau_2)} \quad (3.15)$$

где  $f$  — частота отрыва пузырей.

Размер пузыря при его отрыве от твердой поверхности характеризуется отрывным диаметром  $d_0$  сферы, объем которой равен объему образовавшегося пузыря, так как его форма в момент отрыва отклоняется от сферической.

Скорость роста пузыря в какой-то момент времени равна  $\omega = \frac{dR}{d\tau}$  (где  $R$  — текущий радиус), изменение его размера и формы, периоды  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  и  $\tau$ , отрывной диаметр  $d_0$  (рис. 3.14),

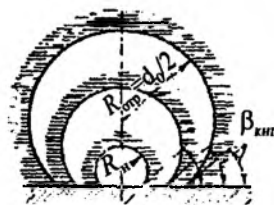


Рис. 3.14. Упрощенная схема роста парового пузыря:  $d_0$  — отрывной диаметр парового пузырька

частота отрыва  $f$  и произведение  $d_0 f$ , представляющее собой среднюю скорость роста парового пузыря  $w''$  за период  $\tau$ , являются внутренними характеристиками процесса пузырькового кипения.

При решении задач о теплообмене при кипении на реальных поверхностях нагрева большой протяженности нельзя ограничиваться характеристиками одиночных пузырей. Необходимо иметь характеристики комплекса возникающих на этих поверхностях пузырей — усредненные в нем значения отрывных диаметров  $d_0$ , частот отрыва и средней скорости роста паровых пузырей.

В процессе роста парового пузыря происходит изменение не только его объема, но и формы (рис. 3.15). При достижении некоторого размера пузыря форма его становится неустойчивой. Малые возмущения могут вывести его из равновесного состояния, привести к изменению его формы, замыканию межфазной границы жидкость — пар и отрыву пузыря от твердой поверхности (при малых углах смачивания поверхности).

Известные методы и решения относятся к предельному случаю квазистатического роста и отрыва одиночного пузыря, когда можно ограничиться учетом только подъемной архимедовой силы и силы сцепления с поверхностью, обусловленной поверхностным натяжением. Квазистатический режим отрыва пузыря характерен для области высоких приведенных давле-

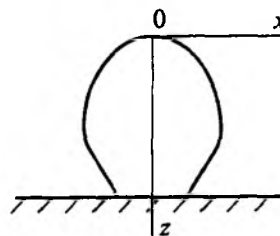


Рис. 3.15. Форма пузыря

ной жидкости. С понижением давления все в большей степени проявляется влияние динамических эффектов, и при низких давлениях они становятся преобладающими. Переход от квазистатического к динамическому режиму отрыва пузырей, естественно, происходит с понижением давления плавно. Поэтому существует достаточно широкая переходная область, где влияние на отрыв пузыря разных факторов по величине сопоставимо.

Отрывной диаметр пузырей пара  $d_0$  — диаметр сферы, объем которой равен объему пузыря пара непосредственно после его отрыва от поверхности нагрева. Размер пузырей пара в момент отрыва их от поверхности нагрева зависит, как мы уже отмечали, от вертикальной подъемной силы и силы поверхностного натяжения, прижимающей пузырь к поверхности, и конвекции окружающей жидкости. При этом почти не зависит от тепловой нагрузки. Отрывной диаметр  $d_0$  пузырей пара в спокойной жидкости определяется по формуле:

$$d_0 = 0,02\beta \sqrt{\frac{\sigma}{(\rho' - \rho'')g}}, \quad (3.16)$$

где  $\beta$  — краевой угол смачивания (между касательной к поверхности пузыря и поверхностью нагрева ( $\beta$  для воды равен  $50^\circ$ ));  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения;  $\rho'$ ,  $\rho''$  — плотность жидкости и пара;  $g$  — ускорение свободного падения.

При кипении жидкости в объеме паровые пузыри, достигнув отрывного диаметра  $d_0$  всплывают к свободной поверхности жидкости. Архимедова (подъемная) сила, способствующая отрыву пузыря от поверхности  $g(\rho' - \rho'')$ , больше силы поверхностного натяжения и гидростатического сопротивления движению пузыря. Время роста пузырька  $\tau_0$  от  $d_{\min}$  до отрывного диаметра  $d_0$  равно

$$\tau_0 = \frac{(d_0 - d_{\min})^2}{\lambda' c'_p \rho'} \left( \frac{r p''}{4\Delta t} \right)^2. \quad (3.17)$$

Величина  $1/\tau_0$  — частота отрыва пузырей.

Величина  $\omega_0 = \frac{d_0}{\tau_0}$  характеризует скорость роста пузырей на поверхности нагрева. Из (3.16) и (3.17) следует:

$$\omega_0 \approx \frac{\lambda' c'_p (\rho')^{1,5}}{\beta \sqrt{\sigma' r p''}}. \quad (3.18)$$

Из (3.18) видно, что скорость роста пузырей увеличивается с увеличением плотности,

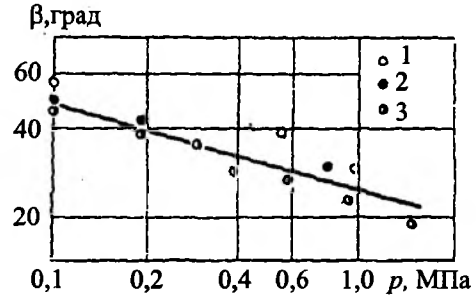


Рис. 3.16. График зависимости  $\beta = f(p)$ : 1 — медь; 2 — сталь; 3 — никель

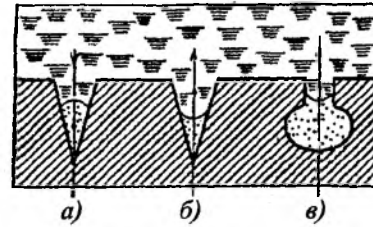


Рис. 3.17. Центры парообразования: а — жидкость смачивает впадинку; б, в — жидкость не смачивает впадинку (в — центр «резервуарного» типа); стрелкой показано направление действия лапласового давления

теплоемкости и коэффициента теплопроводности жидкости, температуры перегрева и уменьшается с ростом краевого угла смачивания, поверхностного натяжения, плотности пара (давления) и теплоты парообразования. Поэтому в условиях разрежения наблюдается существенное увеличение роста паровых пузырей и более быстрый переход к пленочному режиму кипения. С другой стороны, при отсутствии центров парообразования перегрев может достигать нескольких десятков градусов (например, при кипении на гладкой стеклянной поверхности).

Опытные данные по влиянию давления на краевой угол смачивания при кипении воды на поверхностях различных металлов приведены на рис. 3.16.

При росте пузыря на микровпадине (рис. 3.17) основание пузыря выходит за пределы ее устья, и если размер основания (при его последующем сокращении) в момент потери устойчивости превышает размер устья, то отрыв происходит, как от гладкой поверхности. При  $\beta > 125^\circ$  этот размер основания также зависит от  $\beta$ , но эта зависимость нелинейная.

Если устойчивость пузыря нарушается, когда он своим основанием находится на устье микровпадины, то эквивалентный диаметр зависит от размера устья и при

$$R_0 < 0,5 \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}$$

определяется формулой:

$$d_0 < 2,23 \sqrt{\frac{R_0 \sigma}{g(\rho' - \rho'')}}.$$

При больших размерах впадины (отверстия) зависимость становится более сложной. Реализация того или иного варианта отрыва определяется соотношением между  $\beta$  и  $\frac{R_0}{\sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}}$ . При

малых  $\beta$  и больших  $\frac{R_0}{\sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}}$  отрыв происходит от кромки впадины, в противном случае — как от гладкой поверхности.

### 9. Минимальный перегрев жидкости

Одним из условий возникновения пузырей пара является превышение температуры жидкости  $t'$  относительно температуры насыщения  $t''$  ( $t' > t''$ ) при заданном давлении. Практический интерес представляет собой то минимальное значение перегрева жидкости, при котором возможно существование пузырей пара. Для существования пузыря необходимо, чтобы давление пара в пузыре было больше давления окружающей жидкости. Перепад давлений в пузырях и окружающей жидкости определяется формулой Лапласа:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R_{\min}}, \quad (3.19)$$

где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения пленки между жидкостью и паром, Н/м;  $R_{\min}$  — минимально возможный радиус пузыря:

$$R_{\min} = \frac{2\sigma t''}{\Delta t r \rho''}, \quad (3.20)$$

где  $\rho''$  — плотность пара;  $\Delta t = t' - t''$ .

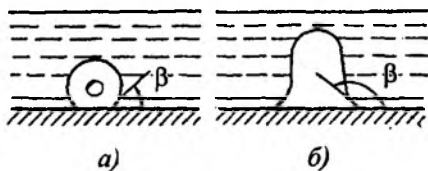


Рис. 3.18. Форма паровых пузырьков на смачиваемой (а) и на несмачиваемой (б) поверхностях

Из выражения (3.20) следует, что пузыри пара с радиусом меньше  $R_{\min}$  при минимальном перегреве  $\Delta t$  будут разрушаться, а если  $R > R_{\min}$  при том же перегреве — будут расти. Чем больше перегрев жидкости, тем меньше минимальный радиус возникшего на поверхности пузыря пара. С увеличением перегрева жидкости уменьшается минимальный радиус пузыря и увеличивается количество действующих центров парообразования.

### 10. Начало кипения на поверхности нагрева

Представление о существовании в углублении твердой поверхности готового зародыша является исходным при оценке условий начала кипения, размеров впадин, которые могут быть активными центрами парообразования. Одной из характеристик активности впадин является размер ее устья, а требуемый перегрев можно определить из соотношения для  $\Delta t$ , если в него вместо  $R_{кр}$  подставить  $R_0$ :

$$\Delta t = \frac{2\sigma t''}{r\rho R_0}. \quad (3.21)$$

Если принять, что температуру жидкости можно приравнять к температуре поверхности нагрева  $t_0$  и вместо  $\Delta t$  подставить  $\Delta t_0 = t_0 - t''$ , то (3.20) примет вид:

$$\Delta t_0 = \frac{2\sigma t''}{r\rho R_0}. \quad (3.22)$$

Мы уже знаем, что особенность процесса пузырькового кипения на поверхности нагрева заключается в том, что он протекает в условиях существенной температурной неравномерности. Паровой зародыш, образовавшийся свод над устьем впадины, окружен неравномерно перегретой по его высоте жидкостью. Поэтому при определении условия равновесия системы «зародыш — жидкость» необходимо учитывать профиль температуры жидкости в пристенном слое.

При увеличении теплового потока к насыщенной жидкости выше значения, при котором начинается кипение, увеличивается число участков поверхности, от которых поднимаются цепочки пузырей. При этом каждый пузырь увлекает за собой жидкость в области размером  $2d_0$ , отводя из жидкости некоторое количество теплоты. При малых тепловых потоках перенос теплоты на участках между пузырями может быть того же порядка, что и при конвекции. С увеличением теплового потока возрастает число центров парообразования и число сплошных цепочек

чек пузырями пара. В областях между ними возникают «зоны возвратного течения», в которых жидкость переносится к поверхности нагрева, превращаясь в пар. При дальнейшем увеличении теплового потока этот процесс становится неустойчивым, количество жидкости, поступающей к поверхности нагрева, становится недостаточным и происходит переход к пленочному кипению.

Типичное изменение с течением времени температуры в углублении с паровым пузырем показано на рис. 3.19, а. В точке *A* пузырь начинает расти на поверхности. На увеличение основной части пузыря вязкость мало влияет, и только у поверхности ее влияние становится преобладающим. В точке *B* этот слой испаряется и температура сухой поверхности начинает повышаться; в *C* пузырь отрывается, а к поверхности поступает более холодная жидкость, что приводит к снижению температуры (точка *D*). Затем температура поверхности опять возрастает — точка *A*, в которой начинается образование нового пузыря. Основное влияние на тепловой поток происходит там, где испаряется тонкая пленка жидкости под пузырем (участок *AB* кривой), и когда более холодная жидкость вступает в контакт с поверхностью (участок *CDA*). Установлено, что наличие тонкого слоя жидкости под пузырем существенно только при низких давлениях. При давлениях выше атмосферного рост пузырей для таких жидкостей, как вода, углеводороды и криогенные жидкости, определяется тепловыми процессами (а не динамическими). В этом случае существование микрослоя жидкости под пузырем не оказывает заметного влияния на рост пузыря и теплоотдачу.

На рис. 3.20 показаны опытные данные о температурных напорах начала кипения воды в области низких давлений от 1 до 100 кПа на по-

верхностях нагрева, выполненных из меди, никеля и нержавеющей стали.

В гораздо более широких пределах изменится  $\Delta t_{\min}$  при кипении жидкостей с недогревом в условиях вынужденного движения в соответствии с диапазоном изменения недогрева жидкости и скорости ее движения. В опытах обычно фиксируют не  $\Delta t_{\min}$ , а плотность теплового потока  $q_{н.к}$ , соответствующую началу кипения, и результаты опытов представляют в виде зависимости  $q_{н.к}$  от определяющих факторов.

Д. Хауэллом и Р. Зигелем предложен следующий подход к определению условий начала кипения. Он основан на том предположении, что для равновесия зародыша достаточен нулевой баланс подводимой к нему и отводимой от него теплоты. Авторы рассмотрели случай кипения насыщенной жидкости при линейном профиле температуры в пограничном слое и пришли к выводу, что максимальный размер активных впадин неограничен. На впадинах с  $R_0 > \delta$  кипение должно начаться при таком же перегреве поверхности, как и на впадине наиболее благоприятного размера.

В общих чертах картина протекания процесса роста пузыря и относительного влияния на него разных факторов может быть представлена так. Паровой зародыш, радиус которого равен  $R_{кр}$ , начинает расти с момента, когда он выведен из состояния неустойчивого равновесия с жидкостью; он сначала растет очень медленно вследствие существенного влияния всех тормозящих обстоятельств, особенно поверхностного натяжения. Длительность этого периода весьма мала. Она определяется главным образом величиной перегрева жидкости и масштабом начального возмущения. Затем очень скоро влияние поверхностного натяжения и вязкости снижается до пренебрежимой по сравнению с влиянием

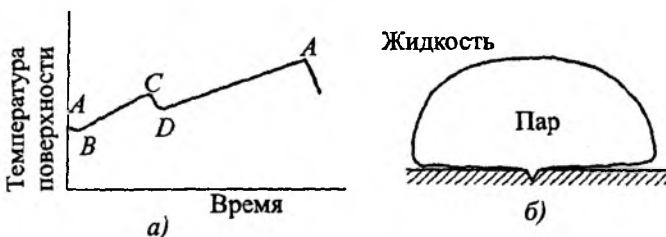


Рис. 3.19. Изменение температуры стенки под пузырем с течением времени

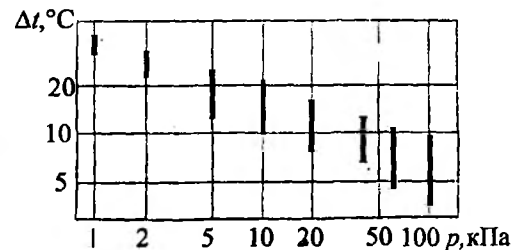


Рис. 3.20. Влияние давления на интервал температурных напоров начала кипения на поверхностях из различных материалов (по данным А.К. Городова)



перегрева жидкости и ее инерции. Скорость роста пузыря быстро увеличивается и ускорение достигает максимума. В этот период происходит быстрое падение температуры в пузыре и на межфазной границе, обусловленное охлаждающим эффектом испарения жидкости. По достижении максимума ускорения в связи с замедлением роста пузыря уменьшается влияние сил инерции. Далее при замедляющемся росте их влияние снижается настолько, что его рост (при пренебрежимо малой роли эффекта неравновесности) начинает лимитироваться практически только условиями подвода теплоты. В итоге процесс переходит в основную по длительности асимптотическую стадию. Длительность стадий, предшествующих асимптотической, обычно мала. Можно определить скорость роста пузыря, обусловленную любым фактором, пренебрегая влиянием остальных. Действительная скорость роста будет меньше наименьшей из величин, определенных таким образом, или в пределе практически равна ей, если влияние остальных факторов пренебрежимо мало. Наименее заметную (обычно пренебрежимо малую) роль в сумме сопротивлений росту пузыря играют факторы, отражающие влияние вязкости жидкости и неравновесности процесса испарения. Обусловленный вязкостью жидкости эффект проявляется на границе раздела фаз в виде нормальной составляющей тензора вязких напряжений.

В асимптотической стадии роста макроскопического пузыря скорость его роста практически полностью определяется подводом теплоты к пузырю.

Уравнение роста пузыря от  $R_{кр}$  до  $R_0$  в случае пренебрежения влиянием всех тормозящих факторов запишется

$$R_0^2 + 2 \frac{R_{кр}^3}{R_0} - 3R_{кр}^2 = 4Ja^2 a\tau, \quad (3.23)$$

что при  $R_0 \gg R_{кр}$  приводит к соотношению  $R_0 = 2Ja\sqrt{a\tau}$ ,  $Ja$  — число Якоба.

Форма пузыря, растущего на поверхности нагрева, в большей или меньшей мере отличается от сферической и изменяется в процессе роста (рис. 3.21). Более сложны, чем в случае объемного кипения, условия подвода теплоты. При определении теплового потока, проходящего через межфазную границу, нужно учитывать подвод теплоты к жидкости от поверхности нагрева

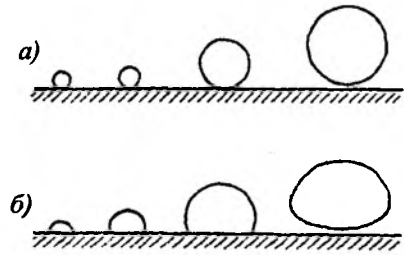


Рис. 3.21. Форма пузырей, растущих на твердой поверхности

и температурную неравномерность в прилегающем к твердой поверхности слое перегретой жидкости.

Паровой пузырь, достигнув некоторого размера, отрывается от поверхности, а освобожденный им объем замещается жидкостью. Отрыв пузырей происходит периодически с определенной частотой. В период цикла от отрыва данного пузыря до отрыва следующего за ним происходит нестационарный теплообмен между поверхностью нагрева и жидкостью.

При развитом кипении имеет место взаимное влияние соседних пузырей, что также в некоторой мере сказывается на гидродинамических и тепловых условиях процесса. Все это обуславливает исключительную сложность задачи, делает практически невозможным корректный и полный ее теоретический анализ и приводит к необходимости принятия упрощенных моделей, позволяющих получить приближенное решение задачи.

Форма растущего пузыря зависит от ряда факторов, сильно отличается для смачивающих и несмачивающих (рис. 3.21, а) жидкостей и изменяется во времени. Однако если ограничиться рассмотрением наиболее широко применяемых в технике смачивающих жидкостей, то главным фактором, определяющим форму пузыря, можно счи-

тать приведенное давление  $\pi = \frac{p}{p_{кр}}$ , при котором протекает процесс кипения.

В некоторой области средних значений образуются пузыри разной формы — близкие к сфере и полусфере, сплюснутые, в определенные моменты времени (перед отрывом) и вытянутые. Для воды — это давление, близкое к атмосферному. Но при сравнительно небольшом повышении давления форма пузырей при кипе-

нии воды становится близкой к сферической. Вообще в области высоких приведенных давлений для смачивающих жидкостей характерна близкая к сферической форма пузырей, (усеченная сфера) (рис. 3.21, а). В области низких значений характерной формой пузырей становится близкая к полусферической (рис. 3.21, б). Это объясняется изменением плотности пара и скоростью роста пузыря. С повышением давления скорость роста в абсолютном выражении уменьшается, стремясь к нулю при критическом давлении. При высоких значениях  $\pi$  происходит медленный (квазистатический) рост пузыря, и в этом случае инерция жидкости на форму пузыря практически не влияет. При низких значениях  $\pi$  скорость роста пузыря велика, динамические эффекты заметно преобладают над эффектами поверхностного натяжения и гравитации, проявляется в большей мере влияние сил инерции жидкости, вызывающих деформацию пузыря и его сплющивание. Пузырь приобретает форму, близкую к полусферической (рис. 3.22).

Опытные данные по росту пузырей на твердой поверхности вполне удовлетворительно обобщаются зависимостью для  $R(\tau)$ , предложенной В.В.Яговым. При получении ее учитывалось и тепловое влияние поверхности нагрева, и теплоподвод по криволинейной поверхности пузыря (А, В, С, рис. 3.23). Вклад теплоотвода

от твердой поверхности учитывался на основе анализа, выполненного Лабунцовым Д.А., Толубинским В.И., а тепловой поток через криволинейную поверхность определяется в предположении, что площадь поверхности с интенсивным испарением, образуемой выталкиваемым перегретым слоем жидкости (см. рис. 3.23), примерно равна площади основания пузыря. Полученная формула имеет вид

$$R = (\gamma Ja + \sqrt{\gamma^2 Ja^2 + 2\beta Ja}) \cdot \sqrt{a\tau} \quad (3.24)$$

и содержит два числовых коэффициента  $\beta$  и  $\tau$ . В соответствии с опытами при  $p > 0,1$  МПа принято, что  $\beta = 6$ ;  $\gamma$  является функцией краевого угла  $\beta$  и при изменении последнего от 40 до 90 °С изменяется от 0,1 до 0,49. Среднее значение  $\gamma = 3$ .

На рис. 3.24 показано сопоставление опытных и расчетных (по разным формулам) значений модуля роста паровых пузырей  $\frac{R}{\sqrt{a\tau}}$  в зависимости от числа  $Ja$ . Из рисунка видно, что формула (3.24) дает лучшее, чем остальные формулы, согласование среднего безразмерного модуля роста с опытными данными различных авторов для широкого интервала давлений и разных жидкостей. При  $Ja \ll 1$  (высокие давления) асимптота соотношения (3.24) имеет вид

$$R = \sqrt{2\beta Ja a\tau}. \quad (3.25)$$

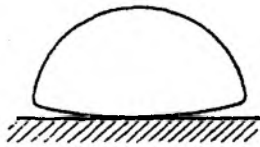


Рис. 3.22. Схема образования микрослоя в основании растущего пузыря

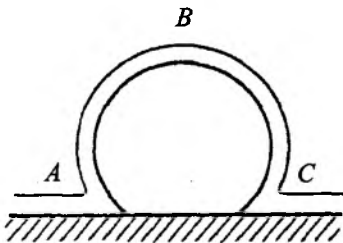


Рис. 3.23. Схема оттеснения пристенного слоя жидкости растущим пузырем

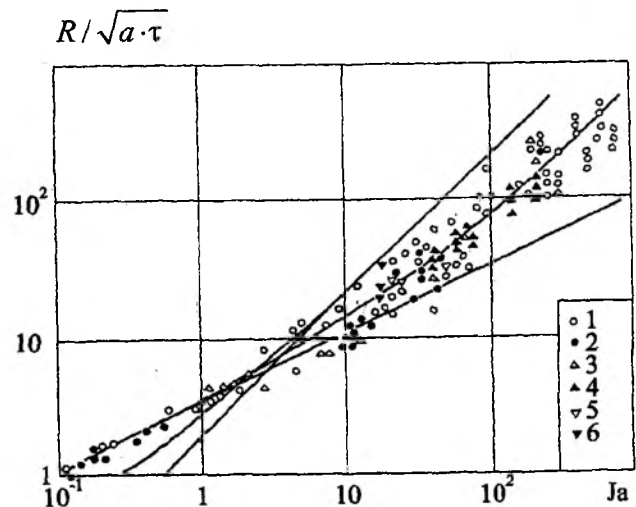


Рис. 3.24. Сопоставление опытных данных по зависимости модуля роста паровых пузырей от числа  $Ja$  (1 — вода; 2 — этанол; 3 — бензол; 4 — метанол; 5 — пентан; 6 — азот) с расчетом по (3.23) и (3.24)

При  $Ja > 1$  (низкие давления) предельное соотношение приобретает вид:

$$R = 2\gamma Ja \sqrt{a\tau}, \quad (3.26)$$

аналогично соотношениям при росте пузыря в объеме перегретой жидкости.

В области очень низких давлений ( $p \leq 10$  кПа) при числах  $Ja$  близких или превышающих 1000 в значительной мере проявляется влияние динамических эффектов на форму пузыря и температурный напор. Для этой области предлагается расчетное соотношение, отличающееся от приведенных, но аналогичное им по структуре.

Из (3.24) и расположения опытных точек на рис. 3.24 виден нелинейный характер зависимости  $R / \sqrt{a\tau}$  от числа  $Ja$ . Эта нелинейность обусловлена наличием двух путей подвода теплоты, отличающихся различными закономерностями, и изменением относительного слияния их на рост пузыря с изменением числа  $Ja$ .

Формула (3.24) получена, как обычно, в предположении постоянства температуры твердой поверхности без учета влияния теплофизических свойств материала поверхности. В некоторых случаях, например при кипении криогенных жидкостей, это влияние может быть существенным. В работах В.А. Григорьева предложены соотношения для скорости роста парового пузыря применительно к условиям кипения криогенных жидкостей, учитывающие изменения во времени температуры поверхно-

сти в зоне действия центра парообразования. Полученные таким образом уравнения роста пузыря имеют вид  $K = C\sqrt{\tau}$ , где  $C$  зависит не только от свойств жидкости, но и от свойств материала поверхности нагрева.

Имеется много экспериментальных данных по измерению размеров отдельных паровых пузырей во времени при кипении на твердой поверхности нагрева. При кипении насыщенной жидкости рост парового пузыря на поверхности нагрева заканчивается отрывом его от поверхности. При отрыве пузырь, всплывая, увлекает за собой слой перегретой жидкости. Освобожденный им объем замещается относительно холодной жидкостью и начинается период ожидания, в течение которого, вследствие нестационарного теплообмена между стенкой и жидкостью, происходит нагрев жидкости. После того как достигнут необходимый перегрев жидкости, во впадине возникает новый зародыш и затем начинается рост нового парового пузыря.

Кипение жидкости на поверхности нагрева может происходить при недогреве основной ее массы до температуры насыщения. Такой вид кипения часто используется в технических устройствах для отвода тепловых потоков очень большой плотности. Процесс развития паровых пузырей при кипении с недогревом (рис. 3.25) отличается существенными особенностями по сравнению с ростом пузырей в насыщенной жидкости. Паровые пузыри сначала растут,

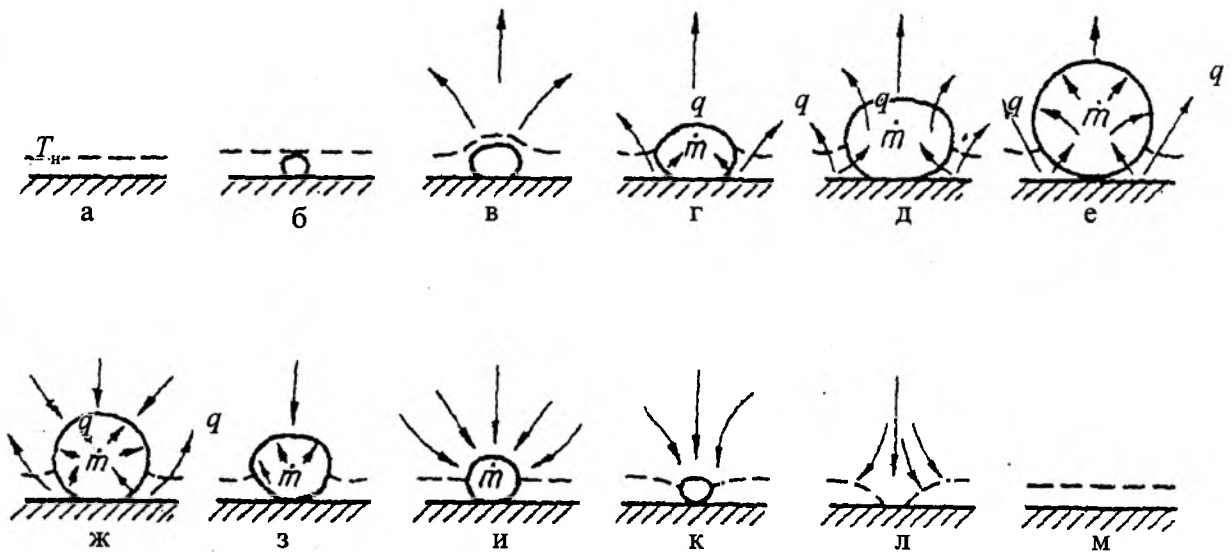


Рис. 3.25. Рост и деградация паровых пузырей при кипении недогретой жидкости по М. Эллиону

достигают максимального размера, а затем деградируют. В условиях свободного движения жидкости в зависимости от недогрева и давления они либо отрываются от поверхности и конденсируются в холодном ядре жидкости, либо, не отрываясь, захлопываются на самой поверхности. Так, например, наблюдения при атмосферном давлении и малой скорости движения воды (0,1...0,2 м/с) показали, что при малых недогревах до 20К происходит отрыв пузырей от стенки, а при недогревах более 40К значительная часть пузырей, пройдя стадию роста до максимального размера, быстро деградирует вплоть до исчезновения, не отрываясь от стенки. Качественная картина процесса роста и деградации паровых пузырей при кипении с недогревом дана М. Эллионом. Стадии существования пузыря по Эллиону в течение одного цикла показаны на рис. 3.25. Пунктирной линией показана граница перегретого слоя жидкости, а стрелками — направления потока теплоты и массы. Момент б соответствует моменту возникновения зародыша. В моменты в и г пузырь растет в результате испарения жидкости. В момент г в верхней части пузыря температура жидкости равна  $T_n$  и испарение там прекращается. В моменты д и е в пузыре происходят противоположные процессы — внизу он растет вследствие испарения, вверху уменьшается вследствие конденсации. В момент е эффект конденсации равен эффекту испарения, пузырь достигает максимального размера. После того, как эффект конденсации превысит эффект испарения, происходит уменьшение размера пузыря (моменты ж и к) вплоть до его полного исчезновения (моменты м и л). В этот период к поверхности нагрева поступает холодная жидкость, затем происходит ее перегрев, и цикл зарождения, роста, уменьшения и исчезновения пузыря повторяется.

### 3.2.2. Влияние теплофизических характеристик системы на процесс парообразования

#### 1. Влияние теплофизических характеристик теплоотдающей поверхности на процесс парообразования

Интенсивность парообразования зависит от смачивающей способности жидкости.

Если кипящая жидкость (вода, керосин и т.д.) смачивает поверхность нагрева, то пузыри пара имеют малую площадь поперечного сече-

ния и легко отрываются от теплоотдающей поверхности. При этом поверхность нагрева хорошо обтекается жидкостью. Если же кипящая жидкость не смачивает поверхность нагрева (ртуть и др.), то пузыри пара имеют большую площадь поперечного сечения, которые отрываются после достижения больших размеров. После отрыва пузыря на его месте остается небольшое количество пара, что способствует возникновению центров парообразования (рис. 3.26). Смачивающая способность жидкости определяется краевым углом  $\beta$ , который образуется между твердой поверхностью и свободной поверхностью жидкости. Если  $\beta < 90^\circ$ , жидкость смачивает поверхность, если же  $\beta > 90^\circ$  — не смачивает.

Таким образом, значение  $\beta$  зависит от природы жидкости, материала, состояния и чистоты поверхности. Воздействуя на поверхностный слой жидкости активными веществами, можно изменить степень смачиваемости поверхности данной жидкостью. Например, добавка в ртуть незначительного количества магния или натрия существенно улучшает ее контакт со сталью.

Если кипящая жидкость смачивает поверхность нагрева, то паровые пузырьки имеют тонкую ножку и от поверхности отрываются легко (рис. 3.26, а). Если жидкость не смачивает поверхность, то паровые пузырьки имеют широкую ножку (рис. 3.26, б). Вода, спирты, бензол, ацетон и др. — смачивают чистые металлические поверхности нагрева.

На рис. 3.26 показаны формы паровых пузырей при различной смачиваемости поверхности нагрева. Многие жидкометаллические теплоносители не смачивают или плохо смачивают поверхности нагрева из углеродистых и нержавеющих сталей.

Для несмачиваемых поверхностей процесс парообразования протекает в более благоприятных условиях. Вытеснение жидкости из поры облегчается, так как при выпуклом мени-

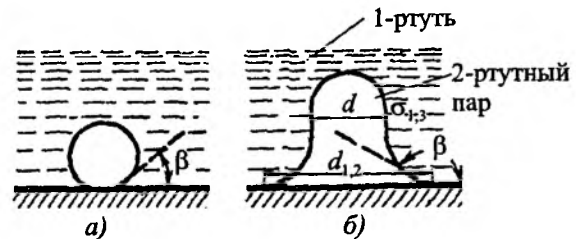


Рис. 3.26. Форма паровых пузырьков на смачиваемой (а) и несмачиваемой (б) поверхностях (ртуть)

ске ему способствуют поверхностные силы (рис. 3.27). В то же время механическое равновесие системы «зародыш — жидкость» обеспечивается при меньшем давлении в зародыше, чем в случае смачиваемой поверхности. При краевых углах  $\beta > 90^\circ$  облегчается также выход пузыря из поры и переход его на горизонтальную поверхность. Это приводит к заключению об ограниченной активности смачиваемых пор и высокой активности (как центров образования паровой фазы) несмачиваемых. Преимущество плохо смачиваемых пор заключается также и в том, что заполнение такой поры жидкостью после отрыва пузыря затруднено. При соответствующем сочетании формы (крутые стенки, острое дно), геометрических размеров поры и поверхностного натяжения жидкости возможность заполнения вообще исключена. Этим обеспечивается постоянное существование в поре первичного зародыша и высокая стабильность ее работы как центра парообразования. Известно, что на выступах работа образования зародыша больше, чем на плоской поверхности. Поэтому активными центрами парообразования могут быть только впадины, при этом конические впадины имеют преимущество по сравнению с цилиндрическими. Главными факторами, облегчающими зародышеобразование и рост зародышей, являются локальная ухудшенная смачиваемость и наличие во впадинах микроскопических паровых или газовых скоплений.

Паровые зародыши возникают преимущественно в несмачиваемых впадинах, так как в них работа образования зародыша (отрыва жидкости от твердой стенки) невелика. Хорошо смачиваемые впадины могут быть некоторое (часто достаточно длительное) время центрами парообразования при наличии на их дне микроскопических образований пара. При длительном кипении может произойти дегазация впадины,

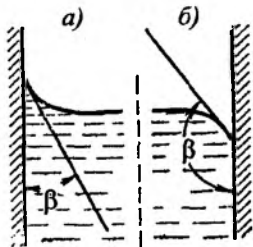


Рис. 3.27. Форма мениска и краевой угол  $\beta$  при смачивании (а) и несмачивании (б) поверхности жидкостью

заполнение ее жидкостью и прекращение ее функционирования как активного центра.

Возникновению парового зародыша в углублениях на поверхности твердого тела способствуют: наличие слабых мест в жидкости с пониженными значениями работы адгезии; паровых пузырьков и пылинок, коллоидных частиц. Наличие на твердой поверхности мест («загрязнений»), плохо смачиваемых жидкостью (локальная несмачиваемость впадин) и хорошо смачиваемых газом или паром; адсорбция твердой поверхностью газовых и паровых молекул.

Влияние чистоты обработки поверхности нагрева на интенсивность теплоотдачи при кипении воды с недогревом ( $p = 0,4$  МПа,  $\Delta t = 20$  °С; материал поверхности нагрева — нержавеющая сталь 1Х18Н9Т) приведено на рис. 3.28.

Рассмотрение рис. 3.28 позволяет сделать вывод, что степень чистоты обработки поверхности влияет на интенсивность теплообмена тогда, когда ее изменение связано с появлением новых центров парообразования — расширением спектра активных впадин. Если при изменении чистоты поверхности образуются крупные впадины, заполняемые жидкостью, то это изменение не влияет на интенсивность теплообмена.

В свою очередь влияние теплофизических свойств материала теплоотдающей поверхности обусловлено пространственной дискретностью и локальной нестационарностью процессов, сопровождающих кипение на твердой поверхности. Влияние теплофизических свойств твердой

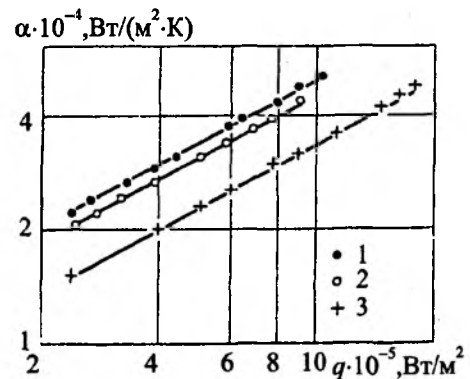


Рис. 3.28. Влияние чистоты обработки поверхности нагрева на интенсивность теплоотдачи при кипении воды с недогревом ( $p = 0,4$  МПа;  $\Delta T_{\text{зад}} = 20$  К; материал поверхности нагрева — нержавеющая сталь 1Х18Н9Т): 1 — холоднотянутые трубки; 2 — точеные трубки; 3 — полированные трубки

стенки связано с пространственной дискретностью центров парообразования — нестационарностью теплообмена у поверхности нагрева в окрестности центров парообразования.

Центры парообразования являются участками интенсивного стока теплоты с тепловыми потоками, превышающими среднюю по поверхности нагрева. Поэтому средняя во времени температура в окрестности действующего центра парообразования в поверхностном слое теплоотдающей стенки *ниже, чем на остальной поверхности. Центры парообразования стимулируют снижение температур поверхности* не только у центра, но и на свободной поверхности, что проявляется в повышении средней интенсивности теплообмена. Чем выше коэффициент теплопроводности материала стенки, тем интенсивнее происходит перераспределение тепловых потоков между участками свободной поверхности и поверхности с активными центрами парообразования. Из этого следует, что это справедливо лишь для поверхностей, обедненных потенциальными центрами.

При *низкой теплопроводности стенки* перераспределение локальных тепловых потоков между свободной поверхностью и поверхностью, занятой активными центрами, *уменьшается*. С увеличением общего теплового потока увеличивается температура свободной поверхности, и это приводит к активации потенциальных центров на свободной поверхности и снижению ее температуры (увеличению интенсивности теплообмена). Поэтому при низкой теплопроводности стенки тепловой поток, реализуемый каждым единичным центром (паропроизводительность центра), меньше, чем у поверхности с высокой теплопроводностью. Но число активных центров парообразования больше.

При кипении на «гладких» поверхностях (с сильно ограниченным числом потенциальных центров парообразования) увеличение теплового потока не сопровождается возникновением достаточного количества дополнительных центров парообразования, и при низкой теплопроводности стенки средняя температура увеличивается, теплообмен снижается. Высокая чистота обработки поверхности приводит к уменьшению числа возможных центров парообразования. При кипении криогенных жидкостей теплопроводность материала поверхности оказывает влияние на интенсивность теплообмена даже

при умеренной степени чистоты поверхности (5...7 класс). Криогенные жидкости хорошо смачивают поверхности нагрева, их краевой угол близок к нулю, поэтому при обычной обработке поверхности не образуется достаточного количества микровпадин, которые могли бы являться потенциальными центрами парообразования. Поверхность, «шероховатая» для обычных жидкостей, для криогенных оказывается «гладкой». Таким образом, теплопроводность материала стенки может оказать заметное влияние на интенсивность теплообмена при пузырьковом кипении лишь в случае сильно ограниченного числа потенциальных центров парообразования на поверхность нагрева.

Влияние характеристик твердой поверхности зависит от физико-химических свойств поверхности и взаимодействий между поверхностью, жидкостью и паром (смачиваемость, адгезия, адсорбция), микрогеометрией поверхности (размеры, форма) теплофизическими свойствами материала поверхности нагрева (коэффициента теплопроводности, теплоусвоения). Все эти факторы характеризуют совокупность неровностей, образующих рельеф поверхности. Известно 14 классов шероховатости (чистоты) поверхности, которые определяются численными значениями среднеарифметических отклонений профиля или по высоте неровностей профиля (десять точек при нормированных базовых линиях). При этом поверхность имеет впадины, выступы, шероховатости с размерами до ограничиваемого данным классом чистоты (рис. 3.29).

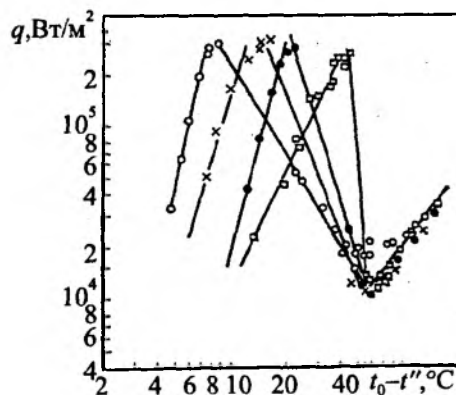


Рис. 3.29. Влияние обработки медной поверхности на кривую кипения пентана: о — притирка; x — обработка наждачной бумагой 60; • — обработка наждачной бумагой 320; □ — зеркальная полировка

В соответствии с представлениями об устойчивых центрах парообразования, ими могут быть лишь те элементы микрорельефа поверхности, которые не заполняются жидкостью после отрыва парового пузыря.

**2. Влияние давления на физико-механические процессы при образовании и росте паровых пузырей**

На рис. 3.30 показано изменение парового диаметра и частоты отрыва паровых пузырей при кипении воды в интервале давлений 0,1...1 МПа. Сопоставление кривой изменения  $d_0$  при кипении воды, приведенной на рис. 3.30, свидетельствует о том, что скорость роста паровых пузырей изменяется за счет уменьшения отрывного диаметра пузырей при постоянной частоте отрыва. С ростом давления при постоянной тепловой нагрузке поверхности нагрева наблюдается увеличение числа действующих центров парообразования (рис. 3.31).

С ростом давления, как видно из рис. 3.32, размеры паровых пузырей уменьшаются. При этом в интервале 0,1...0,4 МПа имеет место резкое снижение  $d_{max}$ , а при дальнейшем увеличении давления происходит уже более плавное уменьшение  $d_{max}$ . Частота образования паровых пузырей  $f$  монотонно снижается с повышением давления. В соответствии с изменением  $d_{max}$  и  $f$  средняя за цикл скорость роста паровых пузы-

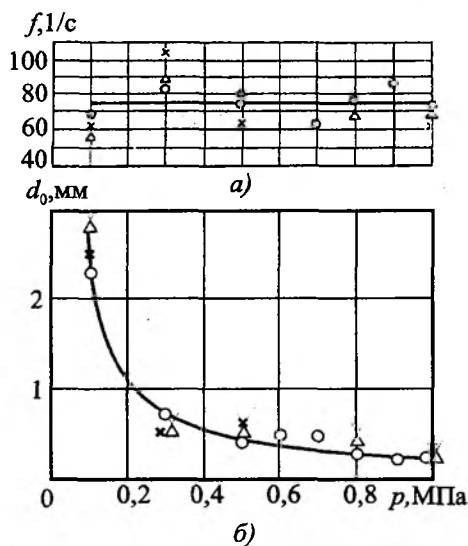


Рис. 3.30. Изменение частоты отрыва (а) и отрывного диаметра (б) пузырей с ростом давления при кипении воды (обозначения те же, что и на рис. 3.31)

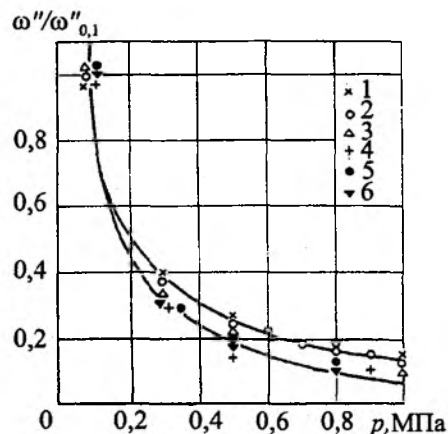


Рис. 3.31. Влияние давления на среднюю скорость роста пузырей при кипении воды (1-3) и этилового спирта (4-6) на поверхностях из различных материалов: 1, 4 - пермаллой; 2, 5 - латунь; 3, 6 - медь

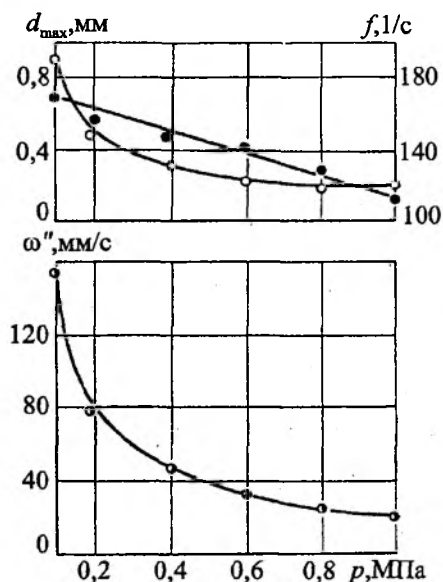


Рис. 3.32. Влияние давления на внутренние характеристики при кипении недогретой воды ( $\Delta t_{нед} = 20$  К) (обозначения те же, что и на рис. 3.31)

рей  $\omega''$  с увеличением давления уменьшается. В работах по экспериментальному изучению механизма кипения до 1960 г. ставились иные задачи, изучались отдельные пузыри или небольшое их количество. Исследователи интересовались главным образом изучением скорости роста па-

рового пузыря в период от его появления до отрыва — скорости роста в данный момент времени или средней скорости за время  $\tau_1$ . При этом не принимались во внимание соображения о статистической природе процесса кипения на поверхности нагрева. Оценка степени достоверности опытных данных разных авторов о внутренних характеристиках процесса кипения весьма затруднительна, так как авторы работ, как правило, не сообщают о числе произведенных наблюдений (объеме выборки) отрывного диаметра и времени жизни  $\tau_1$  парового пузыря на поверхности нагрева. Материал не содержит данных об усредненных скоростях роста паровых пузырей в течение полного времени до отрыва последующего. Из рис. 3.33 видно, что при  $p = 1$  МПа имеет место излом линии  $d_0(p)$ . Если принять предположения об уменьшении  $d_0$  с ростом давления вплоть до критической точки и о стремлении  $d_0$  к нулю при приближении к  $p_{кр}$ , то в области давлений от 10 МПа до критического должно было бы происходить уменьшение  $d_0$  с увеличением давления, и линия  $d_0(p)$  в логарифмических координатах была бы близка к вертикали. Таким образом, образовался бы второй излом линии  $d_0(p)$  при  $p = 10$  МПа. С повышением давления от 1,18 до 3,14 МПа при одинаковой плотности теплового потока отмечено увеличение отрывного диаметра от 0,43 до 0,62 мм, т.е. почти в полтора раза, что не соответствует закономерностям изменения  $d_0$  в функции  $p$ . Затем из этих данных следует, что при росте давления (от 3,14 до 4,77 МПа) отрывной диаметр умень-

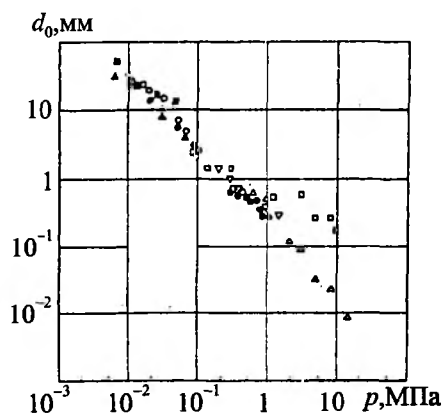


Рис. 3.33. Опытные данные по влиянию давления на отрывной диаметр пузырей при кипении воды

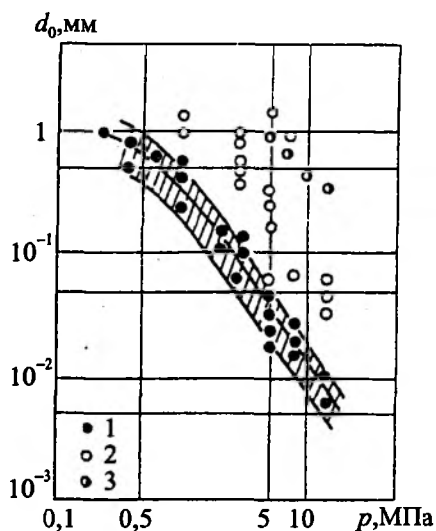


Рис. 3.34. Опытные данные по влиянию давления на отрывной диаметр пузырей при кипении воды: 1 — пузыри кипения (первичные); 2 — равновесные пузыри; 3 — пузыри слияния

шается (от 0,62 до 0,27...0,29 мм) и оказывается в этой области обратно пропорциональным квадрату давления. При дальнейшем увеличении (от 4,77 до 7,75 МПа)  $d_0$  остается постоянным.

