

УДК 517.9

**Задача Коши для линейного дифференциального уравнения второго порядка в алгебре мнеморфункций. Сходимость ассоциированного решения. Единственность предела**

Пикман Ю. А.

Белорусский национальный технический университет

Рассматривается задача Коши

$$\begin{cases} Y''(t) + \sigma'(t)Y(t) = 0, \\ Y(0) = c_1, \\ Y'(0) = c_2, \end{cases} \quad (1)$$

где  $t \in T = [0, a] \subset \mathbb{R}$ ,  $Y: T \rightarrow \mathbb{R}$  неизвестная функция,  $\sigma: T \rightarrow \mathbb{R}$  — непрерывная справа функции ограниченной вариации,  $\sigma'$  — её обобщённая производная. Задача (1) является некорректной, так как операция произведения для обобщённых функций не определена.

В алгебре мнеморфункций задача (1) на уровне представителей имеет вид

$$\begin{cases} X_n^2(t + h_n) - X_n^2(t) = -X_n^1(t)(\sigma_n(t + h_n) - \sigma_n(t)), \\ X_n^1(t + h_n) - X_n^1(t) = X_n^2(t)h_n, \\ X_n^1(t)|_{[0, h_n)} = X_{n0}^1(t), \\ X_n^2(t)|_{[0, h_n)} = X_{n0}^2(t), \end{cases} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_n(t) &= \int_0^{1/n} \sigma(t+s)\rho_n(s)ds, \quad \forall n \in \mathbb{N}: \int_0^{1/n} \rho_n(s)ds \\ &= 1, \text{supp}(\rho_n) \in \left[0, \frac{1}{n}\right]. \end{aligned}$$

Тогда, если при  $n \rightarrow \infty$ ,  $h_n \rightarrow 0$

$$\sup_{t \in [0, h_n)} |X_{n0}^1(t) - c_1| \rightarrow 0, \quad \sup_{t \in [0, h_n)} |X_{n0}^2(t) - c_2| \rightarrow 0,$$

то ассоциированное решение  $X_n^1(t)$  задачи (1) сходится к решению интегрального уравнения

$$\begin{aligned} Y(t) &= c_1 + c_2 t - \int_0^t (t-s)Y(s)d\sigma^c(s) \\ &\quad - \sum_{\mu_i \leq t} (t - \mu_i)Y(\mu_i - 0)\Delta\sigma^d(\mu_i) \end{aligned}$$

как при  $1/n = o(h_n)$ , так и при  $h_n = o(1/n)$ . Здесь  $\sigma = \sigma^c + \sigma^d$  — декомпозиция Жордана,  $\Delta\sigma^d(\mu_i) \stackrel{\text{def}}{=} \sigma^d(\mu_i) - \sigma^d(\mu_i - 0)$ .

УДК 517.9

**Конечно-разностная с осреднением граничная задача для дифференциального уравнения второго порядка с обобщёнными коэффициентами. Существование и единственность решения**

Пикман Ю. А.

Белорусский национальный технический университет

Рассматривается граничная задача

$$\begin{cases} Y''(t) + \sigma'(t)Y(t) = 0, \\ Y(0) = c_1, \\ Y(a) = c_2, \end{cases} \quad (1)$$

где  $t \in T = [0, a] \subset \mathbb{R}$ ,  $c_i \in \mathbb{R}$ ,  $i = 1, 2$ ,  $\sigma: T \rightarrow \mathbb{R}$  — непрерывная справа функция ограниченной вариации,  $\sigma'$  — её обобщённая производная. Задача (1) является некорректной, так как операция произведения для обобщённых функций не определена.

В прямом произведении алгебр мнемофункций на уровне представителей она имеет вид

$$\begin{cases} X_n^2(t+h_n) - X_n^2(t) = -X_n^1(t)(\sigma_n(t+h_n) - \sigma_n(t)), \\ X_n^1(t+h_n) - X_n^1(t) = X_n^2(t)h_n, \\ X_n^1(t)|_{[0, h_n)} = X_{n,0}^1(t), \\ X_n^1(t)|_{[\alpha-h_n, a]} = X_{n,\alpha}^1(t). \end{cases} \quad (2)$$

Или, исключая из системы  $X_n^2(t)$ ,

$$\begin{cases} X_n^1(t+2h_n) - 2X_n^1(t+h_n) + X_n^1(t)(1+h_n\Delta^+\sigma_n(t)) = 0, \\ X_n^1(t)|_{[0, h_n)} = X_{n,0}^1(t), \\ X_n^1(t)|_{[\alpha-h_n, a]} = X_{n,\alpha}^1(t), \end{cases} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_n(t) &= \int_0^{1/n} \sigma(t+s)\rho_n(s)ds, \quad \forall n \in \mathbb{N}: \int_0^{1/n} \rho_n(s)ds \\ &= 1, \quad \text{supp}(\rho_n) \in \left[0, \frac{1}{n}\right]. \end{aligned}$$