

**Текстовые задачи, связанные с поиском
минимальных значений функции.**

Ревтович В.Н., Чернявская С.В.

Белорусский национальный технический университет

Одним из интересных типов текстовых задач является тот, где в рамках стандартной задачи требуется составить функциональное выражение и найти его наибольшее или наименьшее значение. Возможные примеры задач, где исследование функции можно провести как с использованием производной, так и без нее, на основе свойств функции, приведены ниже.

1. Три бригады должны выполнить работу. Первая делает в день 200 деталей, вторая – на x деталей меньше, а третья – на $5x$ деталей больше, чем первая. Сначала первая и вторая бригады, работая вместе, выполняют $1/5$ часть всей работы, затем все три бригады, работая вместе, выполняют оставшуюся часть. При каком значении x вся работа будет выполнена указанным способом за наименьшее время?

Решение. Очевидно, что время работы, которая производится указанным способом, будет равно

$$f(x) = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{400-x} + \frac{4}{600+4x} \right) = \frac{440}{-4x^2 + 1000x + 240000}$$

Требуется найти наименьшее значение этой функции, в предположении, что $0 < x < 200$. Наименьшее значение данной дроби будет при том x , при котором знаменатель принимает наибольшее значение, то есть в вершине параболы $y = -4x^2 + 1000x + 240000$, $x_a = 1000/8 = 125$. Ответ: 125.

2. Железная дорога за простой вагонов под разгрузкой в первый день берет 400 тыс. руб., а в каждый последующий день на 300 тыс. руб. больше, чем в предыдущий. Бригада грузчиков должна разгрузить вагоны за 10 дней. При разгрузке раньше срока бригада получит премию 2350 тыс.руб. за каждый сэкономленный день. При каком сроке разгрузки будут минимальны затраты предприятия по оплате простоя вагонов и выплате премии грузчикам?

Решение. Пусть x дней – искомый срок, $x \in (0; 10]$. Затраты на простой вагонов найдутся как сумма арифметической прогрессии $S_x = \frac{2 \cdot 400 + 300(x-1)}{2} \cdot x$, а на выплату премии рабочим они будут равны $2350(10-x)$. Функция затрат предприятия после преобразований имеет вид $f(x) = 150x^2 - 2100x + 23500$. Ее наименьшее значение достигается при $x=7$. Ответ: 7 дней.