Толубинский пришел к выводу о существовании трех типов паровых пузырей (рис. 3.34). Основной тип — первичные (пузыри кипения) с диаметрами 0,02 мм при давлении до 10 МПа. Кроме того, наблюдаются относительно крупные равновесные пузыри в небольшом количестве и при низких  $q$  и паровые скопления, образующиеся в результате слияния первичных пузырей — «пузыри слияния», количество которых растет с увеличением  $q$ . Можно считать, что при кипении воды закономерность изменения  $d_0$  зависимости от  $p$  сохраняется при давлениях от 0,01 до 13 МПа, а кривая  $d_0(p)$  в логарифмических координатах может быть аппроксимирована прямой линией. Из рис. 3.34 следует, что  $d_0$  изменяется обратно пропорционально  $p$ .

На рис. 3.35 показаны значения  $d_0$  для ряда жидкостей при различных приведенных давлениях ( $\pi = p/p_{кр}$ ). Как видно из рисунка, значения  $d_0$  при  $\pi = 1$  идем для различных по своим физическим свойствам жидкостей близки.



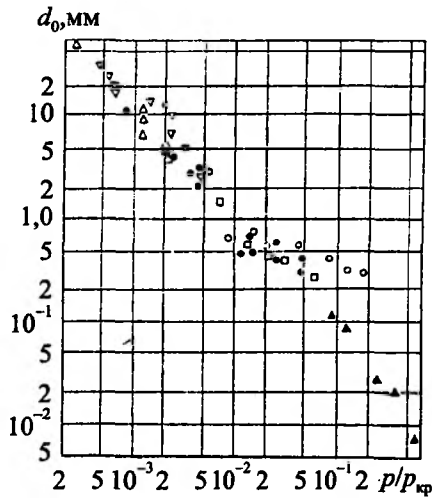


Рис. 3.35. Зависимость отрывных диаметров пузырей при кипении кислорода, азота и воды от приведенного давления

### 3. Изменения температуры теплоотдающей поверхности и кипящей жидкости у центров парообразования

Определяющими являются процессы, протекающие в **тонком, соприкасающемся с поверхностью нагрева слое жидкости у центров парообразования**, влияющие на механизм пузырькового кипения. Важное значение для теплообмена имеет анализ изучения температурных полей соприкасающихся слоев жидкости у поверхности теплообмена.

На рис. 3.36 представлены кривые колебаний температуры локально обогреваемого участка поверхности, вызванных периодическим образованием и отрывом паровых пузырей для различных центров парообразования (для двух серий опытов, в каждой серии — для трех различных режимов). Киносъемка процесса кипения, синхронизированная с записью колебаний температуры поверхности, позволила установить связь этих колебаний с этапами развития паровых пузырей. На кривых в пределах полно-

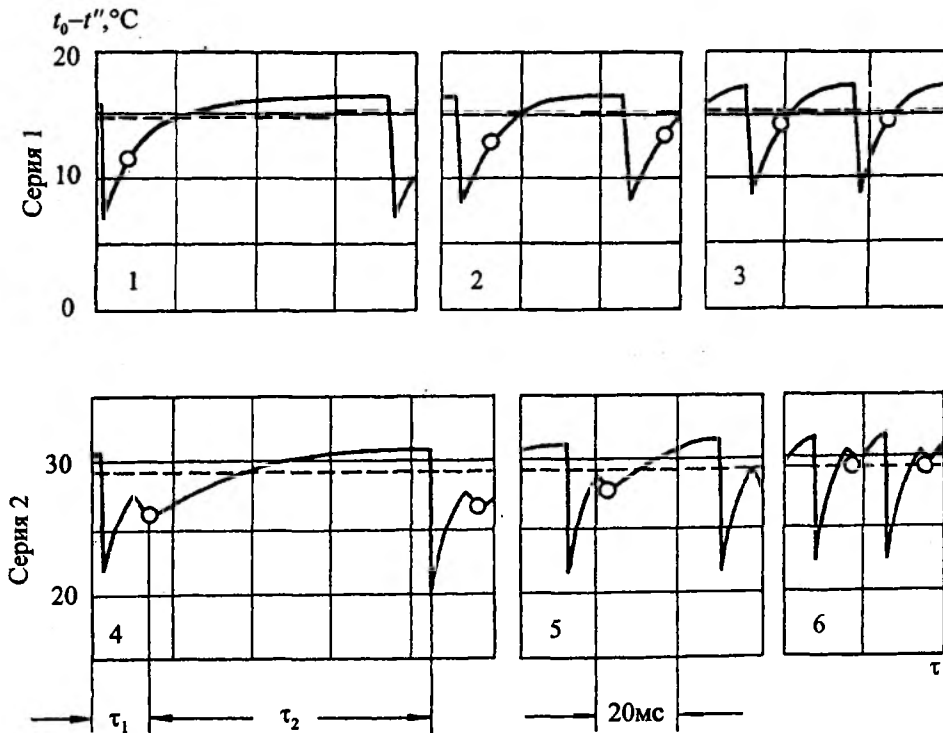


Рис. 3.36. Колебания температуры поверхности нагрева при кипении на одиночных центрах:  
 1 —  $q = 0,25 \text{ МВт/м}^2$ ; 2 —  $q = 0,30 \text{ МВт/м}^2$ ; 3 —  $q = 0,43 \text{ МВт/м}^2$ ; 4 —  $q = 0,46 \text{ МВт/м}^2$ ; 5 —  $q = 0,65 \text{ МВт/м}^2$ ; 6 —  $q = 0,88 \text{ МВт/м}^2$  (штриховая линия — средний во времени перегрев поверхности в окрестности центра парообразования)

го периода образования пузырей  $\tau = \tau_1 + \tau_2$  можно выделить четыре стадии.

Первая из них характеризуется резким снижением температуры стенки на величину, вообще говоря, различную для разных серий, но в условиях данных опытов близких к  $\Delta T = 10$  К. В пределах каждой серии значение  $t_0$  остается практически постоянным. Эта стадия совпадает по времени с быстрым начальным ростом парового пузыря, и ее длительность в опытах составляла 1...3 мс (она уменьшалась с увеличением среднего перегрева поверхности). Резкое охлаждение поверхности нагрева на этой стадии связано с быстрым испарением жидкости из микрослоя.

В течение второй стадии температура поверхности повышается. Резкий переход от первой стадии (охлаждение поверхности) ко второй (нагрев ее) обусловлен высыханием микрослоя, конечно, не сразу по всей его поверхности — граница сухого участка перемещается от центра к периферии основания пузыря. В условиях данного опыта вторая стадия начиналась в момент, когда микрослой полностью испарился на участке локального обогрева, служившим одновременно спаем термпары. Поскольку интенсивность теплообмена между стенкой и паром мала, происходит прогрев поверхности.

Третья стадия начинается в момент, когда диаметр сокращающегося основания пузыря становится равным диаметру обогреваемого участка, и происходит контакт замещающей пузырь жидкости с термопарой, фиксирующей температуру поверхности нагрева. На температурной кривой эта стадия выражается в изменении темпа нагрева либо для центров, работающих при высоких перегревах, в повторном снижении температуры.

Четвертая стадия — период контакта поверхности с жидкостью от отрыва пузыря до образования следующего — завершает цикл температурной кривой. В этой стадии происходит восстановление температурных условий зарождения пузыря и длительность ее  $\tau_2$  сильно зависит от плотности теплового потока.

Изменение температуры в четвертой стадии носит асимптотический характер и завершается образованием нового пузыря.

Если какой-либо элемент микрорельефа становится действующим центром парообразования, то температура поверхности у его окрестности не может превзойти определенного значения, при котором происходит образование пу-

зыря, сопровождающееся снижением ее температуры. При пузырьковом кипении основное снижение температуры наблюдается в пристеночном слое жидкости. Теплота от поверхности передается сначала жидкости, а затем от жидкости к паровым пузырям.

При пленочном режиме понижение температуры от  $t_0$  до  $t''$  происходит на поверхности парового слоя, из которого теплота передается жидкости с границы раздела фаз «пар — жидкость».

Если температура поверхности превышает температуру кипения (насыщения) жидкости  $t_0 > t''$ , основная масса жидкости недогрета ( $t_0 < t''$ ), то в пристеночной области может иметь место образование паров жидкости, которые затем конденсируются в ядре потока.

Изменение температуры в системе «теплоотдающая поверхность — кипящая жидкость» показано на рис. 3.37. Определенное значение имеет глубина проникновения температурных возмущений поверхности  $h$ , связанных с деятельностью центров парообразования (рис. 3.38). От порядка этой величины зависит возможность сопоставления данных по механизму кипения и теплоотдачи, полученных на массивных и тонкостенных поверхностях нагрева, и на поверхностях с различными теплофизическими характеристиками. Расчеты показали, что  $h = 0,1 \dots 0,2$  мм. Эти значения  $h$  относятся к условиям устойчивой регулярной работы центров парообразования. Температурные возмущения аperiodического характера, вызванные работой центров, проникают глубже. На рис. 3.39 приведена полученная М. Якобом и В. Фритцем

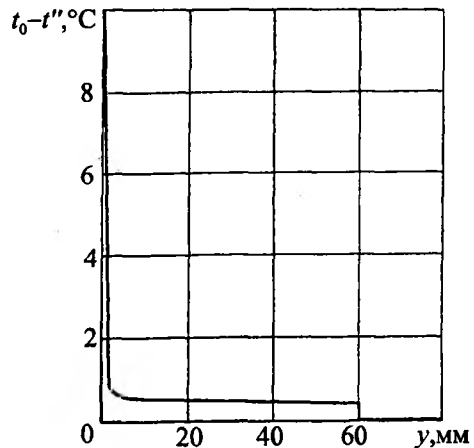


Рис. 3.37. Температурное поле в объеме кипящей воды

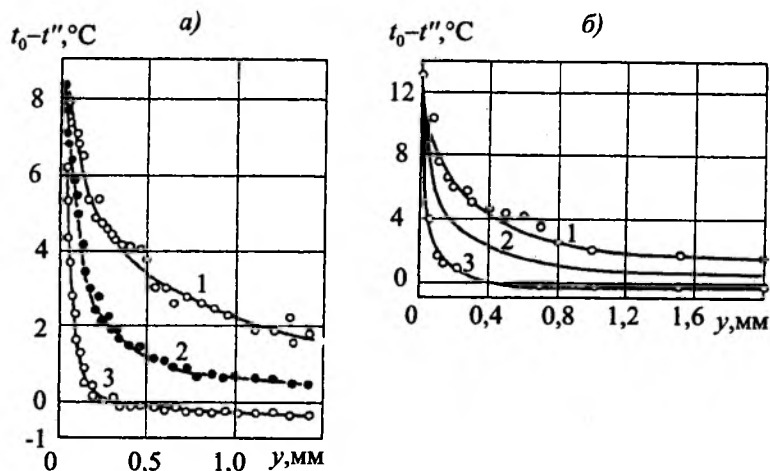


Рис. 3.38. Профиль температуры в пристенном слое кипящей воды (а) и (б): 1, 2 и 3 – соответственно максимальные, усредненные и минимальные значения перегрева

кривая распределения температуры при кипении воды при атмосферном давлении, из которой видно, что основное снижение температуры 2...5 К происходит в очень тонком пристенном слое (0,1...0,2 мм), а вне его температура жидкости изменяется незначительно.

Таким образом, при пузырьковом кипении жидкости одновременно происходят значительные колебания температуры теплоотдающей поверхности и в пограничном слое кипящей жидкости.

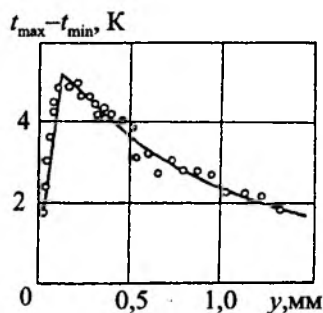


Рис. 3.39. Колебания температуры жидкости в пристенном слое

### 3.3. Теплоотдача при пузырьковом кипении

Мерой интенсивности теплообмена (коэффициент теплоотдачи) при кипении считается величина  $\alpha = q / \Delta t$  (Вт/(м<sup>2</sup> · К)), где  $q$  (Вт/м<sup>2</sup>) – плотность теплового потока на поверхности раздела «твердая стенка (поверхность) – жидкость», отнесенная к температурному напору  $\Delta t$  между поверхностью нагрева и жидкостью, определяемому как  $\Delta t = t_0 - t'$ .

Для сопоставления значений коэффициентов теплоотдачи при кипении и конденсации с другими видами конвективного теплообмена приводим табл. 3.1.

Таблица 3.1

Значения коэффициентов теплоотдачи в оборудовании промышленных теплотехнологий

№ п/п	Вид теплообмена	Значение коэффициента теплоотдачи $\alpha$ , Вт/(м <sup>2</sup> · К)
1	При нагревании и охлаждении воздуха	1...50
2	При нагревании и охлаждении перегретого пара	20...100
3	При нагревании и охлаждении масел	50...1500
4	При нагревании и охлаждении воды	200...10000
5	При кипении воды	500...45000
6	При пленочной конденсации водяных паров	4000...15000
7	При капельной конденсации водяных паров	40000...120000
8	При конденсации органических паров	500...2000
9	При поперечном обтекании шахматных пучков труб потоком воды	3100...10000
10	При поперечном обтекании шахматных пучков труб потоком воздуха	70...100
11	Вынужденное турбулентное движение в трубах и каналах: а) вода; б) воздух	1200...5800 35...60

### 3.3.1. Теплоотдача при пузырьковом кипении в условиях естественной конденсации

Kircshbaum E., Kranz B. и другие исследовали теплоотдачу на вертикальной нагреваемой снаружи трубе с внутренним диаметром 40 мм и длиной 2 м. За характерный размер принимался кажущийся уровень жидкости  $h$  (высота столба жидкости, которая определяет вес парожидкостной смеси в испарительной трубке). Также определялись гидравлические потери на входе и выходе из трубки. Эти опыты приведены на рис. 3.40, 3.41.

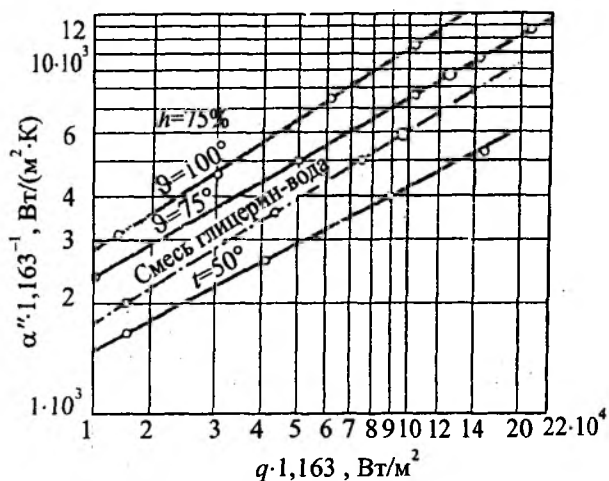


Рис. 3.40. Кажущийся коэффициент теплоотдачи воды  $\alpha_0$  на вертикальном трубопроводе в условиях естественной циркуляции (по Киришбауму и др.)

Для воды, по данным измерений, представлен кажущийся коэффициент теплоотдачи  $\alpha_0$  в зависимости от  $q$  при 75 % заполнения трубы (т.е. при условии, что кажущийся уровень жидкости составляет 75 % от общей высоты испарительного трубопровода). В качестве второго параметра принималась температура кипения в паровом пространстве  $t''$ . Отношение  $\alpha_0/\alpha''$  составило 1,1 при том, что за  $t'$  бралась средняя по длине трубы температура за пределами пограничного слоя. В результате измерений была получена эмпирическая формула

$$\alpha_0 \approx \sigma^{-2} (t_0 - t')^{-0,13}. \quad (3.27)$$

Следует отметить влияние поверхностного натяжения  $\sigma$  на теплоотдачу ( $\alpha_0$ ), которое в опытах изменялось путем добавления в воду смачивающего поверхность вещества (дюпоно-

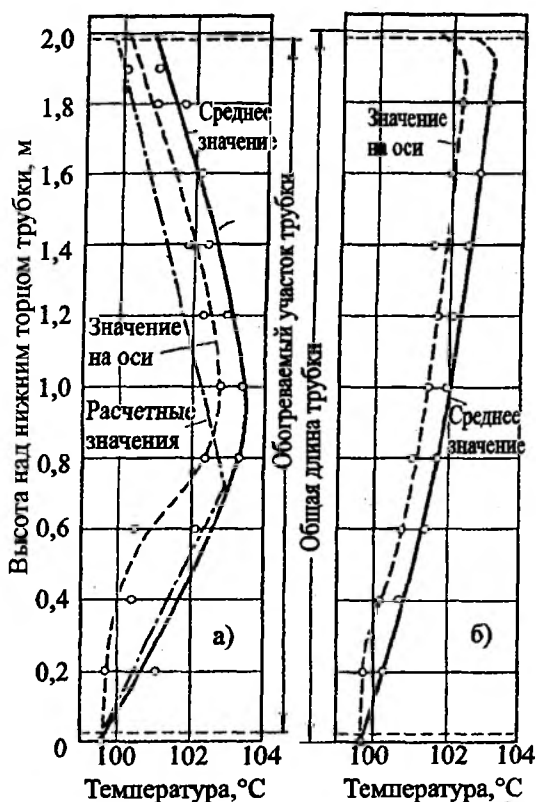


Рис. 3.41. Температурное поле в вертикальной испарительной трубке при естественной (а) и искусственной (б) циркуляции воды:  $t'' = 99,8^\circ\text{C}$ ;  $h = 100\%$ ;  $t_0 = 111,7^\circ\text{C}$  (по данным Киришбаума)

ла). Опыты Киришбаума приведены на рис. 3.41. Киришбаум (см. рис. 3.41) наблюдал значительное увеличение  $\alpha_0$  в тех случаях, когда кипящая вода смешивалась с пенообразователем.

Исследования температуры по высоте трубки показали, что средняя температура жидкости  $t'$  (от входа) линейно увеличивается (соответственно нагрузке поверхности нагрева), а затем после прохождения через некоторый максимум снижается.

### 3.3.2. Теплоотдача при кипении жидкости в большом объеме

При малых температурных напорах роль пузырьрей пара мала и интенсивность теплоотдачи определяется свободным движением жидкости (свободная конвекция). Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  мало увеличивается с ростом  $\Delta t$ . Для воды при атмосферном давлении конвективный теплообмен имеет место до  $\Delta t \approx 5^\circ\text{C}$ , а тепловая нагрузка достигает  $6000 \text{ Вт/м}^2$ . С увеличением



Вильгельм Нуссельт  
(1882—1957)

Немецкий физик. Основоположник науки о конвективном теплообмене. В. Нуссельт первым из ученых понял, что зависимость экспериментальных результатов от характера жидкости выходила за пределы влияния, выражаемого числом Рейнольдса. Поэтому положение в области конвективного теплообмена в течение многих лет напоминало положение в области гидромеханики, существовавшее до 1880 г.

В статье, опубликованной в 1909 г., Нуссельт сообщает о результатах экспериментально-теоретического исследования теплообмена в условиях турбулентного течения в трубе. Он использовал коэффициент теплоотдачи  $h$ , введенный ранее Ньютоном и определяемый уравнением

$$Q = hA\theta_s,$$

в котором обозначает тепловой поток на поверхности  $A$ , а — разность характерных температур стенки трубы и жидкости. Нуссельт предположил, что коэффициент теплоотдачи можно представить в виде произведения влияющих на него параметров, каждый из которых возведен в характерную для него степень. Приняв дополнительно, что свойства жидкости и стенки, от которых зависит теплообмен, могут считаться постоянными, Нуссельт с помощью анализа размерностей вывел следующее уравнение:

$$h = C \frac{k_s}{a} \left( \frac{\rho v d}{\mu} \right)^m \left( \frac{\mu c}{k} \right)^n,$$

в котором  $C$  — постоянная,  $k$  — коэффициент теплопроводности;  $c$  — удельная теплоемкость жидкости.

$\Delta t$  растет число центров парообразования, увеличивается частота отрыва пузырей, поэтому интенсивность теплоотдачи зависит от роста и движения пузырей пара. С повышением  $\Delta t$  коэффициент  $\alpha$  и тепловая нагрузка быстро увеличиваются (рис. 3.42).

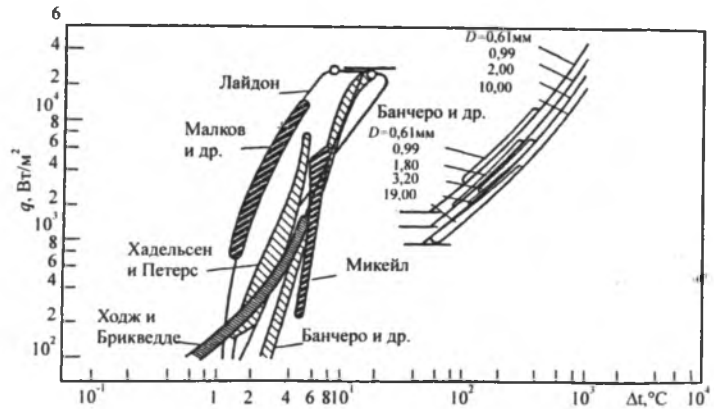


Рис. 3.42. Сравнение экспериментальных данных по теплоотдаче в большом объеме (пузырьковое и пленочное кипение)

При  $\Delta t > t_{кр,1}$  число центров парообразования увеличивается и они сливаются между собой, образуя паровую пленку, которая неустойчива, постоянно разрушается и удаляется от поверхности нагрева в виде пузырей, затем восстанавливается за счет новых порций образующегося пара (пленочный режим кипения).

При пленочном кипении перенос теплоты от поверхности нагрева к жидкости осуществляется теплопроводностью, конвекцией и излучением через паровую пленку. Так как  $\lambda' \gg \lambda$ , то при наличии паровой пленки коэффициент теплоотдачи резко уменьшается, как и тепловая нагрузка. Затем паровая пленка контактируется со всей поверхностью нагрева, условия теплообмена стабилизируются (пленочное кипение становится устойчивым). При дальнейшем увеличении  $\Delta t$  коэффициент  $\alpha$  практически постоянен, а тепловой поток  $q$  увеличивается пропорционально  $\Delta t$ .

Разность температур, при которой наступает пленочный режим кипения, известна как  $\Delta t_{кр,2}$ . При этом количество теплоты, передаваемой от поверхности нагрева к жидкости, минимально (вторая критическая плотность теплового потока  $q_{кр,2}$ ). Первая  $q_{кр,1}$  и вторая  $q_{кр,2}$  критические плотности теплового потока зависят от условий кипения жидкости, ее теплофизических характеристик. При эксплуатации теплообменных устройств необходимо следить за тем, чтобы действующие на конструкцию тепловые нагрузки не превышали  $q_{кр,1}$ , поскольку это приводит (при переходе в пленочный режим кипения температура нагрева поверхности возрастает примерно на 1000 °С) к повышению температуры перегрева стенки. Даже легированные стали не выдерживают столь высоких температур.

Обратный переход к пузырьковому кипению происходит при снижении тепловых нагрузок до  $q_{кр,2}$ .

**1. Соотношения для расчета теплоотдачи при кипении жидкости в большом объеме (результаты обработки данных эксперимента)**

Forster K., Greif R. для воды, бутилового спирта, анилина, ртути получили формулу, которая имеет вид:

$$\frac{q}{r\rho''} \left( \frac{2\sigma}{\alpha\Delta p} \right)^{0,5} \left( \frac{\rho'}{\Delta p} \right)^{0,25} = 0,0012 \left\{ \frac{c' \left[ \frac{c\rho'(\pi\alpha)^{0,5} T''}{(r\rho'')^2} \Delta p \right]^2}{\mu} \right\}^{0,625} Pr^{0,333}, \quad (3.28)$$

где  $T''$  — температура насыщения при давлениях для воды 0,1–5 МПа, бутилового спирта — 0,34 МПа, анилина — 0,24 МПа, ртути 0,1...0,3 МПа.

Уравнение (3.28) можно представить в виде:

$$q = 4,3 \cdot 10^{-5} \left( \frac{\alpha c \rho' T''}{r \rho'' \sigma^{0,5}} \right) \left[ \frac{c T'' \alpha^{0,5}}{(r L \rho'')^2} \right]^{0,25} \times \left( \frac{\rho'}{\mu} \right)^{0,625} Pr^{0,333} (\Delta p)^2. \quad (3.29)$$

Для оценки коэффициента теплоотдачи можно также использовать уравнение:

$$Nu = A Pr^{n_1} Pe^{n_2} K_p^{n_3} K_t^{n_4} Ar^{n_5}. \quad (3.30)$$

Значения коэффициента  $A$  и показателей степени приведены в табл. 3.2.

В (3.30):

$$Nu = \frac{\alpha}{\lambda'} \left[ \frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right]^{0,5}; \quad Pe = \frac{q}{\alpha \rho'' r};$$

$$K_p = \frac{p}{[g\sigma(\rho' - \rho'')]^{0,5}};$$

$$K_t = \frac{(\rho'' r)^2}{c' T'' \rho' [g\sigma(\rho' - \rho'')]^{0,5}};$$

$$Ar = \frac{g}{v^2} \left( \frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right)^{1,5} \left( 1 - \frac{\rho''}{\rho'} \right). \quad (3.31)$$

Следует подчеркнуть, что коэффициент  $A$  в формуле (3.30) не является константой, а зависит от сочетания «жидкость — поверхность». Криогенные жидкости — жидкий кислород, азот, водород, гелий и т.д. — при кипении в большом объеме ведут себя так же, как обычные жидкости. Положение кривой  $q = (t_0 - t'')$  зависит от материала и характеристик твердой поверхности. На рис. 3.42 приведен обобщенный график, построенный на основании данных по кипению в большом объеме, а также по пленочному кипению для кислорода. В работе Brentari E.R., Smith R.Y. эти данные описываются модифицированным соотношением Кутателадзе С.С.

$$q = 4,87 \cdot 10^{-11} \left[ \frac{c_p}{r \rho''} \right]^{0,2} \left[ \frac{\lambda' (\rho')^{1,282} p^{1,75}}{\sigma^{0,906} (\mu')^{0,626}} \right] (t_0 - t'')^{0,25}. \quad (3.32)$$

Для пузырькового кипения в условиях естественной конвекции в качестве характерной принимают температуру насыщения  $t''$ . Теплоотдача рассчитывается для следующих двух случаев:

— если задана тепловая нагрузка  $q$  число Нуссельта можно найти из уравнений:

$$Nu'' = 0,165 \cdot (Re'')^{0,65} (Pr'')^{0,333} (Re'' \geq 0,01); \quad (3.33)$$

$$Nu'' = 0,0625 \cdot (Re'')^{0,5} (Pr'')^{0,333} (Re'' < 0,01); \quad (3.34)$$

— если задан температурный напор  $\Delta t = t_0 - t''$ :

Таблица 3.2

К формуле (3.30)

$A$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$	Автор
$1,04 \cdot 10^{-4}$	0	0,7	0,7	0	0,125	Кичигин И.А., Тобилевич Н.Ю.
$7,0 \cdot 10^{-4}$	-0,35	0,7	0,7	0	0	Кутателадзе С.С.
$8,7 \cdot 10^{-4}$	0	0,7	0,7	0	0	Боришанский В.М.; Минченко Ф.П.
0,082	-0,5	0,7	0	0,377	0	Кружилин Г.Н., Аверин Е.К.
0,125	-0,32	0,65	0	0,35	0	Лабунцов Д.А.
$1,14 \dots 2,74 \cdot 10^{-2}$ (хладоны)	0	0,706	0	0,588	0	Волошко А.А.

$$Nu'' = 2,63 \cdot 10^{-3} \cdot (\beta'' \cdot \Delta t)^{1,86} (Pr)_{0,952} \left( \frac{\beta''}{\Delta t} (Pr'')^{0,5} \geq 1,6 \right); \quad (3.35)$$

$$Nu'' = 3,91 \cdot 10^{-3} \cdot (\beta'' \cdot \Delta t) \cdot (Pr'')^{0,667} (\beta'' \cdot \Delta t (Pr'')^{0,33} < 1,6), \quad (3.36)$$

где  $Nu'' = \frac{\alpha l''}{\lambda'}$ ;  $\beta'' = \frac{\lambda'}{r \rho'' \nu''}$ ;  $Re'' = q \cdot A''$ ;

$$A'' = \frac{l''}{r \cdot \nu'' \cdot \rho''}. \quad (3.37)$$

Влияние давления на коэффициент теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении оказывается более или менее одинаковым для всех жидкостей.

На рис. 3.43 по оси ординат отложено отношение величины  $\alpha/q^{0,7}$  при текущем давлении  $p$  к той же величине при определенном относительном давлении ( $p/p_{кр} = 0,33$ ); по оси абсцисс отложено отношение текущего давления к критическому давлению. Видно, что коэффициент теплоотдачи возрастает с повышением давления, причем эта зависимость имеет довольно сложный характер.

**Влияние давления насыщения.** При постоянной величине температурного напора увеличение давления насыщения  $p''$  приводит к уменьшению  $d_{min}$  и росту числа зародышей паровых пузырей и, соответственно, коэффициента теплоотдачи.

Опыты показывают также, что влияние высоты уровня жидкости над поверхностью нагрева при кипении не ощущается уже при  $h > (5 \dots 10)d_0$ .

Отсюда следует, что функциональная связь между критериями подобия для теплоотдачи при развитом кипении должна иметь такой вид, чтобы из нее исключался линейный размер нагревателя, поэтому число Нуссельта рассчитывается из выражения:

$$Nu = \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}. \quad (3.38)$$

Влияние давления на коэффициент теплоотдачи при кипении жидкостей описывается эмпирической формулой И.Т. Аладьева и Л.Д. Додонова

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = [1 - A(t_{кр}'' - t_0'')]^{-1}, \quad (3.39)$$

где  $\alpha_0$  — коэффициент теплоотдачи при атмосферном давлении;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи при данной температуре насыщения;  $A$  — постоянная, зависящая от рода жидкости (для воды  $A = 0,011$ ).

В области автомодельности теплообмена относительно размеров поверхности нагрева процессы циркуляции жидкости и переноса теплоты определяются условиями, возникающими в ячейках, ограниченными соседними центрами парообразования.

Сопоставление  $\alpha$  и  $\alpha_0$  проводится при условии  $q = idem$ . Для воды с технически чистыми латунными и медными трубами:

$$\alpha_{p=1} = 2,5q^{0,7}. \quad (3.40)$$

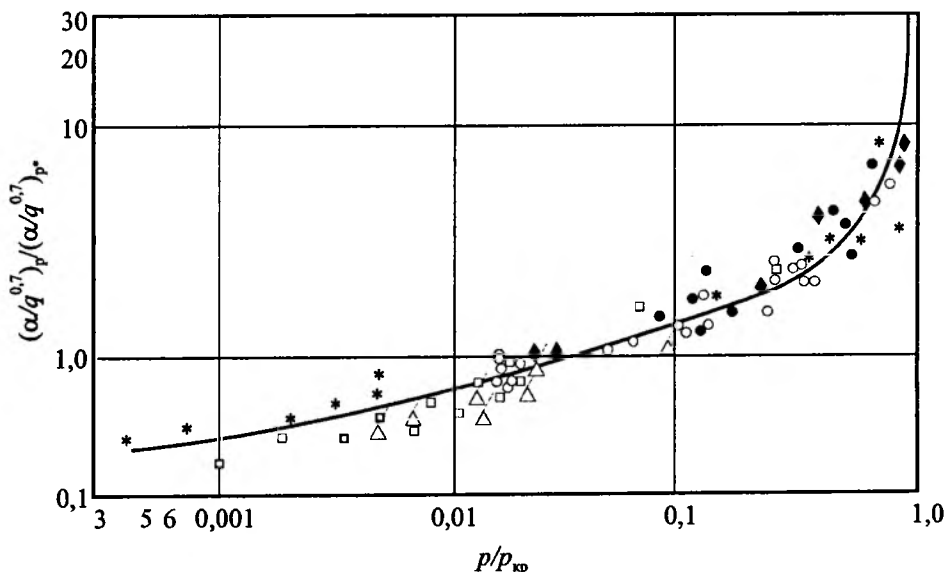


Рис. 3.43. Зависимость  $\alpha$  от давления

По опытам Е.К. Аверина, В.М. Боришанского, Ф.П. Минченко и Г.И. Бобровица с трубами из нержавеющей хромоникелевой стали:

$$\alpha_{p=1} = 3,0q^{0,7}. \quad (3.41)$$

На рис. 3.44 приведен ряд экспериментальных данных, обработанных в координатах ( $Nu'$ ,  $Pr^{-0,333}$ ,  $Re'$ ), которые относятся как к теплообмену при кипении, так и при барботаже через микропористую поверхность.

При кипении на окисленных и загрязненных трубах на величину коэффициента теплоотдачи

влияют свойства пленки, покрывающей металл. Это влияние проявляется в двух направлениях: во-первых, наличие пленки окислов и загрязнений создает некоторое дополнительное термическое сопротивление между металлом и жидкостью, и, во-вторых, шероховатая поверхность такого слоя создает более благоприятные условия для образования пузырей, чем те, которые имеют место на гладких чистых трубах.

Коэффициент теплоотдачи, отнесенный к поверхности металла, в этом случае может быть выражен формулой:

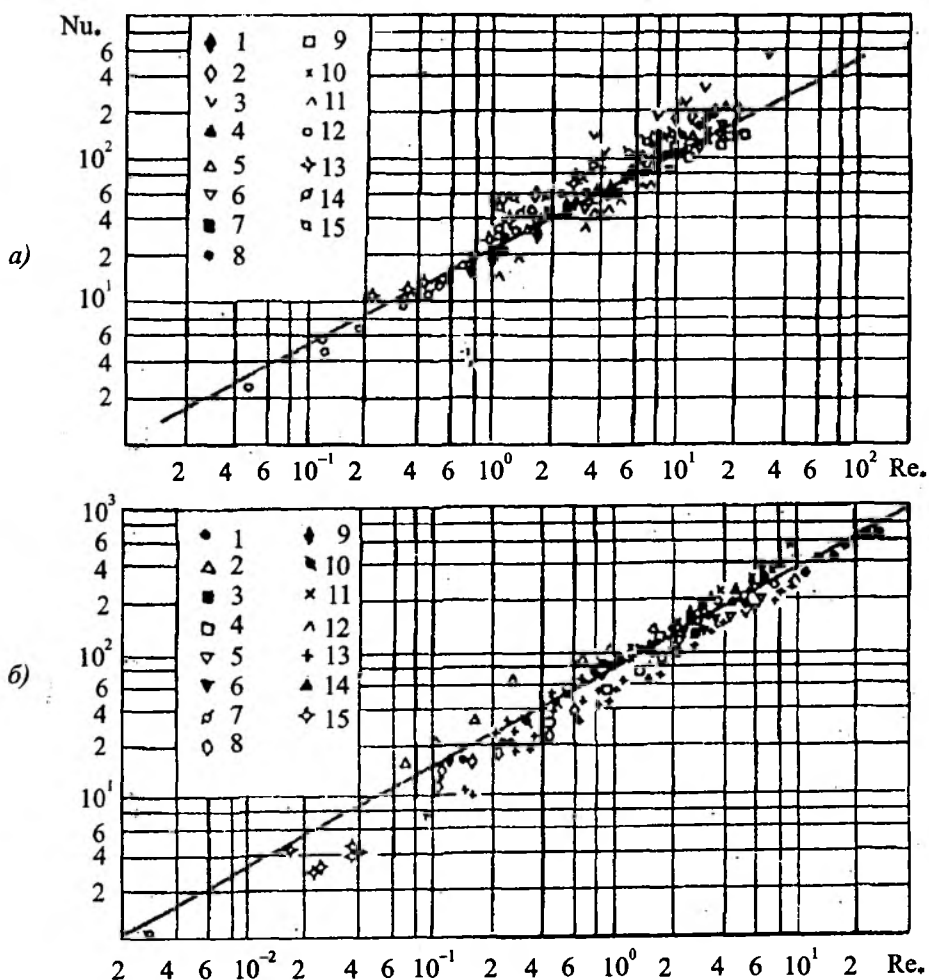


Рис. 3.44. Обобщение опытных данных при кипении воды, спирта и фреона и при кипении удельных углеводов: а) опыты В.С. Головина и др. (вода: 1-252 Н/см<sup>2</sup>; 2-980; 3-1970); опыты В.М. Боришанского и др. (вода: 4-10 Н/см<sup>2</sup>; 5-98; 6-490; 7-1960; спирт 8-9,8 Н/см<sup>2</sup>; 9-30; 10-49; 11-98; 12-490); опыты Г.Н. Даниловой и др. (фреон 22; 13-96 Н/см<sup>2</sup>); опыты Симса Г.Е., Акторка и др. (14-вода-воздух; 15-спирт-воздух); б) опыты Кичелли и Бониллы (бензол: 1-35,8 Н/см<sup>2</sup>; 2-182; 3-320; n – пропан: 4-116,5 Н/см<sup>2</sup>; 5-203; 6-249; n – гектан: 7-10,1 Н/см<sup>2</sup>; 8-79; 9-148; n – пентан: 10-79 Н/см<sup>2</sup>; 11-215; опыты Сниса, Акторка и др. (бензол: 12-9,8 Н/см<sup>2</sup>; 13-35,2; 15-207))



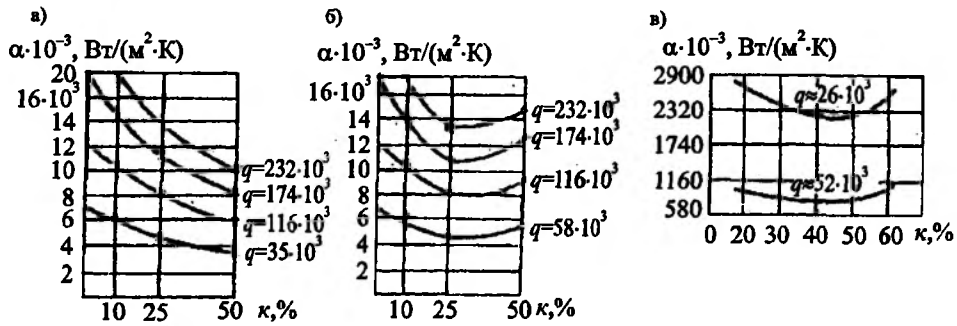


Рис. 3.45. Влияние концентрации  $\kappa$  кипящего водного раствора на теплоотдачу при кипении

$$\alpha = \left( \frac{1}{\alpha'} + \frac{\delta_{ок}}{\lambda_{ок}} \right)^{-1}, \quad (3.42)$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи от поверхности слоя окиси загрязнений;  $\lambda_{ок}$ ,  $\delta_{ок}$  — толщина и коэффициент теплопроводности этого окисленного слоя.

Законы теплоотдачи при кипении растворов еще более сложны.

Наличие оксидов на поверхности нагрева увеличивает, с одной стороны, ее шероховатость, а с другой, создает дополнительное термическое сопротивление.

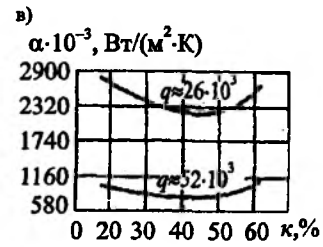
Интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении на окисленных поверхностях при малых тепловых нагрузках ( $q < 2 \cdot 10^5$  Вт/м<sup>2</sup>) выше, чем на очищенных поверхностях за счет большого количества зародышей. При  $q > 2 \cdot 10^5$  Вт/м<sup>2</sup> влияние шероховатости на интенсивность образования пузырей перестает сказываться, но за счет термического сопротивления оксидов теплоотдача ниже, чем на гладких поверхностях.

Влияние концентрации  $\kappa$  на теплоотдачу  $\alpha$  кипящему водному раствору хлористого лития (а), бромистого лития (б) ( $p = 98 \cdot 10^3$  Па), аммиака (в) ( $p = 98 \cdot 10^4$  Па) (рис. 3.45).

На рисунке 3.45 приведены экспериментальные данные о коэффициенте теплоотдачи при кипении водных растворов солей лития и аммиака.

Также имеются данные (рис. 3.46) о коэффициенте теплоотдачи при кипении металлов. В зависимости от степени смачиваемости поверхности нагрева жидким металлом имеет место пузырьковое или пленочное кипение.

Известны работы С.С. Кутателадзе, Г.Н. Кружилина, А.И. Леонтьева, Д.А. Лабунцова, М.А. Михеева и других, где приводятся соотношения для коэффициента теплоотдачи и теплового потока. Например,



$$Nu = c \cdot Re^n Pr^{0,333},$$
 где  $Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$ ;  $Re = \frac{\omega \cdot l}{\nu}$ ;  $Pr = \frac{\nu'}{a'}$  (при  $Re < 0,01$ ,  $c = 0,0625$ ,  $n = 0,65$ ).

Характерным размером  $l$  является величина, пропорциональная отрывному диаметру парового пузыря, и находится по формуле

$$l = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}},$$

а  $\omega''$  — по формуле  $\omega'' = 0,36 \cdot 10^{-3} \pi^{-1,4}$ , где  $\pi$  — приведенное давление,  $\pi = \frac{p}{p_{кр}}$ ,  $\pi = 0,1 \dots 0,4$ .

Физические параметры находятся по температуре  $t''$ . Коэффициент теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении воды зависит только от плотности теплового потока и давления насыщения. При давлениях 1–200 бар известны уравнения М.А. Михеева:

$$\alpha = \frac{3,4p^{0,18} q^{0,667}}{1 - 0,0045p''}; \quad (3.43)$$

$$\alpha = 0,3162 \Delta t^{2,33} p^{0,5}, \quad (3.44)$$

где  $p''$  — давление насыщения, бар.

При расчете теплоотдачи при кипении воды в большом объеме ( $0,1 \leq p \leq 3$  МПа) можно использовать выражение:

$$\alpha = 0,38 q^{0,667} p^{0,2}. \quad (3.45)$$

Средний коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении воды можно рассчитать из выражения (формула применима при  $p'' = 0,1 \dots 20$  МПа):

$$\alpha = \frac{5,15(p'')^{0,18} q^{0,667}}{1 - 0,045p''}, \quad (3.46)$$

где  $p''$  — давление насыщения, МПа;  $q$  — плотность теплового потока, Вт/м<sup>2</sup>.

Зависимость  $\alpha$  от  $q$  для металлов ( $p = 98 \cdot 10^3$  Н/м<sup>2</sup>) приводится на рис. 3.46.

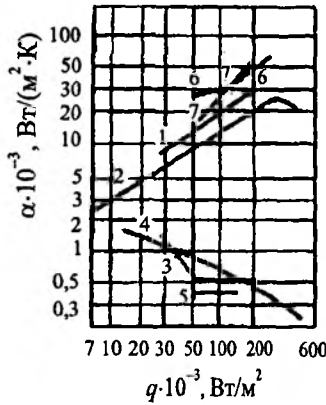


Рис. 3.46. Некоторые данные о теплоотдаче при кипении металлов на стальных поверхностях ( $p = 98 \cdot 10^3$  Па): 1 — магнелиевая амальгама ртути при кипении внутри трубы; 2 — то же, наружной поверхности горизонтальной трубы; 3 — пленочное кипение магнелиевой амальгамы ртути; 4 — чистая ртуть; 5 — кадмий; 6 — сплав натрия с калием; 7 — натрий

### 3.4. Теплоотдача при пленочном кипении

При больших температурных напорах сплошная паровая пленка покрывает поверхность нагрева. Основное термическое сопротивление составляют характеристики паровой пленки и, поскольку контакт жидкости с поверхностью отсутствует, эта область лучше всего поддается анализу.

Для пленочного кипения на протяженной горизонтальной пластине получено уравнение, которое пригодно для пентана, четыреххлористого углерода, бензола и этилового спирта

$$\alpha = 0,425 \left[ \frac{(\lambda'')^3 \rho'' (\rho' - \rho'') g r'}{\mu'' \Delta t \left( \frac{\lambda_{кр}}{2\pi} \right)} \right]^{0,25}, \quad (3.47)$$

где  $\lambda_{кр}$  — критическая (наименьшая) длина волны неустойчивости Тейлора, причем

$$\lambda_{кр} = 2\pi \left[ \frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right]^{0,5}, \quad (3.48)$$

$r'$ , входящая в (3.47), — эффективная скрытая теплота парообразования, учитывающая перегрев

$$r' = r \left[ 1 + \xi \left( \frac{c_p'' \Delta t}{r} \right) \right], \quad (3.49)$$

В (3.49)  $\xi$  принимают равным 0,4.

Для пленочного кипения на горизонтальной трубе при ламинарной пленке получено уравнение

$$\alpha = 0,62 \left[ \frac{(\lambda'')^3 \rho'' (\rho' - \rho'') g r'}{\mu'' \Delta t d} \right]^{0,25}, \quad (3.50)$$

в котором  $r'$  определяется по формуле (3.49) при  $\xi = 0,68$ .

Для труб с большими диаметрами, горизонтальных пластин и тонких проволок уравнение (3.50) неточно. Для труб большого диаметра и горизонтальных пластин в качестве характерного размера более корректно принимать  $\lambda_{кр}$ , чем диаметр трубы  $d$ . Позже уравнение (3.50) приведено к виду

$$\alpha = \left( 0,59 + 0,069 \frac{\lambda_{кр}}{d} \right) \left[ \frac{(\lambda'')^3 \rho'' (\rho' - \rho'') g r'}{\mu'' \lambda_{кр} \Delta t} \right]^{0,25}, \quad (3.51)$$

в котором

$$r' = r \left( 1 + 0,34 \frac{c_p'' \Delta t}{r} \right)^2. \quad (3.52)$$

Формула (3.51) верна при  $0,8 < (\lambda_{кр}/d) < 8$  и выражения (3.50) и (3.51) идентичны при  $d \gg \lambda_{кр}$ .

