МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Белорусский Национальный Технический Университет

Факультет Информационных Технологий и Робототехники

КАФЕДРА ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

А.Г. Головейко
Р.А. Пуко

ФИЗИКА

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА

Раздел 1

Введение в предмет и содержание
электродинамики

Минск 2004

УДК 537. 86 (075.8)
ББК 22. 33 я 7
Г 61

Рецензент
Д-р физико–математических наук, профессор, декан физического факультета БГУ.

Издается в авторской редакции

Головейко А.Г.
Пуко Р.А.

Физика электромагнетизма. Раздел 1.
Введение в предмет и содержание электродинамики. Учебное пособие.

В пособии рассматривается уравнение поля в диэлектриках, магнетиках и проводниках, дается физические и математические обоснование уравнений Максвелла. Показана фундаментальная значимость этих уравнений в электродинамике. Обоснована возможность применения этих уравнений в качестве исходных законов электромагнетизма при изучении курса физики в технических вузах.

Предисловие

Учебное пособие “Физика электромагнетизма” содержит ряд разделов, первым из которых является “Введение в предмет и содержание электродинамики”. Как и другие разделы, он издается отдельно и может изучаться студентами автономно. Содержание первого раздела служит введением в электромагнетизм на основе классической электродинамики. Такой подход обеспечивает в самом начале панорамное обозрение обширного многообразия электромагнитных процессов, четко разделяет их на стационарные и не стационарные, классифицирует их на более узкие группы, выстраивает их в четко обоснованную последовательность и фактически исключает эклектику в этой последовательности.

Естественно, что данный подход закладывает дедуктивные начала в построение учебного пособия. Но это не только возможно, но и дидактически оправдано. Понимание общего облегчает путь к частному.

Пособие написано в конспективном стиле, без излишнего математического усложнения, но с достаточными акцентами на физических аспектах электромагнитных процессов. В таком варианте, как рассчитывают авторы, пособие будет доступно, легко воспринято студентами и станет полезным при изучении ими не только физики, но и специальных инженерных дисциплин.

Авторы

Алексей Георгиевич Головейко

Ростислав Арсеньевич Пуко

В компьютерном наборе текста и техническом оформлении пособия принимали участие студенты ФИТР группы 107629 Агаев Р. А., Лобчук М.А., группы 107630 Герасимович С.А., Демидович В.В., Монич А.В. группы 107620 Гурьев В.Н., Жебелев С.А., Кардаш Н. В., Васильев Д. С., группы 107631 Корбут А.И., Берестнев А.Г., и группы 107633Т Старовойтов А.А.

1 Предмет электродинамики

- Электродинамика изучает электромагнитные процессы в вакууме и в веществе — в диэлектриках, магнетиках, проводниках, полупроводниках, сверхпроводниках, электролитах и в плазме

- Классическая электродинамика изучает сплошное не квантованное классическое электромагнитное поле и электромагнитные процессы в этом поле, связанные с зарядами и токами, а также релятивизм этих процессов

- Фундаментальными законами классической электродинамики являются уравнения Максвелла и материальные уравнения.

1.1 Электрический заряд. Электрический момент

1.1.1 Электрический заряд

- Электрический заряд — это фундаментальное свойство материи. Отдельно от материи заряд не существует. Носителями заряда являются элементарные частицы и материальные тела.

1.1.2 Элементарный заряд

- Элементарный заряд — это наименьший положительный или отрицательный заряд, равный по величине заряду электрона

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19}\ Кл\ .$$

1.1.3 Макроскопический заряд

- Носитель макроскопического заряда — материальное тело. Заряд состоит из целого числа элементарных зарядов

$$q = Ne, \quad N \text{ целое число}$$

1.1.4 Закон сохранения заряда

- При перераспределении заряда между объектами замкнутой системы общая величина заряда сохраняется

$$q_1 + q_2 + \cdots + q_n = q_1' + q_2' + \cdots + q'\ .$$

1.1.5 Заряд, распределённый по объёму тела

- $\rho = \dfrac{dq}{dV}$ — объёмная плотность заряда,

$dq = \rho dV$ — заряд элемента объема,

$q = \int\limits_V \rho dV$ — объёмный заряд всего тела.

1.1.6 Заряд, распределённый по поверхности тела

- $\sigma = \dfrac{dq}{ds}$ — поверхностная плотность заряда,

$dq = \sigma ds$ — заряд элемента поверхности,

$q = \int_s \sigma ds$ — поверхностный заряд всего тела.

1.1.7 Заряд, распределённый по телу линейной формы

- $\tau = \frac{dq}{dl}$ — линейная плотность заряда,

$dq = \tau dl$ — заряд элемента длины,

$q = \int_l \tau dl$ — линейный заряд всего тела.

1.1.8 Полярные системы связанных зарядов

- В полярной системе заряды противоположных знаков разобщены, а сама система электронейтральна. Варианты таких систем: диполь, квадруполь, октуполь, …, мультиполь. Носителями полярных зарядов могут быть частицы вещества, — атомы, молекулы, элементы кристаллической решётки, а также макроскопические тела. Главной характеристикой полярной системы является её электрический момент $\vec{p}_e$. Это векторная величина, через которую выражается взаимодействие полярной системы с электрическим полем.

1.1.9 Электрический момент диполя

- Диполь — двухполюсная система. Это два равных и противоположных по знаку заряда q, разобщённых один от другого на расстояние l. Электрический момент диполя — это вектор

$$\vec{p}_e = q\vec{l} \quad ,$$

направленный по оси диполя от отрицательного к положительному полюсу.

1.2 Магнитный заряд. Магнитный момент

1.2.1 Магнитный монополь

- Это частица – носитель положительного или отрицательного элементарного магнитного заряда q_m. Существование такой частицы обосновано теоретически Дираком в 1931 году, однако экспериментально она ещё не обнаружена.

1.2.2 Магнитный момент частиц вещества

- Электроны, атомы, молекулы и другие частицы вещества обладают магнитным моментом $\vec{p}_m$. Это главная магнитная характеристика частиц, которая определяет их взаимодействие с магнитным полем. В отличие от магнитного заряда магнитный момент надёжно подтвержден экспериментом и рассматривается, как первичная информация о магнитных свойствах частиц.

1.2.3 Кулоновская модель магнитного момента

- Реальному магнитному моменту частицы можно формально в качестве модели поставить в соответствие момент воображаемого магнитного диполя

$$\vec{p}_m = q_m \vec{l} \quad ,$$

где q_m — магнитный заряд полюсов, а $\vec{l}$ — векторное расстояние между полюсами. Хотя магнитных зарядов нет, эта модель магнитного момента, введённая в физику в прошлом, оказалась формально удобной и во многих случаях применяется сейчас, как имеющая лишь виртуальный смысл в промежуточных выкладках.

1.2.4 Амперовская модель магнитного момента

• Реальному магнитному моменту частицы можно также формально в качестве модели поставить в соответствие магнитный момент воображаемого плоского витка с током

$$\vec{p}_m = I\vec{S} ,$$

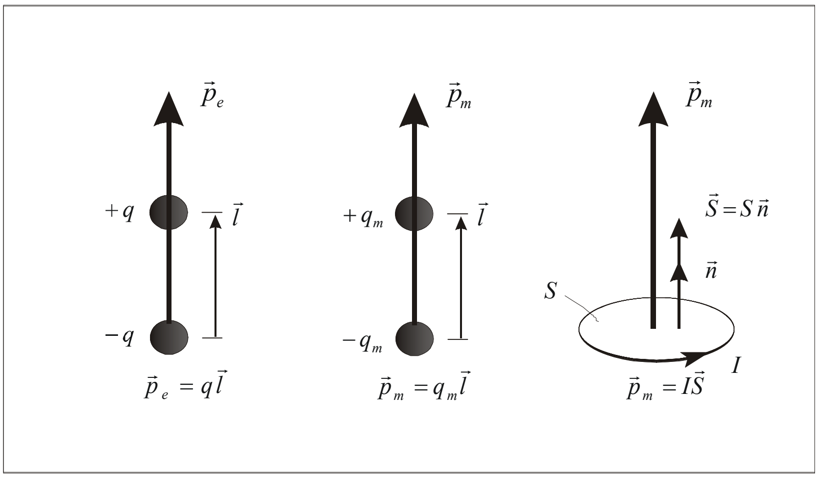
где I — ток в витке, $\vec{S} = S\vec{n}$ — векторная площадь витка, $\vec{n}$ — единичная нормаль к поверхности, связанная с направлением тока правилом правого винта. В данной модели предполагается, что виток тока охватывает частицу и ток, названный молекулярным, протекает вокруг нее. Этот ток следует рассматривать как формальный, а это значит, что амперовская модель магнитного момента столь же виртуальна, как и кулоновская, хотя она и превосходит последнюю во многих теоретических расчетах.

