УДК 519.85 (075.8)

Задача оптимального распределения однородных поисковых единиц по районам

Павлов В.В.
Белорусский национальный технический университет

Необходимо распределить N однородных поисковых единиц по n районам, причем известны вероятности нахождения цели в каждом районе $p_j,\ j=\overline{1,n}$. Вероятность обнаружения цели одной поисковой единицей в j-ом районе равна q_j. Требуется найти такое распределение поисковых единиц по районам $x_j,\ j=\overline{1,n}$, при которых

$$z(x)=\sum_{j=1}^{n} p_j\left(1-\left(1-q_j\right)^{x_j}\right)\to\max,\ \sum_{j=1}^{n} x_j=N,\ x_j\ge 0,\ j=\overline{1,n}. \qquad (1)$$

Пусть $q_1=q_2=\ldots=q_n=q$. Введем $y_j=\dfrac{x_j}{N},\ j=\overline{1,n},\quad \overline{a}=-\ln\left(1-q\right)$, $a=N\overline{a}$. Следовательно, $x_j=Ny_j,\ j=\overline{1,n}$ и $1-q=e^{-\overline{a}}$. Тогда наша задача примет вид

$$z=\sum_{j=1}^{n} p_j\left(1-e^{-ay_j}\right)\to\max,\ \sum_{j=1}^{n} y_j=1,\ y_j\ge 0,\ j=\overline{1,n}. \qquad (2)$$

Используя методы решения задач выпуклого программирования, получаем: $p_j a e^{-ay_j}=u$, если $y_j\ge 0$; $p_j a\le u$, если $y_j=0$.

Тогда при $y_j>0$ $\alpha_j+b-a\overline{y_j}=c$, при $y_j=0$ $\alpha_j+b\le c$, где $\alpha_j \ln p_j$, $b=\ln a$, $c=\ln u$.

После вычисления величин a и $\alpha_j,\ j=\overline{1,n}$ строим ряд $\alpha_1\ge\alpha_2\ge\ldots\ge\alpha_n$ рассчитываем величины $B_j=\dfrac{1}{j}\left(\sum_{k=1}^{j}\alpha_j-a\right)$ до тех пор, пока не выполнится условие $B_{j_1}\ge\alpha_{j_1+1}$. Затем вычисляем $y_j=\begin{cases}\dfrac{1}{a}\left(\alpha_j-B_{j_1}\right),\ j=\overline{1,\gamma_1},\\ 0,\ j=\overline{j_1+1,n}.\end{cases}$

И находим $x_j=Ny_j,\ j=\overline{1,n}$.