Для вертикальной пластины анализ ламинарного течения пара в пленке в предположении, когда касательные напряжения на границе раздела отсутствуют, что приводит к оценке локального коэффициента теплоотдачи  $\alpha(x)$  на расстоянии по поверхности от начала пленочного кипения по формуле

$$\alpha(x) = 0,707 \left[ \frac{(\lambda'')^3 \rho'' (\rho' - \rho'') g r'}{\mu'' \Delta t x} \right], \quad (3.53)$$

Коэффициент, осредненный на участке длиной  $x$ , равен

$$\bar{\alpha}(x) = \frac{4}{3} \alpha(x). \quad (3.54)$$

Если скорость на границе раздела равна нулю, коэффициент 0,707 в (3.53) следует заменить на 0,5. На практике последнее условие верно только при очень низких значениях  $\rho'' \mu'' / \rho' \mu'$  и распространен подход, когда принимается среднее значение коэффициента.

Для вертикальных поверхностей нагрева уравнения пленочного кипения с ламинарной пленкой пара справедливы для коротких участков, после которых пар перемещается в большие сферические пространства, и возникает переменная во времени, тонкая паровая пленка. Обычно коэффициенты теплоотдачи могут в 2

раза превышать значения, полученные согласно уравнению (3.53).

Предполагается, что на вертикальном цилиндре эти сферические пространства образуются в процессе роста неустойчивости. Длина волны при максимальном росте неустойчивости этого типа, управляемой поверхностным натяжением, равна

$$\lambda_{кр} = 2,07\pi d. \quad (3.55)$$

Подстановка  $\lambda_{кр}$  согласно этому выражению вместо  $x$  в (3.53) приводит к уравнению

$$\alpha = 0,47 \left[ \frac{(\lambda_{кр})^3 \rho'' (\rho' - \rho'') g r'}{\mu'' \Delta t d'} \right] \quad (3.56)$$

Коэффициенты теплоотдачи, полученные из уравнения (3.50) для пленочного кипения на наружной поверхности горизонтальных цилиндров, на 33 % выше, чем рассчитанные из (3.56).

Влияние недогрева жидкости на теплоотдачу при пленочном кипении может быть значительным. Например, для органических жидкостей, таких как п-гексан, бензол, метанол, четыреххлористый углерод и этиловый спирт, теплоотдачу можно увеличить в 4 раза при недогреве в 40 °С.

Обычно температура поверхности при пленочном кипении высока, и теплота может передаваться излучением. Bromley L.A. предложил следующую аппроксимацию для учета эффектов конвекции и излучения

$$\alpha = \alpha_k + 0,75\alpha_l, \quad (3.57)$$

где  $\alpha_k$  — коэффициент теплоотдачи конвекцией (например, уравнение (3.43) и (3.56));  $\alpha_l$  — коэффициент теплоотдачи излучением, который можно рассчитать, рассмотрев радиацию между бесконечными параллельными пластинами со средой проявляющейся как идеальное черное тело:

$$\alpha_l = C_0 \varepsilon \left[ \frac{T_0^4 - (T')^4}{T_0 - T'} \right] \quad (3.58)$$

где  $C_0$  — постоянная Стефана-Больцмана;  $\varepsilon$  — коэффициент, характеризующий излучение поверхности нагрева (степень черноты поверхности).

Уравнения для теплоотдачи при пленочном кипении, приведенные в этом разделе, описывают совокупность экспериментальных данных, охватывающих различные жидкости (азот, кислород, вода, метан, этан, этилен, металлы, смеси этилена, пропан, п-бутан, метанол, этиловый спирт, бензол, четыреххлористый углерод с отклонением 30...40 %).

### 3.4.1. Теплообмен при пленочном кипении в большом объеме

При пленочном кипении паровая пленка покрывает всю поверхность нагрева. Для воды и большинства органических жидкостей при атмосферном давлении  $\Delta t''$  может быть  $\geq 100$  °С, поэтому часть теплоты может передаваться излучением. Расчетные зависимости для коэффициентов теплоотдачи при ламинарном движении паровой пленки могут быть получены теоретически.

#### 1. Теплообмен при пленочном кипении на горизонтальной поверхности

Пленочное кипение — неустойчивый процесс, так как ему сопутствует инверсия плотности, и представляющий собой физическое явление, когда, согласно теории Тейлора, устойчивость пленки связана с наличием характерных длин волн «возмущений», распространяющихся у поверхности раздела «пар — жидкость».

Волновой характер пленочного кипения характеризуется по расположению узлов, в которых образуются паровые пузыри, и по их периодическому появлению, в критериальных зависимостях используются:

— «характерная длина Лапласа»

$$B = \left[ \frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right]^{0,5}; \quad (3.59)$$

— критическая длина волн

$$\lambda_{кр} = 2\pi \left[ \frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right]^{0,5}; \quad (3.60)$$

— так называемая «наиболее опасная длина волн»

$$\lambda_l = 2\pi \left[ \frac{3\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right]^{0,5}. \quad (3.61)$$

Модель устойчивого пленочного кипения на горизонтальных цилиндрах в большом объеме неподвижной жидкости основана на том, что передача теплоты происходит теплопроводностью через тонкий паровой слой, когда: кинетическая энергия пара мала и основным механизмом поглощения теплоты на поверхности раздела «пар — жидкость» является реализация скрытой теплоты фазового перехода; температура нагревателя постоянна; физические свойства паровой пленки можно рассчитывать при средней температуре пленки, равной

$$t_m = \frac{t_0 + t''}{2}.$$

Тогда

$$\alpha_{кр} = C_1 \left[ \frac{(\lambda'')^3 \rho'' (\rho' - \rho'') g r'}{d \Delta t \mu''} \right]^{0,25}. \quad (3.62)$$

По Бромли  $C_1 = 0,62$ ,  
тогда

$$Nu_d = 0,62 (Ra \theta')^{0,25}, \quad (3.63)$$

где  $Ra$  — число Рэлея,

$$Ra = C_1 \left[ \frac{\rho'' (\rho' - \rho'') g c_p'' d^3}{(\lambda'')^3 \mu''} \right]; \quad (3.64)$$

$\theta'$  — безразмерный тепловой параметр,

$$\theta' = \frac{r'}{c_p'' \Delta t}. \quad (3.65)$$

Иногда вводят параметр, как, например, в формуле (3.62):

$$r' = r + 0,5 c_p'' \Delta t, \quad (3.66)$$

который учитывает не только испарение жидкости, но и нагрев пара до средней температуры пленки, или выражении

$$r'' = r \left[ 1 + 0,34 \frac{c_p'' \Delta t}{r} \right]^2.$$

На основании полученных данных для кислорода предложена модификация формулы (3.63), позволяющая учесть влияние диаметра, которая имеет вид

$$Nu_d = C_2 \left( \frac{0,305}{d} + 36,5 \right) (Ra \theta')^{0,25}, \quad (3.67)$$

где  $0,441 > C_2 > 0,302$  при  $55 < \Delta t < 280$  К.

Известны также формулы:

$$Nu_B = 0,35 \left( \frac{B}{d} \right)^{0,75} + (Ra \theta')^{0,25}, \quad \frac{B}{d} > 10; \quad (3.68)$$

$$Nu_B = 0,485 \left[ \left( \frac{B}{d} \right)^3 + 2,25 \left( \frac{B}{d} \right) \Delta^2 \right]^{0,25} (Ra \theta'')^{0,25}, \quad \frac{B}{d} > 10, \quad (3.69)$$

где

$$\Delta = \exp \left[ 4,35 \left( \frac{\lambda'' \mu'' \Delta t}{r'' d \rho' \sigma} \right)^{0,25} \right], \quad 3 \leq \frac{D}{d} \leq 10; \quad (3.70)$$

$$\Delta = 1, \text{ если } \frac{B}{d} < 3. \quad (3.71)$$

Для горизонтального цилиндра средний коэффициент теплоотдачи на 20 % меньше, т.е. множитель пропорциональности равен 0,53...0,72.

Для высокоскоростных потоков ( $\Delta t = \text{const}$ ):

$$\alpha_x = 0,5 \sqrt{\frac{\lambda' \varphi r \rho' w_{гр}}{\Delta t l (1 + \psi)}}, \quad (3.72)$$

$$\bar{\alpha} = \sqrt{\frac{\lambda' \varphi r \rho' w_{гр}}{\Delta t l (1 + \psi)}}, \quad (3.73)$$

т.е. коэффициент теплоотдачи пропорционален корню квадратному из скорости течения жидкости.

В табл. 3.3 приводятся расчетные формулы для расчета чисел Нуссельта при пленочном кипении на горизонтальной поверхности.

Для горизонтальных поверхностей известна также формула

$$\alpha = 1453 + 548p - 494p^2 + 119,4p^3 - 3,23\Delta t + 7,6 \cdot 10^{-3} (\Delta t)^2 - 8190d + 1,76 \cdot 10^4 d^2, \quad (3.74)$$

где  $\alpha$  измеряется в Вт/(м<sup>2</sup>К);  $\Delta t$  — °С;  $d$  — м;  $p$  — бар;  $t$  — К.

Фленигэн и Парк предложили уравнение

$$\alpha = \alpha_2 \left( \frac{1,73}{d} + 207 \right) p^{-0,25}, \quad (3.75)$$

где

$$\alpha_2 = 13,38 - 15,53T + 6,14T^2 - 0,588T^3, \quad (3.76)$$

которая справедлива для азота, аргона, метана, кислорода с погрешностью  $\pm 20$  %.

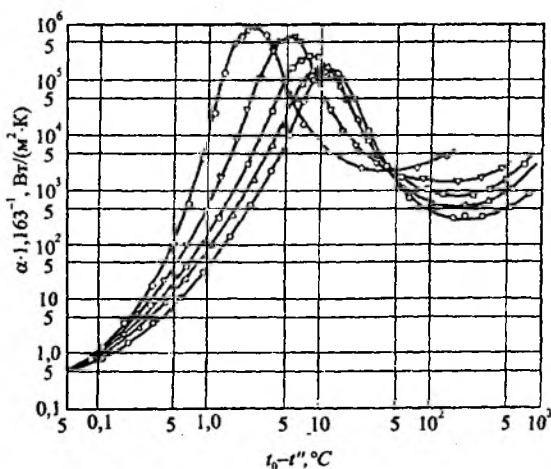


Рис. 3.47. Влияние давления пара на коэффициент теплоотдачи к кипящей воде на горизонтальной проволоке из хромеля  $\Lambda$  диаметром 1 мм (по Фарберу и Скоруху):  
○ — 1 ата; △ — 2,8 ата; □ — 4,6 ата; ▽ — 6,3 ата;  
◇ — 8,1 ата

Формулы для расчета чисел Нуссельта у горизонтальных поверхностей даны в табл. 3.3.

Формула	Среднеквадратичное отклонение от экспериментальных данных, %	Примечание
$Nu_d = 0,62(Ra\theta')_m^{0,25}$	30,2	Азот, пентан, вода, этиловый спирт, четыреххлористый углерод, дифениловый эфир
$Nu = \left(0,59 - 0,69 \frac{\lambda_{\text{кр}}}{d}\right) (Ra\theta')^{0,25}$	58,5	Изопропиловый спирт, фреон 113, азот, пентан, вода, этиловый спирт, бензол, четыреххлористый углерод, дифениловый эфир, кислород, гелий I
$Nu_d = 0,294(Ra\theta')^{0,333}$	40,0	Бензол, вода
$Nu_d = 0,62 \left(\frac{d}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^{0,172} (Ra\theta')^{0,25}$	36,3	Фреон 113
$Nu_B = 0,2(Ra\theta')^{0,25}$	47,8	Азот, гелий I, вода, фреон 11, четыреххлористый углерод, пентан
$Nu_B = 0,369(Ra''\theta'T^{-2})^{0,267}$	32,0	Метан, этан, пропан, бутан
$Nu_d = 0,94(Ra_d\theta'T^{-2})^{0,25}$	21,8	Азот, кислород, вода, метан, этан, пропан, бутан, этилен, этан-этиленовые смеси
$Nu_B = 0,425(Ra\theta')^{0,25}$	38,3	Пентан и четыреххлористый углерод

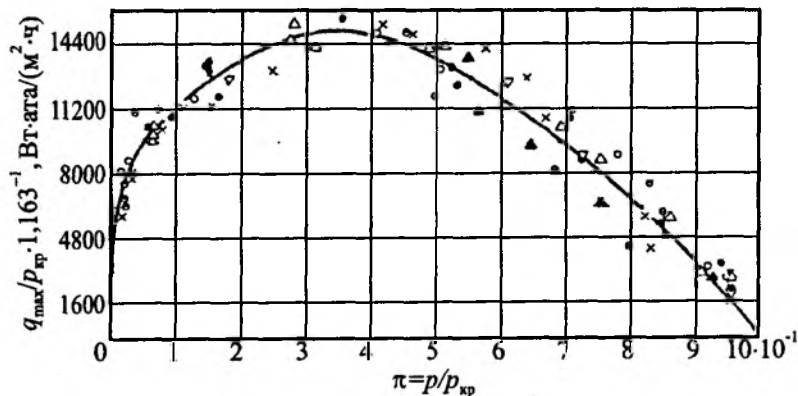


Рис. 3.48. Максимальная нагрузка поверхности нагрева  $q_{\text{max}}$  как функция приведенного давления пара  $\pi = p / p_{\text{кр}}$  для некоторых органических жидкостей (по Чикелли и Бонилла);  $p_{\text{кр}}$  — критическое давление

Коэффициент теплоотдачи может быть также определен из выражения

$$Nu_l = cRa_l^n, \quad (3.77)$$

где

$$Nu_l = \frac{\alpha l}{\lambda''}; \quad l = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')}}, \quad (3.78)$$

$$Ra_l = \frac{gl^3}{\nu'' a''} \cdot \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} \left( \frac{r}{\Delta t c_p} + 0,5 \right); \quad \Delta t = t_0 - t''.$$

Для горизонтальной плоской поверхности:  $c = 0,672, n = 0,25$  при  $Ra_l < 10^7$ , и  $c = 0,012; n = 0,5$  при  $Ra_l > 10^7$ .

В (3.75) и (3.77) в качестве определяющей принята температура  $t_m = 0,5(t'' + t_0)$ .

Зависимость теплоотдачи при кипении для воды от скорости ее движения и  $\Delta t = t_0 - t''$ , а также  $q_{\text{max}}/p_{\text{кр}} = f(\pi)$  приведены соответственно на рис. 3.47 и 3.48.

## 2. Теплоотдача при пленочном кипении на вертикальных поверхностях в большом объеме

Теплоотдача при кипении на вертикальных поверхностях имеет ряд особенностей, связанных с характером движения паровой фазы и взаимодействия ее с жидкостью на границе раздела фаз.

В.М. Боришанским и Б.С. Фокиным предложены полуэмпирические формулы для расчета теплоотдачи при пленочном кипении жидкостей на вертикальных обогреваемых поверхностях:

$$Nu = 0,28 \left( Ga \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} \right)^{0,33} \quad \text{при} \\ 2 \cdot 10^4 < Ga \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} < 1,4 \cdot 10^6; \quad (3.79)$$

$$Nu = 0,01 \left( Ga \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} \right)^{0,57} \quad \text{при} \\ 1,4 \cdot 10^6 < Ga \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} < 1,5 \cdot 10^7; \quad (3.80)$$

где  $Nu = \frac{\alpha \delta}{\lambda''}$ ;  $Ga = \frac{g \delta^3}{\rho''}$  и  $t_{\text{отр}} = t_0$ .

За характерный размер в (3.79) и (3.80) принимается толщина паровой пленки ( $\delta$ )

$$\delta = 26 \sqrt{\frac{q_0 h}{\rho'' r g (\rho' - \rho'')}}. \quad (3.81)$$

## 3.5. Поверхностное кипение

При высоких тепловых нагрузках кипение может возникнуть и в том случае, если основная масса жидкости имеет температуру ниже температуры насыщения. **Такое кипение известно как поверхностное кипение или кипение с недогревом.**

Если температура поверхности меньше температуры насыщения  $t''$  соотношение между  $t_0$  и тепловым потоком  $q$  характеризуется линией 1 (рис. 3.49), соответствующей режиму вынужденной конвекции. С ростом теплового потока температура поверхности увеличивается, достигая температуры начала кипения  $t_1$ , при которой на ней образуется пар. Процесс парообразования может способствовать некоторому росту интенсивности теплоотдачи и в этом случае кривая  $q(t_0)$  оказывается выше линии 1 (см. рис. 3.49), который представляет диаграмму, демонстрирующую изменение характера зависимости тепловой нагрузки кипения  $q$  от  $t_0$  (по мере роста температуры стенки).

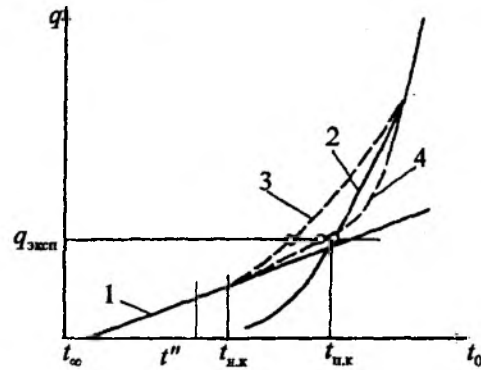


Рис. 3.49. Качественная картина изменения температуры стенки при переходе от вынужденной конвекции к поверхностному кипению:

1 — вынужденная конвекция; 2 — кривая кипения в большом объеме; 3 — первый вариант поверхностного кипения; 4 — второй вариант поверхностного кипения; точки соответствуют значениям температуры стенки для каждого из возможных вариантов хода кривой поверхностного кипения

С увеличением  $t_0$  и  $q$  кривая поверхностного кипения может располагаться выше кривой кипения в большом объеме 2 (первый вариант, кривая 3) или пересекать указанную кривую (кривая 4). Возможен третий вариант перехода кривой 1 в кривую кипения 2 (точка их пересечения). С ростом температуры греющей поверхности кривые 3, 4 совпадают с кривой 2.

При кипении с недогревом паровые пузыри, возникшие в пограничном слое, попадая в холодное ядро, конденсируются, поэтому кипение сочетается с конвекцией однофазной жидкости вдали от поверхности с процессом конденсации пара на границе кипящего пограничного слоя жидкости и холодного ядра. Интенсивность парообразования на поверхности зависит от перегрева жидкости; процесс конденсации обуславливается недогревом жидкости до температуры насыщения. Размер области, на которую распространяется возмущающее действие парообразования, определяется недогревом жидкости и уровнем тепловой нагрузки. Чем больше недогрев жидкости, тем меньше область кипения. При малом недогреве пузыри пара отделяются от поверхности и конденсируются в потоке. При больших недогревах пузыри не достигают отрывного диаметра и, как показывают опытные данные, чередование испарения в пузырь и конденсации происходит в процессе колебания пузырей без их отделения от поверхности.

**Развитым поверхностным кипением называют кипение в условиях недогрева, для которого температура поверхности нагрева практически не зависит от массовой скорости и температуры жидкости, т. е. определяется лишь тепловой нагрузкой.** Разность температур между паром и жидкостью при возникновении развитого поверхностного кипения можно определить приближенно из уравнения:

$$\Delta t_{p,k} = t'' - t' = \frac{q}{\alpha_{\text{конв}} - \alpha_{\text{кип}}}, \quad (3.82)$$

где  $\alpha_{\text{конв}}$ ,  $\alpha_{\text{кип}}$  — коэффициенты теплоотдачи при конвекции и кипении. Это определение соответствует упрощенному первому варианту хода кривой поверхностного кипения. Иногда границей считают сечение интенсивной генерации пара и определяют ее по формулам:

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= \frac{-0,0022qdc_p}{\lambda' r}; \text{Pe} = \frac{\rho w d c_p}{\lambda'} < 7 \cdot 10^4; \\ h_0 &= \frac{-145q}{\rho w r}; \text{Pe} \geq 7 \cdot 10^4 \end{aligned} \right\}, \quad (3.83)$$

где  $\rho w$  — массовая скорость;  $d$  — эквивалентный диаметр;  $c_p$ ,  $\lambda'$ ,  $r$  — соответственно теплоемкость, коэффициент теплопроводности жидкости и удельная теплота парообразования;  $h_0$  — относительная энтальпия потока.

Расчет температуры поверхности  $t_0$  при кипении в каналах и трубопроводах необходим для эффективной эксплуатации энергетического оборудования и обеспечения его безопасной работы.

Из формулы Дж. Чена для теплоотдачи при кипении, полученной с использованием зависимости Форстера — Зубера при кипении в большом объеме, в которой рассматривается модель пузыря в предположении, что основной фазой, определяющей интенсивность теплообмена, является начальная фаза его роста, а не его движение в момент отрыва, из которой также следует значение показателя степени  $n$  в уравнении  $q \approx \Delta t^n$ , равное 2—3. Это справедливо при высоких тепловых нагрузках в сочетании со значительным недогревом, когда зависимость  $q(\Delta t)$  является более слабой, чем кубическая. В то же время для относительно небольших тепловых нагрузок зависимость коэффициента теплоотдачи (или теплового потока) от  $\Delta t$  является более существенной, чем это следует из формулы Чена (3.84).

Модифицированная корреляция для использования при кипении с недогревом Дж. Чена имеет вид:

$$\alpha = \alpha_{\text{мик}} \cdot S \left[ \min \left( 1, \frac{t_0 - t''}{t_0 - t'} \right) \right] + \alpha_{\text{мак}} F, \quad (3.84)$$

где первое слагаемое описывает процесс теплоотдачи путем микроконвекции, вызванной движением пузырей, которые образуются при кипении в пристенном слое ( $\alpha_{\text{мик}}$ ), с учетом снижения микроконвекции при росте скорости движения двухфазной смеси; второе слагаемое описывает вклад микроконвекции в теплообмен при кипении двухфазового потока ( $\alpha_{\text{мак}}$ ) с учетом ее роста в двухфазной смеси конвекции ( $F$ ),  $S$  — функция подавления кипения.

Эти величины могут быть рассчитаны с использованием следующих соотношений:

$$\alpha_{\text{мик}} = 0,00122 \frac{(\lambda')^{0,79} (c')^{0,45} (\rho')^{0,49}}{\sigma^{0,5} (\mu')^{0,29} r^{0,24} (\rho'')^{0,24}} \times (t_0 - t'')^{0,24} (\rho_0'' - \rho')^{0,75}; \quad (3.85)$$

$$\alpha_{\text{мак}} = 0,023 \overline{\text{Re}}^{0,8} \left( \frac{c' \cdot \mu'}{\lambda'} \right)^{0,4} \frac{\lambda'}{d}; \quad (3.86)$$

$$\overline{\text{Re}} = 10^{-4} \frac{\rho' w' d (1 - \phi)}{\mu'} \cdot F^{1,25};$$

$$F = \begin{cases} 1,0 & \text{при } X^{-1} \leq 0,10; \\ 2,35(X^{-1} + 0,213)^{0,736} & \text{при } 100 > X^{-1} > 0,10. \end{cases}$$

Параметр Локкарта — Мартинелли равен:

$$X^{-1} = \left( \frac{x}{1-x} \right)^{0,9} \left( \frac{\rho'}{\rho''} \right)^{0,5} \left( \frac{\mu'}{\mu''} \right)^{0,1};$$

$$S = \begin{cases} [1 + 0,12 \overline{\text{Re}}^{1,14}]^{-1} & \text{при } \overline{\text{Re}} < 32,5; \\ [1 + 0,42 \overline{\text{Re}}^{0,78}]^{-1} & \text{при } 32,5 < \overline{\text{Re}} < 70, \end{cases}$$

где  $\rho'$ ,  $c'$ ,  $\lambda'$ ,  $\mu'$  — плотность, теплоемкость, коэффициент теплопроводности, динамической вязкости жидкости;  $\rho''$ ,  $\mu''$  — плотность, динамический коэффициент вязкости пара;  $d$  — эквивалентный диаметр канала;  $\rho_0''$  — давление насыщения, соответствующее температуре поверхности;  $\phi$  — истинное объемное паросодержание двухфазной смеси.

Известна интерполяционная формула ЦКТИ и методика, рекомендованная Ф. Крейттом и У. Блэком.

Формула ЦКТИ, имеет вид:

$$q = \sqrt{q_k^2 + q_{\text{кип}}^2}, \quad (3.87)$$

где  $q_k = \alpha_k (t_0 - t')$ ;  $q_{кип} = \alpha_{кип} (t_0 - t'')$ .  
 При числах Рейнольдса, больших  $10^4$ ,  $\alpha_k$  рассчиты-  
 вается по формуле

$$\alpha_k = \frac{\lambda'}{d} \cdot 0,023(Re')^{0,8} (Pr')^{0,4}, \quad (3.88)$$

где  $Pr' = \mu'_p / \lambda'$  — число Прандтля.

Для определения коэффициента теплоотда-  
 чи при кипении в большом объеме может быть  
 использована формула В.М. Боришанского

$$\alpha_{6,0} = 4,34q^{0,7} (p^{0,14} + 1,37 \cdot 10^{-2} p^2), \quad (3.89)$$

где  $p$  — давление, МПа.

Таким образом, температура поверхности  
 равна

$$t_0 = t' + \frac{q_{кип}^{0,3}}{c_p}, \quad \text{если } \alpha_{кип} = \alpha_{6,0}, \quad (3.90)$$

$$\text{или } t_0 = t' + \frac{q_{кип}^{0,3}}{0,7c_p}, \quad \text{если } \alpha_{кип} = 0,7\alpha_{6,0},$$

$$\text{где } q_{кип} = \sqrt{q^2 - \alpha_k^2 (t_0 - t')^2}. \quad (3.91)$$

При поверхностном кипении с недогревом  
 Ф.Крейг и У.Блек рекомендуют рассчитывать  
 температуру поверхности на основе принципа  
 суперпозиции удельных тепловых потоков,  
 предложенного В.М. Розенау

$$q = q_k - q_{кип}, \quad (3.92)$$

где при расчете  $\alpha_k$  (3.88) коэффициент 0,023  
 следует заменить на коэффициент 0,019, а  $\alpha_{кип}$   
 рассчитывается по полному тепловому потоку  $q$   
 и равен  $\alpha_{6,0}$ . Тогда температура поверхности на-  
 ходится по формуле:

$$t_0 = \frac{q + \alpha_k t' + \alpha_{кип} t''}{\alpha + \alpha_{кип}}. \quad (3.93)$$

Расчеты, представленные на рис. 3.50 и  
 3.51, выполнены на основании эксперименталь-  
 ных данных.

Из рис. 3.50 видно, что при использовании  
 многих расчетных методик температура поверх-  
 ности при поверхностном кипении имеет отно-  
 сительную погрешность, не превышающую 10%,  
 сопоставимую с погрешностью эксперимента.  
 На рисунке имеются точки, полученные в сле-  
 дующем диапазоне режимных параметров:  $p =$   
 $= 0,6...17$  МПа,  $q = 0,5...6$  МВт/м<sup>2</sup>; недогрев до ки-  
 пения на входе  $\Delta t_{нед}^{вк} = 5...95$  К;  $w = 0,5...3,8$  м/с,  
 при этом расчет по формулам (3.90) и (3.93) дает  
 чаще заниженные по сравнению с эксперименталь-  
 ными значениями температуры поверхности.

Результаты, представленные на рис.3.51, с  
 одной стороны, подтверждают предположение о

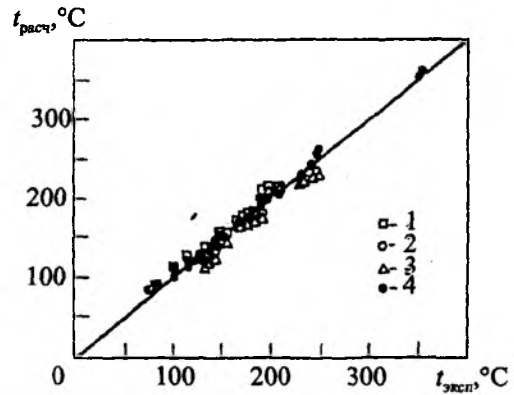


Рис.3.50. Сравнение расчетных и эксперимен-  
 тальных значений температуры поверхности  
 при кипении с недогревом:  
 1 —  $t_{цкги}/0,7$ ; 2 —  $t_{цкги}$ ; 3 —  $t_{крейг}$ ; 4 —  $t_{чен}$ .

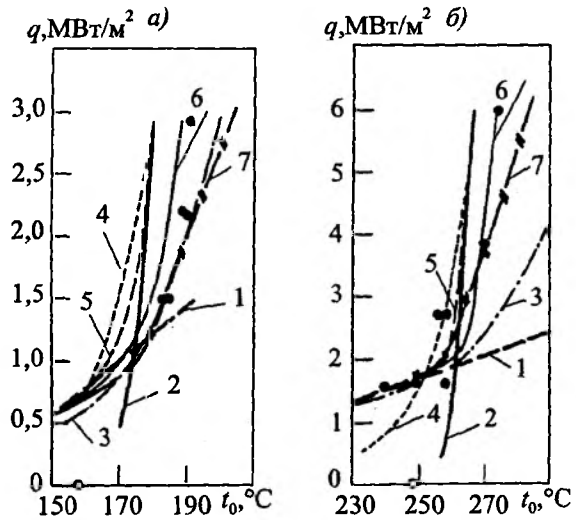


Рис.3.51. Результаты расчета температуры поверхно-  
 сти, выполненного по разным методикам,  $p$ , МПа:  
 а — 0,6; б — 4,1;  $\Delta t_{нед}^{вк}$ , К: а — 36,0; б — 92,5;  $w$ , м/с: а —  
 2,05; б — 2,22;  $d \cdot 10^3$ , м: а — 8,2; б — 15; 1 —  $q_{ковп}$ ; 2 —  $q_{6,0}$ ;  
 3 —  $t_{чен}$ ; 4 —  $t_{крейг}$ ; 5 —  $t_{цкги}$ ; 6 —  $t_{цкги}/0,7$ ; 7 —  $t_{лин}$ ; экспе-  
 римент: о —  $t_c$ ; • —  $t_u$

возможных, вариантах поверхностного кипения,  
 с другой стороны — показывают, что в рас-  
 смотренном диапазоне тепловых нагрузок отно-  
 сительная погрешность расчетных формул  
 (3.90) и (3.93) с уменьшением давления растет.  
 Расчет по методике Дж.Чена хорошо совпадает  
 с экспериментальными данными в области пере-  
 хода от теплообмена при конвекции к развитому  
 кипению, но с ростом тепловой нагрузки дает  
 более завышенные (по сравнению с эксперимен-  
 тальными) значения  $t_0$ .



С увеличением давления (рис. 3.51, б) относительная погрешность определения  $t_0$  уменьшается, а значения  $t_0$ , полученные по разным алгоритмам, близки между собой. Следует также отметить, что методика, рекомендованная Ф. Крейтом и У. Блэком, проста и дает удовлетворительные результаты в области поверхностного кипения, но она некорректна в расчетах при наличии конвекции из-за заниженного численного значения коэффициента при расчете  $\alpha_k$ . Поэтому эта методика не может рассматриваться в качестве альтернативы методике Дж. Чена.

### 3.5.1. Парообразование при недогреве жидкости (поверхностное кипение)

Парообразование при свободном движении происходит при температуре жидкости, равной температуре  $t''$ . Если температура жидкости  $t'$  ниже  $t''$ , возможны условия, при которых пар, ге-

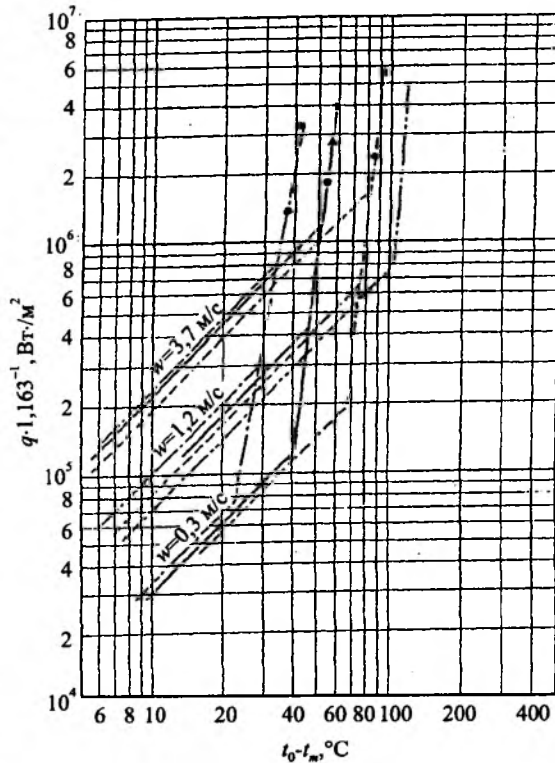


Рис. 3.52. Нагрузка поверхности нагрева при местном кипении обезгаженной воды для различных значений скорости и недогрева (по Мак-Адамсу и др.)

Точка перегрева	$w$ , м/сек	Недогрев ( $t'' - t'$ ), $°C$
■	3,7	—, —
▼	1,2	—, —, —
•	0,3	—, .., —

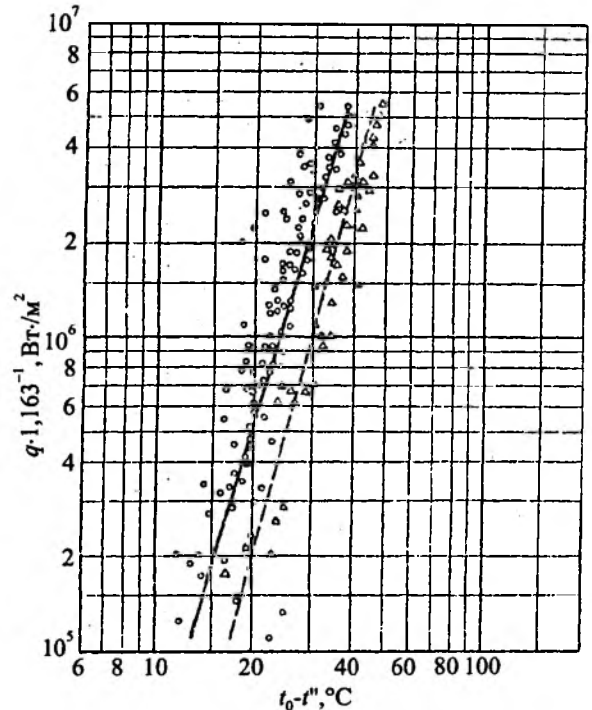


Рис. 3.53. Нагрузка поверхности нагрева при местном кипении воды, обезгаженной и содержащей газ. На оси абсцисс отложена избыточная температура стенки по отношению к температуре насыщения (по Мак-Адамсу и др.).  
Давление пара  $p = 2,7-6,3$  ата,  $Z$ ; недогрев  $11-83 °C$

Обозначения	Содержание воздуха, см <sup>3</sup> /л	$w$ , м/сек	$d_{гидр}$ , см
—○—	0,06-0,30	0,3-3,7	1,32
—△—	0-0,06	0,3-11	0,43-0,22

нерирующий на поверхности, конденсируется в объеме жидкости не достигая ее свободной поверхности, что вероятно в большом объеме в цилиндрах, сферах, при естественной, вынужденной конвекции, пузырьковом или пленочном парообразовании. Если раскалить некоторый объем материала, например из стали, и поместить его в холодную воду, тогда на поверхности появится паровая пленка. Пузыри пара, проходящие через пленку, при этом будут конденсироваться.

На рис. 3.52 представлена схема развития местного кипения по результатам исследований Мак-Адамса. Рабочий участок представлял собой нагреваемый вертикальный трубопровод, в

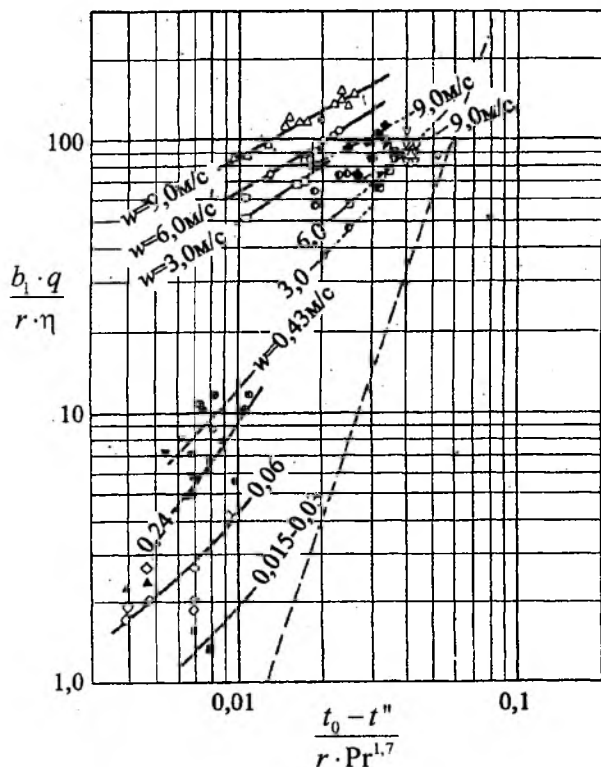


Рис. 3.54. Теплоотдача при местном кипении воды при повышенных давлениях пара: пунктирная прямая соответствует уравнению (326); приведены опытные данные Розенова и Кларка (по Розенову): --- 140 ата; — — — 105 ата; - - - - - 70 ата

который снизу вверх протекала вода. На рис. 3.52 представлены плотность потока пара в зависимости от температурного напора  $t_0 - t'$ , причем температура жидкости  $t'$  усреднена для всего участка на входе и выходе. В качестве меры подогрева принимается разность  $t_0 - t'$ . Когда  $t_0$  значительно выше  $t'$  при различных скоростях  $w$  и температурах  $t'$  воды, известны зависимости, соответствующие закономерностям вынужденной конвекции. Для возникновения местного кипения необходим значительный перегрев стенки  $t_0 - t''$ . Зависимости имеют линейный характер до определенного значения  $q$ , при котором имеет место перегрев трубки. В этой области  $q$  не зависит от недогрева. В этих условиях уже при более низких температурах поверхности выделяются пузыри пара, которые интенсифицируют теплообмен. Если за абсциссу принять перегрев стенки по отношению к температуре насыщения, то тогда в области микрокипения не обнаруживается влияние скоро-

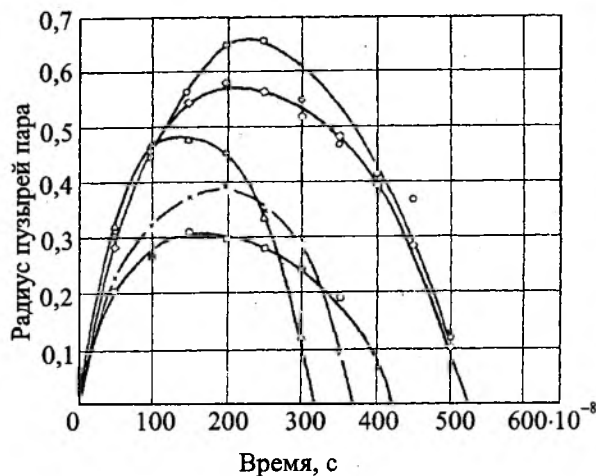


Рис. 3.55. Кривые изменения во времени радиуса пузырей пара при местном кипении (по Гунтеру):  $q = 3,86 \cdot 10^6$  ккал/м<sup>2</sup>;  $w = 3$  м/сек;  $p = 1$  ата;  $t'' - t' = 50$  °С

сти воды, а при умеренных давлениях также и влияние давления пара. Из рис. 3.53 следует, что все экспериментальные точки группируются у двух прямых, отвечающих различному содержанию воздуха в воде. Угол наклона этих прямых соответствует уравнению

$$q = \text{const}(t_0 - t''). \quad (3.94)$$

Известно уравнение  $\alpha = \text{const}/q^{0,74}$ , которое согласуется с законами пузырькового кипения при свободном движении. Результаты исследования над водой при более высоких давлениях пара приведены на рис. 3.54. Киносъемки процесса микрокипения показывают, что продолжительность существования пузырей пара очень незначительная и уменьшается с переохлаждением. На рис. 3.55 приведены изменения во времени радиуса пузырей с момента их образования до исчезновения внутри жидкости. Длина пути пузырей равна нескольким миллиметрам, а скорость соизмерима со скоростью течения.

### 3.5.2. Механизм кризиса при кипении с недогревом

В области недогрева и низкого паросодержания схемы механизмов возникновения кризиса кипения представлены на рис. 3.56.

При испарении микрослоя у поверхности парового пузыря образуется сухое пятно. После отрыва пузыря от поверхности оно смачивается. При больших тепловых потоках температура поверхности сухого пятна увеличивается, поэтому

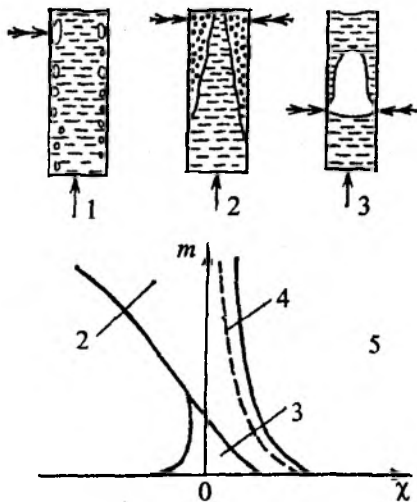


Рис. 3.56. Механизм кризиса при кипении с недогревом и низким паросохранением. Двойной стрелкой указано место возникновения кризиса:

1 — высыхание пленки под паровым образованием; 2 — рост пузырей и образование парового слоя; 3 — испарение жидкой пленки, окружающей снаряд; 4 — начало кольцевого течения; 5 — высыхание пленки

смачивание, следующее за отрывом пузыря, затрудняется и происходит увеличение температуры поверхности, приводящее к кризису кипения.

Согласно вышеизложенному, теплота от поверхности нагрева передается жидкости. Поэтому в качестве еще одной переменной является число Прандтля. Коэффициент теплоотдачи отнесен к температурному напору  $\Delta t = t_0 - t''$ , поскольку полученные зависимости применяются также для случая переохлажденных жидкостей (поверхностное кипение).

Так как  $q = \alpha \Delta t$ , поэтому

$$\frac{Re \cdot Pr}{Nu} \approx \frac{qc}{r} = \frac{\Delta t_0}{r} = \frac{h_0 - h''}{r}, \quad (3.95)$$

где  $h_0$  и  $h''$  — энтальпии жидкости при температуре стенки  $t_0$  и насыщения  $t''$ . Это выражение определяет соотношение между энтальпией перегрева жидкости и теплотой парообразования.

Краевой угол смачивания  $\beta$  для парового пузыря может быть выражен, как и для капли жидкости, через поверхностное натяжение на границе раздела фаз.

Полагая, что  $\beta$  не зависит от давления пара, уравнение можно представить в виде:

$$\frac{\Delta t_0}{r} = f \left\{ \left[ \frac{2\sigma}{g(\rho' - \rho'')^{0,5}} \right]^{0,5} \frac{qp}{r\mu'} \right\}; \quad (3.96)$$

$$\frac{\Delta t_0}{r} = f \left\{ \left[ \frac{2^{0,5}\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right]^{0,5} \frac{qp}{r\mu'} \right\}; \quad (3.97)$$

где  $\mu'$  относится к жидкости. Эти зависимости сопоставляются с результатами измерений Адамса, Чикелли и Бонилла, Крайдера и Финальборджо. Более точные результаты получаются из выражения

$$\frac{\Delta t_0}{r} = k \left\{ \left[ \frac{2^{0,5}\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right]^{0,5} \frac{qp}{r\mu'} \right\}, \quad (3.98)$$

в котором константа  $k$  зависит от характеристик жидкости и материала поверхности нагрева, значения которой приведены в табл. 3.4. На рис. 3.57 представлены экспериментальные данные, полученные Крайдером и Финальборджо для воды в условиях парообразования у внешней поверхности латунной трубки, где за характерную температуру принята температура насыщенного пара. При анализе данных в табл. 3.4 обращает на себя внимание сильный разброс значений  $k$ , когда наряду с другими факторами отражена зависимость краевого угла смачивания от жидкости и материала поверхности.

Уравнение (3.98) может быть записано в виде:

$$\alpha = \frac{q^{0,667} \mu^{0,333}}{kr^{0,333} b_1^{0,333} Pr^{1,7}}. \quad (3.99)$$

Соотношение хорошо согласуется с данными других авторов.

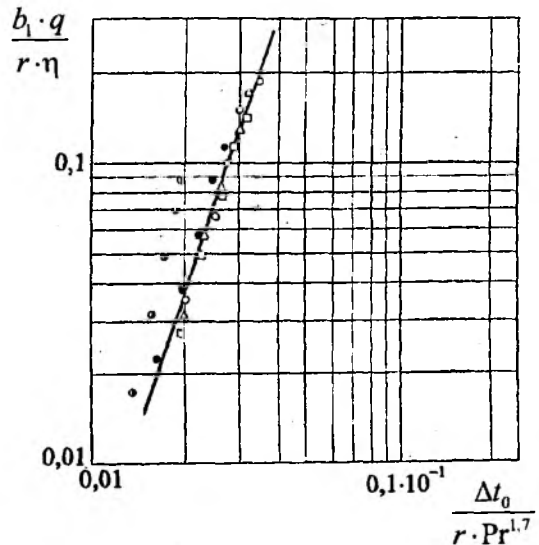


Рис. 3.57. Пузырьковое кипение воды на горизонтальной латунной трубе (по Розенову): прямая соответствует уравнению (3.85) при  $k = 0,0060$ :

○ — 1,58 ата; △ — 0,99 ата; □ — 0,62 ата; • — 0,30 ата; ◆ — 0,14 ата

Значения константы  $k$  в уравнении 3.99

Источник информации	Форма поверхности нагрева	Материал стенки	Жидкость	Давление, ата	Константа $k$
Мак-Адамс	Горизонтальная проволока, диаметр 0,6 мм	Платина	Вода	1,03...174	0,013
Чикелли и Бонилла	Горизонтальная пластинка	Полированный хром	Бензол, Этиловый спирт, п-пентан	1,03...45 1,03...53 1,55...29	0,010 0,0027 0,015
Крайдер и Финальбоджо	Горизонтальная труба, диаметр 38 мм	Латунь	Вода	0,14...1,6	0,0060

Для воды можно принять

$$\alpha = 3,68 q^{0,667} \quad (3.100)$$

Отнеся физические константы воды к 100 °С, можно получить  $k = 0,012$  в хорошем соответствии с первыми значениями  $k$ , приведенными в табл. 3.4.

### 3.6. Кризис теплоотдачи при кипении жидкости

Как известно, процесс кипения жидкости реализуется за счет подвода теплоты  $q$ . Твердая поверхность, с которой контактирует жидкость, приобретает температуру  $t_0$ , превосходящую температуру кипения  $t''$  при заданном давлении жидкости. Начинается пузырьчатое кипение. Интенсивность образования паровой фазы зависит от величины подводимого потока или от величины  $\Delta t = t_0 - t''$ .

Увеличение производительности, к примеру, парового котла (парогенератора), происходит при росте  $q$ . Однако рост производительности с ростом  $q$  не беспределен, так как при вполне определенных  $q$  происходит изменение режима кипения. Пузырьковое кипение переходит в пленочное, которое характеризуется низким (в сравнении с пузырьковым режимом) коэффициентом теплоотдачи. К поверхности подводится все то же количество теплоты  $q$ , но на парообразование из этого количества идет только некоторая доля от  $q$ .

Теплоотдающая поверхность начинает сильно перегреваться, и в конечном итоге выходит из строя (в результате пережога).

