УДК 514.8

Вывод формулы расстояния до линии горизонта сферы

Акимов В.А., Гончарова С.В.
Белорусский национальный технический университет

На основании рис.1 устанавливаем $h = R\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)$ (1), $tg\alpha - \alpha = \frac{\Delta l}{2R}$ (2), где $\Delta l << 1$ - ничтожно малое удлинение контура EABCE по отношению к длине окружности.

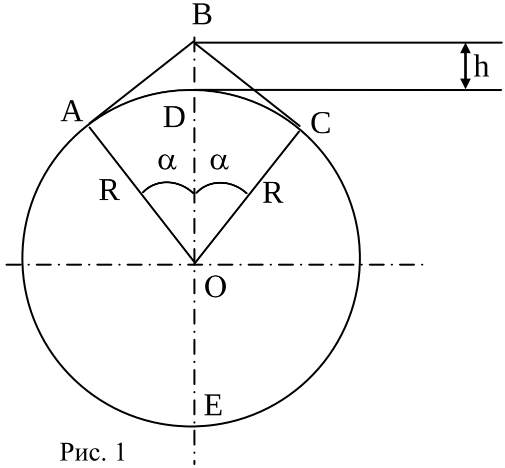

Рис. 1

В таблице эквивалентных бесконечно малых находим $\cos\alpha \sim 1 - \frac{\alpha^2}{2}$, $tg\alpha \sim \alpha + \frac{\alpha^3}{3}$, на основании чего устанавливаем $\frac{1}{\cos\alpha} - 1 = \frac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha} \sim \frac{\alpha^2}{2}$ (3), $tg\alpha - \alpha \sim \frac{\alpha^3}{3}$ (4). Подставляя (3) и(4) в (1) и (2), определяем $\alpha = \left(\frac{3\Delta l}{2R}\right)^{\frac{1}{3}}$, (4) $h = \sqrt[3]{\frac{9(\Delta l)^2 R}{32}}$ (5).

А теперь легко ответить на поставленный перед нами основной вопрос. Из (4) и (5) $\Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{2h}{R}} \Rightarrow BA \approx A\breve{D} = R \cdot \alpha = \sqrt{2Rh}$, т.е. $BA = BC = \sqrt{2Rh}$ (6).

Итак, выведена новая компактная формула (6), позволяющая достаточно точно определить расстояние до линии горизонта сферы, если известны ее радиус и «высота взгляда» над уровнем горизонта.