

Численный статистический эксперимент по установлению частотности применения отрицательных чисел в вычислениях

Новиков А.А.

Белорусский национальный технический университет

Первым абстрактным объектом, вводимым в математику, являются отрицательные числа. Если математическая модель некой физической реальности выдает отрицательные значения, то она – ошибочна, но вычисления без использования отрицательных чисел присущи только бухгалтерскому учету. С целью установления частоты неизбежного появления отрицательных чисел, в промежуточных расчетах заведомо положительно определенных моделей, был разработан и осуществлен специальный численный эксперимент: статистический анализ частоты выполнения «положительных» бинарных операций при решении системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Будем называть операцию «положительной», если ее аргументы и результат положительны.

Поскольку решение СЛАУ, из n - уравнений, требует выполнения $0.5n^3$ раз всего двух операций: умножения и вычитания, то для количественной оценки использовалось число v – равное отношению «положительных операций», но именно из этих двух операций, к их общему количеству $0.5n^3$. Показано, что если результаты промежуточных вычислений принимают с равной вероятностью положительные и отрицательные значения, то $v = 3/16 \approx 0.187$.

Подготовка апробируемых СЛАУ: уравнения тривиальной системы $Ex=b$ подвергались элементарным преобразованиям; выбираемые случайным образом строки умножались на случайные числа и складывались (для получения «положительных» матриц) и или вычитались (для получения матриц «общего» вида), из других случайно выбираемых строк; использовались равномерный и нормальный законы распределения.

Для набора статистических данных проводилось по 1000 экспериментов для каждого размера и типа матрицы.

n	2	10	20	40	80	160	320	640
v_+	0,75	0,424	0,323	0,292	0,268	0,243	0,216	0,209
v_o	0,50	0,259	0,243	0,215	0,209	0,208	0,208	0,208
σ	0,50	0,073	0,034	0,019	0,010	0,006	0,004	0,003

N – размер матриц, v_+ и v_o характеристики v для «положительных» и «общих» матриц,

σ - среднеквадратичное отклонение характеристик v .

Результаты:

- эффективные алгоритмы Гаусса задействуют одинаковое количество положительных и отрицательных чисел,
- постоянное, но несущественное, преобладание положительных чисел в этих алгоритмах объясняется математической природой выбранного для апробации алгоритма, целью которого является получение единичной матрицы, т.е. полностью «положительного» объекта.

УДК 517.958:539.3

Обоснование метода Каньяра - де Хупа для одной задачи теории упругости

Подкопаева Н.А., Подкопаев П.А.

Белорусский национальный технический университет,
Военная академия Республики Беларусь

В работе проводится исследование напряженно-деформированного состояния однородной изотропной упругой плоскости, содержащей два параллельных полубесконечных разреза $y = 0, x < 0$ и $y = a, x < 0$ ($a > 0$), на берегах которых заданы касательные и нормальные напряжения. Поля перемещений и напряжений в рассматриваемой среде моделируются системой дифференциальных уравнений Ламе с заданными начальными и граничными условиями.

Решение указанной задачи в явном виде представлено суммой разрешающих операторов пары задач для плоскости с одним разрезом $y = 0, x < 0$ а также $y = a, x < 0$ ($a > 0$), действующей на две функции, для нахождения которых получена система интегральных уравнений второго рода.

Решение задач с одним разрезом осуществляется с помощью преобразования Лапласа (по времени) и двустороннего преобразования Фурье (по переменной x). Оно представляет собой матричный интегральный оператор размерности 2×2 , компоненты которого и являются образами по Лапласу и Фурье от заданных функций, определяемых начальными и граничными условиями.

Нахождение оригиналов решений (одновременное обращение указанных преобразований) осуществляется с помощью метода Каньяра в модификации де-Хупа. Суть этого метода состоит в том, что интегралы обращения по Фурье по переменной q с помощью соответствующей деформации контуров интегрирования преобразуются в интегралы, имеющие вид прямого преобразования Лапласа по переменной τ , что позволяет сразу получить прообраз решения который должен иметь вид подынтегральной функции. В работе приводится строгое математическое обоснование применимости указанного метода обращения для данной задачи.