*Поток теплоты, при котором происходит изменение режима кипения от пузырькового к пленочному, называется критическим  $q_{кр}$ ; наступает существенное снижение коэффициента теплоотдачи, выработка пара сильно снижается. Наступает кризис кипения.*

#### 3.6.1. Кризис теплоотдачи при кипении в условиях свободного движения (в большом объеме)

##### 1. Уравнение подобия для определения критических тепловых нагрузок

*Кризис теплоотдачи при пузырьковом кипении обусловлен изменением механизма теплоотдачи при переходе от пузырькового кипения к пленочному. С повышением плотности подводимого теплового потока в некоторый момент времени коэффициент теплоотдачи достигает максимума, затем происходит снижение интенсивности теплообмена, сопровождающееся более (низкие давления) или менее (высокие давления) резким увеличением темпа роста температуры теплоотдающей поверхности.*

Кризис теплоотдачи при пузырьковом кипении (первой критической плотности теплового потока  $q_{кр}$ ) в сопряженной постановке (квазистационарные условия при медленном увеличении  $q$ ) рассматривается с учетом свойств жидкости, пара и теплоотдающей поверхности. Возможны два подхода и вытекающие из них две физические модели. Первый основан на том, что характерная для пузырькового кипения высокая интенсивность теплообмена сохра-

няется до тех пор, пока вследствие увеличения тепловой нагрузки не будет достигнуто некоторое предельное заполнение (заселенность) поверхности нагрева паровыми пузырьками — **предельное паросодержание двухфазного пристенного слоя**. При этом критической плотности теплового потока соответствует некоторое предельное число функционирующих на поверхности нагрева **центров парообразования**. Согласно этому представлению кризис наступает тогда, когда прекращается поступление жидкости к поверхности нагрева и устанавливается устойчивое пленочное кипение (происходит оттеснение жидкости от поверхности нагрева сплошным паровым слоем).

Обобщенная зависимость для критической плотности теплового потока  $q_{кр}$  получена Г.Н.Кружилиным на основе теории подобия, а гидродинамическая модель кризиса теплоотдачи при кипении, основанная на втором подходе к решению проблемы, предложена С.С.Кутателадзе.

Существенным фактором является доля теплоты, отводимой от поверхности нагрева паром. В широком интервале изменения давления она, как и величина  $\tau\rho''$ , возрастает с повышением давления. Чем эта доля больше, тем, при прочих равных условиях, выше паросодержание пристенного слоя и, соответственно, меньше достижимое  $q_{кр}$ .

Частота образования и отрыва пузырей изменяется ~100 1/с (за исключением воды, для которой  $f = 60 - 70$  1/с). Можно полагать, что заметное снижение частоты начинается при  $\Pi = 20$ . Зависимости  $f = f(\Pi)$  для воды и остальных жидкостей (кроме металлических), приведены на рис. 3.58.

Размер среднего отрывного диаметра парового пузыря  $d_0$ , уменьшается примерно обратно пропорционально давлению, а экспериментальные данные описываются уравнением:

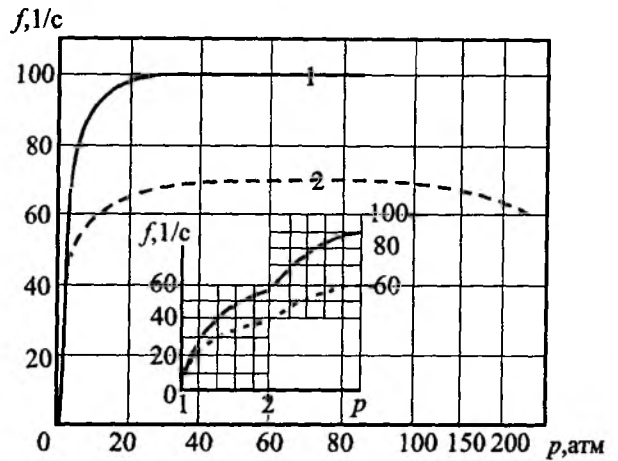


Рис. 3.58. Усредненные зависимости  $f$  от  $\Pi$  (усредненные опытные значения для воды в интервале давлений от 0,1 до 20,6 МПа (сплошная линия — расчетные значения  $\rho''_{\text{крит}}$ ): 1 — органические и неорганические (криогенные) жидкости; 2 — вода

$$K_{кр} \left( \frac{\rho''}{\rho'} \right)^{0,5} = 7Fo^{0,5}. \quad (3.101)$$

где  $Fo$  — число Фурье.

В соответствии с этим обобщенная зависимость для  $K_{кр}$  в безразмерной форме выражается следующим образом

$$K_{кр} = 7 \sqrt{Fo \frac{\rho'}{\rho''}}. \quad (3.102)$$

Соответствующая уравнению (3.89) расчетная формула для  $q_{кр}$  имеет вид

$$q_{кр} = 7r \sqrt{\alpha f \rho' \rho''}, \quad (3.103)$$

где  $q_{кр}$  — критическая плотность теплового потока, Вт/м<sup>2</sup>;  $r$  — теплота парообразования, Дж/кг.

## 2. Критический тепловой поток

Критический тепловой поток является наиболее важной характеристикой при рассмотрении работы теплообменного оборудования, в котором происходит кипение или испарение. Он

Таблица 3.5

Значения  $\Pi$  и  $f$

Показатель	Вода	Этанол	Бензол	Фреон-12	Бутанол	Четыреххлористый углерод
$f, 1/с$	225;44;22 60;75;68	64;7 106; 84	47 99	41 91	46 108	50 106

характеризуется быстрым снижением локального коэффициента теплоотдачи, что происходит при замещении жидкости паром у поверхности нагрева. Для случая, когда тепловая нагрузка является независимой величиной, например в печи с лучистым нагревом или в топливном элементе ядерного реактора, это условие проявляется как быстрое увеличение температуры поверхности при достижении критического теплового потока. Множество экспериментальных исследований условия критического теплового потока относится к испаряющейся воде.

Кризис теплоотдачи возникает в следующих случаях:

– в режиме кипения при естественной конвекции; а) в неограниченном объеме (например, большой сосуд и т.п.); б) в ограниченном объеме (термосифон с естественной циркуляцией и т.д.);

– при вынужденной конвекции: а) внутренние течения (осесимметричные течения в цилиндрах и т.д.), течения с закруткой; б) внешние течения; в) течения у пучков цилиндров и др.

При этом жидкость может быть насыщенной или недогретой.

**Насыщенная жидкость.** Переход от пузырькового кипения к пленочному кипению в большом объеме жидкости происходит, когда пар на поверхности нагрева образуется так интенсивно, что не успевает отводиться от этой поверхности, и она оказывается отделенной от жидкости сплошной пленкой пара.

В большинстве случаев уравнения для оценки  $q_{кр}$  записываются с использованием среднеобъемной скорости пара  $w''$

$$w'' = \frac{q_{кр}}{\rho'' r} \text{ м/с.} \quad (3.104)$$

Физические модели явлений, использованные при выводе приведенных соотношений, несколько различаются, однако в них принимается, что при приближении теплового потока к критическому значению число центров парообразования становится большим, а частота образования пузырей настолько возрастает, что отрывающиеся пузыри сливаются с теми, которые оторвались раньше, и образуют участки пара у нагретой поверхности. Розенов и Гриффите получили соотношение (3.104) (табл. 3.6), предположив, что слияние этих участков приводит к кризису теплоотдачи. Кутателадзе использовал

теорию размерностей и устойчивости системы жидкость — пар, а Зубер теоретически получил аналогичную зависимость, исходя из устойчивости двумерного течения паровых струй, направленных вверх, и струй жидкости, направленных вниз.

Расчеты по формуле (3.104) (табл. 3.6) сравниваются с экспериментальными данными (рис. 3.59) для кислорода, азота, водорода и гелия. Штриховая часть кривой относится к условиям, когда приведенное давление выше 0,6, при котором расчетные данные не совпадают с экспериментальными данными. Расчет критического теплового потока корректен при  $\pi = 0,6$ .

Чикелли, Бонилья, Кутателадзе, Боришанский провели исследования по определению критического теплового потока для воды и органических жидкостей в зависимости от приведенного давления. Максимальная величина

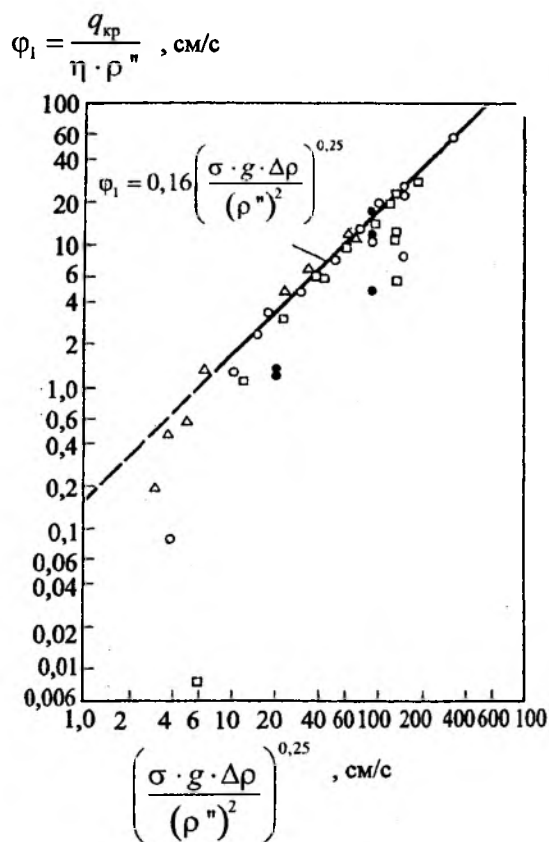


Рис. 3.59. Сравнение расчетов по Кутателадзе с экспериментальными значениями критических тепловых потоков при пузырьковом кипении: о — кислород; □ — азот; ◇ — водород; △ — гелий

критического теплового потока была получена при значениях приведенного давления около 0,25...0,33.

Ряд формул Кутателадзе могут быть представлены общей зависимостью для жидкостей, если находить величину  $q_{кр}/q_{кр,0}$  в зависимости от величины приведенного давления.

Таблица 3.6

**Значения критических тепловых потоков  $q_{кр}$  при кипении в большом объеме насыщенных жидкостей**

Кипящая жидкость	Диапазон $q_{кр}$ , Вт/см <sup>2</sup>
Аммиак	111,7...153,9
Аргон	24,9...32,5
Двуокись углерода	48,3...63,1
Четыреххлористый углерод	25,7...33,6
Этиловый спирт	71,3...93,0
Фреон-12	26,6...34,8
Гелий	0,35...0,45
Сероводород	7,03...9,21
Керосин (JP-4)	31,0...40,6
Неон	10,5...13,8
Азот	18,6...24,3
Кислород	29,7...38,9
Пентан	27,2...35,6
Пропан	21,4...27,9
Вода	268,2...350,7
Метан	27,8...36,2
Этан	31,7...41,5
Этилен	30,1...39,3

Боришанский, Кобб, Парк нашли зависимость для критического теплового потока в приведенных координатах вследствие того, что критический тепловой поток зависит от геометрии системы и свойств поверхности, а не только от приведенного давления. Оба указанных влияния используемой системы исключаются, если рассматриваются отношения тепловых потоков:

$$q_{кр}/q_{кр,0} = 1,70 - 3,9\bar{T} - 0,048\bar{T}^2 + 2,41\bar{T}^3 + 7,58\bar{T}^4 + 5,20\bar{T}^5 + 12,88\bar{T}^6. \quad (3.105)$$

В формуле (3.105) необходимо иметь хотя бы одно экспериментальное значение критического теплового потока.

Гэмбилл отмечает, что существует естественный разброс данных порядка  $\pm 9,3\%$  в величине критического теплового потока, определенного в условиях кипения насыщенной жидкости в большом объеме.

### 3.6.2. Кризис теплоотдачи при кипении в условиях вынужденного движения

Энергонапряженность многих устройств и их предельная мощность определяются значениями критических тепловых потоков.

Расчет критической плотности теплового потока в условиях вынужденного движения парожидкостного потока сложнее аналогичной задачи для условий свободного движения жидкости. При свободном движении  $q_{кр}$  зависит от физических свойств жидкости и пара.

В общем случае  $q_{кр}$  для жидкости является функцией давления и недогрева до температуры насыщения  $t_{нед}$ . Случай кипения в большом объеме жидкости, недогретой в основной массе до температуры насыщения, встречается в технических устройствах редко. Для условий свободного движения характерно, когда

$$q_{кр} = f(p).$$

При вынужденном движении жидкости в трубах и каналах энтальпия потока при кризисе отличается от энтальпии насыщенной жидкости. На возникновение кризиса влияет направленная скорость вынужденного движения и геометрические характеристики. Критическая тепловая нагрузка является функцией величин

$$q_{кр} = f(p, x, \rho w, d, l),$$

где  $x$  — относительная энтальпия,  $\rho w$  — массовая скорость потока;  $d$  и  $l$  — диаметр и длина (высота) канала.

Основываясь на гидродинамической модели кризиса, предполагается, что он обусловлен потерей устойчивости структуры двухфазного пристенного слоя с образованием устойчивых паровых пленок на участках поверхности нагрева.

Сравнение производится при постоянной энтальпии в месте кризиса. Анализ влияния массовой скорости в зависимости от давления проявляется неоднозначно. С ростом давления от 2 до 20 МПа характер влияния  $\rho w$  на  $q_{кр}$  изменяется. До давлений 10 МПа наблюдается отрицательное влияние  $\rho w$  на  $q_{кр}$ , при  $p > 10$  МПа — положительное. При повышении давления от 2 до 20 МПа  $q_{кр}$  уменьшается.

С увеличением диаметра трубопровода  $q_{кр}$  также уменьшается. Влияние длины определяется отношением  $l/d$ . В случае беспульсационного режима течения при  $l/d > 20$  влияние  $l$  на  $q_{кр}$  мало.

При повышении  $q$  до наступления кризиса температура поверхности увеличивается плавно. В некоторый момент времени ее темп роста с повышением  $q$  увеличивается, что свидетельствует о наступлении кризиса.

Известно, что максимальное локальное паросодержание  $\rho_w$  пристенного двухфазного слоя при наступлении кризиса теплообмена может быть значительно меньше единицы и что паровые пленки над отдельными участками поверхности нагрева присутствуют до возникновения кризиса, сливаясь в сплошную пленку.

Следует отметить, что в понятии «критический тепловой поток» имеет место некоторая неопределенность. **Первая критическая плотность** теплового потока определяется как максимально возможная (при данных условиях) плотность теплового потока при пузырьковом кипении и отмечается, что в случае  $q > q_{кр}$  классическая форма пузырькового кипения невозможна.

**Критический тепловой поток** — это поток, при котором происходит покраснение или пережог трубопровода.

Особенностью кризиса кипения в трубопроводе является то, что, в отличие от кипения в большом объеме, резкое повышение температуры стенки с увеличением тепловой нагрузки может произойти либо при переходе от пузырькового кипения к пленочному, либо вследствие

высыхания (в верхней части трубопровода), смачивающей стенку пленки жидкости. Переход от пузырькового кипения к пленочному в трубопроводах происходит и при кипении недогретой жидкости и при умеренных паросодержаниях двухфазного потока (обычно при пузырьковом режиме течения парожидкостной смеси или в первой стадии дисперсно-кольцевого режима). При высоких паросодержаниях (**малой кратности циркуляции**) в условиях дисперсно-кольцевого режима течения при малой толщине пристенной жидкой пленки может произойти ее высыхание. Механизм процесса сложен, так как его определяет ряд процессов, действующих одновременно. Кризис, обусловленный переходом пузырькового кипения в пленочное, называется **кризисом первого рода**, а уменьшение теплообмена в верхней части трубопровода (вследствие высыхания жидкой пленки) — **кризисом второго рода**.

Зависимости  $q_{кр}$  от относительной энтальпии потока  $x$  представлены на рис. 3.60, где по оси абсцисс откладываются расчетные значения  $x$  без учета неравномерности потока. Участок 1 кривых  $q_{кр} = f(x)$  соответствует первому случаю (переходу к пленочному кипению);  $q_{кр}$  зависит от  $p$ ,  $\rho_w$ ,  $x$  и размеров трубопровода.

Зависимость же  $q_{кр} = f(\rho_w)$  дана на рис. 3.61.

Кризису **теплоотдачи второго рода** предшествует уменьшение толщины пленки. При больших толщинах пленки поверхность кипения волнистая, и с гребней волн потоком срывается жидкость. С увеличением паросодержания и скорости смеси толщина пленки

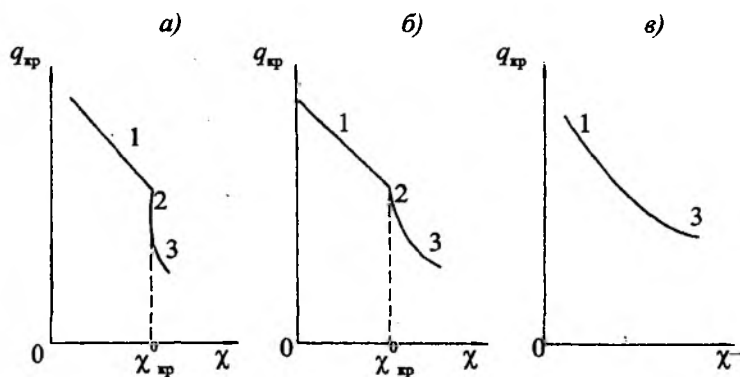


Рис. 3.60. Зависимость критической плотности теплового потока от массового паросодержания в трубах при различных давлениях



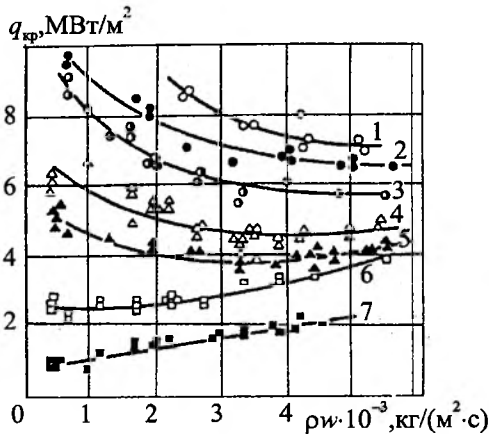


Рис. 3.61. Влияние массовой скорости на критическую плотность теплового потока при различных давлениях: 1 —  $p = 2$  МПа; 2 —  $p = 3$  МПа; 3 —  $p = 4$  МПа; 4 —  $p = 8$  МПа; 5 —  $p = 10$  МПа; 6 —  $p = 14$  МПа; 7 —  $p = 20$  МПа

уменьшается. При некотором значении паросодержания характер зависимости гидравлического сопротивления потока от расходного массового паросодержания изменяется, что объясняется исчезновением волн на поверхности пленки и переходом к течению с гладкой микропенкой на стенке. При дальнейшем повышении  $q$  микропенка *высыхает*, что сопровождается резким ухудшением теплообмена и наступлением кризиса теплоотдачи второго рода.

### 1. Критический тепловой поток при движении жидкости в однородно обогреваемых вертикальных трубах

Рассматривается недогретый поток воды. Обычно для однородно обогреваемых каналов возникновение кризиса наблюдается сначала на выходе из них. При неоднородном по оси распределении теплового потока перегрев может произойти на выходе или выше по потоку.

Отмечают пять основных переменных, которые влияют на критический тепловой поток: расход, температура на входе, давление в системе, внутренний диаметр трубы и длина трубы

$$q_{кр} = f(m, \Delta t_1, p, d, l). \quad (3.106)$$

Поскольку перегрев поверхности трубы в условиях кризиса почти всегда начинается на выходе из участка нагрева, то можно показать, что описание процесса и корреляции для  $q_{кр}$  должны определяться условиями на выходе. По термодинамическому состоянию жидкости на выходе из трубы может быть недогретой или на-

сыщенной. Чтобы охарактеризовать условия на выходе, можно использовать энтальпию жидкости  $h(l)$  или массовое паросодержание. Каждая из этих зависимых переменных связана с недогревом на входе уравнением теплового баланса:

$$h(l) = h_l + \frac{4ql}{dm} - \Delta h_{h,i};$$

$$x(x) = \frac{1}{r} \left( \frac{4ql}{dm} - \Delta t_1 c_{pl} \right).$$

Таким образом, уравнение (3.106) можно записать в виде:

$$q_{кр} = f(m, h(l), p, d, l), \quad (3.107)$$

или

$$q_{кр} = f(m, x(l), p, d, l). \quad (3.108)$$

Рассмотрим влияние на критический поток величин, входящих в (3.106) и (3.108).

Так установлено:

- при постоянных давлении, диаметре и длине трубы критический тепловой поток увеличивается линейно с недогревом на входе при фиксированной массовой скорости и растет с массовой скоростью при заданном недогреве на входе;

- при постоянных давлении, диаметре и длине трубы критический тепловой поток уменьшается линейно с увеличением выходного массового паросодержания  $x(l)$  при фиксированной массовой скорости. В области недогрева (отрицательные значения  $x(l)$ ) критический тепловой поток растет с увеличением массовой скорости при постоянных условиях на выходе. В области насыщенной жидкости (положительные значения  $x(l)$ ) имеется точка пересечения, и при высоких значениях выходного паросодержания критический тепловой поток уменьшается с ростом массовой скорости;

- при фиксированных давлении, диаметре трубы и массовой скорости критический тепловой поток понижается с увеличением длины трубы для постоянного недогрева на входе. Линейная зависимость критического теплового потока от нагрева на входе нарушается при низких значениях  $l/d$ ;

- при заданных давлении, диаметре трубы и массовой скорости влияние длины трубы на критический тепловой поток при постоянном паросодержании на выходе незначительно;

- для фиксированных давления, длины трубы и массовой скорости, с увеличением диамет-

ра трубы критический тепловой поток растет при заданном недогреве на входе (рис. 3.62);

— при фиксированных давлении, длине трубы и массовой скорости критический тепловой поток понижается с увеличением диаметра трубы для постоянного паросодержания на выходе (рис. 3.63);

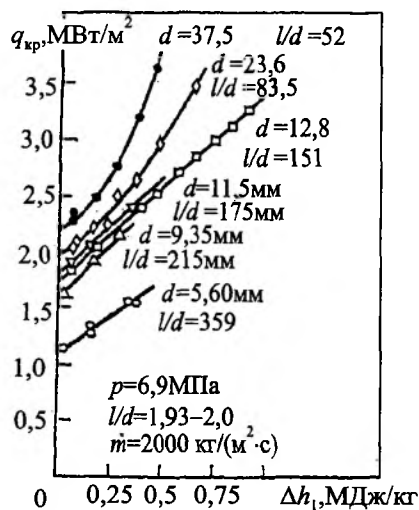


Рис. 3.62. Влияние диаметра трубы на критический тепловой поток при заданных условиях на входе

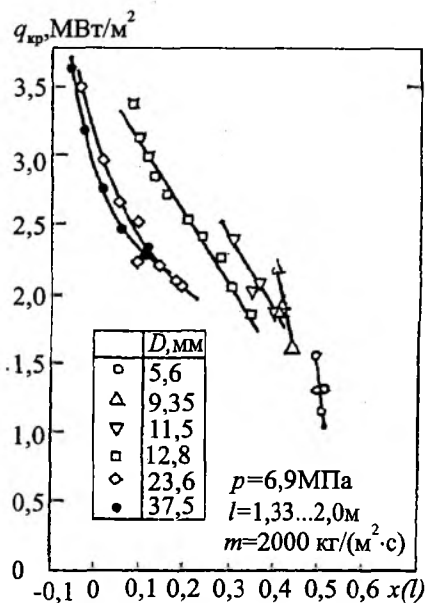


Рис. 3.63. Влияние диаметра трубы на критический тепловой поток при заданных условиях на входе

— при постоянных диаметре, длине трубы и массовой скорости критический тепловой поток быстро уменьшается с увеличением давления в случаях фиксированного выходного массового паросодержания  $x(l) = 0$  (рис. 3.64). При массовых скоростях ниже 2700 кг/(м<sup>2</sup>·с) значение критического теплового потока для  $x(l) = 0$  растет при давлениях, меньших 10 МПа, и уменьшается при больших давлениях. Для больших массовых скоростей верно обратное. При постоянном недогреве на входе критический тепловой поток проходит через максимум для низких давлений и затем падает с ростом давления. В диапазоне давлений 10–20 МПа может существовать второй максимум, который возникает вследствие увеличения недогрева и массовой скорости и снижении отношения  $l/d$ . При постоянной температуре воды на входе  $t_1$  недогрев на входе растет с увеличением давления и влияние давления в системе на критический тепловой поток ослабляется на всем диапазоне значений давления.

Зависимость граничного паросодержания от длины участка кипения дана на рис. 3.65. Критический тепловой поток не зависит от длины трубы для данного выходного паросодержания. Это обстоятельство можно использовать для упрощения уравнения (3.95), которое принимает вид:

$$q_{кр} = f(x(l), m, p, d). \quad (3.109)$$

Отсюда следует, что верны следующие уравнения:

$$q_{кр} = f(l'', m, p, d); \quad (3.110)$$

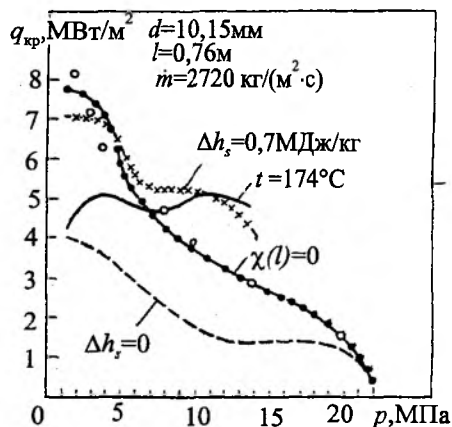


Рис. 3.64. Влияние давления системы на критический тепловой поток. Светлые кружки — результаты, полученные Г.В. Алексеевым для  $d = 8$  мм

$$\chi_{кр} = f(l^n, m, p, d), \quad (3.111)$$

где  $l^n$  — длина трубы, на которой массовое паросодержание увеличивается от нуля до массового паросодержания в условиях критического теплового потока  $\chi_{кр}$ . Известно (рис. 3.66), что  $q_{кр}$  зависит от локального паросодержания, тогда как согласно уравнению (3.111) массовое содержание  $\chi_{кр}$  жидкости, которая может испариться в канале, прежде чем возникнут условия кризиса, зависит от длины, на которой происходит испарение. Ни одна из этих двух точек зрения на кризис не является полностью верной и, как оказывается, не может быть использована как основа для предсказания более сложных случаев.

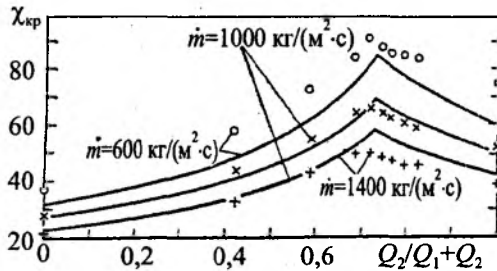


Рис. 3.66. Изменение граничного паросодержания от распределения мощности теплового выделения в кольцевых каналах ( $Q_2$  — мощность теплового выделения в наружной трубе): сплошные кривые — результат расчета при  $\beta_1 = 0,007$  м/с,  $\beta_2 = 0,009$  м/с; точки — результат эксперимента

**Пределы изменения критического теплового потока.** Кризис не возникает, если температура поверхности нагрева ниже температуры насыщения. Таким образом, минимально возможный критический тепловой поток будет

$$(q_{кр})_{\min} = \frac{\Delta t_1}{4l / mc_p d + 1 / \alpha_{f0}}$$

Кризис должен возникать в случае, когда (или перед тем как) вся жидкость, поступившая в канал, испарится  $\chi(l) = 1$ . Следовательно, максимально возможный критический тепловой поток

$$(q_{кр})_{\max} = \frac{m dr}{4l} \left( 1 + \frac{c_p' \Delta t_1}{r} \right).$$

**Эмпирические корреляции для воды.** Практическое значение явления кризиса привело к разработке множества корреляций. Одна из них — эмпирическая зависимость Томсона и Макбета, ос-

нованная на гипотезе локальных условий, согласно которой критический тепловой поток зависит только от локального массового паросодержания в точке перегрева. Была также предложена корреляция, сохраняющая основные положения и точность зависимости Томсона-Макбета, но более удобная. Допущение, что  $q_{кр}$  линейно зависит от локального паросодержания  $x(l)$ , приводит к уравнению

$$q_{кр} = \frac{A + B \Delta h_1}{C + l},$$

где  $q_{кр}$  — критическая тепловая нагрузка;  $\Delta h_1$  характеризует недогрев на входе;  $l$  — длина трубы.

С использованием значений  $A, B, C$ , полученных из данных по критическому тепловому потоку для однородно нагреваемых труб, Barnett P.G. сравнил значения, полученные Simeria R., Hewitt G.F., с экспериментальными данными. Расчетные значения  $(q_{кр})_{\max}$  оказались значительно выше экспериментальных. Однако метод удовлетворителен для определения участка трубы, на котором возникает кризис.

## 2. Критический тепловой поток при движении жидкости в каналах сложной формы

Наиболее распространенными (наряду с каналами цилиндрической формы) являются каналы прямоугольные, кольцевые, многостержневые сборки, которые охлаждаются технической водой. При оценке критического теплового потока подстановка в корреляции эквивалентного диаметра не позволяет получить точного описания процесса в случае прямоугольного канала, так как при нагреве по всему периметру прямоугольника перегрев поверхности (теплоотдающей) возникает в углах у выхода канала при значительном снижении среднего теплового потока.

В кольцевых каналах критические кольцевые потоки в вертикальных кольцевых каналах с однородным нагревом внутренней поверхности при давлениях  $\sim 7,0$  МПа характеризуются уравнением:

$$q_{кр} = \frac{A + B \cdot r}{C + l}, \quad (3.112)$$

где

$$A = 67,4 d_s^{0,68} (m \cdot 10^{-6})^{0,192} \times \{ 1 - 0,744 \exp[-6,512 d (m \cdot 10^{-6})] \};$$

$$B = 0,259d_r^{1,261} (m \cdot 10^{-6})^{1,817};$$

$$C = 185d_r^{1,261} (m \cdot 10^{-6})^{0,212};$$

$$d_3 = \frac{d_0^2 - d_i^2}{d_i};$$

$d_r = d_0 - d_i$  — гидравлический эквивалентный диаметр.

Уравнение (3.99) справедливо при:

$$d_i = 9,52 \dots 96,5 \text{ мм};$$

$$d_0 = 14 \dots 101,6 \text{ мм};$$

$$l = 610 \dots 274 \text{ мм};$$

$m = 190 \dots 8430 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$  — массовый расход на единицу площади;

$r = 0 \dots 958 \text{ Мдж}/\text{кг}$  — скрытая теплота парообразования.

Эксперименты по критическому тепловому потоку проводились при нагреве внутренней и наружной поверхностей кольцевых каналов. В этих условиях критическое паросодержание проходит через максимум в зависимости от доли общей мощности, подведенной к внешней трубе.

### 3.7. Теплообмен при кипении в условиях вынужденного движения

При вынужденном движении дополнительной переменной является скорость потока парожидкостной смеси, которая наряду с другими величинами определяет теплообмен. Э. Шмидт и др. предположили ряд критериев для оценки теплообмена при кипении в условиях вынужденного движения жидкости. Эксперименты Э. Шмидта были обработаны Кейселингом и показали, что восходящее движение пузырей пара в неподвижном и движущемся объеме жидкости создает различные условия для формирования теплообмена. При этом нужно заметить, что кривая кипения  $q = f(\Delta t^n)$  при вынужденной конвекции аналогична кривой кипения в большом объеме (естественная конвекция), но вследствие наличия скорости и потока теплоты, а также многообразия режимов течения парожидкостной смеси имеет свои особенности.

#### 3.7.1. Гидротермодинамические характеристики парожидкостных потоков

Двухфазный (парожидкостный) поток и режимы его движения характеризуются расходными и истинными параметрами. **Расход-**

**ные** — это параметры, которые находятся из уравнений материального и теплового баланса при термодинамическом равновесии фаз и равенстве их средних скоростей. Для действительного описания состояния двухфазного потока наряду с расходными используют **истинные** параметры.

Массовый расход смеси  $m_{\text{см}}$  в любом сечении трубы равен сумме массовых расходов капельной жидкости  $m'$  и пара  $m''$

$$m_{\text{см}} = m' + m''.$$

При термодинамическом равновесии массовый расход пара равен

$$m'' = \frac{h_{\text{см}} - h'}{r} m_{\text{см}}, \quad (3.113)$$

где  $h_{\text{см}}$  — энтальпия смеси на линии насыщения, кДж/кг;  $h'$  — энтальпия жидкости, кДж/кг.

Массовое паросодержание смеси — доля пара в массовом расходе смеси:

$$\chi = \frac{m''}{m_{\text{см}}}.$$

Для равновесного потока:

$$\chi = \frac{h_{\text{см}} - h'}{r}. \quad (3.114)$$

Величину  $\chi$  называют также **относительной энтальпией**. От нуля до единицы она равна массовому паросодержанию при отрицательных значениях  $\chi$ , она характеризует недогрев жидкости до температуры насыщения (3.114).

**Массовая скорость смеси**  $w_{\text{см}}$  — это массовый ее расход через единицу площади сечения трубы в единицу времени:

$$w_{\text{см}} = \frac{m_{\text{см}}}{F} \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}). \quad (3.115)$$

**Кратность циркуляции** — отношение массы жидкости  $m'$ , поступающей в трубопровод, к количеству генерируемого пара  $m''$ .

**Расходное объемное паросодержание**  $\beta$  — это отношение объемного расхода пара к объемному расходу смеси:

$$\beta = \frac{V''}{V' + V''}, \quad (3.116)$$

где  $V'$  и  $V''$  — объемные расходы соответственно жидкости и пара:

$$V' = \frac{m'}{\rho'}; \quad (3.117)$$

$$V'' = \frac{m''}{\rho''}. \quad (3.118)$$

Здесь  $m'$  — массовый расход жидкости;  $m''$  — массовый расход пара;  $\rho'$  — плотность жидкости;  $\rho''$  — плотность пара.

Приведенные скорость жидкости и пара — скорости фаз потока пароводяной смеси, отнесенные ко всему сечению трубопровода:

$$w'_0 = \frac{m'}{F\rho'}; \quad (3.119)$$

$$w''_0 = \frac{m''}{F\rho''}. \quad (3.120)$$

Иными словами, это скорости, которые имели бы фазы потока, если бы они занимали не часть сечения, а все сечение.

Средняя скорость смеси (по расходу)

$$w_{см} = w'_0 + w''_0 \quad (3.121)$$

или

$$w_{см} = w_0 \left( 1 + \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} \chi \right). \quad (3.122)$$

Расходная плотность смеси в любом сечении трубопровода равна

$$\rho_{см}^p = \beta\rho'' + (1 - \beta)\rho'.$$

Истинное (напорное) паросодержание смеси  $\phi$  — отношение площади поперечного сечения, занятой паром, ко всей площади поперечного сечения канала:

$$\phi = \frac{F''}{F}. \quad (3.123)$$

Усредненные (истинные) скорости пара и жидкости равны:

$$w'' = \frac{w''_0}{\phi}; \quad (3.124)$$

$$w' = \frac{w'_0}{1 - \phi}. \quad (3.125)$$

Истинная скорость пара больше скорости жидкости. Разность истинных (абсолютных) скоростей фаз в двухфазном потоке называется **относительной скоростью** с меньшей плотностью фазы. Истинная (напорная) плотность смеси (двухфазного потока) равна

$$\rho_{см} = \phi\rho'' + (1 - \phi)\rho'. \quad (3.126)$$

Следует заметить, что **сечение трубопровода, в котором начинается видимое кипение, соответствует так называемой точке кипения, а расстояние по вертикали от входного сечения до этой точки называется высотой точки закипания.**

Трубопроводы в теории циркуляции делят на подогревательные (**экономайзерные**) и трубопроводы **кипения**.

На участке от точки кипения до выходного сечения вследствие теплоотвода увеличивается паросодержание движущейся вверх парожидкостной смеси до максимального значения в устье трубопровода.

Для массовой доли жидкости  $(1 - \chi)$  в парожидкостной смеси, удаляемой из вертикального трубопровода, справедливо соотношение

$$1 - \chi = \frac{(1 - \phi)\rho'(w'' - w_r)}{(1 - \phi)\rho'(w'' - w_r) + w''\rho''}, \quad (3.127)$$

где  $w_r$  — приведенная относительная скорость.

Так как  $w'' = w''_0/\phi$ , из условия  $w'' > w_r$  следует, что объемное паросодержание в устье вертикального трубопровода меньше отношения приведенной скорости пара к его относительной скорости  $\phi < w''_0/w_r$ , или  $\phi < (w''_0/w_r) - \Delta\phi$ , а истинное объемное водосодержание парожидкостной смеси характеризует запас истинного объемного водосодержания парожидкостной смеси:

$$\phi' = 1 - \phi = 1 - \frac{w''_0}{w_r} + \Delta\phi'. \quad (3.128)$$

При течении жидкости в трубопроводе при увеличении теплового потока или температуры стенки начинается парообразование и кипение. Выражение для теплового потока при течении в трубопроводе имеет вид:

$$q = \alpha(t_0 - t') = -\lambda'' \left( \frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0},$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи;  $\lambda''$  — коэффициент теплопроводности насыщенной жидкости.

Градиент температуры и температура стенки увеличиваются при увеличении теплового потока. Схема начала роста пузыря представлена на рис. 3.67.

Образование зародышей пара начинается, когда прямая, представляющая собой распределение температуры в жидкости, касается кривой. Считается, что на поверхности имеются углубления различных размеров и, если температура внешней поверхности пузыря достигает критического значения, начинается его рост там, где радиус углубления равен расстоянию от поверхности до точки штриховой линии  $t'$  и  $t''$  (рис. 3.67).

Радиус углубления, на котором происходит образование зародышей, равен:

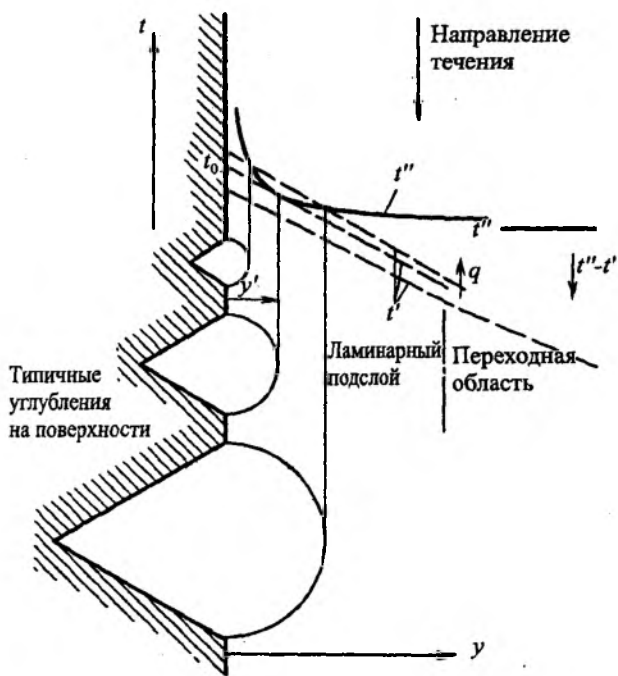


Рис. 3.67. Начало роста пузырька в процессе кипения при вынужденной конвекции

$$R_{\text{зар}} = \left[ \frac{2\sigma\bar{T}\lambda'}{r(q/F)} \right]^{0,5}, \quad (3.129)$$

где  $\bar{T}$  — средняя температура на поверхности раздела «твердое тело — жидкость».

Тепловой поток закипания жидкости  $q_3$  при вынужденной конвекции пароводяной смеси определяется формулой

$$q_3 = \frac{r\lambda}{\gamma\bar{T}(t_0 - t'')^2}, \quad (3.130)$$

где  $\bar{T}$  — средняя температура пара и жидкости, °С.

Если тепловой поток больше  $q_3$ , то активными центрами парообразования являются углубления, радиусы которых как больше, так и меньше  $R_{\text{зар}}$  (интервал радиусов активных углублений определяется точками пересечения верхней штриховой линии и кривой  $t''$  (рис. 3.67).

На технических поверхностях имеются углубления различных размеров, поэтому закипание жидкости не зависит от состояния поверхности.

Положение (наклон) участка кривой кипения зависит от диапазона, в котором находятся размеры активных центров парообразования.

Результаты расчетов по  $q_3$  можно описать формулой:

$$q_3 = 0,108p^{1,156} [1,8(t_0 - t'')] \frac{2,16}{p^{0,0234}}, \quad (3.131)$$

где тепловой поток  $q_3$  выражается в Вт/см<sup>2</sup>; давление  $p$  — в барах. Для углублений с радиусом  $R_{\text{зар}}^{\text{max}}$  можно записать

$$q_3 = \frac{\lambda'}{R_{\text{зар}}^{\text{max}}} (t'' - t''_n) - \frac{2\sigma\bar{T}\lambda}{r(R_{\text{зар}}^{\text{max}})^2}, \quad (3.132)$$

где  $t''$  — температура пара;  $t''_n$  — температура насыщенного пара.

### 1. Режим течения жидкости при кипении в вертикальных трубопроводах

Визуальное описание не всегда связано с изменением основных механизмов передачи импульса, теплоты, массы и т.д. Переходные области от одного режима к другому неустойчивы. При кипении движущейся жидкости происходит образование паровой фазы на твердой поверхности теплообмена и в объеме насыщенной жидкости.

Интенсивность теплообмена зависит не только от поверхностной плотности теплового потока, физических свойств жидкости и давления, но и от гидродинамической структуры потока.

В вертикальных трубопроводах при кипении жидкости активное взаимодействие фаз распространяется по всему сечению потока, и гидродинамическая картина течения осложняется, паровые пузыри отрываются от поверхности трубопровода и увлекаются потоком к центральным областям.

При малых паросодержаниях пар движется в виде отдельных цепочек отдельных пузырей. С ростом паросодержания отдельные пузыри этой цепочки смыкаются, образуя пузыри больших размеров с обтекаемой фронтальной и кормовой областями (паровые снаряды). Паровые снаряды, достигающие нескольких метров в длину (направление движения) в дальнейшем образуют парожидкостную смесь (эмульсию<sup>1</sup>).

<sup>1</sup>Эмульсии (от лат. *emulsus* — выдоенный) — дисперсные системы, состоящие из мелких капель жидкости (дисперсной фазы), распределенных в др. жидкости (дисперсной среде). Осн. типы Э.: прямые, с каплями неполярной жидкости в полярной среде (напр., водоземельсионные краски) и обратные (напр. нефт. эмульсии).

При больших паросодержаниях эмульсия исчезает и образуется сплошная, граничащая со стенкой пленка жидкости, движущаяся по поверхности трубы, а центральная паровая струя содержит значительное количество мелкодробленной жидкости. Вблизи критического давления в связи с резким снижением поверхностного натяжения основной режим течения смеси — эмульсионный. Картина движения меняется, если жидкость не прилипает к стенке трубы (ртуть в стальной или стеклянной трубе и т.п.). Паровые пузыри в этом случае прорываются через поток жидкости и поверхностью образуют паровую муфту, по оси которой перемещается, сильно пульсируя, жидкая струя.

В случае движения парожидкостной смеси в горизонтальных или слабонаклонных трубопроводах при небольших паросодержаниях и скорости течения жидкости, последняя концентрируется у нижней поверхности трубопровода, что ухудшает обтекание верхней части поверхности трубопровода, создавая асимметрию температурного поля.

При восходящем течении двухфазного парожидкостного потока в вертикальных трубопроводах известны следующие режимы течения при кипении, при вынужденном движении жидкости (рис. 3.68):

— *пузырьковое течение*. Пар распределен в жидкости в виде отдельных пузырей различной формы небольших по сравнению с характерными размерами канала (рис. 3.68, а). При увеличении расхода пара увеличивается число и размер пузырей;

— *снарядное (пробковое) течение*. Пар движется в форме крупных вытянутых по оси пузырей «снарядов», поперечные размеры которых соизмеримы с диаметром трубопровода. С увеличением паросодержания мелкие пузыри образуют большие снарядообразные пробки, имеющие параболический контур головной части. При увеличении расхода пара увеличивается длина и диаметр пробок, их скорость. Паровые «снаряды» разделены пробками жидкости, содержащими включения пузырей пара. При движении парового «снаряда» вдоль трубопровода жидкость перемещается вертикально через тонкую кольцевую пленку, окружающую паровой «снаряд». При низких массовых скоростях снарядное течение возможно в условиях существования жидкой пленки между паровым пузырем и нагреваемой поверхностью. Если тепловой поток высок, то пленка может полностью испариться, при этом образуется сухое пятно, вызывающее перегрев стенки трубы.

В вертикальных трубопроводах при движении потока вверх различают три зоны. Первая — нагревание жидкости за счет конвекции до температуры насыщения (рис. 3.69), вторая — кипение (испарительный участок), в которой происходит поверхностное и объемное кипение жидкости. На входе происходит поверхностное кипение 1, которое затем переходит в объемное, где наблюдаются эмульсионный 2, пробковый 3 и стержневой 4 режимы течения. В эмульсионном режиме пузыри с малыми диаметрами пара равномерно распределены по сечению потока. С увеличением паросодержания мелкие пузыри сливаются, образуя пузыри-пробки, соизмери-

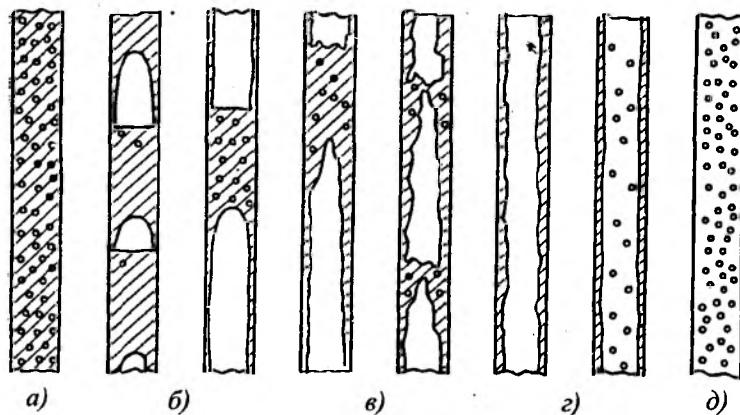


Рис. 3.68. Некоторые схемы режимов течения парожидкостной смеси в трубопроводах

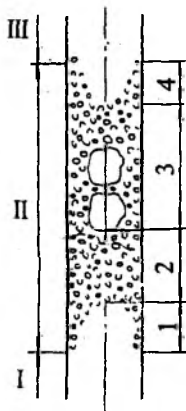


Рис. 3.69. Основные режимы течения парожидкостной смеси в трубах

мые с диаметром трубопровода. В пробковом режиме крупные пузыри пара разделены парожидкостной эмульсией;

– *пенистое течение* (рис. 3.68, в). Скорость течения жидкости у паровых «снарядов», движущихся в противоположном направлении, стремится к 0, они неустойчивы, смешиваются с жидкостью, образуя бесформенную турбулентную систему (грубая эмульсия), которая периодически разрушается и вновь образуется;

– *дисперсно-кольцевое (пленочное) течение* (рис. 3.68, г). Пар образует ядро потока, жидкость движется в виде пленки у поверхности трубопровода и мелких капель. Обычно пар с большой скоростью движется вверх в осевой части канала, а жидкость образует кольцевую пленку на поверхности. Эта пленка достаточно толстая в начальный момент времени и на ее поверхности имеют место длинные волны с микроструктурой капиллярных волн. При увеличении расхода пара толщина пленки уменьшается, а количество жидкости, переносимой в виде капель в центральном парообразном ядре, возрастает (рис. 3.68, д).

