УДК 539.3

СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ НАГРУЗКОЙ, НОРМАЛЬНОЙ И ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛАМИ, ИЗГИБАЮЩИМ МОМЕНТОМ ПРИ ИЗГИБЕ БАЛКИ

студент гр. 10303113 Августовский П.А.
Научный руководитель – профессор Василевич Ю.В.
Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

Анализ соотношения нагрузок проведем на примере балки с определенными параметрами. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для балки, распределённой по закону треугольника нагрузкой, если величина максимальной интенсивности нагрузки $p_0 = 16$ кН/м; $l = 1{,}5$ м. Рисунок 1

Решение. Найдём опорные реакции, для чего заменим распределённую нагрузку сосредоточенной силой F, приложенной в центре тяжести треугольника и равной его площади: $F = \frac{1}{2} \cdot p_0 \cdot l = 12$ кН.

Составляем уравнения моментов сил относительно опор B и C:

$$\sum m_B = C_y \cdot 1{,}5 - F \cdot \frac{1}{3} \cdot 1{,}5 = 0; \; C_y = \frac{12 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1{,}5}{1{,}5} = 4 \text{ кН};$$

$$\sum m_C = B_y \cdot 1{,}5 - F \cdot \frac{2}{3} \cdot 1{,}5 = 0; \; B_y = \frac{12 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1{,}5}{1{,}5} = 8 \text{ кН}.$$

Проверка: $\sum Y = B_y + C_y - F = 8 + 4 - 12 = 0$.

Построение эпюр Q и M удобно начинать с правого конца балки от опоры C, т.к. начиная с левого конца балки от опоры B, нам придётся определять центр тяжести трапеции.

Проведём от опоры C на произвольном расстоянии x поперечное сечение и, рассматривая правую часть балки, составим выражение для Q_x и M_x. Предварительно найдём величину интенсивности нагрузки в сечении x. Из условия подобия треугольников следует, что

$$p_x = \frac{p_0}{1{,}5} \cdot x = \frac{16}{1{,}5} \cdot x = 10{,}7 \cdot x \, .$$

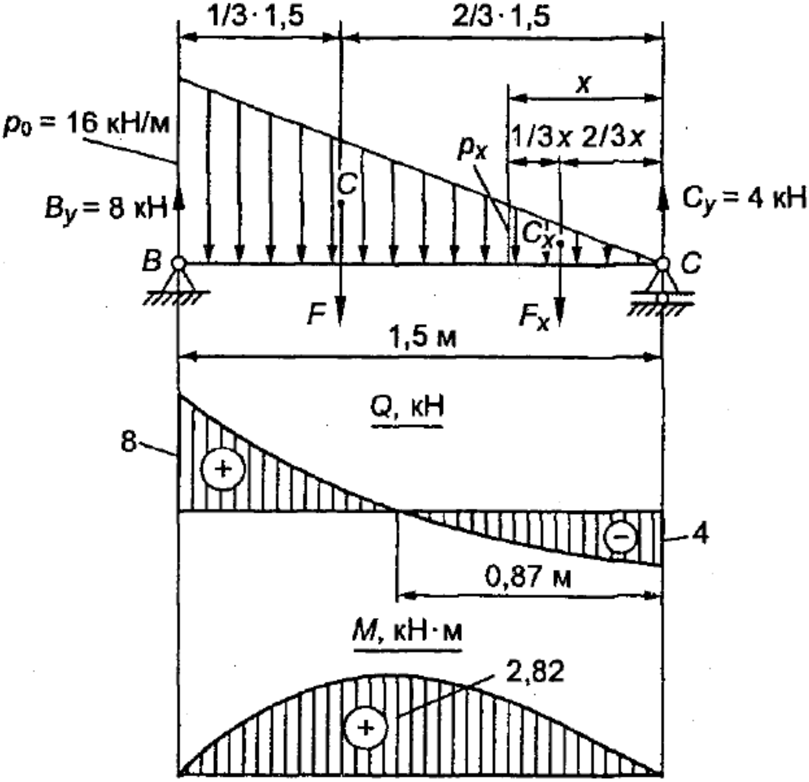

Рисунок 1 – Исходная балка и эпюры

Заменим треугольную нагрузку на длине x равнодействующей F_x, приложенной в центре тяжести C_x треугольника:

$$F_x = \frac{1}{2} \cdot p_x \cdot x = \frac{1}{2} \cdot 10{,}7 \cdot x \cdot x = 5{,}33 \cdot x^2 \, ;$$

$$Q_x = -C_y + F_x = -4 + 5{,}33 \cdot x^2 \, ;$$

$$M_x = C_y \cdot x - F_x \cdot \frac{1}{3} \cdot x = 4 \cdot x - 5{,}33 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot x = 4 \cdot x - 1.78 \cdot x^3 \, .$$

Из уравнений следует, что эпюра Q представляет собой квадратную параболу, а эпюра M - кубическую.

Подставляя числовые значения x на границах участка, получим

$$Q_{x=0} = -4 \text{ кН}; \; Q_{x=1,5} = -4 + 5{,}33 \cdot 1{,}5^2 = 8 \text{ кН};$$

$$M_{x=0} = 0; \; M_{x=1,5} = 4 \cdot 1{,}5 - 1{,}78 \cdot 1{,}5^3 = 0.$$

Так как поперечная сила пересекает ось x, то вычислим координату поперечного сечения от опоры C, в котором поперечная сила равна нулю, а изгибающий момент имеет экстремальное значение:

$$-4 + 5{,}33 \cdot x^2 = 0;$$

$$x^{экс} = \sqrt{\frac{4}{5{,}33}} = 0{,}87 \text{ м.}$$

$$M^{\max}_{x=0,87} = 4 \cdot 0{,}87 - 1{,}78 \cdot 0{,}87^3 = 2{,}82 \text{ кН*м.}$$

На рисунке 1 представлены эпюры Q и M, построенные по уравнениям для Q_x и M_x.

Из эпюр следует, что максимальное значение изгибающий момент имеет в сечении, в котором поперечная сила равна нулю:

$$M_x = 2{,}82 \text{ кН*м.}$$

Литература

1. Подскребко М.Д. Сопротивление материалов: учебник / М. Д. Подскребко. – Минск: Выш. шк., 2007.