

Расчет температуры многослойной дорожной одежды

Занкович М.В., Кожевец С.Д.

Белорусский национальный технический университет

Для расчета температуры дорожного покрытия воспользуемся уравнением нестационарной теплопроводности [1], которое позволяет учитывать изменения параметров внешней среды и теплоинерционные свойства дорожной конструкции. Итак, ищем функцию $T(t, x)$ – значение температуры в момент времени t на глубине x . Предполагается, что дорожная одежда состоит из n слоев $0 = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n$; каждый слой имеет характеристики: λ_k – коэффициент теплопроводности, $a_k^2 = \frac{\lambda_k}{c_k \rho_k}$ – коэффициент температуропроводности, c_k – удельная теплоемкость, ρ_k – плотность. Рассмотрим функции $T_k(t, x) = T(t, x)$, $x \in [x_{k-1}; x_k]$, $k = 1, \dots, n$, – значения температуры в точках k -го слоя. Эти функции ищем как решения системы уравнений

$$a_k^2 \frac{\partial^2 T_k}{\partial x^2} = \frac{\partial T_k}{\partial t}, \quad k = 1, \dots, n, \quad (1)$$

с граничными и начальным условием

$$\lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial x} \Big|_{x=x_k} = \lambda_{k+1} \frac{\partial T_{k+1}}{\partial x} \Big|_{x=x_k}, \quad T_k(t, x_k) = T_{k+1}(t, x_k), \quad k = 1, \dots, n-1, \quad (2)$$

$$T(0, x) = T_0(x), \quad T_n(t, x_n) = T_0(x_n). \quad (3)$$

Для учета внешних условий ставится условие

$$\alpha \cdot (T_{\Pi} - T_B) + w_{\Pi} = -\lambda_1 \cdot \frac{\partial T_{\Pi}}{\partial x}, \quad (4)$$

где $T_{\Pi} = T_1(t, 0)$ – температура на поверхности покрытия, w_{Π} – плотность теплового воздействия на покрытие, зависящая от интенсивности солнечной радиации, интенсивности движения транспорта на данном участке дороги, α – коэффициент температуропроводности.

Решение задачи (1)-(4) реализовано в виде компьютерной программы и использует неявную схему Эйлера и метод прогонки [2].

Научный руководитель работы – В.В. Веремюк.

Литература:

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики:

4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1972. – 375 с.

2. Самарский А.А., Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989. – 616 с.

УДК 517.948.32:517.544

Проблема обращения Якоби и ее обобщения

Крушевский Е.А.

Белорусский национальный технический университет

Рассмотрена классическая проблема обращения Якоби

$$\sum_{v=1}^h \zeta(q_v) \equiv q_{\mu} - k_{\mu} \pmod{\text{периодов}},$$

где все обозначения были взяты из [1], [2]. Это классическая задача уже решена различными способами. Наиболее интересным из них на наш взгляд является метод построения θ -функции Римана и отыскания ее нулей. Проблема обращения Якоби имеет много приложений, также же как и ее так называемый действительный аналог, где учитывается только действительная часть системы сравнений по модулю периодов. Следует отметить ее очень важное значение в так называемом «особом случае» задач Римана-Гильберта и Гильберта для многосвязной области и римановой поверхности с краем. Следует отметить, что до сих пор все известные обобщения были связаны с изменениями количества членов в сумме в левой части сравнения.

В последнее время стали появляться и некоторые другие обобщения проблемы обращения Якоби (см., например, [3]), где система сравнений происходит не по модулю целых периодов, а по некоторой их части (например, по полупериодам). В некоторых случаях она может быть решена стандартными средствами путем построения θ -функции Римана специального вида и отыскания ее нулей. Это означает, что классическая проблема обращения Якоби теперь может быть обобщена также упомянутым выше способом.

Литература:

1. Чеботарев Н.Г. Теория алгебраических функций. – М.: Гостехиздат, 1948. – 400 с.

2. Зверович Э.И. Проблема обращения Якоби, ее аналоги и обобщения // Актуальные проблемы современного анализа. – Гродно, 2009. – С. 69-83.

3. Зверович Э.И. Задача о модуле аналитической функции для многосвязной области // Тезисы докладов XI Белорусской математической конференции, Ч. 1. – Минск, 2012.