Анализ расходов кольцевой пленки на выходе из нагреваемой трубы в зависимости от ее длины и подведенной мощности показали, что кризис возникает, когда расход жидкой пленки на поверхности нагрева уменьшается до нуля (высыхание пленки), а также когда распределение жидкости между выносимыми (удаляемыми) каплями и пленкой при заданных паросодержаниях и массовых скоростях в трубопроводе отличается от значений при том же паросодержании и массовой скорости в тупе необогреваемого трубопровода.

Отклонения от гидродинамического равновесия в испаряющемся потоке показано на рис. 3.70, где приведена зависимость расхода жидкости, уносимой в каплях, от паросодержания. Равновесный расход жидкости, уносимой в паровое ядро, изображен кривой  $ABC$ , а общий расход жидкости в трубе –  $DE$ ; отрезок между кривыми  $ABC$  и  $DE$  – это расход в жидкой пленке.

Если условия в каждом сечении нагреваемого трубопровода являются равновесными для соответствующего паросодержания в трубе без нагрева, то унос жидкости в паровое ядро растет до максимума (точка  $B$ ). Осаждение капель на пленку происходит на участках трубопровода ниже по потоку (область  $BC$ ), и высыхание пленки имеет место при паросодержании около 100%. Можно предположить, что унос является довольно быстрым, а осаждение – медленным процессом. В этом случае изменение уноса жидкости на входе в трубопровод описывается кривой  $AC$  до точки максимума  $B$ . Так как осаждение – медленный процесс, расход уносимой жидкости остается постоянным (кривая) или незначительно уменьшается (кривая) с дальнейшим ростом паросодержания; высыхание (расход в жидкой пленке стремится к нулю) происходит теперь при  $\chi'$  или  $\chi''$ .

Установлено, что расходы уносимой жидкости в нижней части трубы значительно меньше равновесного значения. Очевидно, что ни унос, ни осаждение не происходят быстро. На рис. 3.70 показаны зависимости, полученные для трубопроводов длиной 2,44 и 1,22 м.

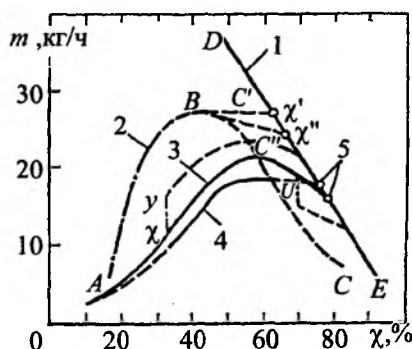


Рис. 3.70. Зависимость расхода унесенной фазы от локального паросодержания;

1 – общий расход воды; 2 – унос в адиабатном потоке, давление на выходе  $p = 0,35$  МПа; 3 – при  $z = 2,4$  м; 4 – при  $z = 1,22$  м; 5 – точки высыхания пленки



Постоянное паросодержание на выходе при испарении пленки является следствием в длинном трубопроводе скоростей уноса и осаждения.

Наличие короткой необогреваемой зоны на участке нагрева оказывает различное воздействие на испарение пленки в зависимости от того, где расположена зона, до или после сечения, соответствующего точке *B*. Если она расположена до точки *B*, то, хотя паросодержание остается постоянным у холодной зоны, унос жидкости продолжается, пока поток не становится полностью развитым (вертикальная линия *XU*, рис. 3.70).

Если зона расположена за точкой *B*, то осаждение происходит при постоянном паросодержании и эффект иллюстрируется вертикальной линией *UV*. Другим примером неоднородного нагрева является экспоненциальное уменьшение теплового потока по длине, когда на коротком участке происходит унос, а на длинном — осаждение, что приводит к более высокому паросодержанию при испарении пленки, чем при однородном профиле теплового потока.

### 3.7.2. Расчет теплообмена при кипении жидкости в вертикальных трубах в условиях вынужденного движения парожидкостной смеси

На рис. 3.71 показаны области различных режимов течения, наблюдаемых при движении парожидкостной смеси в трубе и соответствующие этим режимам области теплоотдачи. При нагревании жидкости путем конвекции до температуры насыщения (температура стенки трубы ниже значения, необходимого для парообразования), теплоотдача к ней осуществляется в результате однофазной конвекции (рис. 3.71, зона *A*). В определенном сечении трубы условия у ее поверхности таковы, что образуются пузыри. Вначале парообразование происходит в недогретой жидкости (область *B*), и механизм переноса теплоты соответствует пузырьковому кипению недогретой жидкости. Если температура поверхности постоянна и выше температуры насыщения (рис. 3.71), тогда как среднemasсовая температура жидкости близка к ней. Превышение температуры поверхности относительно температуры насыщения — это перегрев.

Переход между областями *B* и *C* графика (рис. 3.71), соответствующими пузырьковому кипению, можно объяснить тем, что жидкость достигает температуры насыщения при степени

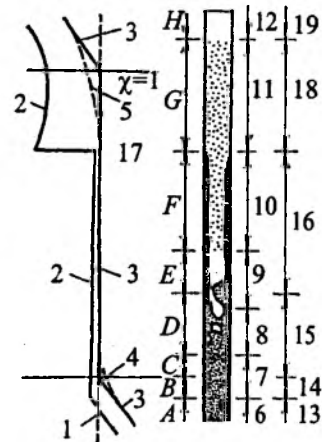


Рис. 3.71. Области теплообмена при кипении в условиях вынужденного движения;

1 — температура насыщения; 2 — температура стенки; 3 — температура жидкости; 4 — температура ядра жидкости; 5 — температура ядра пара; 6 — поток однофазной жидкости; 7 — пузырьковый режим течения; 8 — снрядный; 9 — кольцевой; 10 — кольцевой с уносом жидкости; 11 — капельный; 12 — поток однофазного пара; 13 — теплоотдача конвекцией в жидкости; 14 — кипение с недогревом; 15 — насыщенное кипение; 16 — передача теплоты через жидкую пленку при вынужденной конвекции; 17 — высыхание пленки; 18 — область с недостатком жидкости; 19 — теплоотдача конвекцией в паре

сухости  $x = 0$ , а недогретая жидкость может существовать в ядре потока даже в области пузырькового кипения.

В области от *C* до *G* переменной, характеризующей механизм переноса теплоты, является термодинамическое массовое «паросодержание»  $\chi$  смеси которое по высоте трубы  $\chi(x)$  может быть определено из уравнения:

$$\chi(x) = \left[ \frac{h(x) - h'}{r} \right] \quad (3.133)$$

Коэффициент теплоотдачи, отнесенный к различным температурным напорам (рис. 3.71), будет

$$\frac{\alpha \sqrt{\frac{\sigma}{(\rho' - \rho'')}}}{\lambda} = 1,04 \cdot 10^{-4} \left( \frac{q \sqrt{\frac{\sigma}{(\rho' - \rho'')}}}{r \rho'' \alpha} \right)^{0,7} \times \left( \frac{p}{\sqrt{\sigma(\rho' - \rho'')}} \right)^{0,7} \left[ \frac{q}{v^2} \left( \frac{\sigma}{\rho' - \rho''} \right)^{1,5} \right]^{0,129} \quad (3.134)$$

Конвективная теплоотдача при кипении жидкости в вертикальной трубе (снизу—вверх)

может быть рассчитана по формуле, предложенной Bromley L.A., Le Roy N., Roberts J.A.:

$$Nu = 0,028 Re^{0,8} p_r^{0,4}, \quad (3.135)$$

где  $3 \cdot 10^5 > Re > 6,5 \cdot 10^4$ .

Также для этого случая известна формула С.С. Кутателадзе

$$\alpha \frac{\sqrt{\frac{\sigma}{(\rho' - \rho'')}}}{\lambda} = 0,44 \left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^{0,35} \times \left[\frac{q \sqrt{\frac{\sigma}{(\rho' - \rho'')}}}{r p'' \nu}\right]^{0,7} \left(\frac{p \cdot 10^{-4}}{\sqrt{\sigma(\rho' - \rho'')}}\right)^{0,65}. \quad (3.135a)$$

По мере увеличения паросодержания в области пузырькового кипения насыщенной жидкости может быть достигнуто состояние, когда кипение переходит в испарение. Этому переходу предшествует изменение в структуре потока от пузырькового или снарядного режима к кольцевому режиму течения (области *E* и *F*). В области *F* толщина жидкой пленки на поверхности нагрева такова, что предотвращается ее нагрев (на поверхности стенки) до температуры, при которой происходит образование пузырей. Теплота передается от поверхности вынужденной конвекцией в пленке к границе раздела «жидкая пленка—паровое ядро», где происходит испарение, т.к. образование пузырей отсутствует и перенос теплоты нельзя называть кипением. Область, расположенная за переходом, определяется как область теплообмена вынужденной конвекции в двухфазной среде (области *E* и *F*). При некотором критическом значении паросодержания происходит испарение жидкой пленки (высыхание пленки), что сопровождается значительным повышением температуры стенки.

Участок между точкой испарения пленки и переходом к насыщенному пару (область *H*) известен как область с недостатком жидкости (соответствующей режиму течения с каплями, область *G*), рис. 3.71.

Chen J.C., Fuir V.R., Forster H.K., Zuber N. предложили уравнение для расчета коэффициентов теплоотдачи в области пузырькового кипения насыщенной жидкости и двухфазной вынужденной конвекции:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2,$$

где  $\alpha_1$  — доля теплообмена вследствие пузырькового кипения;  $\alpha_2$  — доля теплообмена вследствие конвекции в пленке жидкости.

Имеем .

$$\alpha_1 = 0,00122 \left[ \frac{(\lambda')^{0,79} (c'_p)^{0,45} (\rho')^{0,49}}{\sigma^{0,5} (\mu')^{0,29} (r p'')^{0,24}} \right] \times (t_0 - t'')^{0,24} (p_0 - p'')^{0,75} S. \quad (3.136)$$

где *S* — коэффициент подавления, равный отношению среднего перегрева, при котором растет пузырь к перегреву стенки

$$S = \frac{1}{1 + 2,53 \cdot 10^{-6} [(Re' \cdot F^*)^{1,25}]^{1,17}}, \quad (3.137)$$

где  $1/x_M \leq 0,1$ ;  $F^* = 1$ ;  $F^*$  — фактор кипения.

$$\text{Для } 1/x_M > 0,1, F^* = 2,35 \left( \frac{1}{x_M} + 0,213 \right)^{0,736}.$$

Здесь  $x_M$  — параметр Мартинелли,  $x_M = \left( \frac{\Delta p'}{\Delta p''} \right)^{0,5}$ .

$$\text{Или } x_M \approx \left( \frac{1-x}{x} \right)^{0,9} \left( \frac{\rho''}{\rho'} \right)^{0,5} \left( \frac{\mu'}{\mu''} \right)^{0,1}.$$

Доля теплообмена в пленке  $\alpha_2$  будет

$$\alpha_2 = 0,023 \left[ \frac{\omega(1-x)d}{\mu'} \right]^{0,8} \left( \frac{\mu' c'_p}{\lambda'} \right)^{0,4} \frac{\lambda'}{d} \cdot F^*, \quad (3.138)$$

где  $\omega$  — массовый расход через единицу площади.

Ниже в табл. 3.7 приведены некоторые зависимости для расчета теплоотдачи при пузырьковом кипении жидкости, в которой  $\alpha_1$  — коэффициент теплоотдачи в однофазной жидкости, рассчитываемый для общего расхода (расхода жидкого компонента),  $\text{onb}$  — начало пузырькового кипения;  $x_M$  — параметр Мартинелли.

Следует заметить, что при вынужденном течении кипящей жидкости в трубах интенсивность теплоотдачи зависит от соотношения коэффициентов турбулентного переноса, вызываемых процессом кипения и движения жидкости. При небольших скоростях потока теплоотдача определяется процессом парообразования. При больших скоростях движения жидкости теплообмен определяется законами турбулентного движения  $\alpha \approx w^{0,8}$ . В зависимости от соотношения коэффициентов теплоотдачи при «чистом» кипении ( $\alpha''$ ) и вынужденном движении без кипения ( $\alpha_0$ ) принимают:

$$\frac{\alpha''}{\alpha_0} < 0,5, \quad \alpha = \alpha_0; \quad \frac{\alpha''}{\alpha_0} > 2, \quad \alpha = \alpha''.$$

Корреляции для теплоотдачи в областях двухфазной вынужденной конвекции и пузырькового кипения

Двухфазная система (жидкость)	Уравнение для области двухфазной вынужденной конвекции	Критерий начала парообразования	Модификация для пузырькового кипения в жидкой пленке
Вертикальная нагреваемая паром труба (вода) 2,54 см · 6,1 м	$\frac{\alpha}{\alpha'} = 3,5 \left( \frac{1}{x_m} \right)^{0,5}$	$(\Delta t''_{\text{об}}) = 7,9(w')^{0,5}$ $w'$ — локальная скорость жидкости, м/с; $w' = \frac{m(1-x)}{r(1-\epsilon_g)}$	$\frac{\alpha}{\alpha'} = 3,5 \left( \frac{1}{x_m} \right)^{0,5}$ ; $F = 0,67 \left\{ [\Delta t' - (\Delta t''_{\text{об}})] \times \left( \frac{dp}{dt''} \cdot \frac{d}{\sigma} \right)_0^{0,1} \right\}$
Вертикальный трубопровод (различные органические жидкости) 1,9 см · 1,83 м	$\frac{\alpha}{\alpha'} = 3,4 \left( \frac{1}{x_m} \right)^{0,45}$	$\frac{r^*}{\delta} > 0,049$ $r^*$ — радиус равновесного пузыря, соответствующий перегреву стенки; $\delta$ — толщина ламинарной пленки, $\delta = \frac{10\mu'}{\rho'} \left[ \frac{4\rho'}{(dp/dz)d} \right]^{0,5}$	$\frac{\alpha}{\alpha'} = E \cdot 3,4 \left( \frac{1}{x_m} \right)^{0,45}$ ; $E = 0,187 \left( \frac{r^*}{\delta} \right)^{-0,55}$
Нагреваемые изнутри вертикальные кольцевые каналы (вода)	$\frac{\alpha}{\alpha'} = 0,564 \times \left( \frac{1}{x_m} \right)^{0,74} q^{0,11}$ ; $q, \text{ Вт/м}^2$		
Вертикальные трубы с электрическим нагревом (вода)	Известно уравнение для обеих областей теплообмена: $\frac{\alpha}{\alpha'} = v \left[ \frac{q}{mr} + m \left( \frac{1}{x_m} \right)^n \right]$ , где $r = 7,93 \cdot 10^3$ ; $m = 1,5 \cdot 10^{-4}$ , $n = 0,66$ Однако с данными Collier J.G., Pulling получается лучшее согласование, если использовать модифицированные значения Wright R.M.: $v = 6,7 \cdot 10^3$ ; $m = 3,5 \cdot 10^{-4}$ ; $n = 0,66$		

В общем случае

$$\alpha = \alpha_0 \sqrt{1 + \left( \frac{\alpha''}{\alpha_0} \right)^2}, \quad (3.139)$$

где  $\alpha''$  находят по уравнению (3.140),  $\alpha_0$  берут из уравнения для вынужденного течения

жидкостей в трубопроводах, когда  $w = \frac{4m}{\rho' \pi d'^2}$ ,

где  $m$  — расход парожидкостной смеси.

Имеем:

$$\alpha'' = \frac{3,4p^{0,18} q^{0,667}}{1 - 0,0045p}, \quad (3.140)$$

$$\alpha'' = 0,316(t_0 - t'')^{2,333} p^{0,5}, \quad (3.141)$$

где  $p$ , бар;  $q$ , Вт/м<sup>2</sup>;  $\alpha''$ , Вт/(м<sup>2</sup> · К).

Распространенными являются формулы для расчета коэффициента теплоотдачи при вынужденной конвекции в трубах с кипящей водой, предложенные Д.А.Лабунцовым:

$$\alpha = \alpha_0, \text{ при } \frac{\alpha_k}{\alpha_m} \leq 0,5;$$

$$\alpha = \alpha_k \text{ при } \frac{\alpha_k}{\alpha_m} \geq 2,0; \quad (3.142)$$

$$\alpha = \frac{\alpha_m (4\alpha_m + \alpha_k)}{5\alpha_m - \alpha_k}, \text{ при } 0,5 \leq \frac{\alpha_k}{\alpha_m} \leq 2,0,$$

где  $\alpha_0$  — коэффициент теплоотдачи при вынужденном движении без кипения;  $\alpha_k$  — коэффициент теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении в большом объеме («чистом» кипении);  $\alpha_m$  — коэффициент теплоотдачи однофазной (некипящей) жидкости при турбулентном режиме течения.

Формулы (3.142) справедливы при давлении  $p = 0,02 \dots 20$  МПа, скорости  $0,2 \dots 6,7$  м/с и объемном паросодержании, меньшем 70 %.

При вынужденном течении скорость жидкости на входе не зависит от гидродинамического сопротивления и тепловой нагрузки поверхности нагрева, поэтому в зоне предварительного подогрева справедлив закон при течении без фазовых переходов (рис. 3.71).

На рис. 3.72 приведены результаты измерений Боуртса, Бэджера и Мейзенбурга с трубопроводом испарителя диаметром 19 мм, длиной 3,7 м. Паросодержание изменялось от 0 до 5 % при изменении скорости от 0,75 до 4,5 м/с. Ось абсцисс — температурный напор  $t_0 - t''$ , к которому отнесены коэффициенты теплоотдачи  $\alpha''$ . Для  $y' = \alpha_0 / \alpha''$  (среднее значение 1,59). Ось ординат характеризует константу  $k$  уравнения

$$Nu = k Re^{0,8} Pr^{0,4}.$$

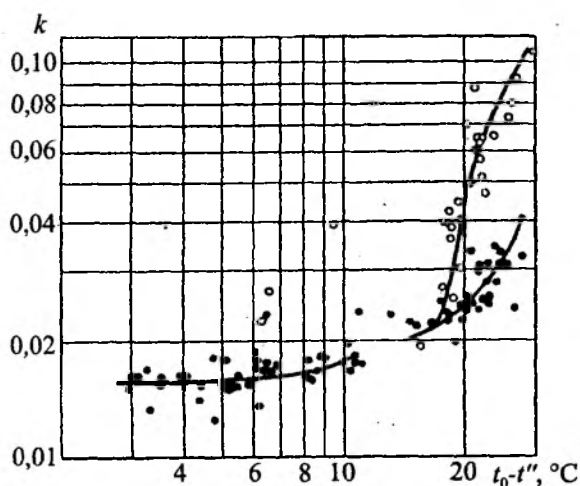


Рис. 3.72. Сравнение коэффициента теплоотдачи в вертикальной испарительной трубке при искусственной циркуляции с константой  $k$  для вынужденного движения (по Мак-Адаксу):

○ —  $Re < 65\,000$ ; ● —  $Re > 65\,000$

Последнее уравнение применено для вынужденного турбулентного движения в трубопроводе, причем для некипящих жидкостей применяется  $k = 0,023$ . Уравнение справедливо для истинных коэффициентов теплоотдачи, поэтому для участка подогрева  $k = 0,023/y' = 0,0145$ . Из рис. 3.73 видно, что влияние парообразования при небольших значениях  $t_0 - t''$  невелико. Для случая  $t_0 - t'' > 12^\circ$  на рис. 3.73 представлены результаты исследований Оливера, которые получены на испарительной трубке с внутренним диаметром 12,6 мм и длиной 1,5 мм. Коэффициент теплоотдачи здесь значительно выше, чем в случае некипящей жидкости.

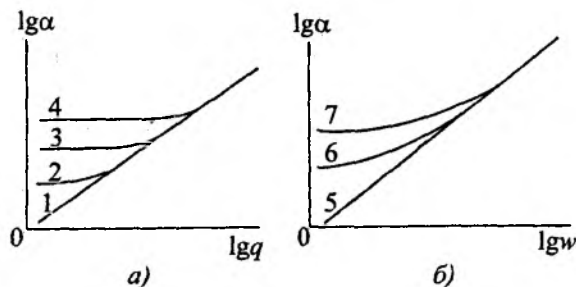


Рис. 3.73. Зависимость коэффициента теплоотдачи при кипении от плотности теплового потока  $q$  (а) и скорости  $w$  (б): 1 — свободное движение; 2...4 — вынужденное течение ( $w_2 < w_3 < w_4$ ); 5 — турбулентное течение без кипения; 6,7 — течение с кипением  $q_6 > q_7$

В условиях направленного движения следует различать две области. В первой из них доминирующее значение имеет турбулентный обмен, обусловленный собственно движением жидкости, и соответственно влияние парообразования практически не проявляется. В пределах этой области коэффициент теплоотдачи определяется непосредственно по формулам конвективного теплообмена. Во второй области наоборот преобладают те формы обмена, которые возникают под влиянием образования и движения пузырей. Следовательно, здесь решающую роль играет процесс кипения.

Таким образом, закономерности процесса определяются соотношением интенсивности обеих форм обмена. Наиболее характерной количественной мерой этого соотношения, как показывает более подробное теоретическое рассмотрение, является критерий, предложенный Л.С. Стерманом:  $K_w = q / \rho'' r w$ , где  $w$  — средняя скорость движения жидкой фазы. Как видим,

критерий  $K_w$  (критерий Стермана) входит в качестве основного аргумента в критериальные уравнения, определяющие интенсивность теплообмена в рассматриваемых условиях.

Известно:

$$\frac{\alpha_q}{\alpha_0} 6150 \left[ \frac{q}{3600 \rho'' r w} \left( \frac{\rho''}{\rho'} \right)^{1,45} \cdot \left( \frac{r}{c_c T''} \right)^{0,33} \right]^{0,7}, \quad (3.143)$$

где  $\alpha_q$  и  $\alpha_0$  — коэффициенты теплоотдачи при кипении с тепловой нагрузкой  $q$  и соответственно без кипения (собственно конвективный теплообмен).

При вынужденном движении парожидкостной смеси в диапазоне давлений от 4 до 20 МПа известна формула:

$$\frac{\alpha_{пл}}{\alpha_1} = \left[ \frac{\rho''}{\rho'} + \chi \left( 1 + \frac{\rho''}{\rho'} \right) \right]^{0,8} \times \left[ 1 - 0,1 \left( \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} \right)^{0,4} (1 - \chi^{0,4}) \right], \quad (3.144)$$

где  $\alpha_{пл}$  — коэффициент теплоотдачи при кипении в трубе, с массовым паросодержанием  $\chi$ ;  $\alpha_1$  — коэффициент конвективной теплоотдачи воды при движении в трубе со скоростью  $w$ .

Общий характер зависимостей  $\alpha = \alpha(q)$  при  $w = \text{var}$  и  $\alpha = \alpha(w)$  при  $q = \text{var}$  показан на рис. 3.73.

Установлено, что влияние скорости жидкой фазы зависит от соотношения турбулентных возмущений, вызываемых организованным движением жидкости и процессом парообразования. При достаточно большой плотности теплового потока интенсивность теплоотдачи не зависит от скорости организованного движения жидкости, поскольку конвективный перенос у поверхности определяется развивающимся в ней процессом парообразования, поэтому закономерности теплообмена при вынужденном движении кипящей жидкости не отличаются от кипения при свободной конвекции. При определенной скорости движения коэффициенты теплоотдачи мало изменяются в зависимости от теплового потока, затем влияние теплового потока начинает сказываться заметнее.

Теплоотдача при кипении в трубопроводе описывается системой критериев подобия при естественной конвекции и числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{w_0 d}{\nu},$$

где  $w_0$  — скорость потока (отношение объемного расхода капельной фазы (жидкости) к площади

поперечного сечения трубопровода);  $d$  — внутренний диаметр трубы.

В итоге имеем общую зависимость:

$$Nu \approx f(Pr, Re, Pe., Ar., K_t, K_p, We, \beta, \frac{\rho''}{\rho'}), \quad (3.145)$$

где  $\beta$  — объемное паросодержание:

$$K_t = \frac{(rc'')^2}{cT'' \rho [q\sigma(\rho' - \rho'')]^{0,5}},$$

$$K_p = [q\sigma(\rho' - \rho'')]^{0,5}.$$

$We$  — число Вебера (критерий поверхностного натяжения),

$$We = \frac{\sigma}{q(\rho' - \rho'')x^2},$$

$K = \frac{r}{c\Delta t} = \frac{r}{\Delta h}$  — тепловой критерий фазового превращения;

$$Pe. = \frac{q}{r\rho''\alpha} \left( \frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right)^{0,5} = \frac{Nu}{K \rho''/\rho'}.$$

На рис. 3.74 показана зависимость полного времени испарения капли воды от температуры теплоотдающей поверхности. Капля жидкости, попадая на поверхность, растекается по ней тонким слоем и затем испаряется (температура поверхности ниже температуры насыщения). Когда температура поверхности выше температуры насыщения, то в слое этой жидкости возникает кипение (случай закалки стальных деталей в жидкости). С увеличением температуры поверхности кипение (пузырьковое) усиливается (интенсифицируется), коэффициент теплоотдачи увеличивается, уменьшается продолжительность испарения капли (рис. 3.74). Дальнейшее увеличение температуры теплоотдающей поверхности приводит к росту частоты контакта капли жидкости с ней и росту времени испарения  $\tau$  вследствие образования паровой прослойки между каплей (жидко-

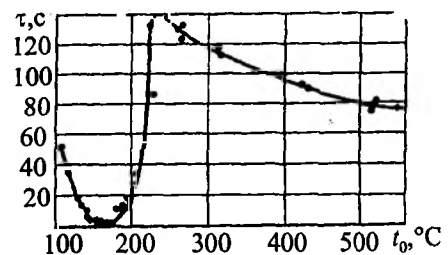


Рис. 3.74. Зависимость времени испарения капли объемом 0,0465 см<sup>3</sup> от температуры поверхности

стью) и поверхностью нагрева. Началу этого процесса соответствует минимум ( $\tau_{\min}$ ) на кривой  $\tau = \tau(t_0)$  (см. рис. 3.74). Рост продолжительности испарения капли наблюдается до температуры, равной  $t_0$ , соответствующей максимуму ( $\tau_{\max}$ ) на кривой испарения, которая свидетельствует о прекращении контакта капли с поверхностью нагрева образовании парового слоя, отделяющего жидкость от поверхности. Этому состоянию соответствует максимальная продолжительность полного испарения жидкости (см. рис. 3.74).

### 3.7.3. Расчет теплообмена при кипении жидкости в горизонтальных трубах в условиях вынужденного движения парожидкостной смеси

Горизонтальные трубы обычно используются в котлах-утилизаторах, испарителях хладагентов и некоторых других типах теплообменного оборудования, которые относительно коротки, образуют так называемые серпантины. Труба может представлять собой также спиральный змеевик.

#### 1. Режим течения в горизонтальных трубах в условиях вынужденного движения

В горизонтальных трубах с небольшим наклоном оси к горизонту различают режимы течения.

– **Пузырьковый**, когда отдельные пузыри пара движутся вдоль верхней поверхности канала с той же скоростью, что и жидкость. При больших удельных расходах жидкости пузыри могут быть распределены по всему ее объему; такой режим называют также пенистым. При умеренных недогревах пузыри в пограничном слое увеличиваются до величины, когда они затрудняют доступ жидкости к поверхности нагрева. В некоторой точке, происходит перегрев с образованием слоя пара у стенки, что обусловлено оттеснением гидродинамического пограничного слоя, т.е. происходит *слияние пузырей и образование слоя пара*.

– **Пробковый**. При пробковом режиме течения пузырьки пара имеют тенденцию к слиянию и образованию пробок, заполняющих большую часть поперечного сечения. При пузырьковом кипении теплоотдача не зависит от центробежных сил и ее принимают такой же, как и в вертикальном трубопроводе, за исключением случаев, где стратификация или высыхание

пленки приводит к тому, что часть поверхности становится сухой. При низких массовых скоростях такое течение возможно в условиях существования жидкой пленки между паровым пузырем и нагреваемой поверхностью. Если тепловой поток высок, то пленка испаряется, образуя сухое пятно, способствующее перегреву поверхности.

– **Расслоенный**, когда имеет место разделение пара и жидкости; пар занимает определенную часть поперечного сечения в верхней части канала поверхности раздела «пар–жидкость». Этот режим реален при более низких скоростях жидкости, по сравнению с пузырьковым режимом, и чаще встречается в каналах с большими диаметрами. Интенсивность теплообмена в верхней части трубопровода, где находится паровая фаза невелика. Расслоенную структуру имеет поток при небольшом паросодержании, тогда в нижней части трубопровода движется жидкость, а верхней – пар. При увеличении паросодержания потока граница раздела фаз приобретает волновой характер, и жидкость периодически достигает верхних контуров трубопровода, затем, с увеличением паросодержания потока и его скорости на поверхности трубопровода образуется жидкая пленка, а по оси – парожидкостная эмульсия.

– **Волновой режим**. С увеличением содержания пара в расслоенном течении появляются волны на поверхности раздела «пар – жидкость».

– **Снарядное движение** наблюдается когда амплитуда течения жидкости увеличивается, поэтому достигает поверхности, и уносится паром, образуя пенистый снаряд, который перемещается по каналу с большей скоростью, чем средняя скорость жидкости. Это течение образуется чаще из пробкового движения.

– **Кольцевое движение** наблюдается на участках колена трубопроводов, где имеются змеевик и т.д. Пар движется с большей скоростью в осевой части канала и переносит с собой часть жидкости в виде эмульсии. Этот режим также рассматривается как пленочный. Затем крупные пузыри сливаются, образуя стержневую структуру потока в котором по оси трубопровода движется пар, а на его поверхности расположен тонкий кольцевой слой жидкости. По мере испарения жидкости толщина кольцевого слоя уменьшается. С увеличением скорости по-

тока происходит увеличение длины участка, где отсутствует кипение жидкости.

Известно, что вдоль нагреваемого трубопровода возможно возникновение кризиса кипения, когда расход жидкой пленки на поверхности нагрева уменьшается до нуля. Выявлено, что распределение жидкости между уносимыми каплями и пленкой при заданном паросодержании и массовой скорости в нагреваемом трубопроводе отличается от значений при том же паросодержании и массовой скорости в устье длинного необогреваемого трубопровода. Отклонения от гидродинамического равновесия в испаряющемся потоке показаны на рис. 3.70, где приведена зависимость расхода жидкости, уносимой в каплях, от паросодержания. Равновесный расход жидкости, уносимой в паровое ядро, характеризуется кривой *ABC*, а общий расход жидкости — отрезком *DE*.

Осаждение капель на пленку происходит на участках трубопровода ниже по потоку (область *BC*), а высыхание пленки имеет место при паросодержании около 100 %. Унос является быстрым, а осаждение — медленным процессом.

— **Эмульсионное течение** имеет место, когда с увеличением количества жидкости в парообразном ядре потока за счет кольцевой пленки до тех пор, пока почти вся жидкость не будет

увлечена паровым потоком, который рассматривают как дисперсное или туманообразное течение. Наиболее благоприятные условия теплообмена создаются при эмульсионной структуре. Характер режима течения, который может существовать при данных значениях независимых переменных, можно представить на основе карты режимов течения (рис. 3.75). Диаграмма Бейкера (рис. 3.75) широко известна как карта режимов для горизонтального течения, где по осям отложены удельные массовые расходы пара и жидкости, а параметрами являются эмпирические поправочные множители. На рис. 3.76 показаны режимы течения смеси в горизонтальных трубах.

Значение критической скорости  $w_{кр}$ , при которой не наблюдается стратификации потока парожидкостной смеси в горизонтальной трубе, находится в соответствии с выражением:

$$w_{кр} = 6,67 \left\{ \frac{d^{0,2} [\sigma g (\rho' - \rho'')]^{0,555}}{(\rho')^{0,8} \chi (\mu')^{0,2}} \right\}, \quad (3.146)$$

где  $d$  — внутренний диаметр горизонтальной трубы, м.

В табл. 3.8 приведены значения рассчитанные по уравнению (3.146) для пароводяных потоков и различных диаметров труб и давлений.

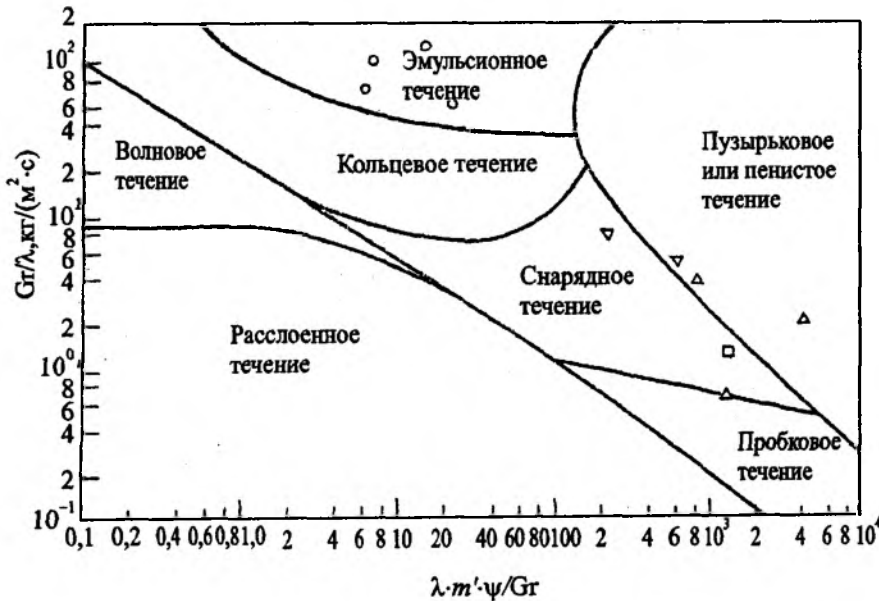


Рис. 3.75. Диаграмма Бейкера режимов течения (экспериментальные данные для фреона-12):

∇ — снарядный; ○ — кольцевой; △ — пузырьковый или пенистый; □ — пробковый

Значения критической скорости  $w_{кр}$ , при которой не возникает стратификации потока в горизонтальных трубопроводах (вынужденное движение)

$d$ , мм	$p$ , МПа					
	3,35	6,42	11,29	14,60	16,50	18,67
20	2,71	2,47	2,11	1,82	1,63	1,37
40	2,92	2,67	2,28	1,97	1,77	1,48
60	3,06	2,80	2,38	2,06	1,85	1,55

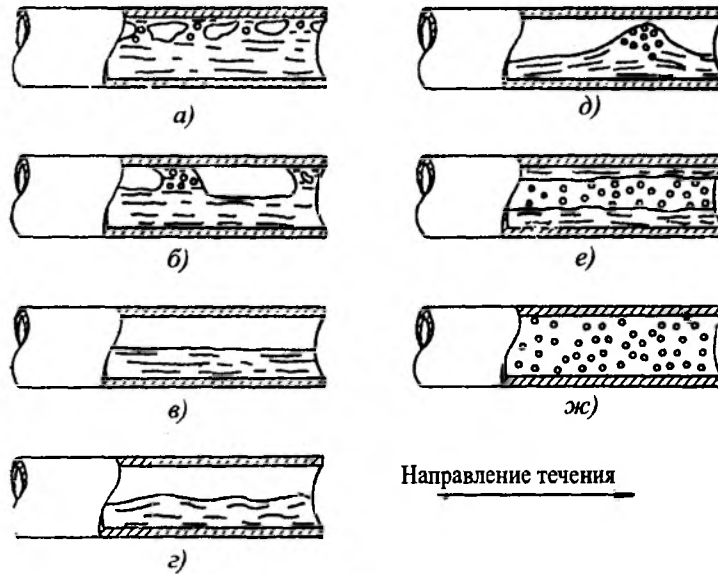


Рис. 3.76. Режимы течения в горизонтальных каналах: а – пузырьковый; б – пробковый; в – расслоенный; г – волновой; д – снарядный; е – кольцевой; ж – эмульсионный

Нужно помнить, что при высоких паросодержаниях условия испарения пленки такие же, как и для вертикальных труб. Однако тепловой поток, при котором происходит испарение пленки в горизонтальных трубах, может быть ниже, чем в вертикальных (рис. 3.77). Различие между этими ситуациями исчезает при уменьшении диаметра трубы и разности плотностей фаз (давление возрастает), к увеличению массовой скорости. Другим фактором, влияющим на испарение пленки в горизонтальных трубах, служит наличие отводов, которые приводят к возмущению потока в широком диапазоне рабочих условий. При низких тепловых потоках (порядка  $100 \text{ кВт/м}^2$ ) эти возмущения максимальны в области волнового или кольцевого течения с малой скоростью (объемные паросодержания  $0,6 \dots 0,65$ ) и для воды наблюдаются при массовых скоростях до  $1200 \dots 1000 \text{ кг/(м}^2 \cdot \text{с)}$ . Страти-

фикация может происходить в вертикальных коленах, спиральных змеевиках и т.д. (рис. 3.78).

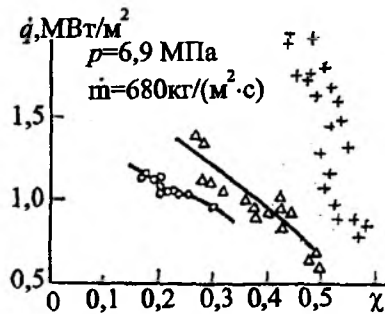


Рис. 3.77. Зависимость теплового потока при высыхании пленки от паросодержания для вертикальных ( $d = 12,7 \text{ мм}$ ) и горизонтальных ( $\circ - d = 19 \text{ мм}$ ;  $\Delta - d = 12,7 \text{ мм}$ ) труб



На рис. 3.79 рассматривается испарение пленки воды в спиральном змеевике в условиях вынужденного движения пароводяного потока.

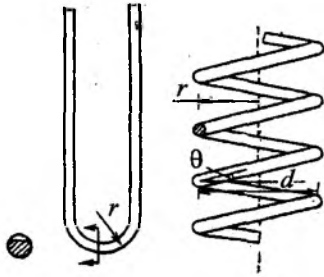


Рис. 3.78. Стратификация в коленах и змеевиках

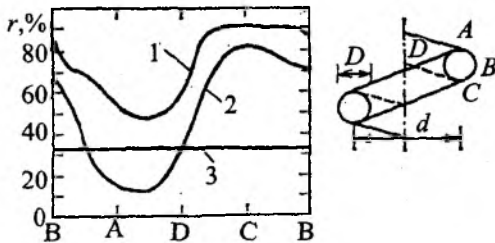


Рис. 3.79. Испарение пленки в спиральном змеевике в пароводяном потоке ( $p = 17,9$  МПа; диаметр трубы  $d = 10,7$  мм;  $m = 678$  кг/(м<sup>2</sup>с);  $q = 394$  кВт/м<sup>2</sup>): 1 - спиральный змеевик,  $d = 813$  мм; 2 - то же  $h = 3302$  мм; 3 - прямая вертикальная труба

### 2. Теплоотдача в горизонтальных трубах в условиях вынужденного движения парожидкостной смеси

В теплообменных аппаратах целесообразно устанавливать поверхность теплообмена, выполненную из горизонтальных труб, в которых происходит кипение. Трубы имеют малый диаметр, а скорость движения парожидкостной смеси принимают настолько большой, насколько это целесообразно из условий возникающих гидравлических потерь давления.

Для участков, где смочена вся поверхность трубы, как в случае дисперсного, пузырькового и кольцевого режимов с высокой скоростью, теплоотдача рассчитывается по методике для вертикальных трубопроводов. При низких скоростях возникают ассиметричные режимы течения

(стратифицированные, волновые и снарядные), когда средняя теплоотдача уменьшается вследствие того, что верхние образующие поверхности трубы будут сухими некоторое или все время. Это влияние режима потока показано на рис. 3.80, на котором приведены данные при испарении хладона-11 в трубе диаметром 14 мм. Для кольцевого течения известно выражение:

$$\frac{\bar{\alpha}}{\alpha'} = C(\chi_m^2)^{\frac{n-1}{n}}, \quad (3.147)$$

где  $\bar{\alpha}$  — средний коэффициент теплоотдачи у поверхности горизонтального трубопровода;  $n$  — показатель степени в зависимости  $dp/dx$  и  $w$ ;  $\chi_m$  — параметр Мартинелли.

Постоянная  $C$  зависит от рода жидкости:

$C = 1,45$  — хладон-11 ( $t'' = 10$  °C);  $C = 1,85$  — хладон-12 ( $t'' = 0$  °C);  $C = 1,95$  — хладон-22 ( $t'' = -10$  °C).

В области стратифицированного течения неполное смачивание снижает средний коэффициент теплоотдачи и приведенные значения постоянной  $C$  следует разделить на  $(1+\chi)^{0,5}$ . Для промежуточного режима течения (волновой, снарядный) известна логарифмическая интерполяция, которая представлена на рис. 3.81.

Ось ординат — отношение  $\frac{\bar{\alpha}}{\alpha'}$ , а ось абсцисс —

$$C_0 = \left(\frac{1-\chi}{\chi}\right)^{0,8} \left(\frac{\rho''}{\rho'}\right)^{0,5}$$

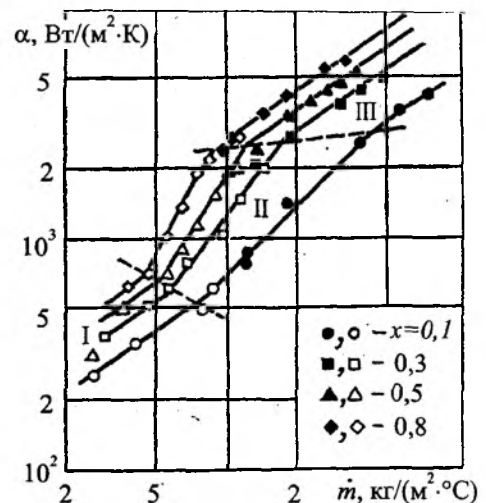


Рис. 3.80. Влияние режима потока на кипение в горизонтальных трубах при различном паросодержании  $x$  (для хладона-11),  $t'' = 10$  °C;  $d = 14$  мм

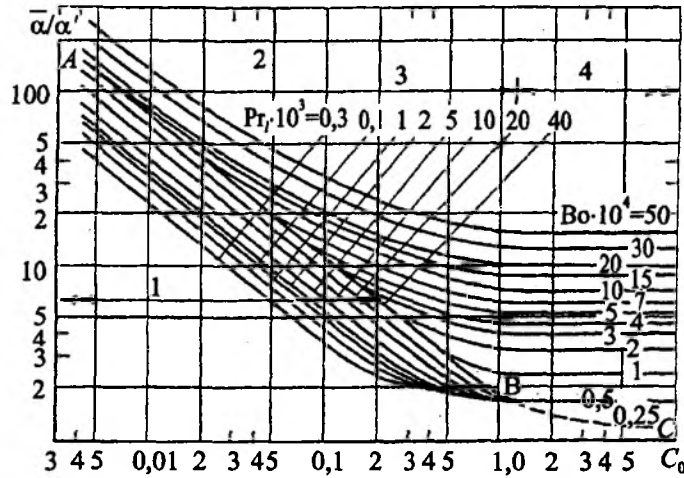


Рис. 3.81. Корреляция теплоотдачи:  
1 — кипение с частично смоченной поверхностью; 2 — линия АВ — кипение с полностью смоченной поверхностью; 3 — область подавления пузырей; 4 — область пузырькового кипения

Также используются параметры:

$$Bo = \frac{q}{wr} \text{ — число кипения; } Fr' = \frac{w^2}{(\rho')^2 gd}$$

В коленах и спиральных змеевиках при кольцевом течении коэффициент теплоотдачи изменяется по периметру. При пузырьковом кипении коэффициент теплоотдачи не зависит от центробежных сил, и при расчете его следует принять таким же, как и в вертикальном трубопроводе, за исключением случаев, когда стратификация или испарение пленки приводит к тому, что часть поверхности становится сухой.

Перегрев верхней части поверхности трубопроводов и локальное испарение жидкой пленки за коленом совместно с отложением частиц вещества могут способствовать повреждениям трубопроводов в котлах вследствие коррозии «под нагрузкой». В других типах испарителей, где температура источника теплоты контролируется, при снижении среднего коэффициента теплоотдачи, стратификация или преждевременное испарение пленки может не приводить к серьезным последствиям при условии, что рабочая жидкость чистая.

Bromley L.A., Le Roy N., Roberts J.A. предложили формулу для расчета теплоотдачи при кипении и вынужденном движении потока в горизонтальном трубопроводе, которая имеет вид:

$$Nu = 2,7 \left\{ \frac{d\rho''w'}{\lambda''(t_0 - t'')} [r + 0,4c_p''(t_0 - t'')] \right\}_{0,5}^{0,5}, \quad (3.148)$$

где  $Nu = \alpha d / \lambda'$ ;  $\alpha$  — конвективный коэффициент теплоотдачи.

Общий коэффициент теплоотдачи  $\alpha_0$  при этом равен

$$\alpha_0 = \alpha + \frac{3}{4} \alpha_L \text{ если } w' \leq 2\sqrt{gd}.$$

$$\text{При } w' \geq 2\sqrt{gd}, \alpha_0 = \alpha + \frac{7}{8} \alpha_L,$$

$$\alpha_L = \sigma_0 \varphi [T_0^2 + (T'')^2] (T_0 + T''), \quad (3.149)$$

где  $\varphi$  — угловой коэффициент излучения,

$$\varphi = \frac{1}{\varepsilon^{-1} + (A')^{-1} - 1} \quad (3.150)$$

(здесь  $A'$  — поглощательная способность жидкости).