1.2.5 Сравнение моделей магнитного момента

• Магнитный диполь подобен электрическому и их моменты $\vec{p}_m$ и $\vec{p}_e$ определяются сходными выражениями. Виток с током не подобен магнитному диполю, однако они в полной мере подобны и эквивалентны друг другу по магнитному моменту и по своему взаимодействию с магнитным полем (Рис 1.2.5). Выбор кулоновской или амперовской модели магнитного момента определяется тем, какая из них приводит к более глубокому пониманию и более точному расчёту магнитного состояния вещества.

Рис 1.2.5

Электрический и магнитный моменты частиц вещества



1.3 Электрическая и магнитная поляризация вещества

1.3.1 Ориентирующее действие электрического поля на частицу вещества

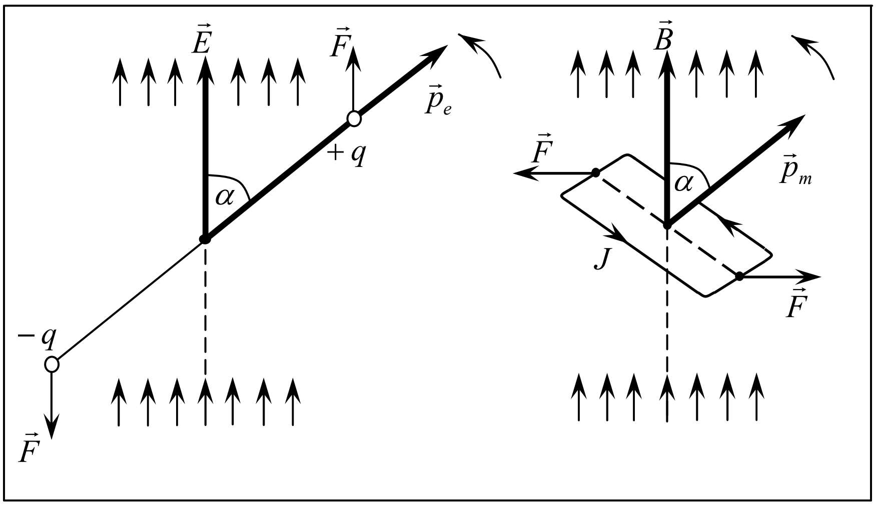
• Если частица вещества обладает электрическим моментом $\vec{p}_e$, то электрическое поле напряжённостью $\vec{E}$ поворачивает частицу, при этом вращающий момент

$$\vec{M}_{вр} = \left[\vec{p}_e \vec{E}\right], \qquad M_{вр} = p_e E \sin\left(\vec{p}_e \vec{E}\right).$$

Под действием $\vec{M}_{вр}$ электрический момент $\vec{p}_e$ ориентируется по направлению поля $\vec{E}$ (Рис 1.3.1).

Рис. 1.3.1

Ориентирующее действие полей $\vec{E}$ и $\vec{B}$ на частицы, обладающие электрическим моментом $\vec{p}_e$ или магнитным моментом $\vec{p}_m$



1.3.2 Ориентирующее действие магнитного поля на частицу вещества

• Если частица вещества обладает магнитным моментом $\vec{p}_m$, то магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ поворачивает частицу, при этом вращающий момент

$$\vec{M}_{вр} = \left[\vec{p}_m \vec{B}\right], \quad M_{вр} = p_m B \sin\left(\vec{p}_m \vec{B}\right).$$

Под действием $\vec{M}_{вр}$ магнитный момент $\vec{p}_m$ ориентируется по направлению магнитного поля $\vec{B}$, а плоскость витка с током устанавливается перпендикулярно к полю (Рис. 1.3.1).

1.3.3 Электрическая поляризация вещества (диэлектрика)

• Внешнее электрическое поле производит массовое ориентирующее действие на электрические моменты всех частиц и приводит вещество в состояние электрической поляризации. Степень поляризации вещества характеризуется вектором поляризации.

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_e}{dV}.$$

Эта величина является локальной, т. к. суммарный электрический момент $\sum \vec{p}_e$ относится не ко всему веществу, а к его элементарной части объёмом dV. При однородной поляризации вектор $\vec{P}$ имеет одинаковое значение во всех точках вещества и равен электрическому моменту единицы объёма диэлектрика.

1.3.4 Магнитная поляризация вещества (магнетика)

• Внешнее магнитное поле производит массовое ориентирующее действие на магнитные моменты всех частиц и приводит вещество в состояние магнитной поляризации или намагничения. Степень магнитной поляризации вещества характеризуется вектором намагничения

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{p}_m}{dV}.$$

Эта величина является локальной, т. к. суммарный магнитный момент $\sum \vec{p}_m$ относится не ко всему веществу, а к его элементарной части объёмом dV. При однородном намагничении вектор $\vec{M}$ имеет одинаковое значение во всех точках вещества и равен магнитному моменту единицы объёма магнетика.

1.4 Граничные явления, вызванные поляризацией вещества

1.4.1 Возможен ли объемный макроскопический заряд внутри поляризованного вещества?

- Отдельный электрический диполь электронейтрален и обладает общим нулевым зарядом. Аналогично воображаемый магнитный диполь обладает общим нулевым магнитным зарядом. Любая макроскопическая совокупность диполей при любой их ориентации будет тоже обладать нулевым зарядом. Поэтому как однородная, так и неоднородная поляризация вещества не приводит к образованию внутреннего объёмного макроскопического заряда ни в диэлектриках, ни в магнетиках.

1.4.2 Возможен ли макроскопический молекулярный ток внутри поляризованного магнетика?

- По амперовской модели магнетик рассматривается как макроскопическая совокупность молекулярных витков тока, магнитные моменты которых при поляризации ориентируются по направлению внешнего магнитного поля, а плоскости витков — перпендикулярно к полю. При этом молекулярные токи в соприкасающихся витках направлены встречно по всему объёму магнетика. По этой причине отличный от нуля результирующий молекулярный ток внутри магнетика невозможен.

1.4.3 Локализация связанных зарядов и связанных молекулярных токов на поверхности тела

- Связанные заряды как электрические, так и магнитные, а также молекулярные токи сосредотачиваются только на границе вещества. Для упрощения удобно избрать тело с самой простой формой замкнутой граничной поверхности

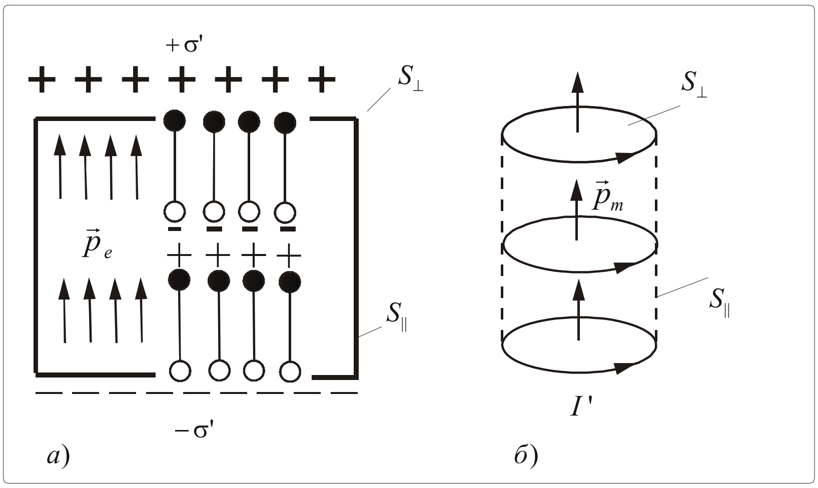
$$S = S_\perp + S_\parallel ,$$

где $S_\perp$ — часть поверхности, перпендикулярная к направлению поляризации, а $S_\parallel$ — параллельная этому направлению. С некоторым приближением этому соответствует тело в форме диска или цилиндра, поляризованных вдоль своей оси. Тогда $S_\perp$ — поверхность торцов цилиндра или диска, а $S_\parallel$ — их боковая поверхность. Очевидно, что связанные заряды, как электрические, так и магнитные σ' и σ'_m могут сосредоточиться только на поверхности $S_\perp$, на поверхности же $S_\parallel$ их не будет. Наоборот молекулярный ток I' может сосредоточиться только на поверхности $S_\parallel$ и его не будет на поверхности $S_\perp$ (Рис. 1.4.3).

Рис. 1.4.3

а) поляризованный диэлектрик (σ' сосредоточен только на пов. $S_\perp$)

б) поляризованный магнетик (I' сосредоточенный только на пов. $S_\parallel$)



1.4.4 Моделирование поляризованного тела пустотной полостью.

