УДК.519.2

Численный алгоритм идентификации параметров нелинейных моделей

Новиков А.А.
Белорусский национальный технический университет

Типичное решение задач идентификации параметров математической модели (в общем случае – определение параметров *(a,b,...)* функции многих переменных $H=H(t, x, \ldots,a,b,..)$ по заданной избыточной информации $\{H(t_i, x_j,\ldots)=H^*_{ij}\}_{i,\, j=1,\ldots n}$) базируется на эвристическом требовании минимизации дисперсии аддитивной ошибки $\delta= H^*-H(a,b)$. неизбежно присутствующей в исходных данных $\{H^*_{ij}\}$, т.е. на МНК $\min\limits_{a,b}\sum\limits_{i,j}\delta_{ij}^2$ *(1).*

Нелинейная, по параметрам *a,b*, зависимость $H_{ij}(a,b)$ обычно линеаризуется по Ньютону $H_{ij}(a,b)\approx H_{ij}(a^*,b^*)+A_{ij}(a^*,b^*)(a-a^*)+B_{ij}(a^*,b^*)(b-b^*)$, *(2)* где $A(t,x)=H_a(t,x)$, $B(t,x)=H_b(t,x)$ частные производные $H(t, x, \ldots,a,b,..)$по параметрам, а a^*,b^* значения искомых параметров *a,b*, полученные на предшествующей итерации. Известные сложности в решении (1) возникают в случаях, когда исходная математическая модель $H(t, x, \ldots,a,b,..)$задана не комбинацией элементарных функций, а громоздкими и медленно сходящимися рядами по специальным функциям.

Характерной особенностью моделей $H(t, x, \ldots,a,b,..)$ имеющих прикладной (физический) смысл является то, что они описываются системами линейных уравнений математической физики, которые, опять же, линейно включают искомые параметры *(a,b,...)*, т.е. весьма эффективно реализуются численно конечно-разностными методами. В качестве примера рассмотрим модель $H_t=aH_{xx}$, $H(0,x)=\varphi(x)$, $H(t,0)+bH_x(t,0)=1$, $H_x(t,1)=0$ *(4)*

Дифференцируя уравнения (1) по *a,b* получаем еще две две линейные задачи математической физики для нахождения требуемых $H_a(t,x)$ и $B(t,x)$

$$A_t=aA_{xx}+H_{xx},\ A(0,x)=0,\ A(t,0)+bA_x(t,0)=0,\ A_x(t,1)=0 \qquad (5)$$

$$B_t=aB_{xx},\ B(0,x)=0,\ B(t,0)+bB(t,0)=-\,H_x(t,0),\ \ B_x(t,1)=0 \qquad (6),$$

которые решаются автономно после разрешения задачи (1). Используемые в эти задачах производные H_{xx}, $H_x(t,0)$ аппроксимировались тем же разностным шаблонам, которые применялись при численной реализации задачи (1).

Результат: идентификация на основе системы трех задач (4)-(6) позволяет получить удовлетворительный результат уже на сетках из 20-30 узлов. Если же оценивать производные $H_a(t,x)$ и $H_b(t,x)$ через конечные разности, решая только (4) при «небольших» вариациях параметров *(a,b),* то такая же точность достигается при увеличении размеров сеток более чем на два порядка.