Изменение коэффициента теплоотдачи по длине трубы и разных паросодержаниях  $\chi$  приведено на рис. 3.82 (сплошная линия). В области передачи теплоты однофазной конвекцией (см. рис. 3.82) температура стенки превышает температуру жидкости в объеме на относительно постоянную величину. В области пузырькового кипения с недогревом разность температур поверхности и жидкости в объеме уменьшается линейно по длине до точки, где  $\chi = 0$ , поэтому коэффициент теплоотдачи в этой области увеличивается по длине. В области пузырькового кипения насыщенной жидкости разность температур, и, следовательно, коэффициент теплоотдачи остаются постоянными. Вследствие уменьшения толщины жидкой

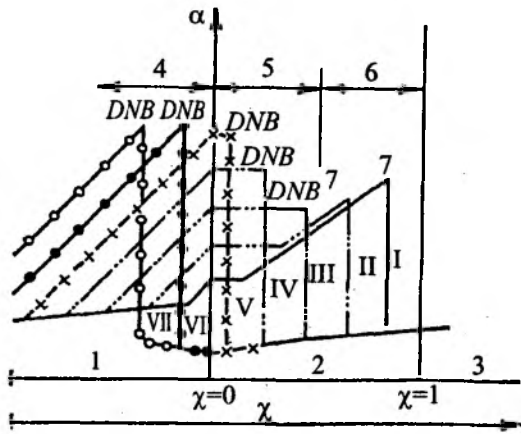


Рис. 3.82. Изменение коэффициента теплоотдачи от паросодержания для различных тепловых нагрузок: I — недогретая жидкость; II — насыщенная жидкость; III — перегретый пар; IV — пленочное кипение с недогревом; V — насыщенное пленочное кипение; VI — область с недостатком жидкости; VII — высыхание пленки

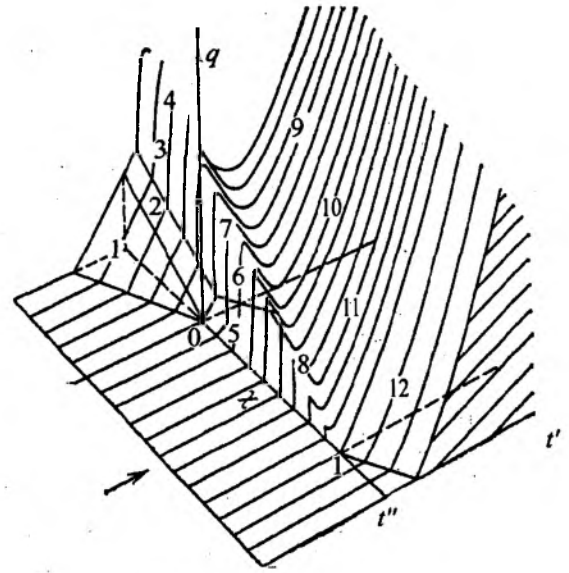


Рис. 3.83. Диаграмма ( $t, \chi, q$ ) при кипении (вынужденная конвекция):

1 — теплоотдача к недогретой однофазной жидкости; 2 — поверхностное кипение; 3 — пузырьковое кипение с недогревом; 4 — DNB (рис. 3.82) (при недогреве); 5 — теплоотдача двухфазной жидкости; 6 — насыщенное пузырьковое кипение; 7 — DNB (при насыщении); 8 — высыхание пленки; 9 — пленочное кипение; 10 — насыщенное пленочное кипение; 11 — область с недостатком жидкости; 12 — теплоотдача однофазной конвекцией к перегретому пару

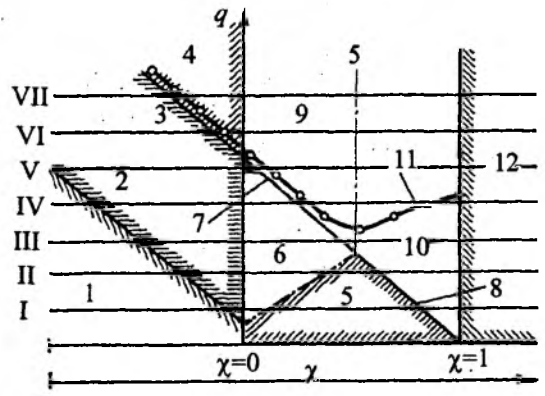


Рис. 3.84. Границы областей теплоотдачи при вынужденной конвекции:

1 — теплоотдача однофазной вынужденной конвекцией жидкости; 2 — кипение с недогревом; 3 — DNB (при недогреве); 4 — пленочное кипение с недогревом; 5 — теплоотдача вынужденной двухфазной конвекцией; 6 — насыщенное пузырьковое кипение; 7 — DNB (при насыщении); 8 — высыхание пленки; 9 — пленочное кипение; 10 — насыщенное пленочное кипение; 11 — область с недостатком жидкости; 12 — теплоотдача однофазной конвекцией к перегретому пару

пленки в области вынужденной двухфазной конвекции разность температур между поверхностью и температурой падает. В точке, где происходит испарение пленки, коэффициент теплоотдачи резко падает от большого значения, близкого к ожидаемому при вынужденной к насыщенному пару. При увеличении паросодержания в области с малым содержанием жидкости скорость пара увеличивается, разность температур поверхности и насыщения пара уменьшается с соответствующим повышением теплоотдачи. В области, где имеется только паровая фаза ( $\chi > 1$ ), температура поверхности выше температуры жидкости в объеме и коэффициент теплоотдачи достигает значения, соответствующего конвективной теплоотдаче в однофазном потоке пара. На рис. 3.83 показаны различные области двухфазного теплообмена при кипении в условиях вынужденной конвекции на диаграмме (поверхности кипения) с тепловым потоком, массовым паросодержанием и температурой в качестве координат. На рис. 3.84 — области теплоотдачи при вынужденной конвекции с увеличивающимся тепловым потоком по вертикальной оси (вид вертикального разреза диаграммы на рис. 3.83 в направлении стрелки). Кривая I (см. рис. 3.82) соответствует небольшому тепловому потоку на поверхности трубопровода, кривая II — большому тепловому потоку. Кипение с недогревом начинается раньше, коэффициент теп-

лоотдачи в области пузырькового кипения выше, но не изменяется в области вынужденной двухфазной конвекции. Испарение пленки происходит при меньшем массовом паросодержании. Кривая III соответствует случаю дальнейшего роста теплового потока. Кипение с недогревом начинается раньше, и теплоотдача в области пузырькового кипения выше. С увеличением массового паросодержания до начала области вынужденной двухфазной конвекции (возникновение пузырей) имеет место ухудшение процесса охлаждения. Этот переход аналогичен переходу от пузырькового кипения к пленочному (*DNB*).

Механизм переноса теплоты, когда критический тепловой поток (соответствующий *DNB* – высыхание пленки) превышен, зависит от того, что являлось начальным условием – образование пузырей в области с недогревом или в области малого массового паросодержания, или процесс испарения (испарение на границе раздела «жидкая пленка – паровое ядро» на участке с высоким, массовым паросодержанием). На последнем участке находится область с недостатком жидкости, в первом – результирующим механизмом является пленочное кипение (рис. 3.83 и 3.84).

Как видно из рис. 3.82, повышение теплового потока (кривые VI и VII) вызывает возникновение *DNB* в области недогрева и образование области кипения насыщенной жидкости, занятой пленочным кипением и зоной с дефицитом жидкости – двумя относительно малоэффективными формами переноса теплоты. На рис. 3.83 и 3.84 зона с пленочным кипением разделена произвольно на две области: пленочное кипение с недогревом и пленочное кипение насыщенной жидкости. Пленочное кипение в условиях вынужденного движения подобно наблюдаемому при кипении в большом объеме. Поверхность нагрева покрывается паровой пленкой, через которую передается теплота. Коэффициент теплоотдачи на порядок ниже, чем в области до критического теплового потока, вследствие низкой теплопроводности пара и поверхности (рис. 3.85).

### 3. Кипение на поверхности труб и трубных пучков

**Кипение при поперечном обтекании одиночных труб.** Рассматривается случай,

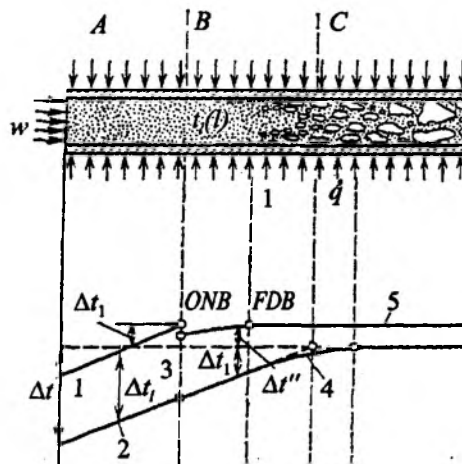


Рис. 3.85. Распределение температуры поверхности и жидкости при кипении с недогревом. Конвекция в однофазной жидкости (область А), кипение с недогревом (область В) и насыщенное кипение (область С): 1 – однородный тепловой поток; 2 – средняя температура жидкости; 3 – температура насыщения; 4 – действительное изменение температуры в объеме жидкости; 5 – температура поверхности

когда поток обтекает трубопровод в условиях вынужденного движения жидкости. При тепловых потоках, составляющих порядка 20 % от критической тепловой нагрузки, в кормовой части цилиндра образуется паровая полость, которая не является сплошной по его длине, а с ростом теплового потока и увеличения ее длины в направлении течения приводит к образованию однородной полосы пара. Увеличение скорости от 0,4 до 1,5 м/с или диаметра цилиндра от 0,25 до 4,8 мм способствует образованию большой стабильной паровой полости за цилиндром. При этих условиях жидкость у верхней половины цилиндра движется между паровыми пузырями и поверхностью нагрева.

Критический тепловой поток реализуется, когда количество жидкости недостаточно для охлаждения верхней половины цилиндра.

Известен эффект недогрева воды у поверхности стержня. При малом недогреве (до 16 °С) режим движения такой же, как и для воды при температуре насыщения.

На рис. 3.86 представлены результаты экспериментальных исследований для насыщенной воды, скорость которой 1 м/с по нормали к нагреваемому цилиндру диаметром 1,22 мм. В области больших тепловых потоков результаты

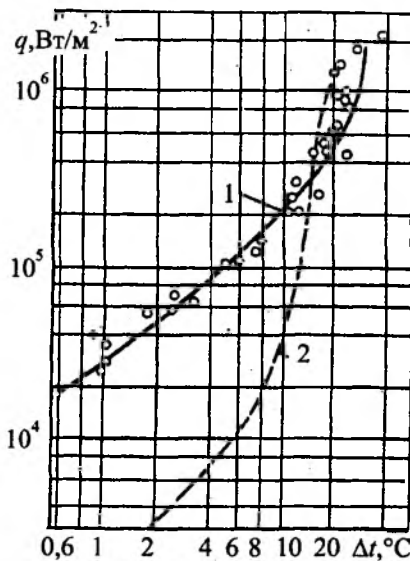


Рис. 3.86. Влияние поперечного потока на кривую пузырькового кипения для воды ( $10^5$  Па): 1 — при скорости потока 1 м/с; 2 — при свободной конвекции

исследований согласуются с расчетами полученными для однофазной вынужденной и свободной конвекции.

При поперечном обтекании вертикального цилиндра перегрев по периметру возможен до 30 %. Минимальная теплоотдача наблюдается на верхней половине цилиндра, где пузырьковое кипение обеспечивает перенос теплоты при малом влиянии конвекции, которая улучшает теплоотдачу.

**Критический тепловой поток при поперечном обтекании одиночных тел.** Имеются экспериментальные данные по критическому тепловому потоку при поперечном восходящем обтекании жидкостью одиночных трубопроводов в зависимости от гидродинамических режимов потока. Характерны три области:

— *Область очень низкой скорости.* До точки, в которой образуется двумерная спутная струя, справедливы уравнения для критического теплового потока при кипении в условиях свободной конвекции. Таким образом,

$$\frac{q_{кр}}{q_{\infty}} = \begin{cases} 0,94(R')^{-0,25} & \text{при } 0,12 < R' < 1,17 \\ 0,904 & \text{при } R' \geq 1,17 \end{cases}, \quad (3.151)$$

где  $q_{кр}$  — критический тепловой поток на бесконечной горизонтальной пластине,

$$q_{кр} = \frac{\pi}{24} (\rho'')^{0,5} r [\sigma g (\rho' - \rho'')]^{0,25}; \quad (3.152)$$

$R'$  — безразмерный радиус более нагретой поверхности,

$$R' = R \left[ \frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right]^{0,25}.$$

— *Область малой скорости.* Переход к двумерной спутной струе происходит при скорости, определяемой из уравнения:

$$We'' \approx 0,1 \frac{\rho''}{\rho'} (R')^2,$$

[для воды  $We'' = 6,3 \cdot 10^{-5} (R')^2$ ], (3.153)

где  $We'' = \frac{2R\rho''w_{\infty}^2}{\sigma}$ .

При скоростях жидкости больших значений, определяемых предыдущим уравнением (3.153), критический тепловой поток равен:

$$\frac{\pi q_{кр}}{\rho'' r w_{\infty}} = 1 + \left( \frac{4}{We''} \right)^{0,333}.$$

— *Область высокой скорости.* Переход происходит при высокой скорости, когда  $w_{\infty}$  определяется выражением:

$$\frac{\pi q_{кр}}{\rho'' r w_{\infty}} = 0,275 \cdot \left( \frac{\rho'}{\rho''} \right)^{0,5} + 1. \quad (3.154)$$

Для скоростей жидкости больших значений, определяемых уравнением (3.154), критический тепловой поток запишется:

$$\frac{\pi q_{кр}}{\rho'' r w_{\infty}} = 0,00592 \cdot \left( \frac{\rho'}{\rho''} \right)^{0,75} + 0,0521 \left( \frac{\rho'}{\rho''} \right)^{0,5}. \quad (3.155)$$

Уравнение (3.155) описывает 85 % данных для воды, хладона-113, метанола и изопропанола с разбросом результатов  $\pm 20$  %, которые показывают, что при поперечном обтекании насыщенной жидкостью цилиндра  $q$  тепловой поток растет пропорционально и уменьшается как на рис. 3.87, 3.88, где приведена зависимость критических тепловых потоков для воды от диаметра цилиндра и скорости потока. Экспериментальные данные для воды получены при относительно небольших диаметрах цилиндра (6,35...18 мм). На основе визуальных наблюдений предполагается, что измерения критического теплового потока выполнены до образования двумерной спутной струи. Экспериментальные данные получены на обогреваемом графитовом трубопроводе, где различные жидкости, включая п-гексан, четыреххлористый углерод, бензол, этиловый спирт, при пленочном кипении зависят от скорости поперечного течения (рис. 3.88)

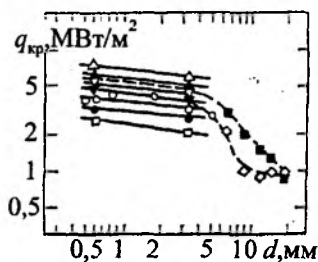


Рис. 3.87. Влияние диаметра цилиндра и скорости потока на  $q_{кр}$  для воды при  $10^5$  Па:

Обозначение (рис. 3.87)	Скорость, м/с
△	2,9
^	2,1
▽	1,4
▼	1,05
○	0,7
●	0,55
□	0,36
■	1,66
◇	1,04

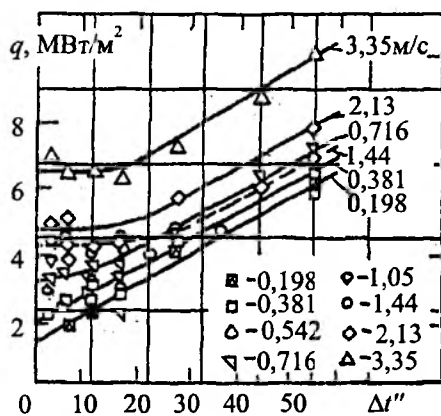


Рис. 3.88. Влияние недогрева воды на  $q_{кр}$  при поперечном обтекании трубы с наружным диаметром 3,17 мм при различных скоростях

$$\text{при } \frac{w_{\infty}}{\sqrt{gd}} < 1,0, \alpha = \alpha_k + 0,75\alpha_d,$$

где  $\alpha_d$  — коэффициент теплоотдачи лучеиспусканием;  $\alpha_k$  — коэффициент теплоотдачи при свободной конвекции;  $d$  — наружный диаметр;  $w_{\infty}$  — скорость невозмущенного потока.

$$\text{Если } \frac{w_{\infty}}{\sqrt{gd}} > 2,0, \alpha = \alpha_k + 0,875\alpha_d,$$

$\alpha_k$  можно определить из соотношения

$$\alpha_k = 2,7 \left( \frac{w_{\infty} \lambda^n \rho^n r}{d \cdot \Delta t} \right)^{0,5} \quad (3.156)$$

Коэффициент теплоотдачи увеличивается с ростом скорости, уменьшается при уменьшении диаметра. Типичные значения для п-гексана, бензола, этилового спирта изменяются от 230 в условиях свободной конвекции до 625...800 Вт/(м<sup>2</sup>К) при скорости 4 м/с.

**Кипение на горизонтально расположенных трубах трубного пучка.** Интенсивность теплоотдачи одиночной горизонтальной трубы существенно отличается от теплоотдачи единичной трубки, находящейся в трубном пучке. Турбулизация потока в трубном пучке приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи в области пузырькового кипения (рис. 3.89), особенно при низких тепловых потоках. При высоких перегревах поверхности присутствие большого количества пара в пучке приводит к образованию парового слоя у теплоотдающей поверхности при тепловых потоках, меньших критических.

Изменение теплового потока в зависимости от перегрева стенки в области критической тепловой нагрузки более плавное, чем для одиночного трубопровода.

Коэффициент теплоотдачи увеличивается вследствие, как уже отмечалось, роста турбулентности потока при пленочном кипении в меньшей степени, чем при пузырьковом. По Кольеру — максимальный коэффициент теплоотдачи при кипении на трубном пучке равен 1700 Вт/(м<sup>2</sup>К) для органических жидкостей и 5700 Вт/(м<sup>2</sup>К) для воды. При этом максимальная тепловая нагрузка в пучке не превышает 38000 Вт/м<sup>2</sup> для установок, работающих на органических жидкостях при естественной циркуляции, и 63000 Вт/м<sup>2</sup> — при вынужденной конвекции. Максимальный тепловой поток при испарении воды или водного раствора в пучке при различных условиях циркуляции доходит до 95000 Вт/м<sup>2</sup>.

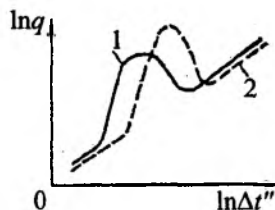


Рис. 3.89. Кривая кипения для трубного пучка (1) и одиночного трубопровода (2)

Интенсивность теплоотдачи при кипении в трубных пучках выше, чем у поверхности одиночных трубопроводов (рис. 3.90).

При этом наблюдается увеличение теплоотдачи для любого ряда труб трубного пучка в положении, когда он обтекается паром, генерируемым на трубах, расположенных выше по потоку (поперечное обтекание). Максимальное увеличение теплоотдачи имеет место при малых (небольших) перегревах стенки или тепловых нагрузках и пропорционально объемному расходу пара (см. рис. 3.90).

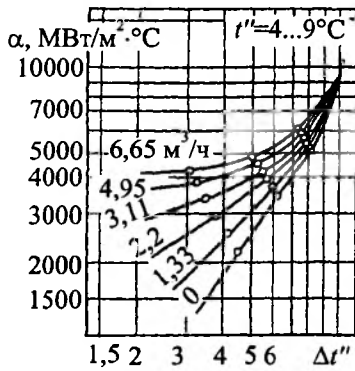


Рис. 3.90. Влияние вдува пара на теплоотдачу в пучке стержней для хладагента-12 при различных скоростях потока

**Критический тепловой поток для горизонтальных трубных пучков в условиях поперечного обтекания парожидкостной смесью и вынужденного движения.** На рис. 3.91 приведены схемы механизма высыхания пленки на теплоотдающей поверхности трубок горизонтального трубного пучка. Кризис, аналогичный кризису при кипении в большом объеме (рис. 3.91, а), наблюдается в пучках с большими расстояниями между осями. Живые сечения в пучках, в основном, заполнены жидкостью. Схема механизма при отсутствии циркуляции, с ограниченной подпиткой (рис. 3.91, б) наблюдается при отсутствии циркуляции через трубный пучок. Жидкость поступает в пучок сверху, и ее скорость уменьшается вследствие наличия потока пара. Ограничение по подпитке создается, когда выходящий пар препятствует смачиванию опускным потокам жидкости всех поверхностей нагрева пучка. Он вероятен в больших пучках с плотной упаковкой труб. В одних сечениях пучка возможен опускной поток, в других — подъемный, приводящий к циркуляции жидкости.

Схема механизма, когда циркуляция и подпитка ограничены (рис. 3.91, в), подобна случаю при отсутствии циркуляции с ограниченной подпиткой, за исключением того, что существует малая циркуляция в пучке по координатам. Этот поток жидкости испаряется в пучке, образующийся пар перемещается вверх, где смешивается с паром генерируемым при вертикальном потоке жидкости. Создается предельное условие, когда общий расход пара препятствует поступлению необходимого притока жидкости сверху. Такой механизм наблюдается также в больших пучках с плотной упаковкой труб.

При увеличении скорости циркуляции в пучке создаются условия, когда поток пара препятствует движению жидкости сверху — вниз (ограниченная циркуляция (рис. 3.91, г)). Предельным случаем является полное испарение жидкости в пучок (рис. 3.91, д)).

**Пучки тепловыделяющих стержней (наружное омывание парожидкостной смесью).** Стержневые тепловыделяющие элементы нашли применение в различных конструкциях теплообменных устройств. Исследование проблемы кризиса теплообмена предполагает изучение структуры и количественных характеристик пароводяного потока. В кольцевых каналах с полукольцевыми поперечными ребрами на необогреваемой поверхности увеличивается критическая плотность теплового потока по сравнению с гладкими каналами. Заметное повышение  $q_{кр}$  наблюдалось в области высоких паросодержаний при больших массовых скоростях, что говорит не только о более интенсивной турбулизации потока теплоносителя с повышением скорости, но и о более интенсивной подпитке пленки жидкости на обогреваемой поверхности при срыве капель с необогреваемой поверхности при кольцевой структуре потока.

Неравномерность тепловыделения по сечению и длине кольцевого канала приводит к снижению  $q_{кр}$  по сравнению с равномерно обогреваемыми каналами, хотя влияние режимных пара-

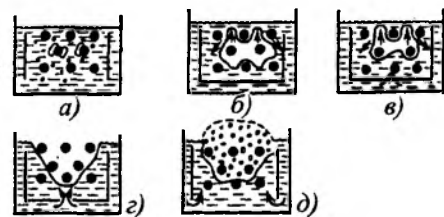


Рис. 3.91. Схемы различных механизмов высыхания пленки в пучках труб

метров на  $q_{кр}$  в неравномерно обогреваемых каналах аналогичны наблюдаемым при равномерном обогреве. Для анализа влияния неравномерности тепловыделения в кольцевых каналах известны подходы: «локальный», основанный с на предсказании кризисной ситуации по локальным параметрам в сечении кризиса, и «глобальный», предсказывающий кризисную ситуацию на основе интегральных характеристик процесса.

Точность локального подхода при определении места и параметров кризисных условий уменьшается со снижением обогреваемой длины каналов, а точность глобального подхода падает с ростом коэффициента неравномерности. Использование локального и глобального подходов для анализа экспериментальных результатов не следует связывать с раскрытием физического механизма кризиса теплоотдачи. Это только попытка обобщения ряда опытных данных по неравномерному обогреву кольцевых каналов. Картина более усложняется из-за многообразия форм и размеров каналов (зазоров), межячейкового перемешивания потоков и т.д.

С увеличением паросодержания потока теплоносителя его критическая плотность уменьшается, а зависимость  $q_{кр}(\chi)$  близка к линейной.

В области недогрева и малых паросодержаний с увеличением массовой скорости  $q_{кр}$  растет. При достижении некоторого значения массового паросодержания в стержневых сборках (аналогично трубам) наблюдается обратное влияние массовой скорости на  $q_{кр}$  (рис. 3.92), причем, чем больше массовая скорость, происходит резкое изменение наклона кривой зависимости  $q_{кр} = f(\chi)$ .

Влияние обогреваемой длины на кризис теплоотдачи заметнее проявляется в пучках, характеризующихся большей неравномерностью энтальпии по ячейкам пучка, обусловленной слабым перемешиванием и неодинаковым тепловыделением в ячейках в зависимости от их местоположения. При оптимальных размерах канала пучка, когда кризис фиксируется одновременно на всех стержнях, критическая плотность теплового потока не зависит от длины пучка, а отклонение размеров канала от оптимальных в любую сторону приводит к снижению критической плотности теплового потока, если ее относить к средней энтальпии.

Для более длинных пучков следует ожидать более низких значений критической плотности теплового потока при одинаковых паросодержаниях.

Размер зазора между стержнями не оказывает заметного влияния на критический тепло-

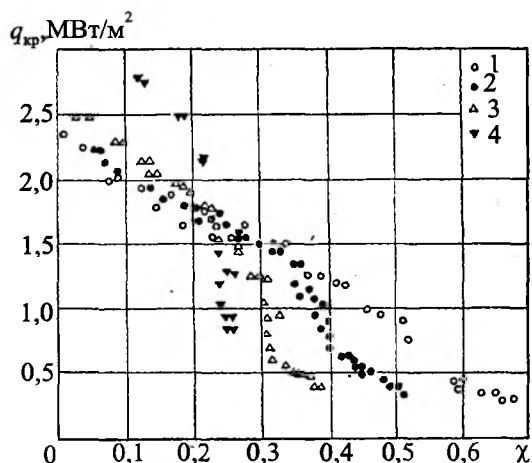


Рис. 3.92. Зависимость  $q_{кр}$  от массового паросодержания для стержневыхборок при  $p = 7,4$  МПа: 1 —  $\rho w = 600$  кг/(м<sup>2</sup>·с); 2 —  $\rho w = 1000$  кг/(м<sup>2</sup>·с); 3 —  $\rho w = 1500$  кг/(м<sup>2</sup>·с); 4 —  $\rho w = 2500$  кг/(м<sup>2</sup>·с)

вой поток. Минимальный зазор, при котором сохраняются высокие плотности тепловых потоков, как и в кольцевых каналах, равен 1,5 — 2,0 мм. Влияние зазора на  $q_{кр}$  существенно лишь при зазорах меньших 2,0 мм в случае относительно малых массовых скоростей и паросодержаний (рис. 3.93). Известно, что критическая плотность теплового потока возрастает при увеличении зазора от 0,38 до 1,87 мм, а дальнейшее его увеличение до 4,6 мм не приводит к росту  $q_{кр}$ . Соотношения для расчета критической плотности теплового потока в продольно-омываемых пучках стержней представлены в табл. 3.9.

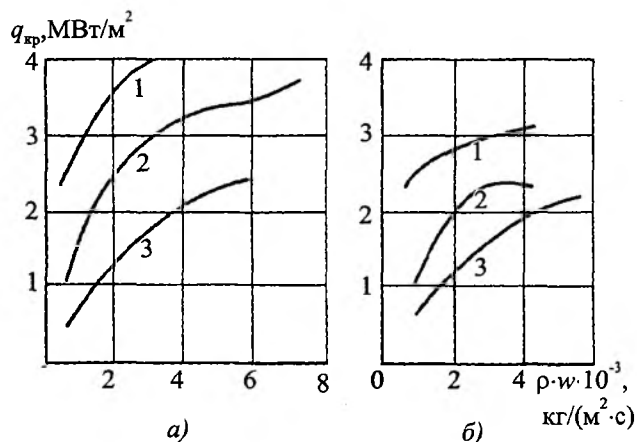


Рис. 3.93. Влияние на зазора между стержнями при различных скоростях и энтальпии: 1 —  $\delta = 1,87$  мм; 2 —  $\delta = 1,26$  мм; 3 —  $\delta = 0,38$  мм; а — на выходе из сборки — вода недогретая до  $T_n$  на 2К; б — на выходе из сборки — пароводяная смесь ( $\chi = 0,043$ )



Корреляции для оценки критической плотности теплового потока

Формула для расчета критической плотности теплового потока в пучках стержней	Область применения
$q_{кр} = 0,65 \cdot 10^6 \cdot \rho w^{0,2} (1-x)^{1,2} (1,3 - 0,000436p);$ $q_{кр} [\text{Вт}/\text{м}^2]; p [\text{Н}/\text{см}^2]$	$p = 2,94 \dots 13,72 \text{ МПа};$ $380 \leq \rho w \leq 4930 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с});$ $-0,18 \leq x \leq 0,6$
$Q = \frac{0,131(1 - 0,286X)^{0,5}}{42 \left(1 + \frac{l}{3,54}\right)}, \text{ где}$ $Q = \frac{q_{кр}}{r \rho [g d_T (g a)^{0,333} (Pr)]^{0,333} Re^{0,2}}; X = x_{кр} We^{0,2},$ <p><math>l</math> – обогреваемая длина пучка, м;  <math>d_s = \frac{4F}{P_{об}}</math> эквивалентный диаметр, м;  <math>F</math> – проходное сечение, м<sup>2</sup>;  <math>P_{об}</math> – обогреваемый периметр, м</p>	$p = 4,0 \div 18 \text{ МПа};$ $500 \leq \rho w \leq 5000 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с});$ $-0,5 \leq X \leq 3,0;$ $4 \leq d_T \leq 20 \text{ мм};$ $0,4 \leq l \leq 7,0 \text{ м}$
$q_{кр} = 10^6 \cdot 2,28 [0,2 + (\rho w \cdot 10^{-3})^{0,3} (1,28 - 0,004p)] \times$ $\times [1 - 1,35(\rho w \cdot 10^{-3})^{0,17} x];$ $q_{кр} [\text{ккал}/\text{м}^2 \cdot \text{ч}]; p [\text{бар}]$	$p = 3 \dots 10 \text{ МПа};$ $400 \leq \rho w \leq 5000 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с});$ $-0,1 \leq x \leq 0,3$
$q_{кр} = q_{кр}^{с.д.} \left[ \left( \frac{\rho_n}{\rho} \right)^{0,25} - 0,68(\rho w \cdot 10^{-3})^{1,5} \left( \frac{\rho'}{\rho''} \right)^{0,5} (x - 0,2) \right];$ $q_{кр} [\text{МВт}/\text{м}^2]$	$p = 16,7 \text{ МПа};$ $2500 \leq \rho w \leq 4100 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с});$ $-0,07 \leq x \leq 0,27;$ $l_{сд} = 100 \div 600 \text{ мм}$
$q_{кр} = \frac{(21,20 - 4,22 \cdot 10^{-2} p) \rho w^{0,34} \cdot 10^{-3} \rho w x_{вх} r}{\left[ \frac{r}{(3,67 - 0,0153p)} - 84,5 \right] + \frac{l}{d_T}}$ <p><math>l</math> – обогреваемая длина сборки, м;  <math>d_T</math> – эквивалентный тепловой диаметр сборки, м;  <math>p</math> [ата]; <math>r</math> [ккал/кг]; <math>q_{кр}</math> [МВт/м<sup>2</sup>]</p>	$10,5 \leq p \leq 17,0 \text{ МПа};$ $510 \leq \rho w \leq 2000 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с});$ $-0,39 \leq x_{вх} \leq -0,06;$ $0,15 \leq x_{вх} \leq 0,74$

### 3.8. Особые случаи кипения

#### 3.8.1. Теплообмен при кипении жидких металлов

Теплофизические характеристики жидких металлов позволяют осуществлять интенсивный отвод теплоты из реакторов и обеспечивать высокий КПД АЭС. Температура кипения жидких металлов при атмосферном давлении высока, поэтому в реакторе сравнительно низкое давление. Жидкие металлы используют в высокотемпературных тепловых трубах и в ядерных паротурбинных энергетических установках, так как они отличаются высокой теплопроводностью и низкими числами Рг.

Известно, что совокупность особенностей начального периода процесса кипения жидких металлов при малых давлениях определяет относительно низкую интенсивность теплообмена при неустойчивых режимах кипения, которые следуют за режимом свободной конвекции. Так как на поверхности имеются лишь отдельные функционирующие центры парообразования, размеры которых соответствуют началу активации при относительно небольших перегревах. Суммарная интенсивность теплообмена их невелика вследствие ограниченного числа реальных центров парообразования.

Жидкие металлы часто ведут себя необычно. Кипение жидких металлов в большом объеме

при значениях плотностей тепловых потоков, соответствующих началу пузырькового кипения, нередко приводит к возникновению в установке развитых колебательных процессов.

Например, Кольвер и Балцигер отмечают «Во всех опытах в трубе с кипящим металлом приборы (термопары) регистрировали колебания температуры. В ряде опытов при низких плотностях теплового потока наблюдались заметные колебания как среднемассовой температуры, так и давления. Колебания температуры достигали 43 °С при плотностях теплового потока не превышающих 790 кВт/м<sup>2</sup>... . Каждое мгновение падение температуры сопровождалось всплеском давления и глухим ударом. Максимальное изменение среднемассовой температуры составляло 39°С... . При плотностях теплового потока до 790 кВт/м<sup>2</sup> процесс пузырькового кипения периодически прекращался и происходил возврат к конвективному переносу тепла. При кипении натрия в большом объеме (свободная конвекция) в процессе образования пузырей имели место сильные колебания температуры стенки, которые достигали 3 °С. Эти колебания сопровождалось изменениями уровня жидкости и шума, что объясняется наступлением режима пузырькового кипения. После прекращения шума температура постепенно повышалась до максимального значения. При устойчивом кипении температура стенки имеет более низкое значение и шум сохраняется... ».

При плотности теплового потока 630 кВт/м<sup>2</sup> кипение устойчиво. Марто и Розенау считают такое необычное поведение следствием «неустойчивости пузырькового кипения», т.к. оно приводит к возникновению в оборудовании неустановившихся процессов. Коэффициент теплоотдачи при неустойчивом кипении металла описывается уравнением:

$$\alpha = 0,53 \left( \frac{\bar{\lambda}}{l} u_s \right)^{0,5}, \quad (3.157)$$

$$\text{где } u = (g\beta\Delta t l)^{0,5} + \left( \frac{\pi z}{24} \right)^{0,333} \left( \frac{2\Delta\bar{p}}{3\rho} \right)^{0,5} \quad (3.158)$$

(здесь  $\Delta t = t_0 - t''$ ;  $\Delta\bar{p} \approx 0,1\Delta p$ ;  $\Delta\bar{p} = p(t_0) - p(t'')$ ;  $l$  — характерный размер поверхности нагрева;  $z$  — число центров парообразования).

Из рис. 3.94 и 3.95 следует, что при одинаковых плотностях теплового потока коэффициенты теплоотдачи при кипении на 35...40% ниже,

чем в присутствии инертного газа. Различным образом проявляется и влияние давления на  $\alpha$ . При наличии инертного газа давление в области вакуума заметно влияет на  $\alpha$ . С увеличением плотности теплового потока наблюдается переход к развитому кипению при достижении определенной пороговой величины  $q_n$  характерной для данного давления. Например, известно выражение в области перехода от неустойчивого к

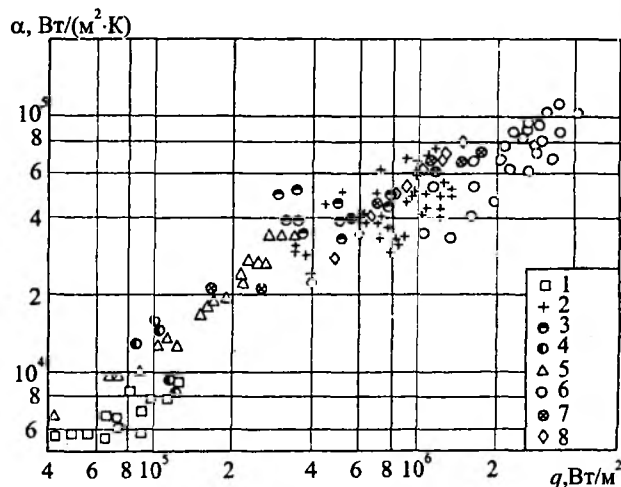


Рис. 3.94. Теплоотдача при развитом кипении калия (1–5), натрия (6,7) и цезия (8) в присутствии инертного газа: 1 — большой объем,  $p = 0,1$  МПа; 2 — вертикальная трубка  $d = 4$  мм,  $p = 0,11 \pm 0,13$  МПа; 3, 4 — вертикальные трубки  $d = 8,25$  мм и  $D = 22$  мм соответственно,  $p = 0,1$ ; 5 — большой объем,  $p = 0,1 \pm 0,2$  МПа; 6 — большой объем,  $p = 0,007 \pm 0,02$  МПа; 7 — большой объем,  $p = 0,1 \pm 0,16$  МПа; 8 — большой объем,  $p = 0,165$  МПа

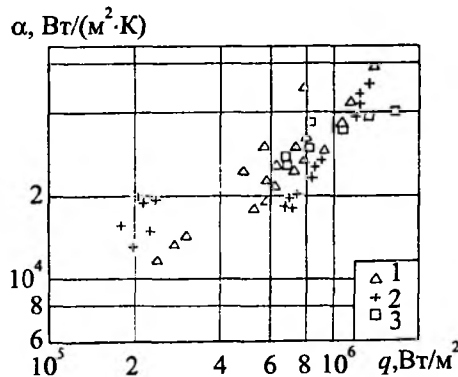


Рис. 3.95. Теплоотдача при развитом кипении калия (1,2) и натрия (3) под давлением собственных паров: 1 — большой объем,  $p = 0,04 \pm 0,13$  МПа; 2 — вертикальная трубка  $d = 23,6$  мм,  $p = 0,1$  МПа; 3 — большой объем,  $p = 0,1 \pm 0,16$  МПа

устойчивому развитому кипению калия на поверхностях с умеренной шероховатостью

$$q_n = 6,85 \cdot 10^8 (p^n)^{-0,4}, \text{ Вт/м}^2, \quad (3.159)$$

где  $p^n$  выражено в мм.рт.ст.

Характерным признаком процесса неустойчивого кипения является наличие значительных низкочастотных пульсаций температуры теплоотдающей поверхности. Рост коэффициента теплоотдачи наблюдается у поверхности при наличии впадин резервуарного типа, наличие на поверхности шероховатости в виде конических впадин (глубиной от 0,5 до 1 мм, угол конуса  $\varphi = 45^\circ \text{C}$ ), которые способствуют вскипанию и стабилизации процесса кипения.

Для натрия, калия и цезия Сорокин Д.Н. предложил зависимость:

$$\alpha = c \left( \frac{\lambda^2}{a c T^n} \right)^{0,333} q^{0,75} \left( \frac{p}{p_{кр}} \right)^m, \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)} \quad (3.160)$$

где  $c = 1,2$  и  $m = 4,2$  при  $p/p_{кр} < 1 \cdot 10^{-3}$ ;  $c = 0,15$  и  $m = 0,12$  при  $p/p_{кр} \approx (1 \cdot 10^{-3} \dots 2 \cdot 10^{-2})$ .

Из (3.160) следует, что зависимость теплоотдачи от плотности теплового потока при развитом кипении щелочных металлов аналогична зависимости для обычных жидкостей. Дальнейший анализ соотношения (3.160) указывает на более сильное влияние давления на коэффициент теплоотдачи. При  $p/p_{кр} < 1 \cdot 10^{-3}$ ,  $\alpha$  зависит от давления  $p$  в степени 0,4, в то время как при более высоких значениях  $p$ ,  $\alpha$  зависит от  $p$  в степени 0,1.

### 3.8.2. Тонкие пленки кипящей жидкости

Пленочные течения жидкости используются в технологических процессах и теплообменных аппаратах, системах жидкостного охлаждения электронных микрочипов, пленочных испарителях, ожижителях природного газа, пищевой промышленности. Особенно актуальной стала проблема создания эффективных компактных жидкостных систем охлаждения высокопроизводительных графических процессоров, быстродействие и срок жизни которых зависит от эффективности отвода рассеиваемой мощности. При достижении определенных тепловых потоков в стекающей по охлаждаемой поверхности пленке жидкости развиваются кризисные явления, из-за которых происходит полное осушение теплоотдающей поверхности и ее неконтролируемый разогрев. Исследование теплообмена при кипении и испа-

рении криогенных жидкостей, ряд свойств которых существенно отличается от свойств высокотемпературных жидкостей, важно для анализа рассматриваемых процессов, и служит способом проверки существующих модельных описаний теплообмена и развития переходных и кризисных явлений.

В тонких пленках жидкости возможно испарение от поверхности пленки, подавленное кипение, развитое пузырьковое кипение, пленочное кипение. В зависимости от того или другого механизма образование пузыря, по-разному решаются вопросы касающиеся коэффициентов теплоотдачи.

М.Якоб, В.Линке показали, что по мере уменьшения высоты слоя жидкости над теплоотдающей поверхностью происходит уменьшение (3...4 %), а затем рост коэффициента теплоотдачи (рис. 3.96).

При атмосферном давлении увеличение коэффициентов теплоотдачи наблюдается при плотности тепловых потоков до  $100 \text{ кВт/м}^2$ , с их увеличением  $\alpha$  стабилизируется до толщины разрыва пленки термокапиллярными силами (рис. 3.97). Общий вид зависимости  $\alpha$  от  $q$  имеет место при плотности теплового потока  $26 \text{ кВт/м}^2$  (см. рис. 3.97).

На рис. 3.98 и 3.99 иллюстрируются зависимости числа действующих центров парообразования от толщины слоя жидкости соответственно при  $q = 28$  и  $10 \text{ кВт/м}^2$ .

Известна полуэмпирическая формула для критического потока теплоты в области больших чисел Рейнольдса:

$$\frac{q_{кр}}{p^n r w} = 0,164 \left( \frac{\rho'}{\rho^n} \right)^{0,867} \left( \frac{\delta}{p' w^2 l} \right)^{0,333} \quad (3.161)$$

Результаты численного моделирования показали, что равновесная плотность теплового

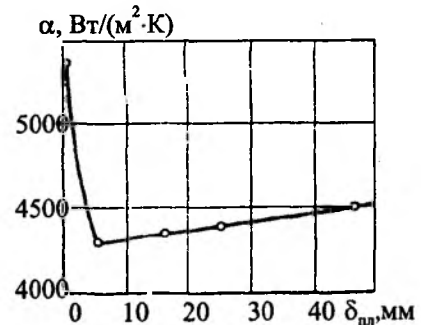


Рис. 3.96. Зависимость  $\alpha$  от  $\delta_{nn}$  по данным Якоба

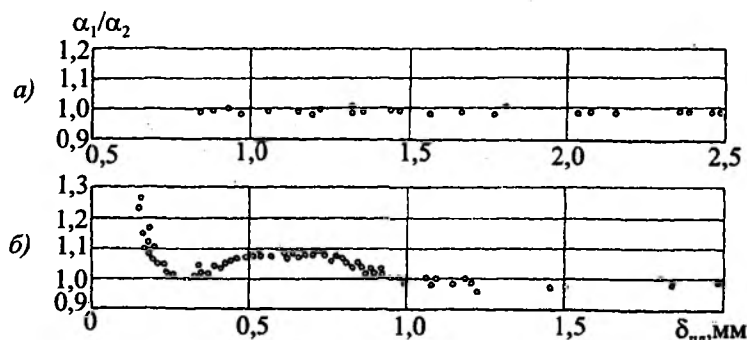


Рис. 3.97. Изменение интенсивности теплоотдачи при уменьшении толщины пленки воды:  $q = 610 \text{ кВт/м}^2$  (а) и  $q = 26 \text{ кВт/м}^2$  (б),  $p = 0,1 \text{ МПа}$

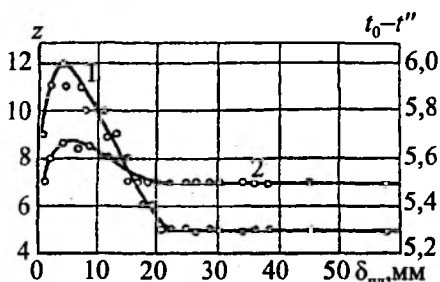


Рис. 3.98. Зависимость числа действующих центров парообразования (1) и величины перегрева теплоотдающей поверхности (2) от толщины слоя воды при  $q = 28 \text{ кВт/м}^2$

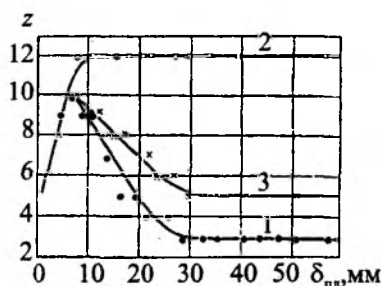


Рис. 3.99. Зависимость числа действующих центров парообразования от толщины слоя воды при  $q = 10 \text{ кВт/м}^2$ : 1 — обедненная центрами поверхность (полированная); 2 — насыщенная центрами поверхность; 3 — технически шероховатая поверхность (4–5 класс чистоты по ГОСТ 2789 – 73)

ли неустойчивости Гельмгольца известна полуэмпирическая зависимость

$$\frac{q_{кр}}{\rho'' r w} = 0,121 \left( \frac{\rho'}{\rho''} \right)^{0,667} \left( \frac{\delta}{\rho' w^2 l} \right)^{0,42}, \quad (3.162)$$

удовлетворительно описывающая полученные опытные данные на начальном участке при изменениях числа Рейнольдса в диапазоне 2000...8000 и характерного параметра  $\sigma/(\rho' w^2 l) < 3 \cdot 10^{-3}$ .

Установлено, что поперечный размер сухих пятен в предкризисных режимах становится большим с уменьшением степени орошения и увеличением продольной длины обогреваемой поверхности, что связано с возрастанием вероятности слияния кипящих струй вдоль течения, испарением жидкости в отдельных струях при неравномерном распределении локального расхода жидкости в них. Оценка критического теплового потока при кипении в пленке, основанная на расчете порога тепловой устойчивости границы смены режимов теплообмена, может быть выполнена на основании соотношения:

$$q_{кр} = q_{рав} = \sqrt{\bar{\alpha}_{пуз.кип} \bar{\alpha}_{с.п.}} \Delta T_{кр}. \quad (3.163)$$

Это выражение получено для двухзонной модели кривой теплообмена полубесконечных смоченной и несмоченной зон, а также  $Bi < 1$ .

При кипении в тонких пленках значительную роль в теплообмене играет турбулизация пленки паровыми пузырями. Рост теплообмена связан с повышением частоты отрыва пузырей. С уменьшением толщины слоя жидкости число действующих центров парообразования остается постоянным и при толщине 20...30 мм начинает увеличиваться (рис. 3.98). Температура поверхности растет, что объясняется уменьшением толщины слоя жидкости, доли пара, генерируемого вследствие испарения перегре-

потока  $q_{рав}$  при кипении в условиях свободной конвекции уменьшается с ростом начального размера локальных очагов пленочного кипения. В условиях пленочного течения жидкости крупномасштабные сухие пятна являются аналогами очагов пленочного кипения, как следует из анализа видеосъемки (рис. 3.100), под-  
слова на поверхности нагрева. На основе моде-

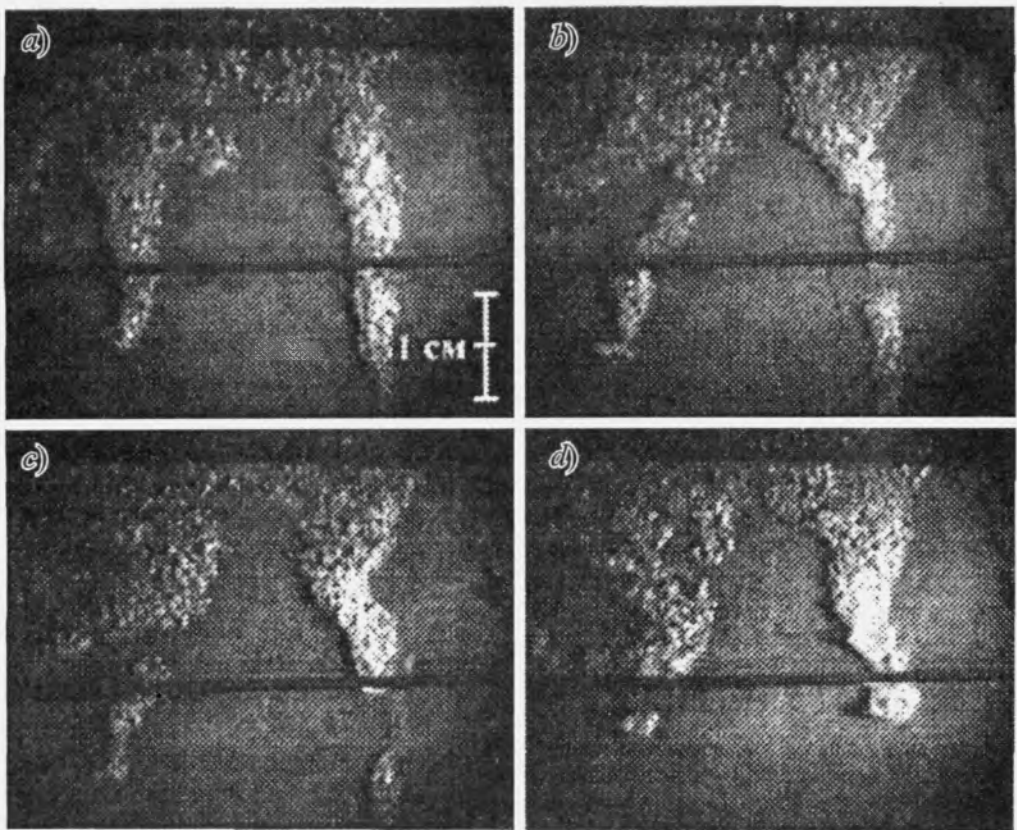


Рис. 3.100. Киносъемка слияния сухих пятен при достижении критической плотности теплового потока

той жидкости и перемещающейся в пузырь. Поэтому с уменьшением толщины слоя растет средняя температура жидкости и поверхности.