• Поскольку полеобразующие связанные заряды σ' и σ'_m и молекулярные токи I' сосредотачиваются только на границе тела, а внутри тела их нет, то при расчете поля внутреннее пространство тела в рамках его границ можно рассматривать как свободную от зарядов и токов пустую полость. Исключение относится только к случаю, когда тело неоднородно по своей структуре и свойствам, из-за чего полеобразующие источники могут появиться внутри тела.

1. 5 Уравнение поля в диэлектрике

1.5.1 Связь вектора поляризации с поверхностной плотностью связанных зарядов

• На торцах однородного поляризованного диэлектрика в форме цилиндра образуются связанные заряды $-Q'$ и $+Q'$, превращающие его в макроскопический диполь со своим электрическим моментом, модуль которого

$$P_ц = Q'L = \sigma' S_\perp L = \sigma' V_ц ,$$

где L — расстояние между зарядами Q', а σ' — поверхностная плотность связанного заряда. Очевидно, что отношение

$$\frac{P_ц}{V_ц} = P$$

выражает поляризованность единицы объема диэлектрика, а это по определению совпадает с абсолютным значением вектора поляризации. Из приведенных выражений следует

$$P = \sigma' \quad \left(на\ пов.\ S_\perp\right).$$

Эта связь остается в силе, если цилиндр превратить в диск. Тогда торцевые поверхности $S_\perp$ со связанными зарядами $-\sigma'$ и $+\sigma'$

можно рассматривать как плоский конденсатор.

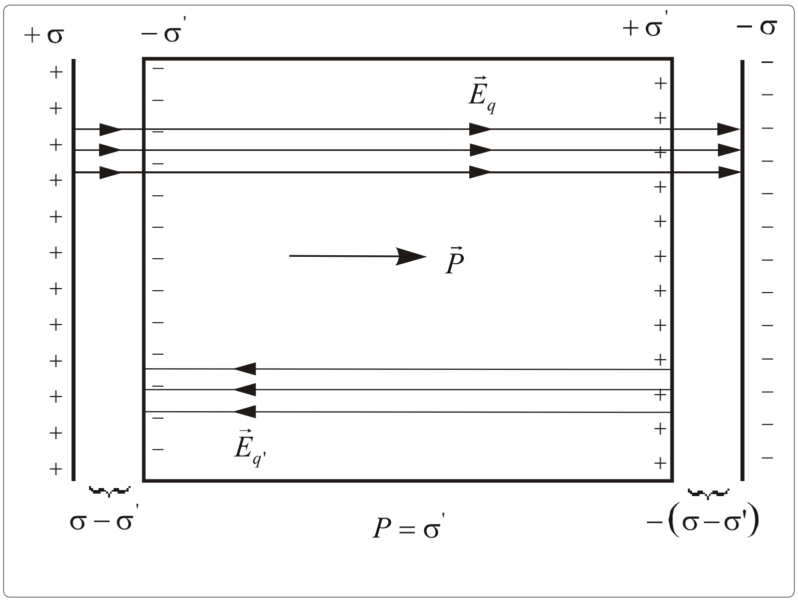


Рис. 1.5.2

Поляризующее поле свободных зарядов $\vec{E}_q$ и деполяризующее поле связанных зарядов $\vec{E}_{q'}$ в поляризованном диэлектрике

1.5.2 Уравнение поля в диэлектрике

• Если в заряженный плоский конденсатор со свободными зарядами $-\sigma$ и $+\sigma$ на его пластинах внести неполяризованный диэлектрик в форме диска, то он подвергнется поляризации с образованием на своих поверхностях $S_\perp$ связанных зарядов $-\sigma'$ и $+\sigma'$. Образуется конденсатор в конденсаторе или сдвоенный конденсатор (Рис. 1.5.2). При этом конденсатор на свободных зарядах σ создает в диэлектрике стороннее поляризующее поле $\vec{E}_q$, а конденсатор на связанных зарядах σ' — противоположное деполяризующее поле $\vec{E}_{q'}$ соответственно

$$E_q = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad E_{q'} = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}\ .$$

В связи с противоположным направлением полей $\vec{E}_q$ и $\vec{E}_{q'}$ результирующее поле можно представить их разностью

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} \quad , \qquad \varepsilon_0 E = \sigma - \sigma'\ .$$

Учитывая, что $\sigma' = P$, и рассматривая произведение $\varepsilon_o E_q$ как несиловую, отличную от E_q характеристику стороннего поля, т. е. принимая, что

$$\sigma = \varepsilon_0 E_q = D\ ,$$

находим уравнение поля в скалярном виде

$$D = \varepsilon_0 E + P = (1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E})\ \varepsilon_0 E = (1+\chi)\ \varepsilon_0 E = \varepsilon\varepsilon_0 E\ ,$$

где $\varepsilon = 1 + \chi$, $\chi = \dfrac{P}{\varepsilon_0 E}$

Поскольку *D, E* и *P* – это модули параллельных друг другу векторов ($\vec{D} \uparrow\uparrow \vec{E} \uparrow\uparrow \vec{P}$), то уравнение поля в диэлектрике можно представить окончательно в векторном виде

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad , \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \quad ,$$

где $\vec{D}$, $\vec{E}$ и $\vec{P}$ - это соответственно вектор электрической индукции (электрического смещения), напряженность результирующего электрического поля и вектор поляризации диэлектрика.

1.5.3 Замечание к уравнению поля в диэлектрике

- Следует особо подчеркнуть, что выбором диэлектрика в форме плоского тонкого диска, помещенного в стороннее однородное поле плоского конденсатора, была обеспечена такая физическая ситуация, когда результирующее поле $\vec{E}$ оказалось коллинеарным стороннему полю E_q :

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_{q'} \quad , \qquad \vec{E} \uparrow\uparrow \vec{E}_q \, .$$

При таких условиях вектор электрического смещения определяется выражением

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_q = \vec{D}_0$$

и может рассматриваться как несиловая характеристика стороннего поля. Но возможна ситуация, когда результирующее поле $\vec{E}$ не коллениарно стороннему полю E_q

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_{q'} \quad , \qquad \vec{E} \uparrow\uparrow \vec{E}_q \, .$$

В этом случае вектор электрического смещения $\vec{D}$ уже не является характеристикой стороннего поля, так как

$$\vec{D} \neq \varepsilon_0 \vec{E}_q \quad , \qquad \vec{D} \neq \vec{D}_0 \; .$$

Таким образом, можно обобщить

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \Rightarrow \begin{cases} \neq \overline{D}_0 \; при \; \overline{E} \uparrow\uparrow \overline{E}_q \\ = \overline{D}_0 \; при \; \overline{E} \uparrow\uparrow \overline{E}_q \end{cases} .$$

Очевидно в случае, когда $\vec{D} \neq D_0$, вектор $\vec{D}$ можно рассматривать как обозначение суммы $\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$. В этой сумме $\vec{P} \uparrow\uparrow \vec{E}$, т. к.

$$\vec{P} = \chi \, \varepsilon_0 \, \vec{E}$$

Следовательно, и в общем случае, когда $\vec{D} \neq D_0$, все три вектора

$\vec{D}, \vec{E}$ и $\vec{P}$ имеют одно направление $\left(\vec{D}\uparrow\uparrow\vec{E}\uparrow\uparrow\vec{P}\right)$, как и в частном случае, когда $\vec{D}=\vec{D}_0$.

1.5.4 Диэлектрическая проницаемость и диэлектрическая восприимчивость диэлектрика

• Физический смысл диэлектрической проницаемости ε и диэлектрической восприимчивости χ вытекает из их определения

$$\varepsilon = 1+\chi \qquad , \qquad \chi = \frac{P}{\varepsilon_0 E} = \frac{\sigma'}{\sigma-\sigma'}$$

Связанные заряды σ' - это отклик диэлектрика на действие сторонних свободных зарядов σ. Значения материальных

характеристик диэлектрика χ и ε определяются этим откликом. Чем ближе σ' к σ тем больше χ и тем больше ε.

.

