УДК 517.44/.445

Об обобщенных интегральных преобразованиях типа Ламберта

Вирченко Н.А.
Национальный технический университет Украины "КПИ" (г. Киев, Украина)

Как известно, интегральное преобразование Ламберта

$$LM\{f(t)\}=\int_0^\infty \frac{st}{e^{st}-1}f(t)dt \tag{1}$$

нашло широкое применение в математической физике, теории дифференциальных и интегральных уравнений, атомной физике и т.д. Например, при рассмотрении спектрального состава метагалактического излучения оказалось, что плотность излучения за счет всего объема бесконечной Метагалактики имеет вид:

$$\omega(\nu,t)=\frac{2\pi m_0 k^3}{\sigma Tcrh^2}\int_{\frac{h\nu}{kT}}^\infty \frac{t^2dt}{e^t-1}, \tag{2}$$

где k – постоянная Больцмана, $\dfrac{m_0c^2}{\sigma T^4}=s_0, \sigma$ – постоянная Стефана-Больцмана. Введем обобщение интегрального преобразовании (1) в такой форме:

$$LM\{f(t)\}=\int_0^\infty \frac{(st)^k\, {}_r\Phi^{\tau,\beta}(a;c;-b(st)^{-\gamma})}{(e^{st}-x)^\omega}f(t)dt, \tag{3}$$

где $f(t)=\mathrm{O}(t^\delta)$ при $t\to 0, \delta>0; f(t)=\mathrm{O}(t^\alpha)$ при $t\to\infty$, $\alpha>0$; $\gamma>0$, $\omega\geq 1$, $\operatorname{Re}s>0, \operatorname{Re}b>0, |x|\leq 1, \operatorname{Re}c>\operatorname{Re}a>0, \{\tau,\beta\}\subset R$, $\tau>0$, $r>0$;

${}_r\Phi^{\tau,\beta}$ – r -конфлюэнтная гипергеометрическая функция:

$${}_r\Phi^{\tau,\beta}(a;c;x)=\frac{1}{B(a,c-a)}\int_0^1 t^{a-1}(1-t)^{c-a-1}e^{xt}\, {}_r\Phi_1^{\tau,\beta}\chi;\rho;\left(-\frac{r}{t(1-t)}\right)dt, \tag{4}.$$

Здесь ${}_r\Phi_1^{\tau,\beta}(\ldots)$ $-(\tau,\beta)$ - обобщенная конфлюэнтная гипергеометрическая функция [1]. Исследованы свойства интегрального преобразования (3), построена формула обращения, даны примеры его применения.

Литература:

1. Virchenko N. On the generalized confluent hypergeometric function and its application// Fract.Calculus and Appl. Anal. , 2006. – 9, № 2. – P 101–108