На поверхности, насыщенной большим числом действующих центров парообразования, значительная часть из них работает с пониженной производительностью и малой частотой их образования, что приводит к увеличению частоты отрыва пузырей на ранее работавших «вялых центрах» (рис. 3.100). Следует отметить, что влияние материала поверхности нагрева сказывается на стабильности пленки, из-за различия в количестве действующих центров парообразования и их размеров. Чем больше на поверхности нагрева активных центров, тем меньше их размер, (рис. 3.100) а мелкие пятна лучше смачиваются жидкостью. Чем больше на поверхности действующих центров, тем больше на поверхности пленки волн жидкости, способствующих локальному увеличению ее толщины, что улучшает смачиваемость сухих пятен.

### 3.8.3. Кипение на ребристой теплоотдающей поверхности

Увеличение предельных плотностей тепловых потоков, отводимых от поверхности нагрева при малом повышении ее температуры, может быть достигнуто путем применения развитых оребренных поверхностей, которые используют и в кипящих теплообменных устройствах с целью получения тепловых потоков высокой плотности. При кипении на оребренной поверхности имеет место неизотермичность теплоотдающей поверхности, поэтому на поверхности ребра имеет место температурное поле, характеризующееся неизотермичностью температуры от основания ребра до торцевой поверхности. При высокой плотности теплового потока, превышающей  $q_{кр}$  для гладкой поверхности, у основания ребра и на прилегающей к нему поверхности возникает пленочное кипение. По мере удаления от основания ребра, падение температуры происходит кипение в переходной области, а затем — наступает пузырьковое кипение.

Особенно эффективно оребрение поверхности при ее охлаждении потоком недогретой воды. Например, (недогрев на выходе  $10^\circ\text{C}$ ) при давлении  $p = 0,2 \dots 0,3$  МПа может быть получена плотность теплового потока  $\sim 10$  МВт/м<sup>2</sup>.

Эффективная работа оребренной поверхности при кипении возможна, когда термическое сопротивление теплопроводности ребра ниже термического сопротивления теплоотдачи к жидкости от занятого основанием ребра участка на оребренной поверхности. Поэтому неизотермические оребренные поверхности выполняют из металлов с большим коэффициентом теплопроводности. Их применение целесообразно для испарительного охлаждения устройств, работающих при высоких значениях  $q$ , когда на оребренной поверхности возможно пленочное кипение с низкой интенсивностью теплоотдачи. Коэффициент теплоотдачи по высоте ребра при пузырьковом кипении равен  $\alpha \approx \Delta t^{2,33}$ .

В ряде случаев для определения коэффициентов теплоотдачи по высоте ребра, используют кривые кипения, полученные в изотермических условиях, которые дают удовлетворительные результаты при сравнительно низких тепловых потоках  $\sim (0,8 \dots 0,95)q_{\text{кр}}$ . При больших тепловых потоках  $(1,25 \dots 2)q_{\text{кр}}$ , оребренная стенка рассеивает мощность на 15...30 % выше гладкой, вследствие взаимодействия различных форм кипения, способствующих интенсификации теплообмена на неизотермической поверхности (рис. 3.101).

Кривые кипения для локальных значений тепловых потоков ( $q_x$ ) на неизотермической поверхности имеют устойчивую нисходящую ветвь (см. рис. 3.101), а предельные плотности теплового потока могут быть выше  $q_{\text{кр}}$  изотер-

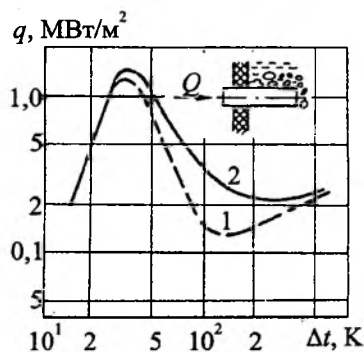


Рис. 3.101. Локальная плотность теплового потока при кипении воды на изотермическом (1) и неизотермическом (2) ребрах

мической поверхности. На участках пленочного кипения  $q_x$  мало зависит от  $\Delta t$ , а в области пузырькового кипения кривые для этих поверхностей почти совпадают.

Корреляции локальной плотности теплового потока при кипении от представлены на рис. 3.102.

Исследования показали, что оптимальное ребро должно иметь форму репы или капли (рис. 3.103). Такое ребро передает на 84 % больше теплоты, чем цилиндрическое равного объема. Хорошим приближением к репчатой форме оказалось ребро, из двух конусов, соединенных по основаниям, которое реализовало почти такой же тепловой поток, какой был предсказан для репчатого ребра. Еще более технологичным оказалось ребро в виде цилиндрического диска на ножке, в котором допустимая нагрузка увеличивается почти вдвое по сравнению с цилиндрическим ребром того же объема, при использовании дисков она возрастает в пять раз.

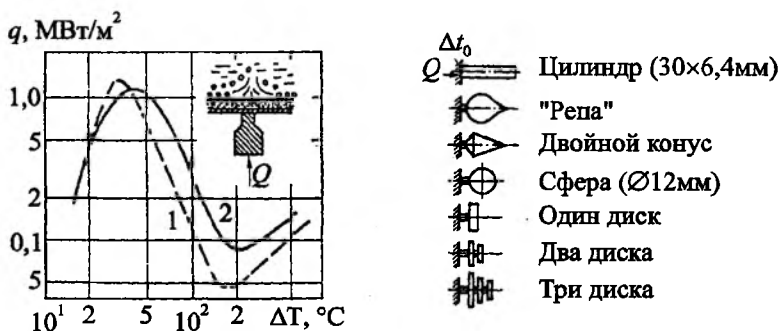


Рис. 3.102. Локальная плотность теплового потока при кипении воды на изотермической (1) и неизотермической (2) пластинах

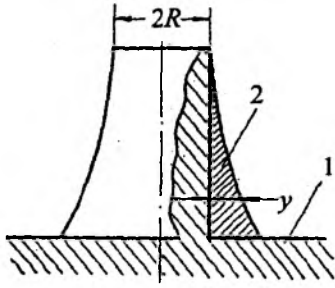


Рис. 3.103. Цилиндрическое ребро с покрытием:  
1 — медь; 2 — нержавеющая сталь

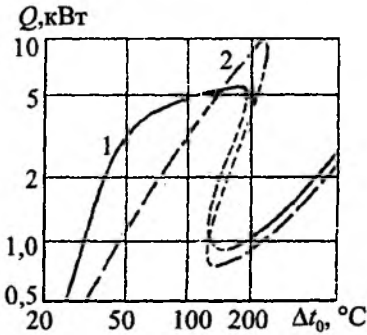


Рис. 3.104. Мощность, рассеиваемая медным цилиндрическим стержнем с поперечными ребрами без покрытия (1) и с покрытием из висмута (2) при кипении фреона-113

Эффективность оребрения также достигается покрытием высокотеплопроводного ребра переменным по толщине слоем из менее теплопроводного материала (медь покрывается нержавеющей сталью или висмутом). В этом случае получается изотермическая поверхность теплообмена, работающая при высоких значениях  $\alpha$  в режиме пузырькового кипения (рис. 3.104).

Оребрение поверхности при кипении оказалось перспективным и в другом отношении. Неизотермичность поверхности способствует более раннему переходу от пленочного кипения к пузырьковому при более высоких  $q_{кр2}$ , чем для гладкой поверхности, так как пузырьковое кипение, возникающее на вершине ребра, интенсивно охлаждает его и быстро распространяется к основанию.

Математический анализ показал, что оптимальное одиночное ребро должно иметь форму репы или капли (рис. 3.103), которое передает на 84 % больше теплоты, чем цилиндрическое. Приближением к репчатой форме является ребро, состоящее из двух конусов, которое обеспечивает тепловой поток, как и для репча-

того ребра. Использование ребра с профилем цилиндрического диска на ножке позволяет увеличить допустимую тепловую нагрузку почти вдвое по сравнению с цилиндрическим ребром, а при использовании трех дисков — в пять раз.

Неизотермичность поверхности способствует переходу от пленочного кипения к пузырьковому при более высоких критических тепловых нагрузках, по сравнению с поверхностью, так как пузырьковое кипение у торца ребра интенсивнее охлаждает его.

### 3.9. Факторы, влияющие на теплообмен при кипении

Обработка поверхности влияет на положение кривой кипения  $q = f(\Delta t)$ , вероятно, потому, что изменение характера обработки поверхности изменяет кривую распределения углублений по размерам. На рис. 3.105 приведены результаты влияния шероховатости для меди.

Увеличение шероховатости поверхности приводит к смещению кривой кипения в область меньших температурных перегревов. Однако, начиная с поверхностей 6...7 класса чистоты, дальнейшее увеличение шероховатости практически не сказывается на положении кривой пузырькового кипения. Классы чистоты

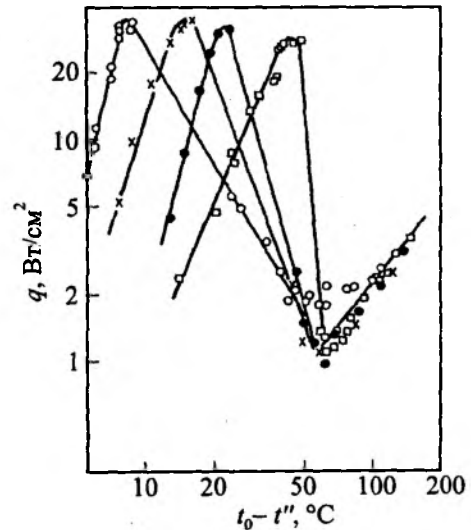


Рис. 3.105. Экспериментальные данные по влиянию шероховатости для системы медь — пентан:

- — наждачный круг;
- × — шлифовальная шкурка № 60;
- — шлифовальная шкурка № 320;
- — зеркальная полировка

ты обработки 6 и 7 характеризуются величиной неровностей 6...10 мкм, что соответствует перегреву для воды при 0,1 МПа на 3...5 °С. Поверхности с такой обработкой получили название «технические поверхности». Большинство расчетных зависимостей для теплоотдачи при пузырьковом кипении обобщают данные, полученные на технических поверхностях. С уменьшением шероховатости парообразование на поверхности затрудняется и наклон кривых в подавляющем большинстве экспериментов увеличивается (рис. 3.105).

**Влияние покрытий и отложений (осадков).** Наличие покрытий и отложений на поверхности теплоотдачи приводит к увеличению разности температур. Поскольку покрытия могут быть очень тонкими, а их свойства неизвестными, при графическом представлении экспериментальных данных указанная разность температур обычно включается в  $\Delta t$ . С учетом этого постоянного термического сопротивления кривые  $q$  в зависимости от  $\Delta t$  смещаются вправо и имеют меньший наклон, чем кривые для чистых поверхностей. Кривые для поверхностей с различными покрытиями могут отличаться друг от друга еще больше, чем кривые на рис. 3.105 (см. рис. 3.106).

**Влияние смачиваемости поверхности.** Область пузырькового кипения можно сократить в случае, если жидкость не смачивает поверхность нагрева. В частности, критический тепловой поток заметно снижается при больших краевых углах смачивания. Если жидкость не смачивает поверхность нагрева, то образуются очень большие паровые пузыри, которые покрывают большие площади поверхности нагре-

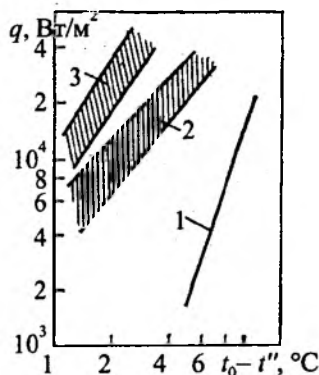


Рис. 3.106. Пузырьковое кипение в большом объеме для поверхности без покрытия — 1 и с покрытием — 2 (слой из металлической матрицы); 3 — термоэксел-Е, хладон-11

ва. В результате для передачи данного потока  $q$  требуются значительно более высокие значения  $t_0 - t''$ . Критический тепловой поток для таких поверхностей уменьшается в 10...20 раз.

В случае несмачивающих жидкостей (хладагенты, криогенные и органические жидкости, жидкие щелочные металлы) для обеспечения захвата пара требуются впадины резервуарного типа. Их можно получить механической обработкой или профилированием. На рис. 3.107 показана в увеличенном виде поверхность Хитачи термоэксел-Е. В рассматриваемых условиях  $\Delta t''$  можно уменьшить до минимума выбором оптимального размера поры или углубления для жидкости. Другой метод состоит в образовании на поверхности нагрева пористого металлического слоя путем некачественной сварки, спекания или пайки (рис. 3.108), электролитического осаждения, плазменного напыления или металлического покрытия типа вспененного слоя. Большая часть примеров относится к процессам, которые запатентованы и в некоторых случаях уже освоены промышленностью.

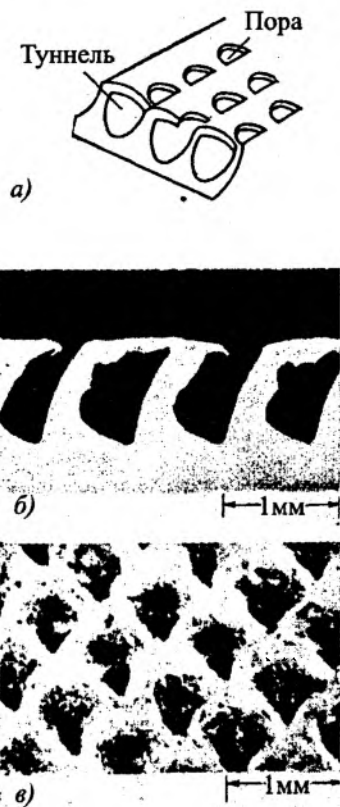


Рис. 3.107. Поверхность Хитачи термоэксел-Е (а), поперечное сечение (б) и вид сверху (в)





Рис. 3.108. Спеченный металлический слой, поверхность Линде Хай Флакс

**Влияние давления парожидкостной смеси и перегрева теплоотдающей поверхности.**

Данные по кипению в большом объеме, построенные в зависимости от перегрева стенки, описываются кривыми типа показанных на рис. 3.109. Из этого рисунка следует, что при больших давлениях перегрев меньше. Для объяснения этого сдвига в сторону более низких перегревов стенки является существенным то, что величина, необходимая для активации углублений данного размера, в случае любых жидкостей, уменьшается при увеличении давления. Величины давления и разности температур оказывают существенное влияние во всех режимах кипения.

**Влияние турбулизации парожидкостной смеси (жидкости).**

Известны модификации теплоотдающей поверхности, обеспечивающие интенсификацию кипения (испарения) воды и других жидкостей (это трубы переменного сечения, винтовые ребра, всевозможные вставки и т.п.). В подавляющем числе случаев они заметно повышают  $\alpha$  и  $q_{кр}$  при пузырьковом кипении и  $\alpha$  — в закризисной области.



Рис. 3.109. Влияние давления на теплоотдачу при пузырьковом кипении n-пентана при различных давлениях (кипение в большом объеме)

Сегодня освоены технологии модификации поверхности. Известны трубы со спиральными канавками, которые, турбулизуя поток, способствуют росту теплоотдачи  $\alpha$ . Так при кипении хладона-12 коэффициент теплоотдачи увеличивается вдвое. Также изготавливаются трубы с внутренним оребрением, подавляющим пленочное кипение, что позволяет эксплуатировать их при более высоких тепловых нагрузках  $q$  (в сравнении с трубами гладкими).

За счет изменения конфигурации дистанционирующей решетки можно увеличить  $q_{кр}$  для сборок стержней ТВЭЛов в реакторах. Множество устройств предложено для интенсификации кипения при вынужденном течении путем вихреобразования вторичного потока. Ряд генераторов вихрей на входе в виде спиральных вводов или тангенциальных щелей использовались в области больших тепловых потоков при кипении недогретой воды ( $q_{кр} = 1,73 \cdot 10^8$  Вт/м<sup>2</sup>).

Для увеличения теплообмена используют скрученные ленты, которые распространены вследствие простоты применения в существующем теплообменном оборудовании. При этом короткие ленты способствуют интенсификации теплообмена, оказывая малое воздействие на общее падение давления. Кривые кипения для недогретой жидкости с закрученной лентой, подобны кривым для труб без лент; однако можно увеличить на 100%, как показано на рис. 3.110.

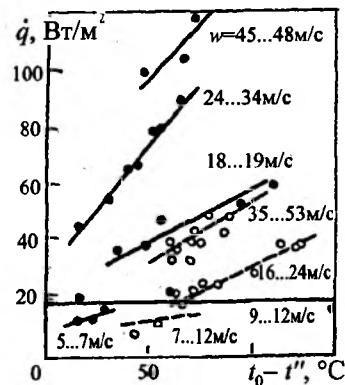


Рис. 3.110. Влияние вставок из скрученной ленты на критический тепловой поток при кипении недогретой воды

## Формулы для расчета теплообмена при кипении

Виды и условия теплообмена, теплофизические характеристики жидкости	Расчетная формула	Номер формулы по тексту книги
Вода, бутиловый спирт, анилин, ртуть, пузырьковое кипение в большом объеме	$q = 4,3 \cdot 10^{-5} \left( \frac{\alpha c \rho' T''}{r \rho'' \sigma^{0,5}} \right) \left[ \frac{c T'' \alpha^{0,5}}{(r L \rho'')^2} \right]^{0,25} \left( \frac{\rho'}{\mu} \right)^{0,625} \text{Pr}^{0,333} (\Delta p)^2$	(3.29)
	$\text{Nu}_* = A \text{Pr}^{n_1} \text{Pe}^{n_2} K_p^{n_3} K_t^{n_4} \text{Ar}^{n_5}$	(3.30)
	$q = 4,87 \cdot 10^{-11} \left[ \frac{c}{r \rho''} \right]^{0,2} \left[ \frac{\lambda' (\rho')^{1,282} p^{1,75}}{\sigma^{0,906} (\mu')^{0,626}} \right] (t_0 - t'')^{0,25}$	(3.32)
Вода, кипение в большом объеме, латунные, медные трубопроводы	$\alpha_{p=1} = 2,5 q^{0,7}$	(3.40)
Вода, трубопроводы из нержавеющей хромо-никелевой стали	$\alpha_{p=1} = 3,0 q^{0,7}$	(3.41)
Вода, $p = (1 - 40) \cdot 10^5$ Па	$\alpha = \frac{3,4 p^{0,18} q^{0,667}}{1 - 0,0045}; \alpha = 0,3162 \Delta t^{2,33} p^{0,5}$	(3.43), (3.44)
Пленочное кипение, горизонтальные пластины, пентан, $\text{Cl}_4$ , бензол, этиловый спирт	$\alpha = 0,425 \left[ \frac{(\lambda'')^3 \rho'' (\rho' - \rho'') g r'}{\mu'' \Delta t \left( \frac{\lambda_{\text{кр}}}{2\pi} \right)} \right]^{0,25}$	(3.47)
Пленочное кипение на горизонтальном трубопроводе, ламинарная пленка	$\alpha = 0,62 \left[ \frac{(\lambda'')^3 \rho'' (\rho' - \rho'') g r'}{\mu'' \Delta t d} \right]^{0,25}$	(3.50)
Пленочное кипение на вертикальной пластине, ламинарная пленка	$\alpha(x) = 0,707 \left[ \frac{(\lambda'')^3 \rho'' (\rho' - \rho'') g r'}{\mu'' \Delta t x} \right]$	(3.53)
Пленочное кипение	$\alpha = \alpha_x + 0,75 \alpha_n$	(3.57)
Пленочное кипение на горизонтальных цилиндрах	$\alpha_{\text{кр}} = c_1 \left[ \frac{(\lambda'')^3 \rho'' (\rho' - \rho'') g r'}{d \Delta t \mu''} \right]^{0,25}$	(3.62)
Пленочное кипение на вертикальных поверхностях	$\text{Nu} = 0,28 \left( \text{Ga} \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} \right)^{0,33} \text{ при } 2 \cdot 10^4 < \text{Ga} \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} < 1,4 \cdot 10^6;$	(3.79)
	$\text{Nu} = 0,01 \left( \text{Ga} \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} \right)^{0,57} \text{ при } 1,4 \cdot 10^6 < \text{Ga} \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} < 1,5 \cdot 10^7;$	(3.80)
	$\bar{\delta} = 26 \sqrt{\frac{q_0 h}{\rho'' r g (\rho' - \rho'')}}$	(3.81)

Недогрев жидкости, критическая тепловая нагрузка, вода	$\alpha = 3,68 q^{0,667}$	(3.100)
Коэффициент теплоотдачи, отнесенный к различным температурным напорам в вертикальном трубопроводе, вынужденное движение	$\alpha \frac{\sqrt{\frac{\sigma}{(\rho' - \rho'')}}}{\lambda} = 1,04 \cdot 10^{-4} \left( \frac{q \sqrt{\frac{\sigma}{(\rho' - \rho'')}}}{r \rho'' \alpha} \right)^{0,7} \times \left( \frac{p}{\sqrt{\sigma(\rho' - \rho'')}} \right)^{0,7r} \left[ \frac{q}{v^2} \left( \frac{\sigma}{\rho' - \rho''} \right)^{1,5} \right]^{0,129}$	(3.134)
Вертикальный трубопровод (поток снизу вверх), $3 \cdot 10^5 > Re > 6,5 \cdot 10^4$	$Nu = 0,028 Re^{0,8} Pr^{0,4}$	(3.135)
Вынужденная конвекция с кипящей водой в вертикальных трубопроводах	$\alpha = \alpha_x$ при $\frac{\alpha_x}{\alpha_n} \geq 2,0$	(3.142)
Вынужденная конвекция при кипении в горизонтальном трубопроводе	$Nu = 2,7 \left\{ \frac{d \rho'' w'}{\lambda'' (t_0 - t'')} [r + 0,4(t_0 - t'')] \right\}^{0,5}$	(3.148)
Кипение в большом объеме	$\alpha = \left[ \frac{3,4(p'' \cdot 10^{-5})^{0,18}}{1 - 0,0045 p'' \cdot 10^{-5}} \right] \cdot (t_0 - t'')$	Михеев М.А., Михеева И.М.
Аммиак, пучок горизонтальных трубопроводов в большом объеме	$\bar{\alpha} = \alpha_1 \left[ 1,4 + 0,17 \left( \frac{\alpha_x}{\alpha_1} \right)^2 \right]$ , $\alpha_1$ — коэффициент теплоотдачи при естественной конвекции, определяемый из уравнения: $Nu_{\infty, d} = 0,5 Ra_d^{0,25}$ ; $\alpha_x$ — коэффициент теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении находится из уравнения $Nu_x = 0,37 Re^{0,7} K_p^{0,7} Pr^{0,35}$ ; $Nu_x = \frac{\alpha_x}{\lambda} \left( \frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right)^{0,5}$ ; $Re_x = \frac{q}{r \rho'' v} \cdot \left( \frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')} \right)^{0,5} = \frac{Nu_x}{Pr \cdot K \frac{\rho''}{\rho'}}$ ; $K_p = \frac{p}{[g \rho (\rho' - \rho'')]^{0,5}}$	Данилова Г.Н., Куприянова А.В.
Кипение фреонов в трубопроводах	$\alpha = 58,8 \frac{q^{0,6} m^{0,2}}{d^{0,6}} f(p)$ , где $m$ — скорость циркуляции фреона; $f(p)$ — функция, зависящая от $t''$ (см. ниже пример расчета)	Богданов С.Н., Иванов О.П., Куприянова А.П.
Естественная конвекция на вертикальной поверхности	$Nu = 0,56(Ra')^{0,25}$ , $10^9 > Ra > 10^4$ , ламинарный поток; $Nu = 0,13(Ra')^{0,33}$ , $Ra > 10^9$ , турбулентный поток	King W.J.

## Примеры решения задач к главе 3

## Пример 3.1.

Температура внутренней поверхности котла —  $160^\circ\text{C}$ . Температура насыщенного пара равна  $t'' = 140^\circ\text{C}$ , поверхность теплообмена  $F = 4\text{ м}^2$ . Рассчитать массу генерируемого водяного пара.

**Решение.** Коэффициент теплоотдачи равен

$$\alpha = \frac{3,4(p'' \cdot 10^{-5})^{0,18}}{1 - 0,0045p'' \cdot 10^{-5}} \cdot q^{0,667},$$

где  $q$  — удельная плотность теплового потока от поверхности нагрева. Значение  $p''$  можно найти из таблиц насыщенного водяного пара или из формулы  $t = 100\sqrt[4]{p''}$ , где  $p''$  — давление выраженное в  $\text{кг}/\text{см}^2$ . Имеем

$$140 = 100\sqrt[4]{p''}, \quad p'' = 0,367 \text{ МПа},$$

$$A = \frac{3,4(p'' \cdot 10^{-5})^{0,18}}{1 - 0,0045p'' \cdot 10^{-5}} =$$

$$= \frac{3,4 \cdot 3,67^{0,18}}{1 - 0,0045 \cdot 3,67} = 4,036 \text{ Вт}^{0,333} / \text{м}^{0,667} \cdot \text{К}$$

$$\alpha = A^3 (t_0 - t'')^2 = 4,036^3 (160 - 140)^2 = 26297 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Тепловой поток, отдаваемый поверхностью нагрева, равен

$$Q = \alpha(t_0 - t'') \cdot F = 26297 \cdot 20 \cdot 4 = 21003760 \text{ Вт}.$$

Масса генерируемого пара равна

$$m = \frac{Q}{r} = \frac{21003760 \cdot 3600}{2144,9 \cdot 10^3} = 35252,7 \text{ кг}/\text{ч}.$$

## Пример 3.2.

Рассчитать критическую плотность теплового потока для воды, которая кипит при давлении  $0,85 \text{ МПа}$ , и аммиака, который кипит при давлении  $0,198 \text{ МПа}$ .

**Решение.** Критическая плотность теплового потока может быть рассчитана из уравнения

$$q_{\text{кр}} = 0,13 \cdot r(\rho'')^{0,5} [\rho\sigma(\rho' - \rho'')]^{0,25}.$$

Физические свойства воды определяются из таблиц теплофизических свойств воды и водного пара по давлению:

$$r = 2270,0 \text{ кДж}/\text{кг}; \quad \rho' = 961,5 \text{ кг}/\text{м}^3; \\ \sigma = 443 \cdot 10^{-4} \text{ Н}/\text{м}; \quad \rho'' = 0,507 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

Имеем

$$q_{\text{кр}} = 0,13 \cdot 2270 \cdot 10^6 (0,507)^{0,5} \times \\ \times [9,81 \cdot 443 \cdot 10^{-4} (961,5 - 0,507)]^{0,25} = 508423 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

Физические характеристики для аммиака при давлении  $0,198 \text{ МПа}$ :

$$r = 1,325 \cdot 10^3 \text{ кДж}/\text{кг}; \quad \rho' = 664,6 \text{ кг}/\text{м}^3; \\ \sigma = 3,84 \cdot 10^{-2} \text{ Н}/\text{м}; \quad \rho'' = 1,625 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

Критическая плотность теплового потока для аммиака

$$q_{\text{кр}} = 0,13 \cdot r(\rho'')^{0,5} [\rho\sigma(\rho' - \rho'')] = \\ = 0,13 \cdot 1,325 \cdot 10^6 \cdot 1,625 \times \\ \times [9,81 \cdot 3,84 \cdot 10^{-2} (664,6 - 1,625)]^{0,25} = \\ = 8,73 \cdot 10^5 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

## Пример 3.3.

В трубопроводах испарителя холодильной машины кипит фреон-12. Скорость циркуляции фреона  $\omega = 40 \text{ кг}/\text{ч}$ , температура насыщения  $t'' = -10^\circ\text{C}$ , внутренней поверхности стенки  $t_0 = -6^\circ\text{C}$ , внутренний диаметр трубопроводов  $d = 14 \text{ мм}$ . Рассчитать коэффициенты теплоотдачи от поверхности трубопроводов к кипящей жидкости.

**Решение.** Коэффициент теплоотдачи при кипении фреонов можно рассчитать из уравнения, предложенного Богдановым С.Н.

$$\alpha = 58,8 \frac{q^{0,6} m^{0,2}}{d^{0,6}} f(p).$$

Значения функции  $f(p)$  находятся в зависимости от температуры насыщения фреона из таблицы

$t, ^\circ\text{C}$	$f(p) \cdot 10^2, \text{ Дж}/(\text{кг}^{0,2} \cdot \text{с}^{0,2} \cdot \text{К})$				
	11	12	22	113	142
-30	0,57	1,46	1,64	—	1,00
-10	0,82	1,80	2,02	—	1,26
+10	1,04	2,12	2,54	0,69	1,55
+30	1,36	2,54	3,01	0,88	1,94

Приведенную выше формулу можно представить в виде

$$\alpha = 2,652 \cdot 10^4 \frac{(t_0 - t'')\omega^{0,5}}{d^{1,5}} f(p) = 2,652 \cdot 10^4 \times \\ \times \frac{(-6 + 10)^{1,5} \left(\frac{40}{3600}\right)^{0,5} (1,8 \cdot 10^{-2})^{2,5}}{(0,014)^{1,5}} = \\ = 584 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

### Пример 3.4.

Рассчитать коэффициенты теплоотдачи у внутренней поверхности трубопровода диаметром 0,018 м. По трубопроводу транспортируется кипящая вода со скоростью  $w = 1$  м/с, давление  $p = 0,8$  МПа. Температура поверхности трубопровода  $173$  °С.

**Решение.** При пузырьковом кипении жидкостей Лабунцов Д.А. рекомендует следующие выражения:

$$\text{При } \frac{\alpha_k}{\alpha_w} < 0,5, \quad \alpha = \alpha_w;$$

$$\text{при } \frac{\alpha_k}{\alpha_w} > 2, \quad \alpha = \alpha_k; \quad \frac{\alpha_k}{\alpha_w} = \frac{4\alpha_w + \alpha_k}{5\alpha_w - \alpha_k}.$$

Эти формулы справедливы для воды при давлениях от  $1 \cdot 10^5$  до  $86 \cdot 10^5$  Па, скоростях от 0,2 до 6,7 м/с и при объемном паросодержании до 70 %, где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи при вынужденном движении жидкости в трубопроводах,  $\alpha_k$  — коэффициент теплоотдачи при развитии пузырькового кипения в большом объеме, определяемый из формул:

$$\text{если } Re. \geq 10^{-2}, \quad Nu. = 0,125 Re^{0,65} Pr^{0,333};$$

$$\text{если } Re. \leq 10^{-2}, \quad Nu. = 0,625 Re^{0,5} Pr^{0,333}, \quad \text{где}$$

$$Re. = \frac{ql.}{r\rho''v}, \quad Nu. = \frac{\alpha l.}{\lambda}, \quad Pr = \frac{v}{\alpha'}, \quad l. = \frac{c_p \rho' \sigma T''}{(r\rho'')^2}.$$

$$\text{Или } Nu. = 2,63 \cdot 10^{-3} \left( \frac{\lambda \Delta t}{r\rho''v} \right)^{1,86} \cdot Pr^{0,952},$$

$$\text{если } \frac{\lambda \Delta t}{r\rho''v} p^{0,333} \geq 1,6;$$

$$Nu. = 3,91 \cdot 10^{-3} \left( \frac{\lambda \Delta t}{r\rho''v} \right)^{1,86} \cdot Pr^{0,667},$$

$$\text{если } \frac{\lambda \Delta t}{r\rho''v} p^{0,333} \leq 1,6,$$

где  $\alpha_w$  — коэффициент теплоотдачи при турбулентном движении однофазной жидкости в трубопроводах, определяемый из формулы:

$$Nu_{\infty} = 0,021 Re_{\infty}^{0,8} Pr_{\infty}^{0,43} \left( \frac{Pr_{\infty}}{Pr_0} \right)^{0,25} \cdot \epsilon_1.$$

Рассчитаем коэффициент теплоотдачи при движении однофазной жидкости  $\alpha_w$ . Если  $p = 0,8$  МПа, тогда из таблиц теплофизических характеристик имеем:

$$t'' = 170,4 \text{ °С}, \quad v_{\infty} = 0,181 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с},$$

$$\lambda_{\infty} = 0,679 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}), \quad Pr_{\infty} = 1,05, \quad Pr_0 = 1,04,$$

$$Re_{\infty} = \frac{wd}{v_{\infty}} = \frac{1 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{0,181 \cdot 10^{-6}} = 99400.$$

$$\text{Число Нуссельта равно } Pr_{\infty}^{0,25} \\ Nu_{\infty} = 0,021 Re_{\infty}^{0,8} Pr_{\infty}^{0,43} \left( \frac{Pr_{\infty}}{Pr_0} \right)^{0,25} =$$

$$= 0,021 \cdot (99400)^{0,8} \cdot (1,05)^{0,43} \left( \frac{1,05}{1,04} \right)^{0,25} = 213.$$

Коэффициент теплоотдачи будет

$$\alpha_w = Nu_{\infty} \frac{\lambda_{\infty}}{d} = 213 \frac{0,679}{18 \cdot 10^{-3}} = 8040 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении в большом объеме равен:

$$l. = 1,07 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \quad \frac{\lambda}{r \cdot \rho'' \cdot v} = 44,2 \cdot 10^{-2} \text{ 1}/\text{С};$$

$$\Delta t = t_0 - t'' = 173 - 170,4 = 2,6 \text{ °С},$$

$$\frac{\lambda \Delta t}{r\rho''v} = 44,2 \cdot 10^{-2} \cdot 2,6 = 1,15;$$

$$\frac{\lambda \Delta t}{r\rho''v} Pr^{0,333} = 1,15(1,05)^{0,333} = 1,17 < 1,6.$$

Поэтому расчет выполним по формуле

$$Nu. = 3,91 \cdot 10^{-3} \left( \frac{\lambda \Delta t}{r\rho''v} \right)^{1,86} \cdot Pr^{0,667} = \\ = 3,91 \cdot 10^{-3} \cdot 1,15(1,05)^{0,667} = 4,67 \cdot 10^{-3}.$$

Коэффициент теплоотдачи равен

$$\alpha_k = Nu. \frac{\lambda}{l.} = 4,67 \cdot 10^{-3} \frac{0,679}{1,07 \cdot 10^{-6}} = 2960 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Отношение коэффициентов теплоотдачи

$$\frac{\alpha_k}{\alpha_w} = \frac{2960}{8040} = 0,368.$$

Так как  $\frac{\alpha_k}{\alpha_w} < 0,5$ , то интенсивность теплообмена определяется целиком вынужденным движением  $\alpha = \alpha_w = 8040 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$

### Литература к главе 3

Беляев Н.М. Основы теплопередачи: учебник. Киев: Выща шк. Головное изд-во, 1989.

Исаченко В.П. [и др.] Теплопередача: учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. М.: «Энергия», 1975.

Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979.

Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление: справочное пособие. М.: «Энергоатомиздат», 1990.

Луканин В.Н. [и др.] Теплотехника: учебник для вузов. 2-е изд., перераб. М.: Высш. шк., 2000.

*Мак-Адамс В.Х.* Теплопередача. М.: Металлургиздат, 1961.

*Михеев М.А.* Основы теплопередачи. М. – Л.: ГЭИ, 1956.

*Несис Е.И.* Кипение жидкостей. М.: Наука, 1973.

Справочник по теплообменникам. В 2-х т. Т.1 / пер. с англ.; под ред. Б.С. Петухова, В.К. Шикова. М.: «Энергоатомиздат», 1987.

*Толубинский В.И.* Теплообмен при кипении. Киев: Наук. думка, 1980.

*Тонг Л.* Теплоотдача при кипении и двухфазное течение. М.: Мир, 1969.

*Уонг Я.* Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров. М.: Атомиздат, 1979.

*Хьюитт Д., Холл – Тайлер Н.* Кольцевые двухфазные течения. М.: «Энергия», 1974.

*Хрусталеv Б.М., Несенчук А.П.* [и др.] Техническая термодинамика: учебник в 2-х ч. Ч. 1. Минск.: УП «Технопринт», 2004.

*Хрусталеv Б.М., Несенчук А.П.* [и др.] Техническая термодинамика: учебник в 2-х ч. Ч. 2. Минск.: УП «Технопринт», 2004.

*Хрусталеv Б.М., Несенчук А.П.* [и др.] Тепло- и массообмен: учеб. пособие. Ч. 1/ под общ. ред. Несенчука А.П. Минск: БНТУ, 2007.

*Jakob M.* Heat transfer. New York: Wiley, 1949. Vol. 1.

## АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Термины, имеющие в своем составе несколько отдельных слов, расположены по алфавиту своих главных слов (обычно имен существительных).

Запятая, стоящая после некоторых слов, указывает на то, что при применении данного термина, слова, стоящие после запятой, должны предшествовать словам, находящимся до запятой: например, термин «среда, сплошная» следует читать «сплошная среда».

Термины, состоящие из двух имен существительных, помещены в указателе соответственно слову, стоящему в именительном падеже.

### А

Абсолютная несмачиваемость .....	110
Адгезия .....	141
Адсорбция.....	142
Активные центры парообразования .....	176
Архимеда число .....	114

### Б

Балки шагающие.....	22, 23
Безразмерная температура .....	17
— толщина пленки конденсата.....	120
Бейкера диаграмма (кипение).....	230
Блюм.....	10, 22
Больцмана постоянная (конденсация).....	115
Больцман Л. ....	179
БМЗ (Республика Беларусь).....	80

### В

Вейник А.И. ....	12
Вентиляторная градирня (кипение) .....	168
Влияние на теплоотдачу при конденсации:	
— скорости пара.....	126, 246
— конденсата .....	126
— давления.....	190, 191, 198
Внутренняя задача (теплопроводность).....	18
Возникновение пузыря пара (кипение) .....	172
Волновое движение пленки конденсата .....	115

Время испарение капли (зависимость от температуры) .....	228
Второго рода кризис (кипение).....	215
Вукалович М.П. ....	165
Высыхание пленки конденсата (механизм).....	238

### Г

Газовый зародыш (кипение) .....	176
Герца-Кнудсена уравнение .....	115
Гиббс Д.В. ....	178
Гидрофильность.....	107
Гидрофобный цемент.....	111
— слой .....	111
Гольдфарб Э.М. ....	13
Градирня (кипение).....	168
Греющей поверхности температура (под паровым пузырем).....	183

### Д

Давление в пузыре (кипение) .....	176
— приведенное .....	191
Данные экспериментальные по теплоотдаче (кипение, сравнение данных).....	196
Движение кольцевое (кипение).....	229, 231
— волновое (кипение).....	229, 231
— пробковое (кипение).....	229, 231
— пузырьковое (кипение).....	229, 231
— расслоенное (кипение).....	229, 231
— снарядное (кипение).....	229, 231
— эмульсионное (кипение).....	230, 231
Движение пленки (конденсата) волновое... ..	115
Деградация и рост пузыря (кипение).....	186
Десублимация.....	107
Дефективная заготовка .....	81
Диаграмма Бейкера (кипение).....	230, 231
Диаметр эквивалентный .....	219
Диссоциация.....	12, 13
Доля жидкости в парожидкостной смеси ...	220

### Ж

Жидкости стратификация .....	139
Жидкость однородная (кипение).....	163
— недогретая .....	208
Жинабо схема трубного пучка .....	149

- З**
- Заготовка (тело) массивная ..... 80  
 — дефективная ..... 80  
 Задача внутренняя (теплопроводность) ..... 18  
 Закипание жидкости (тепловой поток) ..... 221  
 Зародыш пузыря пара (кипение) ..... 171, 173  
 — газовый ..... 176  
 Змеевик (испарение) ..... 232  
 — стратификация ..... 232  
 Значения коэффициентов теплоотдачи (локальные значения) при турбулентном течении ..... 121
- И**
- Излучение от стенок (расчет) ..... 70  
 Излучения коэффициент ..... 233  
 Изменение температуры греющей поверхности под пузырем (кипение) ..... 183  
 — теплоотдающей поверхности (кипение) ..... 192  
 Изотермы ..... 16  
 Интегральных преобразований метод ..... 34  
 Интенсивность теплоотдачи (конденсация) ..... 134  
 Интенсификация конденсации ..... 146  
 Испарение капли (зависимость от температуры) ..... 228  
 — в змеевиках (стратификация) ..... 232
- К**
- Канторович Л.В. .... 84  
 Кипение:  
 — в условиях насыщения ..... 165  
 — в условиях недогрева ..... 165  
 — начало ..... 182  
 — пленочное ..... 165, 170  
 — пузырьковое ..... 163, 165  
 Кипение металлов ..... 240  
 Кипение однородной жидкости ..... 163  
 — в объеме ..... 163  
 — на твердой поверхности ..... 163  
 — пленочное ..... 201  
 — поверхностное ..... 205  
 — развитое поверхностное ..... 206  
 Кирпичев М.В. .... 17  
 Клаузиус Р. .... 176  
 Кнудсеновский слой ..... 114  
 Когезия ..... 141  
 Количество массопередачи ..... 108  
 Колодец нагревательный ..... 52, 74  
 Конденсата расход массовый ..... 117  
 Конденсата температура средняя ..... 113  
 Конденсатор паровой турбины ... 102, 107, 108  
 — технологической установки ..... 103—105  
 Конденсация (однородная жидкость) 106, 119  
 — в объеме ..... 107  
 — интенсификация ..... 146  
 — капельная ..... 110  
 — контактная (пленочная) ... 107, 109, 110  
 — модель ..... 113  
 — на поверхности ..... 107  
 — общие сведения ..... 107  
 — — расчетные формулы ..... 156  
 — смешанная ..... 124  
 — средняя массовая скорость ..... 113  
 Коридорный трубный пучок ..... 149  
 Корреляция теплоотдачи (кипение) ..... 233  
 — для оценки критической скорости ... 240  
 Котел паровой:  
 — большой (энергетический) производительности ..... 166  
 — небольшой производительности ..... 164  
 Котел-утилизатор ..... 167  
 Коэффициент излучения (кипение) ..... 222  
 Коэффициент теплоотдачи (для пленки конденсата) ..... 112, 113, 119  
 — кажущийся ..... 195  
 — конденсации ..... 114  
 — подавления (кипение) ..... 225  
 Коэффициенты угловые ..... 64  
 — линейного расширения ..... 83, 84  
 — Пуассона ..... 83  
 — упругости ..... 83  
 Краевой угол (кипение, связь с поверхностным натяжением) ..... 176  
 — — мениск ..... 188  
 Кратность циркуляции (кипение) ..... 219  
 Кривые изменения радиуса пузырей во времени ..... 209



Кризис теплоотдачи.....	213	— перегрев жидкости (кипение).....	182
— первого рода .....	215	— размер парового пузыря.....	179
— второго рода.....	215	Многомерная теплопроводность .....	16
Критическая плотность теплового потока (кипение) .....	163	Модель конденсатообразования .....	113
Критический радиус (кипение) .....	174	Модель нагрева (обобщенная) .....	72
Критический тепловой поток: .....		Модуль роста парового пузыря.....	185
— влияние давления.....	217	Модуль упругости.....	83
— влияние диаметра трубы .....	217	Молье Рихард .....	169
Кутателадзе С.С. ....	141		

### Л

Ламинарная пленка конденсата.....	132, 135
Лапласа формула (кипение) .....	182
Линейное расширение.....	83
Лиофильность.....	111, 141
Лиофобность.....	111, 141
Локальная теплоотдача (конденсация).....	121
Лыков А.В. ....	11

### М

Максимальная нагрузка поверхности нагрева (кипение).....	204
Мартинелли параметр (кипение).....	225
Массивная заготовка (тело).....	80
Массовая скорость конденсации.....	113
Массовое паросодержание.....	215
Массопередача (количество).....	108, 137
Массы поток .....	114
Мениск и краевой угол .....	188
Местное кипение.....	169
Металл (кипение) .....	240
Метастабильное состояние.....	173
Метод интегральных преобразований .....	34
— сеток .....	44
Механизм высыхания пленки конденсата ..	238
Механизм образования волнового течения (конденсация).....	139
— капельной конденсации (по Эйкену) ..	144
— кризиса при кипении с недгре- вом.....	209, 210
— образования пузыря пара.....	171
Микрослой (парообразование, схема).....	185
Минимальный радиус зародыша (парообразо- вания) .....	177

### Н

Нагревательный колодец.....	52, 74
Нагрев (расчет) .....	10
— влияние разных факторов .....	52
— (напряжения) .....	14
— обобщенная модель .....	72
— (одномерный).....	13
Нагрузка поверхности нагрева максимальная (кипение).....	204
Нагрузка трубопровода по конденсату .....	149
— тепловая (кипение).....	195
Напряжения при нагреве .....	81
— распределение в сечении .....	90
— температурные.....	83
Насыщения температура.....	108, 112
Натяжение поверхностное .....	110
Начало кипения.....	182
Недогретая жидкость (кипение).....	208
Несмачиваемость (поверхности абсо- лютная) .....	110
Номограммы расчетные (произвольная форма).....	25—33
Нуссельт В. ....	196

### О

Область высокой скорости жидкости (кипе- ние):	
— высокой скорости.....	236
— малой скорости .....	236
Обобщенная модель нагрева .....	72
Обобщение опытных данных при ки- пении .....	199
Обобщенный размер.....	19
Обработка (механическая) теплоотдающей поверхности (кипение).....	189
Образование волнового течения (конденса- ция, механизм образования течения) .....	139

