Подобно напряжению, деформация характеризует состояние материала в точке и не связана с какой-либо длиной или формой тела. Если все точки деформированного тела в заданном направлении испытывают одинаковую деформацию, то деформация тела называется однородной. Если перемещение, а значит, и деформация по направлению какой-либо координатной оси отсутствует, то деформация называется плоской. Совокупность линейных и угловых деформаций в разных плоскостях, проходящих через данную точку, называется деформированным состоянием в точке.

Литература

1. Подскребко М.Д. Сопротивление материалов: учебник / М. Д. Подскребко. – Минск: Выш. шк., 2007.

УДК 539.3

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ДЕФОРМАЦИИ

студент гр.10303113 Михтеев А.В.
Научный руководитель –профессор Василевич Ю.В.
Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

Рассмотрим элементарный объемный материал в виде прямоугольного параллелепипеда, на гранях которого действуют напряжения σ_1, σ_2, σ_3 (рис. 1). Длины ребер обозначим через dx, dy, dz. Потенциальная энергия деформации, накопленная в выделенном объеме при статическом нагружении, согласно закону сохранения энергии, будет численно равна сумме работ сил, действующих на гранях элемента. В результате деформаций ε_x, ε_y, ε_z грани элемента получат перемещения в направлении осей: оси x - на величину $\varepsilon_x\, dx$; оси y - на величину $\varepsilon_y dy$; оси z - на величину $\varepsilon_z\, dz$ (см. рис 1, а, б, в).

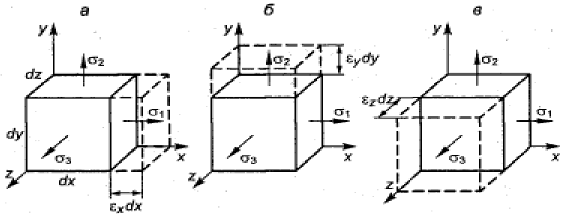

Рисунок 1.

Работа совершаемая нормальной силой $\sigma_1 dydz$ на перемещение $\varepsilon_x dx$ вдоль оси x, равна

$$dW_x = \frac{1}{2}\sigma_1 dydz\varepsilon_x dx. (1)$$

Аналогично получим выражения для работы нормальных сил, действующих вдоль y и z:

$$dW_y = \frac{1}{2}\sigma_2 dxdz\varepsilon_y dy; (2)$$

$$dW_z = \frac{1}{2}\sigma_3 dxdy\varepsilon_z dz. (3)$$

Потенциальную энергию деформации найдем, сложением выражения (1), (2), (3):

$$dW = dU = \frac{1}{2}dxdydz \cdot \left(\sigma_1\varepsilon_x + \sigma_2\varepsilon_y + \sigma_3\varepsilon_z\right)$$
$$= \frac{1}{2}dV \cdot \left(\sigma_1\varepsilon_x + \sigma_2\varepsilon_y + \sigma_3\varepsilon_z\right). (4)$$

Энергия, накопленная в единице объема, будет равна

$$u_0 = \frac{dU}{dV} = \frac{1}{2}\left(\sigma_1\varepsilon_x + \sigma_2\varepsilon_y + \sigma_3\varepsilon_z\right). (5)$$

Выражение деформации через напряжения по обобщенному закону Гука, найдем

$$u_0 = \frac{1}{2}\left\{\sigma_1 \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] + \sigma_2 \frac{1}{E}[\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)] + \sigma_3 \frac{1}{E}[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]\right\} = \frac{1}{2E} \cdot |\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)|. (6)$$

Потенциальную энергию, накопленную во всем объеме тела, получим, проинтегрировав выражение (4) по объему тела:

$$U = \int_V u_0 \, dV. (7)$$

Разложим потенциальную энергию, накопленную в единице объема, на две составляющие - энергию изменения объема и энергию изменения формы:

Представим каждое из главных напряжений суммой двух величин:

$$\sigma_1 = \sigma_0 + \sigma_1'; \ \sigma_2 = \sigma_0 + \sigma_2'; \ \sigma_3 = \sigma_0 + \sigma_3'; (9)$$

Тогда заданное напряженное состояние можно представить суммой двух напряженных состояний.