1.6. Уравнение поля в магнетике

1.6.1 Связь вектора намагничения с молекулярными токами

• На боковой поверхности поляризованного магнетика в форме длинного цилиндра образуется общий молекулярный ток I', что превращает его в макроскопический магнитный диполь со своим магнитным моментом, момент которого

$$M_ц = I' S_\perp ,$$

где $S_\perp$ — площадь торца цилиндра. Намагниченность единицы объема магнетика совпадает по определению с абсолютным значением вектора намагничения:

$$M = \frac{M_ц}{V_ц} = \frac{I'S_\perp}{LS_\perp} ,$$

где L — длина цилиндра. Таким образом:

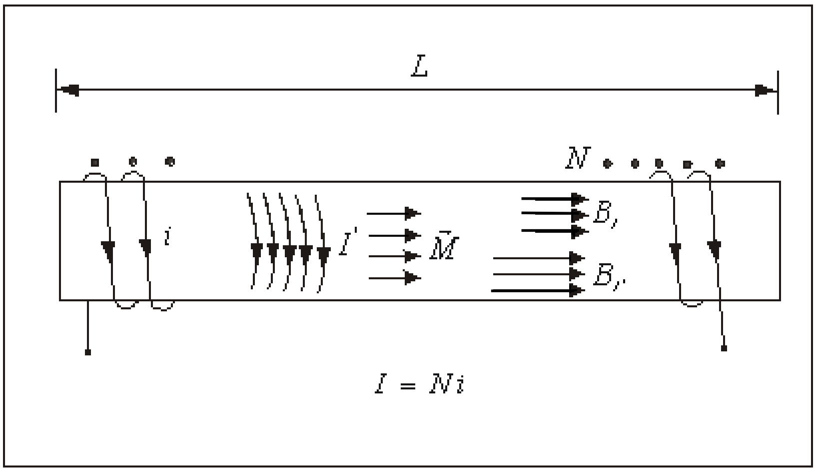
$$M = \frac{I'}{L} .$$

1.6.2 Уравнение поля в магнетике.

• Если в длинный токопроводящий соленоид с общим током во всех витках I внести ненамагниченный магнетик в форме столь же длинного цилиндра, то он подвергнется намагничиванию с возбуждением общего амперовского тока I' на своей боковой поверхности $S_\parallel$. Образуется соленоид в соленоиде — амперовский в токопроводящем (Рис. 1.6.2.).

Рис. 1.6.2

Магнитная поляризация магнетика. Внешнее магнитное поле соленоида $\vec{B}_I = \mu_0 \vec{H}$ возбуждает в магнетике дополнительное магнитное поле $\vec{B}_{I'} = \mu_0 \vec{M}$ того же направления



Каждый из соленоидов создает свое магнитное поле одного и того же направления соответственно $\vec{B}_I$ и, $\vec{B}_{I'}$, при этом

$$B_I = \mu_0 \frac{I}{L} = \mu_0 H \ , \ B_{I'} = \mu_0 \frac{I'}{L} = \mu_0 M \ .$$

Величину H можно рассматривать как отличную от B_I несиловую характеристику стороннего магнитного поля, образованного токопроводящим соленоидом. Хотя H в отличие от B_I не является силовой характеристикой, ее принято называть напряжённостью магнитного поля.

Поскольку B_I и $B_{I'}$ совпадают по направлению, то индукция результирующего магнитного поля будет определяться суммой

$$B = B_I + B_{I'} = \mu_0 H + \mu_0 M \ .$$

Следовательно, можно записать

$$B = \mu_0 (H + M) = \mu_0 \left(1 + \frac{M}{H} \right) H = \mu_0 (1+\chi) H = \mu\mu_0 H$$

где $\mu = 1 + \chi$, $\chi = \dfrac{M}{H}$

Величины B, M и H – это модули параллельных друг другу векторов $\left(\vec{B} \uparrow\uparrow \vec{M} \uparrow\uparrow \vec{H}\right)$, поэтому уравнение поля в магнетике можно представить окончательно в векторном виде

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M}\right) \quad , \quad \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H} \ ,$$

где $\vec{B}$, $\vec{H}$ и $\vec{M}$ — это соответственно вектор магнитной индукции результирующего магнитного поля, вектор напряженности стороннего поля и вектор намагничения магнетика.

1.6.3 Замечания к уравнению поля в магнетике

- Следует особо подчеркнуть, что выбором магнетика в форме длинного стержня, помещённого в стороннее однородное магнитное поле длинного токопроводящего соленоида, была обеспечена такая физическая ситуация, когда результирующее поле $\vec{B}$ оказалось коллинеарным стороннему полю B_I:

$$\vec{B} = \vec{B}_I + \vec{B}_{I'} \quad , \qquad \vec{B} \uparrow\uparrow \vec{B}_I \, .$$

При таких условиях вектор напряжённости магнитного поля $\vec{H}$ может рассматриваться как несиловая характеристика стороннего магнитного поля $\vec{H}_0$ и определяться выражением

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = H_0 \; , \; H_0 = \frac{I}{L} = \frac{Ni}{L} = ni$$

где i – ток в отдельном витке соленоида, N – общее число витков, n - их линейная плотность.

Но возможна иная ситуация, когда

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \neq \vec{H}_0$$

Этому способствует отсутствие коллинеарности между результирующим и сторонним полями. Во всех случаях, когда $\vec{H} \neq \vec{H}_0$, под величиной $\vec{H}$ следует понимать обозначение разности

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \; .$$

1.7. Сравнение формального и физического содержания материальных уравнений поля в диэлектриках и магнетиках

1.7.1 Силовые свойства электрического и магнитного полей

- Электрическое и магнитное поля проявляют себя физически как поля силовые. Каждое из них способно оказать на электрический заряд силовое действие, соответственно

$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad , \qquad \vec{F} = q\left[\,\vec{\upsilon}\vec{B}\,\right],$$

где $\vec{E}$ - напряжённость электрического поля, $\vec{B}$ - индукция магнитного поля.

По указанным силам векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ легко определяются в условиях вакуума. В материальной среде векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ тоже сохраняют своё силовое содержание, так как поляризация вещества $\vec{P}$ и $\vec{M}$ является следствием силового ориентирующего действия этих полей на моменты частиц $\vec{p}_e$ и $\vec{p}_m$ соответственно

$$M_{вр} = [\ \vec{p}_e \vec{E}\ ] \qquad , \qquad M_{вр} = [\ \vec{p}_m \vec{B}\ ]$$

1.7.2 Аналоги в материальных уравнениях

• Векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ – это силовые характеристики электрического и магнитного полей и по своему смыслу являются аналогами. Векторы $\vec{P}$ и $\vec{M}$ – это тоже аналоги, определяющие состояние поляризации соответственно диэлектриков и магнетиков. Векторы $\vec{D}$ и $\vec{H}$ - являются аналогами в том смысле, что они в удобной форме выражают связь между силовыми полями $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в материальной среде и состоянием ее поляризации $\vec{P}$ и $\vec{M}$. Иными словами $\vec{D}$ и $\vec{H}$ выражают связь между полями и “ не полями”. Аналоговые соотношения между величинами материальных уравнений можно наглядно представить выражениями:

$$\vec{E}\ ,\ \vec{P}\ ,\ \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\vec{B}\ ,\ \vec{M}\ ,\ \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}$$

1.7.3 Особый смысл векторов $\vec{D}$ и $\vec{H}$ в условиях коллинеарности результирующих и сторонних полей

• В общем случае при отсутствии коллинеарности, когда $\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{E}_q$ и $\vec{B} \uparrow\uparrow \vec{B}_I$, векторы $\vec{D}$ и $\vec{H}$ не являются характеристиками сторонних полей, так как $\vec{D} \neq \varepsilon_0 E_q$ и $\vec{H} \neq \dfrac{\vec{B}_I}{\mu_0}$ или иначе $\vec{D} \neq \vec{D}_0$ и $\vec{H} \neq \vec{H}_0$. Только в частном случае, когда результирующее и стороннее поля коллинеарны $\left(\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{E}_q\ ,\vec{B} \uparrow\uparrow \vec{B}_I\right)$ выполняется условие $\vec{D} = \vec{D}_0$ и $\vec{H} = \vec{H}_0$, при котором векторы $\vec{D}$ и $\vec{H}$ становятся несиловыми характеристиками сторонних полей. На Рис.1.7.3 приводятся дополнительные пояснения к этому случаю.