- Образование пузырей:
- действующие силы ..... 171
  - зародыша (кипение) ..... 175
  - механизм ..... 171
  - микрослоя ..... 185
- Обтекание поперечное (кипение) ..... 236
- Объем конденсата удельный ..... 120
- Объем кипящей жидкости (температурное поле) ..... 193
- Объемный расход (пара, жидкости) ..... 219
- Одномерный нагрев ..... 13
- Однородная жидкость (кипение) ..... 163
- Основные режимы течения парожидкости в трубах (кипение) ..... 223
- Особые случаи кипения ..... 240
- — кипение металла ..... 240
  - — кипение на ребристой поверхности ..... 244
  - — кипение тонких пленок ..... 242
- Остроградский М.В. .... 170
- Относительная скорость пара ..... 113
- энтальпия (кипение) ..... 219
- Относительное переохлаждение ..... 113
- Отрывной радиус парового пузыря ..... 180, 181
- П**
- Пара относительная скорость ..... 113
- Параметр Мартинелли ..... 225
- Параметры (кипение):
- истинные ..... 219
  - расходные ..... 219
- Паровая фаза в перегретой жидкости ..... 173
- Паровой котел ..... 164, 166
- Паровая турбина (ротор) ..... 99–101
- — в сборе ..... 100
  - — конденсатор ..... 102
  - — со снятой верхней крышкой цилиндра ..... 101
- Парожидкостная смесь (доля жидкости или пара) ..... 220
- — течение ..... 222
- Парообразования (кипение) центры ..... 163, 175
- Парообразования центры ..... 175
- Паросодержание (кипение) ..... 215, 224
- Первая критическая плотность теплового потока ..... 163
- Первого рода кризис (кипение) ..... 215
- Перегрев жидкости (кипение, минимальный) ..... 182
- Перегретая жидкость (образование паровой фазы) ..... 173
- Переменные теплофизические характеристики (нагревание тел) ..... 44, 47
- Переохлаждение относительное ..... 113
- Переход фазовый (кипение) ..... 173
- Периметр садки и стенок эффективный .... 69
- Печь с шагающими балками ..... 22, 23
- полуметодическая толкательная ..... 23
- Пластина конечных размеров (произвольная форма) ..... 16
- решение модели ..... 18, 19, 21
  - физико-математическая модель ..... 17, 20
- Пластичность стали ..... 80
- Пленка конденсата (толщина) ..... 117
- турбулентная (течение) ..... 118, 133
  - число Re пленки ..... 129
  - — ламинарная ..... 132
- Пленочная конденсация ..... 107, 108, 110
- — теплоотдача ..... 128
- Пленочное кипение ..... 201
- Плотность теплового потока ( $q_{кр.1}$  и  $q_{кр.2}$ ) .. 196
- Плотность теплового потока:
- вторая критическая ..... 163
  - первая критическая ..... 163
- Поверхностное кипение ..... 205
- Поверхностное кипение ..... 169
- натяжение ..... 176
- Поверхностное натяжение ..... 110
- Покрытия гидрофобные ..... 111
- Поля изотерм ..... 16
- Поверхность Хитачи ..... 247
- Поглощение теплоты металлом ..... 72
- Поперечное обтекание трубки (кипение) ... 236
- Постоянная Больцмана ..... 115
- Поток массы ..... 114
- Поток (тепловой) закипания жидкости ..... 221
- Предел упругости стали  $\sigma$ , ..... 86
- Приведенное давление ..... 191

- Произвольная форма (тела)..... 16
- Профилированные поверхности (конденсация) ..... 145
- Пузырь пара (рост, кипение)..... 171
- — возникновение ..... 172
- — форма ..... 180
- Пузырьковое кипение ..... 163
- Пучки трубные (кривая кипения)..... 237
- — кипение на поверхности труб..... 237
- Р**
- Работа образования зародыша (кипение)..... 175, 178
- Равновесная конденсация..... 154
- Радиус критический (кипение)..... 174
- минимальный зародыша..... 177
- Развитое поверхностное кипение ..... 206
- Размер обобщенный ..... 19
- Размер парового пузыря (минимальный)... 179
- — изменение во времени..... 209
- — отрывной.....180, 181
- Раскрытия угол (кипение)..... 176
- Распределение напряжений ..... 90
- Расход конденсата массовый ..... 117
- объемный (пара, жидкости)..... 219
- Расчет (совместный) излучения и конвекции ..... 69
- Расчет тел классической формы при переменных  $\lambda$ ,  $c_p$  и  $\rho$ ..... 44
- Расчет температурных напряжений при различных граничных условиях (нагрев)..... 87
- линейное изменение температуры поверхности..... 87, 92
- мгновенное изменение температуры поверхности..... 84, 91
- постоянная температура печи..... 90, 94
- постоянный тепловой поток..... 88, 93
- Расчетные номограммы (произвольная форма тел)..... 25—33
- Расширение линейное ..... 83
- Ребристые поверхности (кипение)..... 244
- Режимы кипения..... 165
- Режимы течения (конденсация пленочная)..... 136, 139
- — парожидкости..... 223
- течения:
- — вспененное ..... 136
- — клочкообразное ..... 136
- — кольцевое ..... 136
- — пробковое ..... 136
- — пузырьковое..... 136
- Рихард Мольте ..... 169
- Розенгарт Ю.И. .... 14
- Рост парового пузыря (уравнение) ..... 184
- — — (модуль роста) ..... 185
- Ротор паровой турбины..... 99, 101
- РУП «БМЗ» (Республика Беларусь) ..... 80
- С**
- Самойлович Ю.А. .... 12
- Сеток метод (расчет нагревания)..... 44
- Симметричный нагрев (охлаждение)..... 17
- Скорость конденсации массовая ..... 113
- критическая (стратификация)... 230, 231
- массовая ..... 216
- пара (относительная) ..... 113
- Скорость обтекания жидкостью (кипение):
- высокая ..... 236
- малая ..... 236
- очень малая..... 236
- Слой кнудсеновский ..... 114
- Смачивания угол (краевой угол) ..... 111
- Смешанная конденсация ..... 124
- Совместный расчет излучения и конвекции ..... 69
- Сопrotивление термическое (конденсация)..... 111, 112
- Состояние метастабильное ..... 173
- Состояние садки термонапряженное ..... 82
- Состояние термонапряженное ..... 80
- Средняя температура конденсата..... 113
- Сталь (пластичность)..... 80
- Сталь (теплопроводность)..... 11,12
- Степанчук В.Ф. .... 169
- Стенок излучение (расчет) ..... 70
- Степень черноты ..... 66
- — действительная ..... 67
- — приведенная ..... 67
- Стратификация жидкости..... 139, 230, 231

- Сублимация ..... 107
- Схема Жинабо (трубный пучок) ..... 149
- Схема развития течения пленки конденсата ..... 116
- образования пузыря (кипение) ..... 176
- Т**
- Тайц Н. Ю. .... 82, 83
- Тела классической формы (переменные теплофизические характеристики, расчет) ..... 44
- Тела произвольной формы (переменные теплофизические характеристики, расчет) ..... 51
- Тела произвольной формы (постоянные  $\lambda, c_p$  и  $\rho$ , расчет) ..... 16
- Температура безразмерная ..... 17
- Температура конденсата средняя ..... 113
- Температура насыщения ..... 108, 112
- Температура теплоотдающей поверхности (кипение, колебания температуры) ..... 192, 207
- Температурное напряжение ..... 83
- Тепловой поток критический (кипение) ..... 212, 236
- Теплоотдача при пузырьковом кипении (значения коэффициентов) ..... 194, 195
- кажущаяся ..... 195
- корреляция (кипение) ..... 233
- кризис ..... 213
- Теплопоглощение металлом (по Будрину) . 72
- Теплопроводность (стали) ..... 11, 12
- многомерная ..... 16
- Теплофизические характеристики переменные ..... 44, 53–56
- — (влияние на процесс парообразования) ..... 187
- Теплоотдающая поверхность (чистота механической обработки) ..... 188, 189
- Термическое сопротивление (конденсация) ..... 111, 112
- — схема ..... 112
- Термонапряженное состояние ..... 8, 82
- Технологическая установка (конденсатор) . 105
- Течение пленки конденсата ..... 116, 147
- — турбулентное ..... 118, 120, 133, 135
- конденсата (пленочная конденсация) ..... 136
- Толщина слоя конденсата ..... 113, 117
- Трубные пучки (конденсация) ..... 147
- — коридорные ..... 149
- — кривая кипения ..... 237
- — схема Жинабо ..... 149
- Трубопровода нагрузка (конденсация) ..... 149
- Трубопроводы:
- кипения ..... 220
- экономайзерные ..... 220
- Турбина паровая (ротор) ..... 99, 108, 109
- У**
- Угловые коэффициенты ..... 64, 66
- Угол смачивания (краевой угол) ..... 111
- краевой ..... 111
- угол раскрытия (кипение) ..... 176
- Удельный объем конденсата ..... 120
- Упругости предел ( $\sigma_y$ ) стали ..... 86, 87
- Уравнение неявного вида (теплопроводность) ..... 47
- Герца-Кнудсена ..... 115
- Уравнение роста парового пузыря ..... 184
- Условие возникновения кипения ..... 172
- Устойчивость фаз (кипение) ..... 173
- Ф**
- Фаза паровая в перегретой жидкости ..... 174
- Фаз устойчивость (условия, кипение) ..... 173
- Фазовый переход (кипение) ..... 173
- Факторы, влияющие на нагрев:
- асимметрии нагрева ..... 53, 61–63
- коэффициента излучения ..... 53, 61, 62
- начальной неравномерности ..... 53, 58, 60
- размера слитка ..... 53
- температурного графика ..... 53, 60
- химсостава ..... 53, 56–58
- Факторы, влияющие на теплообмен при кипении ..... 246
- Физические свойства сталей и сплавов (ссылка на литературу) ..... 83
- Форма пузыря (кипение) ..... 180, 182, 184, 187
- Формула Лапласа (кипение) ..... 182
- Формулы для расчета конденсации ..... 156
- — кипения ..... 249
- Флюктуация ..... 107, 173

## Х

Характеристики теплофизические стали (зависимость от температуры).....	53—56
Характерный размер (кипение).....	201
Хитачи поверхность .....	247

## Ц

Цемент гидрофобный.....	111
Центры парообразования (кипения жидкости).....	163, 175, 176, 181
Цилиндр конечных размеров .....	19
— решение модели.....	20, 22
— физико-математическая модель.....	19, 21
Циркуляции кратность (кипение).....	219

## Ч

Частота отрыва пузырей (кипение).....	180
Черноты степень .....	66
— — приведенная.....	67
— — действительная .....	67
Число Архимеда .....	114
— Рейнольдса пленки конденсата..	129, 135
— Якоба (кипение) .....	184
Чистота обработки теплоотдающей поверхности.....	188, 189

## Ш

Шагающие балки .....	22
Шагающий под печи.....	80
Шар (модель и решение) .....	20

## Э

Эвтектика .....	154
Эквивалентный диаметр.....	219
Экспериментальные данные по теплоотдаче (кипение, сравнение данных).....	196
Экономайзерные трубопроводы (в отличие от трубопроводов кипения) .....	220
Электропечь .....	3
Эмульсия .....	221
Энергетический котел паровой.....	166
Энтальпия относительная .....	219
Эффективный периметр садки .....	69
— — стенок .....	69

## Я

Ядерная конденсация .....	107
Ядра конденсации .....	107
Якоба число (кипение).....	184

# СОДЕРЖАНИЕ

## 1-й части книги «Тепло- и массообмен»

Учебники и учебные пособия, рекомендуемые при изучении курса  
«Тепло- и массообмен»

Предисловие

Введение

Алфавитный указатель русских терминов

Терминология

Буквенные обозначения (в алфавитном порядке)

### Раздел I. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

#### Глава 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Метод изучения процессов тепло- и массообмена стационарных и промышленных теплотехнологий

1.2. Система. Виды теплообмена в процессах стационарных и промышленных теплотехнологий

1.2.1. Система

1.2.2. Виды теплообмена и способы передачи теплоты

1. Понятие потока теплоты

2. Виды теплообмена

3. Теплоотдача и теплопередача

Литература к главе 1

Примеры решения задач к главе 1

#### Глава 2. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ

2.1. Одно- и многомерное температурное поле

2.2. Классификация системы (совокупности тел), в которой происходит теплообмен

2.2.1. Тела классической и произвольной формы

Литература к главе 2

Примеры решения задач к главе 2

#### Глава 3. УСЛОВИЯ ОДНОЗНАЧНОСТИ РЕШЕНИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА (КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ)

3.1. Понятие граничных условий

3.1.1. Граничное условие 1-го рода

3.1.2. Граничное условие 2-го рода

3.1.3. Граничное условие 3-го рода

3.2. Термически массивные и тонкие тела

Литература к главе 3

Примеры решения задач к главе 3

#### Глава 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛООБМЕНА

4.1. Уравнение теплообмена

4.2. Уравнение теплопроводности

4.3. Уравнение движения

4.4. Уравнение сплошности

Литература к главе 4

Примеры решения задач к главе 4

#### Глава 5. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

5.1. Сущность теории подобия

5.1.1. Класс, группа и единичное явление

5.1.2. К выводу математического аппарата теории подобия

5.2. Теоремы подобия

5.2.1. Первая теорема подобия

5.2.2. Вторая теорема подобия

5.2.3. Третья теорема подобия

5.3. Методы обобщения данных опыта

- 5.4. Метод анализа размерностей
- 5.5. Гидродинамическое подобие физических процессов
- 5.6. Тепловое подобие физических процессов
- Литература к главе 5
- Примеры решения задач к главе 5

## Раздел II. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ, КОНВЕКЦИЯ, ТЕПЛОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ТЕПЛОПЕРЕДАЧА И ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ

### Глава 1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

- 1.1. Коэффициент теплопроводности твердых тел и однородных жидкостей (капельных и газообразных)
  - 1.1.1. Коэффициент теплопроводности огнеупорных и теплоизоляционных материалов
  - 1.1.2. Коэффициент теплопроводности металлов
  - 1.1.3. Коэффициент теплопроводности капельных и газообразных жидкостей
- 1.2. Теплопроводность пластины (плоская стенка)
  - 1.2.1. Теплопроводность однослойной плоской стенки
  - 1.2.2. Теплопроводность многослойной плоской стенки
- 1.3. Теплопроводность цилиндра (цилиндрическая стенка)
  - 1.3.1. Теплопроводность однослойной цилиндрической стенки
  - 1.3.2. Теплопроводность многослойной цилиндрической стенки
- 1.4. Теплопроводность шаровой стенки
  - 1.4.1. Теплопроводность однослойной шаровой стенки
- 1.5. Классические методы реализации физико-математической модели нестационарной одномерной теплопроводности с постоянными теплофизическими характеристиками
  - 1.5.1. Метод разделения переменных
  - 1.5.2. Метод элементарных источников (метод МЭИ)
  - 1.5.3. Метод конечных разностей

Литература к главе 1

Примеры решения задач к главе 1

### Глава 2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

- 2.1. Нестационарная теплопроводность в телах классической формы с постоянными тепло-

физическими характеристиками. Нагрев (охлаждение) тел классической формы

- 2.1.1. Нестационарная теплопроводность в пластине

- 1. Граничное условие 1-го рода
- 2. Граничное условие 2-го рода
- 3. Граничное условие 3-го рода

- 2.1.2. Нестационарная теплопроводность в цилиндре

- 1. Граничное условие 1-го рода
- 2. Граничное условие 2-го рода
- 3. Граничное условие 3-го рода

- 2.1.3. Нестационарная теплопроводность в шаре

- 1. Граничное условие 1-го рода
- 2. Граничное условие 2-го рода
- 3. Граничное условие 3-го рода

- 2.1.4. Решение задач о нагреве (охлаждении) тел классической формы с использованием расчетных номограмм

- 1. Нагревание массивного тела классической формы при постоянных теплофизических характеристиках

Литература к главе 2

Примеры решения задач к главе 2

### Глава 3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

- 3.1. Общие сведения
- 3.2. Динамический пограничный слой
  - 3.2.1. Общие характеристики пограничного слоя
  - 3.2.2. Толщина динамического слоя
  - 3.2.3. Уравнение динамического пограничного слоя
- 3.3. Тепловой (термический) пограничный слой
  - 3.3.1. Общие сведения
  - 3.3.2. Уравнение теплового пограничного слоя
- 3.4. Интегральное уравнение теплового пограничного слоя
- 3.5. Решение задач трения в пограничном слое
  - 3.5.1. Касательные напряжения
  - 3.5.2. Расчет трения в ламинарном пограничном слое на пластине
    - 1. Расчет ламинарного пограничного слоя на пластине (несжимаемая жидкость)
  - 3.5.3. Расчет трения в турбулентном пограничном слое
- 3.6. Пограничный слой при течении разреженного газа

### 3.7. Отрыв пограничного слоя от обтекаемой поверхности

3.7.1. Отрыв пограничного слоя и образование вихрей

3.7.2. Ламинарный пограничный слой при сжимаемом течении

### 3.8. Управление пограничным слоем

3.8.1. Отсасывание пограничного слоя

3.8.2. Вдув в пограничный слой вещества

3.8.3. Перемещение (вращательное) обтекаемой стенки

3.8.4. Испарительное охлаждение

Литература к главе 3

Примеры решения задач к главе 3

## Глава 4. ЕСТЕСТВЕННАЯ ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ

### 4.1. Общие сведения

4.1.1. Конвективный теплообмен и гидродинамическое сопротивление

4.1.2. Капельные и газообразные жидкости

4.1.3. Физические свойства жидкости

4.1.4. Определяющие размер и температура системы, в которой совершается теплообмен

1. Усреднение температуры жидкости ( $t_w$ )

4.1.5. Общие сведения о естественной (свободной) конвекции

1. Природа естественной конвекции

2. Допущения Буссинеска

### 4.2. Теплообмен при естественной конвекции в неограниченном пространстве

4.2.1. Вертикальная поверхность (корреляционные зависимости для расчета конвективного теплообмена)

1. Пластина

2. Цилиндр

3. Сфера

4.2.2. Горизонтальная поверхность (корреляционные зависимости для расчета конвективного теплообмена)

1. Общие сведения

2. Пластина

3. Горизонтально расположенный цилиндр

### 4.3. Теплообмен при естественной конвекции в ограниченном объеме

4.3.1. Теплообмен при естественной конвекции в вертикальном ограниченном пространстве (объеме), образованном плоскими поверхностями

1. Характер течений при естественной конвекции в ограниченном пространстве

2. Корреляционные зависимости для расчета конвективного теплообмена у вертикальной плоской стенки (естественная конвекция в вертикальной щели с отношением сторон  $h / \delta$ )

3. Корреляционные зависимости для расчета конвективного теплообмена в вертикальных прямоугольных полостях и прослойках

4. Вертикальные плоскости с большим отношением сторон ( $\frac{h}{\delta} > 1$ )

5. Полости с отношением сторон ( $\frac{h}{\delta} \cong 1$ )

6. Полости с малым отношением сторон ( $\frac{h}{\delta} < 1$ )

4.3.2. Теплообмен в ограниченном объеме, образованном вертикальной цилиндрической поверхностью

1. Конвекция между вертикальными цилиндрами с постоянной температурой  $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$  при условии, что зазор достаточно велик по сравнению с толщинами пограничных слоев (коаксиальные цилиндры)

2. Конвекция в узком кольцевом зазоре при  $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$  и изоляции торцевых поверхностей (коаксиальные цилиндры)

3. Для цилиндров (при  $t_{01} \neq t_{02} = \text{const}$ ), расположенных от отношению друг к другу эксцентрично

4.3.3. Замкнутые сферические контуры

4.3.4. Теплообмен при естественной конвекции в горизонтальном ограниченном пространстве (объеме)

1. Полости, образованные горизонтальными плоскими стенками (горизонтальная щель)

2. Полости, образованные горизонтальными стенками и теплоизолированными торцевыми пластинами (слои ограниченной протяженности)

3. Прослойки, образованные сферами

4. Кольцевые замкнутые контуры (горизонтальные)

Литература к главе 4

Примеры решения задач к главе 4

## Глава 5. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

### 5.1. Общие сведения

5.2. Теплообмен при движении жидкости вдоль пластины



- 5.2.1. Гидродинамика потока при обтекании пластины
- 5.2.2. Теплообмен при обтекании пластины
- 5.3. Теплообмен при движении жидкости в каналах
  - 5.3.1. Ламинарное движение жидкости
  - 5.3.2. Профили скоростей жидкости по сечению цилиндра
  - 5.3.3. Участок гидродинамической стабилизации потока жидкости
  - 5.3.4. Участок тепловой стабилизации
  - 5.3.5. Расчет теплопереноса при ламинарном режиме
  - 5.3.6. Турбулентное движение жидкости
    - 1. Профиль скоростей при турбулентном течении
  - 5.3.7. Теплоотдача при турбулентном режиме движения жидкости в трубах
  - 5.3.8. Теплообмен при переходном режиме движения жидкости в цилиндрах
    - 1. Характерный (определяющий) размер
    - 2. Теплообмен в изогнутых цилиндрах
- 5.4. Теплообмен при поперечном обтекании цилиндра (трубы)
  - 5.4.1. Гидродинамические особенности поперечного обтекания цилиндра
  - 5.4.2. Распределение касательных напряжений и давления у поверхности горизонтального цилиндра
  - 5.4.3. Расчет теплообмена при вынужденном движении жидкости
- 5.5. Теплообмен при обтекании пучков труб (цилиндров)
  - 5.5.1. Характер движения жидкости в пучке
  - 5.5.2. Теплопередача в поперечно обтекаемых пучках цилиндров
  - 5.5.3. Теплообмен при продольном обтекании трубных пучков

Литература к главе 5

Примеры решения задач к главе 5

## Глава 6. ТЕПЛОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

- 6.1. Основные понятия и определения
  - 6.1.1. Природа теплового излучения
  - 6.1.2. Законы излучения абсолютно черного тела
    - 1. Закон Макса Планка (закон Планка)
    - 2. Закон Вили Вина (закон Вина)
    - 3. Закон Йозефа Стефана-Людвига Больцмана (закон Стефана-Больцмана)
    - 4. Закон Густава Роберта Кирхгофа (закон Кирхгофа)

## 5. Закон Ламберта

### 6.1.3. Понятие углового коэффициента

## 6.2. Излучение в системе твердых тел, разделенных газовой прослойкой

### 6.2.1. Теплообмен в системе твердых тел, разделенных лучепрозрачной прослойкой ( $\epsilon_r$ )

1. Теплообмен излучением между двумя плоскими параллельными поверхностями
2. Теплообмен излучением между тремя плоскопараллельными поверхностями (терморационный экран)
3. Теплообмен излучением между двумя произвольными твердыми поверхностями в замкнутом пространстве при условии, что одна поверхность охватывает другую
4. Тепловое излучение через отверстия в стенках огнетехнических установок и парогенераторов

### 6.2.2. Теплообмен в системе твердых тел, разделенных лучепоглощающей газовой прослойкой ( $1 > \epsilon_r > 0$ )

1. Случай лучистого теплообмена ( $\varphi_{F_2, F_2} \neq 0$ ;  $\varphi_{F_1, F_1} \neq 0$ ), представленный на рис. 6.27
2. Случай лучистого теплообмена ( $1 > \epsilon_r > 0$ ), рис. 6.28
3. Случай лучистого теплообмена, представленный на рис. 6.29
4. Тепловое излучение в рабочем пространстве нагревательных и термических печей

Литература к главе 6

Примеры решения задач к главе 6

## Глава 7. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

### 7.1. Поток теплоты путем теплопередачи при сложном теплообмене

- 7.1.1. Теплопередача через плоскую стенку
- 7.1.2. Теплопередача через цилиндрическую стенку
- 7.1.3. Теплопередача через шаровую стенку

### 7.2. Управление теплопередачей через твердую поверхность

- 7.2.1. Общие сведения
- 7.2.2. Тепловая изоляция теплоотдающей поверхности
- 7.2.3. Тепловая изоляция
- 7.2.4. Теплопередача через ребристую стенку
  1. Общие сведения
  2. Эффективность ребра
- 7.2.5. Определение коэффициента теплопередачи через ребристую стенку
  1. Коэффициент теплопередачи через ребристую плоскую стенку

7.2.6. Распределения температуры по высоте ребра  $h$

1. Тонкий стержень (бесконечный стержень)
2. Стержень конечной длины

7.2.7. Продольные ребра с плоским основанием (несущая поверхность представлена пластиной)

1. Продольное ребро прямоугольного профиля
2. Оптимальные формы продольных ребер
3. Анализ характеристик продольных ребер
4. Продольное ребро с минимальной массой

7.2.8. Радиальные ребра с цилиндрическим основанием (несущая поверхность представлена цилиндром)

1. Радиальное ребро прямоугольного профиля
2. Радиальное ребро гиперболического профиля
3. Радиальное ребро с минимальной массой

7.2.9. Шипы

1. Шипы произвольного профиля (рис. 7.35)
2. Цилиндрический шип (рис. 7.36)
3. Конический шип (рис. 7.37)

Литература к главе 7

Примеры решения задач к главе 7

## Глава 8. ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ

8.1. Общие сведения

8.1.1. Классификация теплообменных аппаратов

1. Классификация теплообменных аппаратов (теплообменников) по принципу действия
2. Классификация теплообменных аппаратов (теплообменников) по конструктивным признакам

8.1.2. Разновидности кожухотрубных теплообменных аппаратов

8.1.3. Типы поверхности раздела теплоносителей

8.1.4. Тепловой конструкторский и поверочный расчет теплообменников

8.1.5. Движение рабочих жидкостей (теплоносителей) в теплообменнике

1. Схемы движения первичного и вторичного теплоносителей, понятие прямо- и противотока

8.2. Тепловой расчет кожухотрубных теплообменников

8.2.1. Понятие водяных эквивалентов первичного и вторичного теплоносителей

8.2.2. Средний температурный напор между первичным и вторичным теплоносителями

8.3. Расчет конечной температуры рабочих жидкостей

8.3.1. Случай прямоточного движения теплоносителей

8.3.2. Случай противоточного движения теплоносителей

8.4. Гидромеханический расчет теплообменных аппаратов

8.4.1. Общие сведения

8.4.2. Методика гидромеханического расчета теплообменника

8.5. Методики и инженерные расчеты рекуператоров огнетехнических установок

8.5.1. Рекуперативные воздухонагреватели

1. Металлические рекуператоры (воздухонагреватели)

2. Керамические рекуператоры

8.5.2. Методика теплового конструкторского расчета металлического рекуператора

8.5.3. Методика теплового конструкторского расчета керамического рекуператора

Литература к главе 8

Примеры решения задач к главе 8

## ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. Теплофизические свойства газов

Приложение 2. Теплофизические свойства жидкостей

Приложение 3. Свойства твердых веществ

Приложение 4. Модифицированные функции Бесселя первого и второго рода

Приложение 5. Тригонометрические функции

Приложение 6. Коэффициенты местных сопротивлений

Приложение 7. К выбору электрического привода к вентиляторам ВР-12-26 и В-Ц6-28  
Алфавитный указатель

# СОДЕРЖАНИЕ

## 2-й части книги «Тепло- и массообмен»

Учебники и учебные пособия, рекомендуемые при изучении курса «Тепло- и массообмен» ..	5
Предисловие .....	7
<b>Раздел III. Специальные задачи теплопроводности .....</b>	<b>10</b>
<b>Глава 1. Теплопроводность (многомерная) в телах произвольной формы при постоянных теплофизических характеристиках .....</b>	<b>16</b>
1.1. Многомерная теплопроводность при граничных условиях 1-го рода ( $\lambda(T) = \text{const}$ , $c_p(T) = \text{const}$ и $\rho(T) = \text{const}$ ).....	16
1.1.1. Пластина конечных размеров (параллелепипед), охлаждаемая потоками теплоты $q_x$ , $q_y$ и $q_z$ (величины потоков по отношению друг к другу не заданы) .....	16
1.1.2. Цилиндр конечных размеров, охлаждаемый (нагреваемый) потоками теплоты $q_x$ и $q_z$ (величины потоков по отношению друг к другу не заданы) .....	19
1.1.3. Шар .....	20
1.1.4. Задачи на нагревание твердых тел .....	20
1.2. Многомерная теплопроводность при граничных условиях 3-го рода ( $\lambda(T) = \text{const}$ , $c_p(T) = \text{const}$ и $\rho(T) = \text{const}$ ).....	20
1.2.1. Пластина (параллелепипед) конечных размеров, охлаждаемая потоками теплоты $q_x$ , $q_y$ и $q_z$ (величины потоков по отношению друг к другу не заданы) .....	20
1.2.2. Цилиндр конечных размеров .....	21
1.3. Номограммы для расчета температурных полей в телах произвольной формы .....	25
1.3.1. Граничное условие 1-го рода (пластина, цилиндр и шар).....	25
1.3.2. Граничное условие 2-го рода (пластина, цилиндр и шар).....	27
1.3.3. Граничное условие 3-го рода (пластина, цилиндр и шар).....	29
1.4. Нагрев пластины (тело произвольной формы — призма). Использование метода интегральных преобразований .....	34
Примеры решения задач к главе 1 .....	38
Литература к главе 1 .....	42
<b>Глава 2. Теплопроводность при переменных теплофизических характеристиках твердого тела .....</b>	<b>44</b>
2.1. Теплопроводность в телах классической формы (пластина, цилиндр и шар) при переменных теплофизических характеристиках твердого тела .....	44

2.1.1. Расчет температурных полей в пластине и цилиндре при $\lambda(T) \neq \text{const}$ , $c_p(T) \neq \text{const}$ и $\rho(T) \neq \text{const}$ .....	44	<b>Раздел IV. Конденсация и кипение однородных и неоднородных (бинарных) жидкостей.....</b>	99
2.1.2. Решение задач теплопроводности в пластине и цилиндре методом сеток .....	44	<b>Глава 1. Конденсация однородных жидкостей.....</b>	107
1. Температурное поле пластины .....	44	1.1. Общие сведения.....	107
2. Температурное поле цилиндра.....	48	1.1.1. Термическое сопротивление при конденсации .....	111
2.1.3. Результаты расчетов .....	50	1.1.2. Физико-математическая модель конденсатообразования.....	113
2.2. Теплопроводность в телах произвольной формы (пластина и цилиндр) при переменных теплофизических характеристиках твердого тела ..	51	1. Дифференциальные уравнения теплообмена при пленочной конденсации насыщенного пара.....	113
2.2.1. Расчет температурных полей в пластине и цилиндре при $\lambda(T) \neq \text{const}$ , $c_p(T) \neq \text{const}$ и $\rho(T) \neq \text{const}$ при граничных условиях 3-го рода...	51	2. Скорость конденсационного роста пленки. Уравнение Герца-Кнудсена .....	114
1. Влияние химического состава стали .....	56	1.2. Теплоотдача при пленочной конденсации на вертикальной поверхности .....	115
2. Влияние температурного режима печи.....	60	1.2.1. Теплоотдача при ламинарном течении пленки конденсата насыщенного пара.....	115
3. Влияние коэффициента излучения .....	61	1. Пленочная конденсация на вертикальной плоской поверхности.....	116
4. Влияние асимметрии нагрева.....	61	2. Теплоотдача при ламинарном течении пленки конденсата перегретого пара .....	118
2.3. Обобщение математической модели нагрева.....	63	3. Теплоотдача при турбулентном течении пленки конденсата на вертикальной плоской поверхности .....	118
Примеры решения задач к главе 2 .....	75	4. Пленочная конденсация при переходном режиме течения пленки конденсата на вертикальной плоской поверхности.....	119
Литература к главе 2 .....	78	5. Турбулентное течение пленки на вертикальной поверхности при медленном движении пара.....	120
<b>Глава 3. Термонапряженное состояние термически массивных твердых тел при их нагревании .....</b>	80	1.3. Влияние различных факторов на теплоотдачу при пленочной конденсации .....	122
3.1. Термонапряженное состояние массивной садки при нагревании.....	82	1.3.1. Влияние турбулентности на теплоотдачу при пленочной конденсации .....	122
3.1.1. Температурные напряжения при нагреве сплошной пластины .....	83	1.3.2. Влияние на теплоотдачу касательных напряжений на границе раздела жидкость — пар	122
1. Мгновенное изменение температуры поверхности .....	84	1.4. Смешанная конденсация .....	124
2. Линейное изменение температуры поверхности .....	87	1.4.1. Теплоотдача при смешанной конденсации на вертикальной стенке .....	124
3. Постоянный тепловой поток .....	88	1.4.2. Влияние скорости движения пара и конденсата на теплоотдачу.....	126
4. Призма.....	89	1.5. Теплоотдача при пленочной конденсации на цилиндрической поверхности .....	128
5. Постоянная температура печи.....	90	1.5.1. Конденсация на поверхности горизонтальной трубы.....	128
3.1.2. Температурные напряжения при нагреве сплошного цилиндра.....	91	1. Теплоотдача при конденсации пара на внешней поверхности горизонтальной трубы .....	128
1. Общие соображения.....	91		
2. Мгновенное изменение температуры поверхности .....	91		
3. Линейное изменение температуры поверхности .....	92		
4. Постоянный тепловой поток .....	93		
5. Постоянная температура печи.....	94		
3.1.3. Температурные напряжения при нагревании полого цилиндра.....	95		
Литература к главе 3 .....	97		

2. Теплоотдача при конденсации пара на внешней поверхности оребренной горизонтальной трубы.....	131	6. Образование пузырей на твердой поверхности .....	177
1.5.2. Пленочная конденсация на вертикальной цилиндрической поверхности .....	131	7. Минимальный размер парового пузыря....	179
1. Ламинарное течение пленки конденсата ...	131	8. Отрывной размер (радиус) пузыря .....	180
2. Турбулентное течение пленки конденсата .	133	9. Минимальный перегрев жидкости .....	182
1.6. Теплообмен при пленочной конденсации паров в цилиндрической трубе .....	136	10. Начало кипения на поверхности нагрева. 182	
1.6.1. Теплообмен при пленочной конденсации в вертикальной трубе .....	136	3.2.2. Влияние теплофизических характеристик системы на процесс парообразования....	187
1.6.2. Теплообмен при пленочной конденсации в горизонтальной трубе .....	139	1. Влияние теплофизических характеристик теплоотдающей поверхности на процесс парообразования .....	187
1. Режимы течения двухфазных потоков в горизонтальной трубе.....	139	2. Влияние давления на физико-механические процессы при образовании и росте паровых пузырей .....	190
2. Теплообмен при пленочной конденсации в горизонтальных трубах .....	141	3. Изменения температуры теплоотдающей поверхности и кипящей жидкости у центров парообразования.....	192
1.7. Капельная конденсация .....	141	3.3. Теплоотдача при пузырьковом кипении .	194
1.7.1. Теплоотдача при капельной конденсации .....	142	3.3.1. Теплоотдача при пузырьковом кипении в условиях естественной конденсации .....	195
1.7.2. Интенсификация теплоотдачи при капельной конденсации .....	144	3.3.2. Теплоотдача при кипении жидкости в большом объеме.....	195
1.8. Конденсация в трубных пучках .....	147	1. Соотношения для расчета теплоотдачи при кипении жидкости в большом объеме (результаты обработки данных эксперимента).....	197
1.8.1. Теплообмен при конденсации на наружной поверхности горизонтальных трубных пучков, обтекаемых потоком пара сверху вниз .	147	3.4. Теплоотдача при пленочном кипении... 201	
Примеры решения задач к главе 1 .....	150	3.4.1. Теплообмен при пленочном кипении в большом объеме.....	202
Литература к главе 1 .....	151	1. Теплообмен при пленочном кипении на горизонтальной поверхности .....	202
<b>Глава 2. Теплоотдача при конденсации неоднородной (бинарной) жидкости .....</b>	<b>153</b>	2. Теплоотдача при пленочном кипении на вертикальных поверхностях в большом объеме	205
2.1. Конденсация смесей паров, образующих несмешивающиеся жидкости .....	154	3.5. Поверхностное кипение.....	205
Литература к главе 2 .....	161	3.5.1. Парообразование при недогреве жидкости (поверхностное кипение).....	208
<b>Глава 3. Кипение однородных жидкостей ...</b>	<b>163</b>	3.5.2. Механизм кризиса при кипении с недогревом.....	209
3.1. Общие сведения.....	163	3.6. Кризис теплоотдачи при кипении жидкости .....	211
3.1.1. Терминология и качественное описание двухфазных течений .....	165	3.6.1. Кризис теплоотдачи при кипении в условиях свободного движения (в большом объеме) 211	
1. Механизм образования пузырька пара .....	171	1. Уравнение подобия для определения критических тепловых нагрузок .....	211
3.2. Пузырьковое кипение .....	172	2. Критический тепловой поток .....	212
3.2.1. Физические процессы при кипении... 172		3.6.2. Кризис теплоотдачи при кипении в условиях вынужденного движения .....	214
1. Условия равновесия системы «кипящая жидкость – пар» .....	172	1. Критический тепловой поток при движении жидкости в однородно обогреваемых вертикальных трубах .....	216
2. Устойчивость фаз .....	173		
3. Образование паровой фазы в перегретой жидкости .....	173		
4. Центры парообразования .....	175		
5. Классификация активных центров парообразования .....	176		

2. Критический тепловой поток при движении жидкости в каналах сложной формы.....	218
3.7. Теплообмен при кипении в условиях вынужденного движения .....	219
3.7.1. Гидротермодинамические характеристики парожидкостных потоков .....	219
1. Режим течения жидкости при кипении в вертикальных трубопроводах.....	221
3.7.2. Расчет теплообмена при кипении жидкости в вертикальных трубах в условиях вынужденного движения парожидкостной смеси .....	224
3.7.3. Расчет теплообмена при кипении жидкости в горизонтальных трубах в условиях вынужденного движения парожидкостной смеси .....	229
1. Режим течения в горизонтальных трубах в условиях вынужденного движения.....	229
2. Теплоотдача в горизонтальных трубах в условиях вынужденного движения парожидкостной смеси .....	232
3. Кипение на поверхности труб и трубных пучков.....	235
3.8. Особые случаи кипения .....	240
3.8.1. Теплообмен при кипении жидких металлов.....	240
3.8.2. Тонкие пленки кипящей жидкости.....	242
3.8.3. Кипение на ребристой теплоотдающей поверхности .....	244
3.9. Факторы, влияющие на теплообмен при кипении.....	246
Примеры решения задач к главе 3 .....	251
Литература к главе 3 .....	252
Алфавитный указатель.....	254

# CONTENTS

<b>BOOK 2</b>	
Textbooks and manuals recommended for studying course «Heat- and Mass Transfer» .....	5
Foreword .....	7
<b>Part III. Special Tasks of Heat Conduction</b>	<b>10</b>
<b>Chapter 1. Heat conduction (multidimensional) in bodies of unspecified shape with constant thermal and physical characteristics</b> .....	<b>16</b>
1.1. Multidimensional heat conduction at boundary conditions of the first kind ( $\lambda(T) = \text{const}$ , $c_p(T) = \text{const}$ and $\rho(T) = \text{const}$ ) .....	16
1.1.1. Plate of final dimensions (parallelepiped) which is cooled by heat flows $q_x$ , $q_y$ and $q_z$ (flow values in respect of their relationship to each other are not specified) .....	16
1.1.2. Cylinder of final dimensions which is cooled (heated) by heat flows $q_{\perp}$ and $q_{\parallel}$ (flow values in respect of their relationship to each other are not specified) .....	19
1.1.3. Sphere .....	20
1.1.4. Problems on heating solid bodies .....	20
1.2. Multidimensional heat conduction at boundary conditions of the third kind ( $\lambda(T) = \text{const}$ , $c_p(T) = \text{const}$ and $\rho(T) = \text{const}$ ) .....	20
1.2.1. Plate of final dimensions (parallelepiped) which is cooled by heat flows $q_x$ , $q_y$ and $q_z$ (flow values in respect of their relationship to each other are not specified) .....	20
1.2.2. Cylinder of final dimensions .....	21
1.3. Alignment charts for calculation of temperature fields in bodies of unspecified shape ...	25
1.3.1. Boundary conditions of the first kind (plate, cylinder and sphere) .....	25
1.3.2. Boundary conditions of the second kind (plate, cylinder and sphere) .....	27
1.3.3. Boundary conditions of the third kind (plate, cylinder and sphere) .....	29
1.4. Plate heating (body of unspecified shape – prism). Usage of integral conversion method .....	34
Examples of problems' solutions to Chapter 1 .	38
Literature to Chapter 1 .....	42
<b>Chapter 2. Heat conduction with varying thermal and physical characteristics of solid body</b> .....	<b>44</b>
2.1. Heat conduction in bodies of classical shape (plate, cylinder and sphere) with varying thermal and physical characteristics of solid body ..	44
2.1.1. Calculation of temperature fields in plate and cylinder at $\lambda(T) \neq \text{const}$ , $c_p(T) \neq \text{const}$ and $\rho(T) \neq \text{const}$ .....	44

2.1.2. Solution of problems on heat conduction in plate and cylinder using net-point method .....	44	1.1.1. Thermal resistance at condensation.....	111
1. Temperature field of plate .....	44	1.1.2. Physical and mathematical model of condensate formation .....	113
2. Temperature field of cylinder .....	48	1. Differential equation of heat exchange at film condensation of saturated vapour .....	113
2.1.3. Results of calculations .....	50	2. Rate of condensation film growth. Herz-Knudsen equation.....	114
2.2. Heat conduction in bodies of unspecified shape (plate and cylinder) at varying thermal and physical characteristics of solid body .....	51	1.2. Convective heat exchange at film condensation on vertical surface .....	115
2.2.1. Calculation of temperature fields in plate and cylinder at $\lambda(T) \neq \text{const}$ , $c_p(T) \neq \text{const}$ and $\rho(T) \neq \text{const}$ with boundary conditions of the third kind .....	51	1.2.1. Convective heat exchange at laminar flow of condensate film of saturated steam .....	115
1. Influence of steel chemical composition .....	56	1. Film condensation on vertical plane surface .....	116
2. Influence of furnace temperature regime .....	60	2. Convective heat exchange at laminar flow of condensate film of superheated steam .....	118
3. Influence of emissivity .....	61	3. Convective heat exchange at turbulent flow of condensate film on vertical plain surface .....	118
4. Influence of heating asymmetry .....	61	4. Film condensation at transient condition of condensate film flow on vertical plain surface .....	119
2.3. Generalization of mathematical heating model .....	63	5. Turbulent film flow on vertical surface at slow steam motion .....	120
Examples of problems' solutions to Chapter 2 .	75	1.3. Influence of various factors on convective heat exchange at film condensation .....	122
Literature to Chapter 2 .....	78	1.3.1. Influence of turbulence on convective heat exchange at film condensation .....	122
<b>Chapter 3. Thermal stressed state of thermally massive solid bodies at their heating....</b>	80	1.3.2. Influence of tangential stresses on convective heat exchange at liquid-steam boundary .....	122
3.1. Thermal stressed state of massive charge at heating .....	82	1.4. Combined condensation.....	124
3.1.1. Temperature stresses while heating solid plate .....	83	1.4.1. Convective heat exchange on vertical wall at combined condensation .....	124
1. Instantaneous change of surface temperature .....	84	1.4.2. Influence of steam and condensate motion rate on convective heat exchange .....	126
2. Linear change of surface temperature .....	87	1.5. Convective heat exchange on cylindrical surface at film condensation.....	128
3. Constant heat flow .....	88	1.5.1. Condensation on horizontal pipe surface .....	128
4. Prism .....	89	1. Convective heat exchange on external surface of horizontal pipe at steam condensation .....	128
5. Constant temperature of furnace .....	90	2. Convective heat exchange on external surface of ribbed horizontal pipe .....	131
3.1.2. Temperature stresses while heating solid cylinder .....	91	1.5.2. Film condensation on vertical cylindrical surface.....	131
1. General considerations .....	91	1. Laminar flow of condensate film .....	131
2. Instantaneous change of surface temperature .....	91	2. Turbulent flow of condensate film .....	133
3. Linear change of surface temperature.....	92	1.6. Heat exchange in cylindrical pipe at steam film condensation .....	136
4. Constant heat flow .....	93	1.6.1. Heat exchange in vertical pipe at film condensation .....	136
5. Constant temperature of furnace .....	94	1. Regimes of two-phase flows in horizontal pipe .....	139
3.1.3. Temperature stresses while heating hollow cylinder .....	95	2. Heat exchange in horizontal pipes at film condensation .....	141
Literature to Chapter 3 .....	97		
<b>Part IV. Condensation and Boiling of Homogeneous and Non-Homogeneous (Binary) Liquids.....</b>	99		
<b>Chapter 1. Condensation of homogeneous liquids .....</b>	107		
1.1. General information .....	107		



1.7. Dropwise condensation .....	141	3.3.1. Convective heat exchange at nucleate boiling under conditions of natural condensation	195
1.7.1. Convective heat exchange at dropwise condensation .....	142	3.3.2. Convective heat exchange at liquid boiling in large volume .....	195
1.7.2. Intensification of convective heat exchange at dropwise condensation .....	144	1. Relationships for calculating convective heat exchange at liquid boiling in large volume (results of processed experimental data) .....	197
1.8. Condensation in tube banks .....	147	3.4. Convective heat exchange at film boiling	201
1.8.1. Heat exchange on external surface of horizontal tube banks at condensation when the banks are flown by steam flow from top to bottom	147	3.4.1. Heat exchange at film boiling in large volume .....	202
Examples of problems' solutions to Chapter 1	150	1. Heat exchange on horizontal surface at film boiling .....	202
Literature to Chapter 1 .....	151	2. Convective heat exchange on vertical surfaces in large volume at film boiling .....	205
<b>Chapter 2. Convective heat exchange at condensation of non-homogeneous (binary) liquid .....</b>	<b>153</b>	3.5. Surface boiling .....	205
2.1. Condensation of steam mixtures forming non-mixing liquids .....	154	3.5.1. Steam formation with poor heating of liquid (surface boiling) .....	208
Literature to Chapter 2 .....	161	3.5.2. Crisis mechanism in case of boiling with poor heating .....	209
<b>Chapter 3. Boiling of homogeneous liquids ...</b>	<b>163</b>	3.6. Convective heat exchange crisis at liquid boiling .....	211
3.1. General information .....	163	3.6.1. Convective heat exchange crisis at boiling under conditions of free motion (in large volume) .....	211
3.2. Nucleate boiling .....	172	1. Equation of similarity for determination of critical thermal loads .....	211
3.2.1. Physical process at boiling .....	172	2. Critical thermal flow .....	212
1. Conditions for equilibrium of «boiling water - steam» system .....	172	3.6.2. Convective heat exchange crisis at boiling under conditions of forced motion .....	214
2. Phase stability .....	173	1. Critical thermal flow at liquid motion in uniformly heated vertical pipes .....	216
3. Formation of steam phase in superheated liquid .....	173	2. Critical thermal flow at liquid motion in channels of complicated shape .....	218
4. Centres of steam formation .....	175	3.7. Heat exchange at boiling under conditions of forced motion .....	219
5. Classification of active centres of steam formation .....	176	3.7.1. Hydrothermal and dynamic characteristics of steam-liquid flows .....	219
6. Blister formation on solid surface .....	177	1. Regime of liquid flow at boiling in vertical pipelines .....	221
7. Minimum dimension of steam blister .....	179	3.7.2. Calculation of heat exchange at liquid boiling in vertical pipes under conditions of forced motion of steam-liquid mixture .....	224
8. Separation dimension (radius) of blister .....	180	3.7.3. Calculation of heat exchange at liquid boiling in horizontal pipes under conditions of forced motion of steam-liquid mixture .....	229
9. Minimum liquid overheating .....	182	1. Regime of flow in horizontal pipes under conditions of forced motion .....	229
10. Boiling start on heated surface .....	182	2. Convective heat exchange in horizontal pipes under conditions of forced motion of steam-liquid mixture .....	232
3.2.2. Influence of thermal and physical characteristics of system on steam formation process .....	187		
1. Influence of thermal and physical characteristics of heat exchange surface on steam formation process .....	187		
2. Influence of pressure on physical and mechanical processes during formation and growth of steam blisters .....	190		
3. Temperature changes of heat exchange surface and boiling liquid at centres of steam formation .....	192		
3.3. Convective heat exchange at nucleate boiling .....	194		

3. Boiling on pipe and tube bank surfaces .....	235
3.8. Special cases of boiling .....	240
3.8.1. Heat exchange at molten metal boiling .	240
3.8.2. Thin films of liquid boiling .....	242
3.8.3. Boiling on ribbed heat exchange surface	244
3.9. Factors influencing on heat exchange at boiling .....	246
Examples of problems' solutions to Chapter 3 .	251
Literature to Chapter 3 .....	251
Alphabetic Reference .....	254