

Итерационные методы локально-одномерных неявных разностных схем для многомерных квазилинейных параболических задач

Федосик Е.А.

Белорусский национальный технический университет

В области $(x, t) \in \Omega_T^{(p)} = [0 < x_\alpha < 1, \alpha = \overline{1, p}] \times [0 < t \leq T]$ требуется найти функцию $u(x, t)$, удовлетворяющую многомерному квазилинейному параболическому уравнению $\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{\alpha=1}^p \frac{\partial}{\partial x_\alpha} a_\alpha \left(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} \right) + a_0 \left(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x} \right)$, а также начальному и граничному условиям $u(x, 0) = \varphi(x)$, $u|_{\gamma(p)} = \psi(x, t)|_{\gamma(p)}$, $\gamma^{(p)} = S^{(p)} \times [0, T]$, $S^{(p)}$ – граница области $\overline{\Omega}^{(p)}$.

Для реализации соответствующей неявной разностной схемы используем итерационный процесс квазилинеаризации по старшей производной:

$$\begin{aligned}
 y_{\bar{x}_\alpha}^{s+1} = 0,5 & \left\{ \left(\frac{\partial a_\alpha(x, \hat{t}, y(\alpha), y(\alpha)_{\bar{x}_\alpha})}{\partial y(\alpha)_{\bar{x}_\alpha}} \left(y(\alpha)_{\bar{x}_\alpha}^{s+1} - y(\alpha)_{\bar{x}_\alpha}^s \right) \right)_{x_\alpha} \right\} + \\
 & + \left\{ \frac{\partial a_\alpha(x, \hat{t}, y(\alpha), y(\alpha)_{\bar{x}_\alpha})}{\partial y(\alpha)_{\bar{x}_\alpha}} \left(y(\alpha)_{x_\alpha}^{s+1} - y(\alpha)_{x_\alpha}^s \right) \right\}_{\bar{x}_\alpha} + \\
 & + 0,5 \left[\left(a_\alpha(x, \hat{t}, y(\alpha), y(\alpha)_{\bar{x}_\alpha}) \right)_{x_\alpha} + \left(a_\alpha(x, \hat{t}, y(\alpha), y(\alpha)_{x_\alpha}) \right)_{\bar{x}_\alpha} \right] + \\
 & + 0,5 \left[a_0 \left(x, \hat{t}, y, y_{1\bar{x}}, \dots, y_{(p)\bar{x}_p} \right) + a_0 \left(x, \hat{t}, y, y_{1x}, \dots, y_{(p)x_p} \right) \right]; \\
 y(x, 0) = \varphi(x), y(\alpha) & = \psi(x, t_{j+1}), x \in \gamma_h^{(p)}, \alpha = \overline{1, p}.
 \end{aligned}$$

Показано, что в случае параболического уравнения (в отличие от гиперболического) для произвольной размерности исходной задачи итерационный процесс вносит дополнительные ограничения на соотношение между пространственными и временным шагами сетки, которые, однако, не являются жесткими.