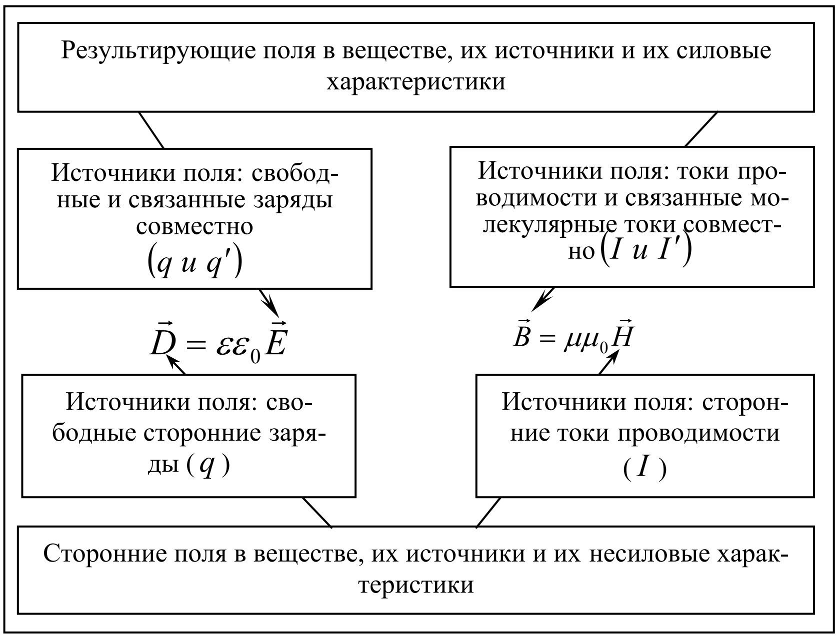


Рис.1.7.3

Схема смыслового значения векторных величин в материальных уравнениях в условиях коллинеарности

$\left(\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{E}_q\ ,\ \vec{B} \uparrow\uparrow \vec{B}_I\right)$

1.7.4 Поле в вакууме

• В вакууме вещество отсутствует и поляризация как электрическая, так и магнитная исключены, т. е. $\vec{P} = 0$ и $\vec{M} = 0$, а также $\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$. Материальные уравнения $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$ и $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$ принимают для вакуума свою частную форму

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} \quad , \quad \vec{B} = \mu_0\vec{H}$$

В условиях вакуума векторы $\vec{E}$ и $\vec{D}$ характеризуют не разные поля, а одно и тоже электрическое поле. Аналогично одно и тоже магнитное поле характеризуют вектора $\vec{B}$ и $\vec{H}$. Эта особенность выполняется и во многих материальных средах, в частности в газах, в которых $\varepsilon \approx 1$ *и* $\mu \approx 1$.

1.7.5 Электрическая и магнитная постоянные

• Электрическая и магнитная постоянные ε_0 и μ_0 связаны со скоростью света соотношением

$$\varepsilon_0\,\mu_0\,c^2 = 1$$

Их численные значения:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot 9\cdot 10^9}\frac{Ф}{м} = 8{,}85\cdot 10^{-12} \quad \frac{Ф}{м}$$

$$\mu_0 = 4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\,\frac{Гн}{м} = 1{,}25\cdot 10^{-6} \quad \frac{Гн}{м}$$

$$c = 3\cdot 10^8 \quad \frac{м}{с}$$

1.8 Электрические и магнитные характеристики вещества в материальных уравнениях

1.8.1 Характеристики вещества в основных материальных уравнениях

• Среди основных выделяются три материальных уравнения

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} \quad , \quad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \quad , \quad \vec{j} = \sigma\vec{E}\,.$$

Величины ε, μ и σ в этих уравнениях являются характеристиками вещества соответственно диэлектриков, магнетиков и проводящих сред. Поскольку

$$\varepsilon = 1 + \chi_p \qquad \text{и} \qquad \mu = 1 + \chi_m,$$

то к характеристикам вещества следует также отнести диэлектрическую и магнитную восприимчивости, соответственно χ_p и χ_m.

1.8.2 Диэлектрическая проницаемость

• В качестве диэлектрической проницаемости вещества диэлектрика принимается его проницаемость в таких условиях, когда результирующее и стороннее поля в нем коллинеарны ($\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{E}_q$). В этом случае ε принимает свое максимально возможное значение и выражается самым простым выражением

$$\varepsilon = \frac{D}{\varepsilon_0 E} = \frac{D_0}{\varepsilon_0 E} = \frac{\varepsilon_0 E_q}{\varepsilon_0 E} = \frac{E_q}{E} > 1 .$$

Кроме того, в этом случае ε легко находится из опыта, поскольку поля E_q и E надёжно контролируются экспериментом. Таким образом, ε показывает во сколько раз E меньше E_q или иными словами во сколько раз поляризация диэлектрика ослабляет в нём стороннее поле.

Условия коллинеарности $\vec{E}$ и $\vec{E}_q$, необходимые для определения ε, требует от тела диэлектрика определённой формы. В частности это может быть тонкий плоский диск в стороннем поле E_q, перпендикулярном к плоскости диска.

1.8.3 Магнитная проницаемость

- В качестве магнитной проницаемости вещества магнетика принимается его проницаемость в таких условиях, когда результирующее и стороннее поля в нем коллинеарны($\vec{B} \uparrow\uparrow \vec{B}_I$). В этом случае μ принимает своё максимально возможное значение и определяется простым выражением

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{B}{\mu_0 H_0} = \frac{B}{B_I} > 1 .$$

Кроме того, в этом случае μ легко находится из опыта, поскольку индукция поля намагниченного магнетика B и индукция стороннего намагничивающего поля B_I надежно контролируются экспериментом. Таким образом, намагничивание магнетика сторонним магнитным полем B_I приводит к возбуждению в магнетике более сильного результирующего магнитного поля B. При этом μ показывает во сколько раз последнее превосходит первое. Следует заметить, что для магнетиков характерны значения $\mu > 1$ и даже $\mu >> 1$. Исключение составляют диамагнетики, для которых $\mu \le 1$.

Условие коллинеарности $\vec{B}$ и $\vec{B}_I$, необходимое для определения μ, требует от тела магнетика определённой формы. Это должен быть длинный тонкий стержень в стороннем поле $\vec{B}_I$, параллельном оси стержня.

1.8.4 Удельная электропроводность

- Зависимость плотности тока в проводящей среде от напряжённости электрического поля в ней определяется материальным уравнением $\vec{j} = \sigma\vec{E}$

Удельная электропроводность среды, как её материальная характеристика, может быть определена выражением

$$\sigma = \frac{j}{E} ,$$

в котором величины j и E контролируются экспериментом.

1.9. Поток векторного поля через поверхность. Дивергенция векторного поля

1.9.1 Векторное поле

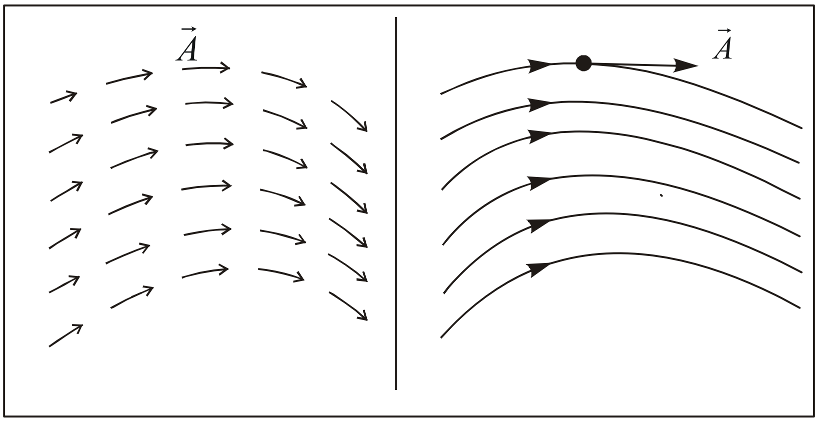
• Электрические и магнитные поля являются полями векторными и их формально можно представить одним векторным полем некоторого вектора $\vec{A}$, подразумевая, что вектор $\vec{A}$ — обобщенный: $\vec{A} \to \vec{E},\ \vec{D},\ \vec{B},\ \vec{H},\ \vec{P},\ \vec{M}$. Векторное поле вектора $\vec{A}$ — это область пространства, каждой точке которого соответствует свое значение и свое направление этого вектора. Векторное поле можно изобразить множеством векторов $\vec{A}_1,\ \vec{A}_2,\ ...,\ \vec{A}_n$ в точках 1, 2, ..., n, но нагляднее поле можно представить множеством направленных векторных линий, каждая из которых строиться так, чтобы в любой ее точке вектор $\vec{A}$ был направлен по касательной (Рис. 1.9.1). При этом густотой векторных линий можно отразить интенсивность векторного поля в локальных областях пространства. Для этого необходимо, чтобы в локальной области плотность векторных линий равнялась значению вектора в этой области т. е.

$$\frac{dN}{dS_\perp} = A\ ,$$

где $dS_\perp$ — поперечная к линиям площадка, а dN — число проходящих через нее линий.

Рис. 1.9.1

Изображение векторного поля множеством векторов, или множеством направленных векторных линий



1.9.2 Поток вектора через поверхность

• Элементарный поток вектора — это поток векторных линий через площадку $dS_\perp$ т.е.

$$dN = A\,dS_\perp\ .$$

Если площадь dS не поперечна к линиям вектора, то тогда

$$dN = A\,dS\cos(\vec{A}\,\vec{n}) = \vec{A}\,d\vec{S}\ ,$$

где $\vec{n}$ — единичная нормаль к площадке dS, а $d\vec{S} = dS\,\vec{n}$.

