УДК 51.(07.07)

Исследование различных функций на периодичность.

Пинчукова С.П., Ковалёнок Н.В.
Белорусский национальный технический университет

Если $x_0 \in D(f)$ то и $x_0 \pm T \in D(f)$, а, следовательно, если $x_0 \pm T \in D(f)$, то и $x_0 \pm 2T \in D(f)$ и т.д.

Исследуем на периодичность функцию $y = \lg \sin x$.

Решение: 1) так как область определения данной функции $\sin x > 0$, $2\pi n < x < \pi + 2\pi n, n \in Z$. Область определения симметричная.

2) пусть $T > 0$ – произвольный положительный период. Тогда должно выполняться:

$\lg \sin(x + t) = \lg \sin x.$ Пусть $x = \dfrac{\pi}{2}$, $\lg \sin(\dfrac{\pi}{2} + T) = \lg \sin \dfrac{\pi}{2} = 0.$

Откуда $\lg(\sin \dfrac{\pi}{2} + T) = 0, \lg \cos T = 0, \cos T = 1, T = 2\pi m, m \in Z$.

Вывод: функция периодична, $T = 2\pi$.

Если f – произвольная функция, а *g(x)* – периодическая, то и сложная функция *f(g(x)*- периодическая.

Для того, чтобы периодические функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ с периодами T_1 и T_2 соответственно, имели общий период *T* (число *T* должно нацело делиться на T_1 и T_2) необходимо и достаточно, чтобы отношение $\dfrac{T_1}{T_2}$ было рациональным числом, т. е. $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{m}{n}; m, n \in N$.

Исследуем на периодичность функцию $y = \{x\} - \cos \dfrac{\pi x}{4}$

Решение: функция $y = \{x\}$ имеет период 1, а функция $y = \cos \dfrac{\pi x}{4}$ период $\dfrac{2\pi}{4} = 8.$ $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{1}{8}$.

Поэтому исходная функция периодична с периодом 8. Вывод: функция периодическая, *T=8.*

Из равенства $f(x) = f(x + T) = f(x + 2T) = ... = f(x + nT)$ следует, что периодическая функция $f(x)$ с периодом *T* принимает каждое возможное значение *A* бесконечное число раз.