УДК 519.10

Двойственный алгоритм решения обобщенной задачи о назначении

Корзников А.Д.
Белорусский национальный технический университет

Модель задачи о назначениях применяется во многих реальных условиях: задачи о размещениях заказов, о распределении работ и т.п. Кратко ее естественное обобщение (несбалансированную задачу о назначениях) можно сформулировать следующим образом. Имеется n работ, каждую из которых может выполнить любой из m исполнителей. Стоимость выполнения работы j исполнителем i равна c_{ij}. Нужно распределить исполнителей по работам так, чтобы минимизировать общие затраты.

Отметим, что данная задача может быть сформулирована в терминах теории графов как задача о минимальном паросочетании в двухдольном графе, или как задача булева программирования, имеющая следующий вид:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \begin{cases} =1, & \text{если } m \le n, \\ \le 1, & \text{если } m > n. \end{cases} \qquad i=\overline{1,m}, \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \begin{cases} =1, & \text{если } n \le m, \\ \le 1, & \text{если } n > m. \end{cases} \qquad j=\overline{1,n}, \qquad (3)$$

$$x_{ij} = 0 \quad \text{или} \quad 1, \quad i=\overline{1,m}, \quad j=\overline{1,n}. \qquad (4)$$

Здесь $x_{ij}=1$, если работа j выполняется исполнителем i и $x_{ij}=0$ в противном случае.

В работе приведен простой алгоритм решения задачи (1) – (4), основанный на дальнейшем развитии идеи осуществления тернарных операций на графе (сети) [1], программная реализация которого значительно проще известных алгоритмов: сетевых, венгерского метода.

Поскольку на каждой итерации алгоритма полученный план остается оптимальным, а алгоритм продолжает работу до тех пор, пока план не станет допустимым, то его естественно классифицировать как двойственный.

Литература:

1. Корзников А.Д., Корзников В.А. Моделирование и оптимизация процесса перемещения грузов в логистической транспортной системе. // Вестник БНТУ. – 2003. – № 6. – С. 39 – 45