Под элементарным потоком вектора $\vec{A}$ следует понимать элементарные электрические и магнитные потоки векторов $\vec{E},\ \vec{D},\ \vec{B},\ \vec{H}$, а именно

$$dN \to d\Phi_E,\ d\Phi_D,\ d\Phi_B,\ d\Phi_H \to \vec{E}\,d\vec{S},\ \ \vec{D}\,d\vec{S},\ \ \vec{B}\,d\vec{S},\ \ \vec{H}\,d\vec{S},$$

Поток вектора $\vec{A}$ через незамкнутую поверхность S складывается из элементарных потоков и определяется интегралом

$$N = \int_S \vec{A}\,d\vec{S}\ .$$

Поток вектора через замкнутую поверхность S определяется аналогичным интегралом, только по всей замкнутой поверхности

$$N = \oint_S \vec{A}\,d\vec{S}\,,$$

где учитывается, что $d\vec{S}$ — это внешние векторы на элементах поверхности S.

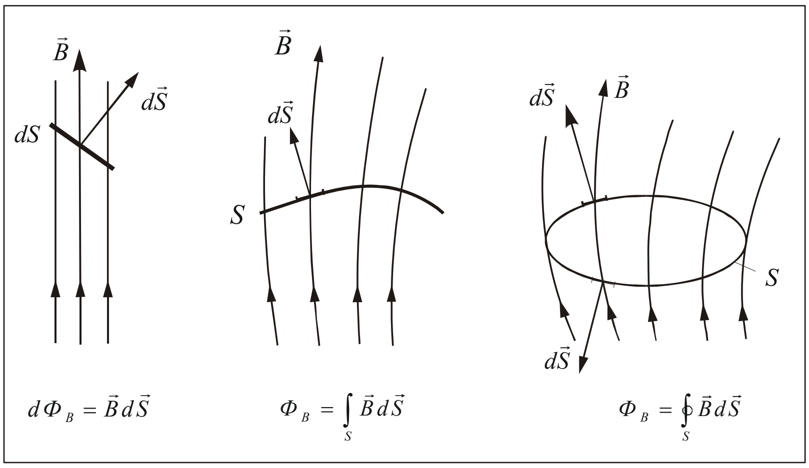
Под потоком вектора $\vec{A}$ следует понимать электрические и магнитные потоки векторов $\vec{E},\ \vec{D},\ \vec{B},\ \vec{H}$, а именно

$$\begin{array}{ccccc} N \to & \Phi_E, & \Phi_D, & \Phi_B, & \Phi_H \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & \int_S \vec{E}d\vec{S} & \int_S \vec{D}d\vec{S} & \int_S \vec{B}d\vec{S} & \int_S \vec{H}d\vec{S}\,. \\ & \oint_S \vec{E}d\vec{S} & \oint_S \vec{D}d\vec{S} & \oint_S \vec{B}d\vec{S} & \oint_S \vec{H}d\vec{S} \end{array}$$

В качестве примера на Рис. 1.9.2 показано выражение магнитного потока.

Рис. 1.9.2

Магнитный поток через поверхность: элементарную, незамкнутую и замкнутую



1.9.3 Электрический поток через замкнутую поверхность

• Поток векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ через замкнутую поверхность произвольной формы определяется интегралами

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\, d\vec{S}, \qquad \Phi_D = \oint_S \vec{D}\, d\vec{S}.$$

Потоки Φ_E и Φ_D — скалярные величины, в системе СИ измеряются соответственно единицами $Вм$ и $Кл$.

1.9.4 Магнитный поток через замкнутую поверхность

• Аналогично поток векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$ через замкнутую поверхность произвольной формы определяются интегралами

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B}\, d\vec{S}, \qquad \Phi_H = \oint_S \vec{H}\, d\vec{S}.$$

Потоки Φ_B и Φ_H — тоже скалярные величины, в системе СИ измеряются соответственно единицами $Вб$ и $Ам$.

1.9.5 Дивергенция вектора в векторном поле

• Дивергенция является локальной скалярной характеристикой векторного поля и определяет наличие или отсутствие в нем особых точек. Это такие точки, в которых векторные линии либо зарождаются, либо исчезают, т.е. заканчиваются. Таким образом, дивергенция определяет в векторном поле локальные источники или локальные стоки (“поглотители”) векторных линий. Математически дивергенция вектора $\vec{A}$ определяется простым выражением:

$$div\,\vec{A} = \lim_{V \to 0} \frac{\oint_S \vec{A}\, d\vec{S}}{V},$$

где S — замкнутая поверхность, а V — объем, ограниченный этой же поверхностью. Из выражения дивергенции вытекают очевидные выводы, а именно, если $div\,\vec{A} > 0$ — то векторные линии зарождаются в локальной области поля (в его отдельной точке); если $div\,\vec{A} < 0$ — то линии заканчиваются в локальной области поля (в его отдельной точке);

если же $div\,\vec{A} = 0$ — то линии проходят “транзитом” через локальную область поля или через его отдельную точку.

1.9.6 Дивергенция в электрическом и магнитном полях

• Под дивергенцией вектора $\vec{A}$ надо понимать дивергенцию векторов $\vec{E}$, $\vec{D}$, $\vec{B}$, $\vec{H}$ соответственно в электрическом и магнитном полях, т. е.

$$div\,\vec{A} \to div\,\vec{E}, \quad div\,\vec{D}, \quad div\,\vec{B}, \quad div\,\vec{H}$$

Понятие дивергенции имеет математическое содержание. Оно указывает где находится источник поля, но не дает информации о том, что он представляет собой физически.

1.10 Уравнения Максвелла о связи электрического и магнитного полей с их зарядовыми источниками

1.10.1 Электрическое поле свободных зарядов

• Электрическое поле в диэлектрике определяется материальными уравнениями

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon\varepsilon_0 \left(\vec{E}_q + \vec{E}_{q'} \right) = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Первоисточником появления всех величин в этом уравнении является свободный сторонний заряд q. В результате его воздействия на диэлектрик возбуждается связанный заряд и его поле $\left(q', \vec{E}_{q'}\right)$, а сумма $\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ образует при этом вектор электрического смещения $\vec{D}$:

$$q \to \left\{ q', \vec{E}_{q'}, \vec{E}, \vec{P} \right\} \to \vec{D}$$

Непосредственная связь между $\vec{D}$ и q определяется уравнением Максвелла и по своей значимости является фундаментальной.

1.10.2 Уравнение Максвелла в интегральной форме о связи вектора $\vec{D}$ со свободным сторонним зарядом q

• Связанное со свободным зарядом электрическое поле полностью определяется его потоком через замкнутую поверхность, когда сам заряд находится внутри нее. Для упрощения в качестве замкнутой поверхности уместно принять сферу, а в качестве свободного заряда - точечный заряд q в центре сферы. Тогда на всех элементах сферы $\vec{D} \uparrow\uparrow d\vec{S}$ и $D = const$, что упрощает вычисление потока:

$$\oint_S \vec{D}\, d\vec{S} = \oint_S D\, dS = D \oint_S dS = DS.$$

Для точечного заряда

$$D = \varepsilon\varepsilon_o E = \varepsilon\varepsilon_o \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r^2} = \frac{q}{4\pi r^2} = \frac{q}{S}.$$

Таким образом

$$\boxed{\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q}$$

Это уравнение вытекает из закона Кулона. Из теоремы Гаусса следует, что оно остается в силе при любой форме замкнутой поверхности и при любом количестве свободных зарядов в ней. Доказано так же, что оно сохраняет свой вид когда заряды движутся внутри поверхности и даже когда через неё происходит излучение. Когда приведенное уравнение называют уравнением Максвелла, то имеют в виду все указанные обобщения.