Первое слагаемое - всестороннее растяжение. При этом напряженном состоянии форма тела не изменяется, а изменяется только объем. Второе слагаемое является напряженным состоянием, дополняющим первое до заданного напряженного состояния.

Выберем величину σ_0 так, чтобы во второй напряженном состоянии не происходило изменение объема, а изменялась только форма.

Согласно формуле, устанавливающей зависимость между объемной деформацией и напряжениями, действующими на гранях элемента, условие отсутствия изменения объема запишется в виде

$$\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3' = 0. (10)$$

Складывая выражения (9) и учитывая условие (10), найдем величину σ_0:

$$\sigma_0 = \frac{1}{3} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3).(11)$$

При этом значение σ_0 система сил первого напряженного состояния не будет производить работу на перемещениях, вызванных силами второго напряженного состояния, и наоборот. Поставляя в (6) вместо главных напряжений значения σ_0из (11), получим выражения для *энергии изменения объема:*

Энергию изменения формы, или энергию формоизменения, найдем, вычитая из u_0 значение

$$u_{0_f} = \frac{1}{2E} \cdot |\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)| - \frac{1 - 2\mu}{6E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 = \\ = \frac{1 + \mu}{3E}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]. (13)$$

Рассматривая применение формул (6), (12), (13) для различных напряженных состояний.

1.*Всестороннее растяжение или сжатие.*

В этом случае $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$.

$$u_0 = \frac{3(1 - 2\mu)}{2E}\sigma;\ u_{0_{об}} = \frac{3(1 - 2\mu)}{2E}\sigma;\ u_{0_f} = 0.$$

2. *Чистый сдвиг.*

Имеет $\sigma_1 = \sigma;\ \sigma_2 = 0;\ \sigma_3 = -\sigma$

$$u_0 = \frac{1 + \mu}{3E}\sigma^2;\ u_{0_{об}} = 0;\ u_{0_f} = \frac{1 + \mu}{3E}\sigma^2.$$

3. *Растяжение или сжатие*.
Для этого случая $\sigma_1 = \sigma;\ \sigma_2 = \sigma_3 = 0$.

$$u_0 = \frac{\sigma^2}{2E};\ u_{0_{об}} = \frac{1-2\mu}{6E}\sigma^2;\ u_{0_f} = \frac{1+\mu}{3E}\sigma^2.$$

Из выражений (6), (12), (13), следует, что полная удельная потенциальная энергия деформации, а также потенциальные энергии изменения объема и формы, пропорциональны квадратам нормальных напряжений, т.е. они всегда положительны.

Литература

1.Сопротивление материалов : учебник / М. Д. Подскребко. - Миснк: Выш. шк., 2007.

УДК 539.3

ИСПЫТАНИЯ МАТЕРИАЛОВ НА РАСТЯЖЕНИЕ

студент гр. 10303113 Пермин К.А
Научный руководитель – профессор Василевич Ю. В.
Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

При расчетах деталей машин и элементов инженерных сооружений конструктор должен располагать числовыми величинами механических характеристик материала. Для этого материал подвергают различным видам испытаний. Основным видом, позволяющий получить наиболее важные характеристики свойств материала, является *испытания на растяжение*.

Статические испытания отличаются плавным, относительно медленным изменением нагрузки и малой скоростью деформации образца. Образцы для испытаний имеют утолщенные части (головки) для закрепления в захватах специальных испытательных машинах. Конические участки создают плавный переход от головок к рабочей части и обеспечивают в ней равномерное распределение напряжений. Длина рабочей части образца берется обычно в 15 раз