УДК 517.52

# Обобщение рядов Фурье

Акимов В. А., Гончарова С.В.
Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим разложение гладкой функции в неортогональный ряд вида:

$$\operatorname{sh} ax = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{m}{n} x$$

Применяя операторный метод [1], получаем: . (1)

Для сравнения выписываем известное разложение этой же функции в ортогональный ряд Фурье:

$$\operatorname{sh} ax = \frac{2\operatorname{sh}(la)}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}\delta_n}{a^2 + \delta_n{}^2} \sin \delta_n x, \quad (2)$$

где $\delta_n = \frac{\pi n}{l}$. Полагая в (2) $\delta_n = \pi m$ получим ряд (1).

Аналогичные соотношения получаются и для некоторых других разложений. Это обстоятельство дает основание выдвинуть гипотезу о прямой замене целочисленного параметра n функцией от n.

Рассмотрим, в частности, два разложения вида:

$$\operatorname{sh} ax = \frac{2\operatorname{sh}(la)}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}\alpha_n}{a^2 + \alpha_n{}^2} \sin \alpha_n x, \quad \text{где } \alpha_n = \frac{\pi\sqrt{n}}{l}. \quad (3),$$

$$\operatorname{sh} ax = \frac{2\operatorname{sh}(la)}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}\beta_n}{a^2 + \beta_n{}^2} \sin \beta_n x, \quad \text{где } \beta_n = \frac{\pi}{nl}. \quad (4)$$

Отметим, что такое предположение, встречающееся в теории рядов впервые, возникло благодаря общности операторного метода. Такие не ортогональные ряды, порожденные ортогональными, назовем псевдо ортогональными рядами. Вопрос об их сходимости остается открытым. Можно подобрать примеры где даже 4 члена псевдо ортогонального ряда обеспечивают лучшую сходимость чем 40 членов порождающего его ортогонального ряда. Все вышесказанное дает основание говорить об обобщении рядов Фурье, который в данном случае можно записать в виде

$$\operatorname{sh} ax = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin f(n) x.$$

Литература:

1. Акимов В.А. Операторный метод решения задач теории упругости. – Мн.:УП «Технопринт. – 2003. – 101 с.

УДК 620.22:51-07

## О проводимости волокнистых материалов с идеальными наполнителями и включениями.

Кузнецова А.А.
Белорусский национальный технический университет

Задача о проводимости волокнистых материалов с наполнителями и включениями в статье [1] сведена к задаче Гильберта для некоторой специальной многосвязной области

$$\operatorname{Im}\left[e^{-i\alpha_k}\frac{t-a_k}{r_k}\psi(t)\right]=\lambda_k(t), |t-a_k|=r_k, k=\overline{1,n},$$

которая полностью решена в общем случае в [2], [3]. В частности, задача имеет единственное решение в классе однозначных функций, определяемое с точностью до 1 постоянного слагаемого. В классе же многозначных функций эта задача имеет $(n+1)$ -линейно независимых решений.

В настоящей работе был использован известный способ для исследования проводимости волокнистых материалов с двумя наполнителями и/или включениями, которые являются идеальными кругами. Задание точной структуры материала, несмотря на его кажущуюся простоту, позволила конкретизировать общие формулы решения задачи Гильберта.

Также некоторые интересные практические результаты были получены при вычислениях на компьютере.

Литература:

1. Mityushev, V., Pesetskaya, E., Rogosin, S.: Analytical Methods for Heat Conduction, in Composites and Porous Media in Cellular and Porous Materials Ochsner A., Murch G, de Lemos M. (eds.) Wiley-VCH, Weinheim (2008).

2. Mityushev, V.V.: Solution of the Hilbert boundary value problem for a multiply connected domain. Slupskie Prace Mat.-Przyr., 37-69 (1994).

3. Mityushev V.: Riemann-Hilbert problems for multiply connected domains and circular slit maps, Comput. Methods Funct. Theory, n. 2, 575–590 (2011).