1.10.3 Уравнение Максвелла в дифференциальной форме о локальных зарядовых источниках электрического поля

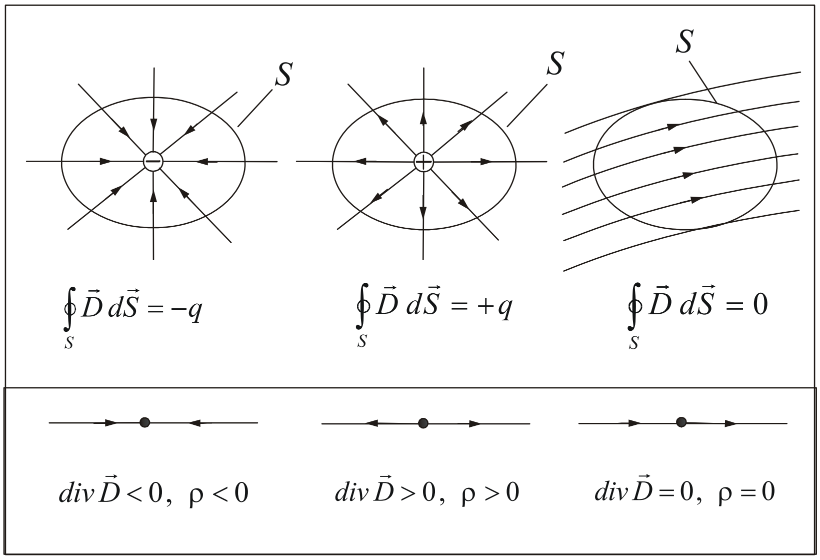
• Дифференциальное уравнение Максвелла вытекает из интегрального путем предельного сокращения объема замкнутой поверхности и перехода к понятию дивергенции

$$\lim_{V\to 0}\frac{\oint\limits_S \vec{D}\,dS}{V} = \lim_{V\to 0}\frac{q(V)}{V} = \rho.$$

Это и приводит к дифференциальной форме уравнения Максвелла

$$\boxed{div\,\vec{D} = \rho}$$

Рис. 1.10.3
Поток и дивергенция вектора $\vec{D}$



Из него следует, что точки пространства, в которых плотность свободного заряда $\rho \neq 0$, являются особыми точками векторного электрического поля $\vec{D}$. В этих точках линии вектора $\vec{D}$ зарождаются, если $\rho > 0$ и исчезают (заканчиваются), если $\rho < 0$, а также проходят “транзитом” через любую точку, если в ней $\rho = 0$ (Рис. 1.10.3).

1.10.4 Уравнение Максвелла в интегральной форме о потоке вектора $\vec{B}$ через замкнутую поверхность в магнитном поле

• Уравнения о потоке вектора $\vec{B}$ через замкнутую поверхность было бы полным аналогом уравнению о потоке вектора $\vec{D}$ через замкнутую поверхность, если бы подобно свободному электрическому заряду существовал свободный магнитный заряд. Но его нет, его нельзя обнаружить в замкнутой поверхности при любой физической ситуации. Поэтому

$$\boxed{\oint \vec{B}\,d\vec{S} = 0}$$

Каких-либо исключений из этого уравнения Максвелла не существует.

1.10.5 Уравнение Максвелла в дифференциальной форме об отсутствии зарядовых источников магнитного поля

- Отсутствие свободных магнитных зарядов исключает всякое понятие об их плотности, поэтому в уравнении Максвелла в дифференциальной форме утверждается, что

$$\boxed{div\vec{B} = 0}$$

т.е. что зарядовых источников магнитного поля не существует. Это значит, что в магнитном поле нет особых точек, где бы зарождались или заканчивались векторные линии вектора $\vec{B}$. Эти линии непрерывны во всем пространстве своего существования и могут быть только замкнутыми линиями.

1.11. Вихревое векторное поле. Циркуляция и ротор в вихревом поле

1.11.1 Главные характеристики вихревого поля

- Каждый из векторов $\vec{E}$, $\vec{D}$, $\vec{B}$, $\vec{H}$ может образовать вихревое поле с одинаковыми, характерными признаками, которые достаточно рассмотреть на примере одного обобщенного вектора $\vec{A}$. Поле вектора $\vec{A}$ считается вихревым, если все его векторные линии замкнуты сами на себя, при этом замкнутые линии не соприкасаются и не пересекаются. Главными характеристиками вихревого поля являются циркуляция вектора $\vec{A}$ по замкнутому контуру и ротор этого вектора в данной точке поля.

1.11.2 Циркуляция вектора по замкнутому контуру в вихревом поле

- Контур L в виде произвольной замкнутой линии охватывает определенную область векторного поля вектора $\vec{A}$. Под циркуляцией вектора $\vec{A}$ по контуру L, $circ(\vec{A}, L)$, подразумевается интеграл

$$circ\,(\vec{A}, L) = \oint_L \vec{A}\,d\vec{l}\ ,$$

где $d\vec{l}$ — векторные элементы длины самого контура, совпадающие по направлению с направлением его обхода. Этот интеграл несет информацию о самом главном: является или не является векторное поле вихревым в той области, которая ограничивается контуром L.

Так отличная от нуля циркуляция означает, что в пределах контура L поле вихревое и его источник находится внутри контура, тогда как нулевая циркуляция указывает на отсутствие в контуре источника вихревого поля, а также на то, что в пределах контура L поле потенциальное, т.е. невихревое. Циркуляция вектора $\vec{A}$ по разным контурам L_1, L_2, ..., L_n, охватывающим один и тот же источник вихревого поля, имеет одно и то же значение, следовательно, циркуляционный интеграл не зависит от формы и размеров контура L вокруг данного источника. Если в качестве контура L выбирается замкнутая векторная линия самого поля, то циркуляция вектора $\vec{A}$

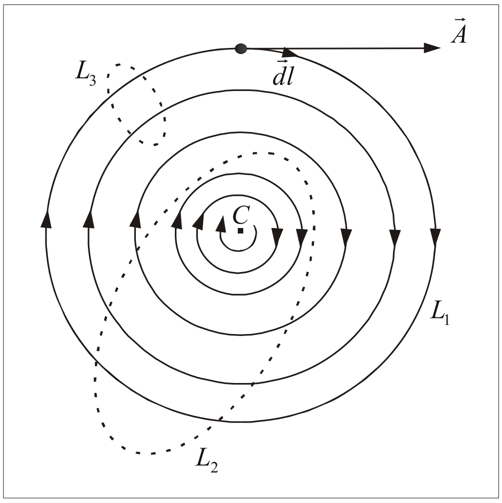
по ней всегда отлична от нуля, т.к. она всегда содержит внутри себя источник вихревого поля. Существенно то, что циркуляционный интеграл по векторной линии вихревого поля и интеграл по любому контуру L, охватывающему тот же источник вихревого поля, имеют одинаковое значение. На Рис. 1.11.2 приводятся примеры этих ситуаций

Рис. 1.11.2

Вихревое поле вектора $\vec{A}$. Векторные линии поля — концентрические окружности с общим центром в источнике вихревого поля в точке C. Значение циркуляционного интеграла:

$$\oint_{L_1} \vec{A}\,d\vec{l} = \oint_{L_2} \vec{A}\,d\vec{l} \neq 0,$$

$$\oint_{L_3} \vec{A}\,d\vec{l} = 0$$



1.11.3 Ротор вектора в точке вихревого поля

- Циркуляция вектора $\vec{A}$ указывает лишь на наличие в пределах замкнутого контура L источника вихревого поля, тогда как ротор векторного поля определяет положение этого источника локально, т.е. в конкретной точке. Ротор в отличие от циркуляции является векторной величиной и математически определяется простым выражением

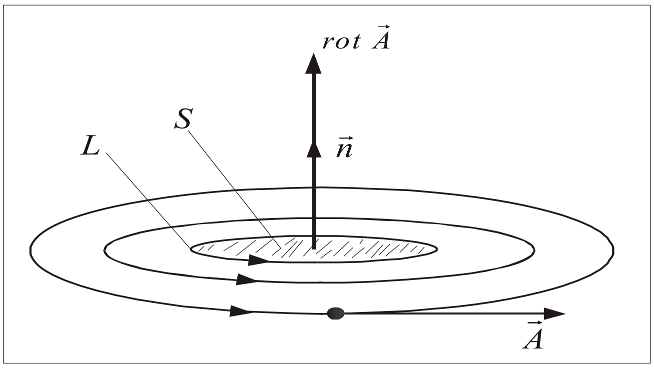
$$rot\,\vec{A} = \lim_{S\to 0} \frac{\oint_L \vec{A}\,d\vec{l}}{S}\vec{n} \ ,$$

где S — площадь поверхности, ограниченной контуром циркуляции L, в качестве которого для упрощения принята замкнутая векторная линия самого поля, а $\vec{n}$ — единичная векторная правовинтовая нормаль к плоскости векторной линии. На Рис. 1.11.3 приведено иллюстративное пояснение к определению ротора. Из выражения ротора вытекают очевидные выводы: не все точки вихревого поля являются его источниками. Так если $rot\,\vec{A} \neq 0$ — то в локальной области (в точке) есть источник вихревого поля (есть источник вихря), если же $rot\,\vec{A} = 0$ — то в локальной области (в точке) источника вихревого поля нет (нет источника вихря).

Рис. 1.11.3

Ротор вихревого поля

$$rot\,\vec{A} = \lim_{S\to 0} \frac{\oint_L \vec{A}\,d\vec{l}}{S}\vec{n}$$



1.11.4 Циркуляция и ротор вектора в вихревых электрических и магнитных полях

• Все изложенные обоснования циркуляции и ротора вектора $\vec{A}$ с такой же математической формальностью относятся к векторам электрического поля $\vec{E}$ и $\vec{D}$, а также к векторам магнитного поля $\vec{B}$ и $\vec{H}$:

$$\oint_L \vec{A}\,d\vec{l} \;\to \oint_L \vec{E}\,d\vec{l},\quad \oint_L \vec{D}\,d\vec{l},\quad \oint_L \vec{B}\,d\vec{l},\quad \oint_L \vec{H}\,d\vec{l}.$$

$$rot\,\vec{A} \;\to rot\,\vec{E},\quad rot\,\vec{D},\quad rot\,\vec{B},\quad rot\,\vec{H}$$

1.12 Уравнение Максвелла о связи вихревого магнитного поля с его вихревыми источниками

1.12.1 Электрический ток проводимости

• Если под действием постоянного электрического поля в среде поддерживается постоянный электрический ток, то он и является током проводимости, а среда – проводящей. К проводящим средам относятся металлы, полупроводники, электролиты, плазма. Проводящая среда характеризуется удельным сопротивлением ρ и удельной проводимостью σ (величина, обратная удельному сопротивлению $\sigma = \rho^{-1}$). Плотность тока и ток определяются выражениями

$$\vec{j} = \sigma\vec{E},\qquad I = \int_S \vec{j}\,d\vec{S},\qquad I = j\,S_{\perp},$$

где S — поверхность поперечного сечения проводника (проводящей среды), $S_{\perp}$ — площадь плоского поперечного сечения проводника.

1.12.2 Вихревое магнитное поле тока проводимости

• Ток проводимости является источником вихревого магнитного поля, и это следует рассматривать как исходный физически обоснованный факт. В случае тонкого прямолинейного проводника с током векторные линии векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$ лежат в поперечной к проводнику плоскости и принимают форму концентрических окружностей с правовинтовой ориентацией векторных линий по отношению к направлению тока. В каждой точке круговой линии радиусом r векторы $\vec{B}$ и $\vec{H}$ имеют постоянные численные значения

$$H = \frac{I}{2\pi r},\quad B = \mu\mu_0\frac{I}{2\pi r}.$$

1.12.3 Циркуляция вектора $\vec{H}$ в вихревом магнитном поле тока проводимости

• Для упрощения в качестве контура циркуляции L вектора $\vec{H}$ удобно избрать замкнутую круговую линию самого вектора $\vec{H}$ (Рис.1.12.3). Тогда на каждом элементе контура $d\vec{l} \uparrow\uparrow \vec{H}$ и это приводит к простому выражению циркуляционного интеграла

$$\oint_L \vec{H}\,d\vec{l} = \oint_L H\,dl = H\oint_L dl = HL.$$

Для линейного тока проводимости

$$H = \frac{I}{2\pi r} = \frac{I}{L}.$$

Отсюда следует фундаментальное уравнение в интегральной форме

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\, d\vec{l} = I}$$

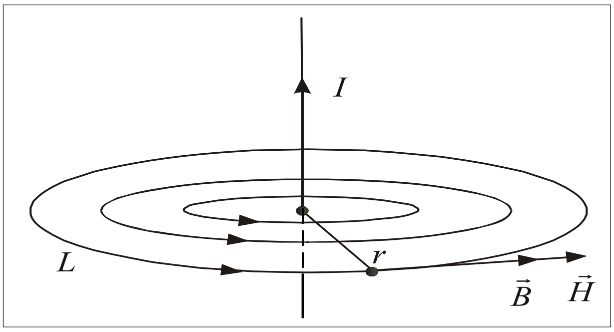
Уравнение сохраняет свою силу при любой форме контура циркуляции L, даже когда он охватывает не один, а несколько одинаково или разнонаправленных токов проводимости, т.е. когда

$$I = I_1 + I_2 + ... + I_n \qquad (\textit{алгебраическая сумма})$$

Рис.1.12.3

Вихревое магнитное поле линейного тока проводимости

$$H = \frac{I}{2\pi r}, \quad B = \mu_0 \mu \frac{I}{2\pi r}$$



1.12.4 Ротор вектора $\vec{H}$ в вихревом магнитном поле тока проводимости

- Из раздела 1.11.3 следует, что ротор вектора $\vec{H}$ получается из его циркуляции путем предельного сокращения ограниченной контуром L площади S с учетом того, что при этом одновременно происходит переход от тока I к его плотности $\vec{j}$

$$\lim_{S \to 0} \frac{\oint_L \vec{H}\, d\vec{l}}{S} \vec{n} = \lim_{S \to 0} \frac{I(S)}{S} \vec{n} = \vec{j}\,.$$

Таким образом

$$\boxed{rot\, \vec{H} = \vec{j}}$$

Из этого фундаментального уравнения в дифференциальной форме следует, что только ту локальную область пространства, где есть ток проводимости плотностью $\vec{j}$, можно рассматривать как источник вихревого магнитного поля. В этом случае $\vec{j} \neq 0$ и $rot\, \vec{H} \neq 0$. В тех же областях магнитного поля, в том числе и вихревого, где $\vec{j} = 0$ также и $rot\, \vec{H} = 0$, т.е. в таких областях источника вихревого поля быть не может.

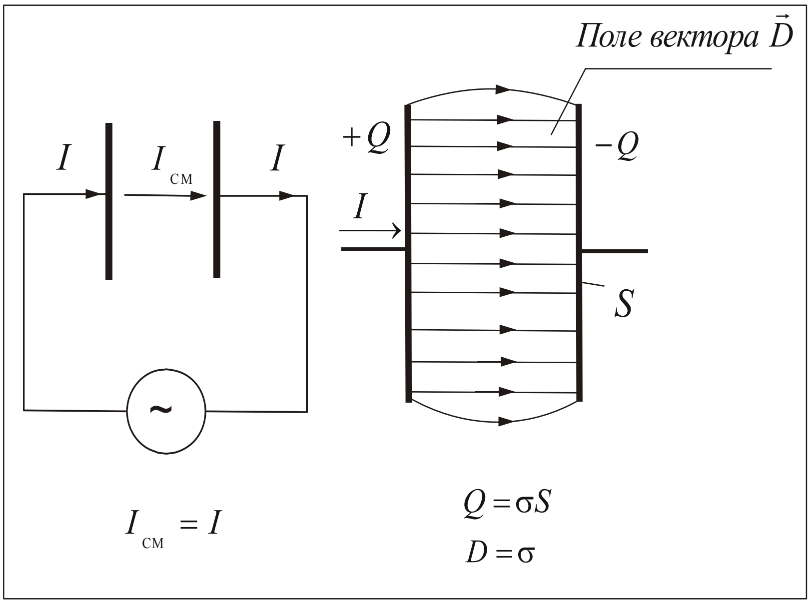
Таким образом, ток проводимости является источником вихревого магнитного поля, а плотность тока – его – локальным источником. Но таким же источником кроме тока проводимости является и ток смещения, сущность которого выясняется ниже.

1.12.5 Принцип замкнутости электрического тока

- Конденсатор, включенный в цепь переменного тока, разрывает ее проводниковую часть, но не разрывает переменного тока в ней. Электрический ток остается замкнутым. Ток проводимости, текущий по проводниковой части цепи, находит свое продолжение в ином виде, а именно в виде тока смещения внутри конденсатора, где нет проводящей среды, и не может быть тока проводимости (Рис. 1.12.5). Таким образом, по величине и по направлению ток смещения $I_{см}$ и ток проводимости I должны совпадать, и определятся изменением свободного заряда Q на обкладках конденсатора

$$I_{см} = I = \frac{dQ}{dt}$$

Рис. 1.12.5
Ток смещения в непроводниковом участке цепи (в конденсаторе)



1.12.6 Ток смещения

- Впервые на существование тока смещения указал Максвелл, исходя из принципа непрерывности тока на всех участках замкнутой токовой цепи. Учитывая, что для плоского конденсатора $Q = \sigma S, \quad D = \sigma$,

а также, что

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} S = \frac{dD}{dt} S = \frac{d}{dt}(D S) = \frac{d\Phi_D}{dt},$$

ток смещения можно представить выражением

$$I_{см} = \frac{d\Phi_D}{dt} = \frac{dD}{dt} S.$$

Таким образом, ток смещения не связан с направленным движением свободных зарядов внутри конденсатора, где их

нет, а с изменением потока смещения Φ_D внутри конденсатора. Можно выразить и плотность тока смещения

$$j_{см} = \frac{I_{см}}{S} = \frac{dD}{dt}, \qquad \vec{j}_{см} = \frac{d\vec{D}}{dt}, \qquad \vec{j}_{см} \uparrow\uparrow d\vec{D}.$$

Как видно, направление плотности тока смещения определяется не направлением вектора $\vec{D}$, а изменением этого вектора. Это весьма существенно, т.к. $\vec{D}$ и $d\vec{D}$ в конденсаторе имеют одно направление только тогда, когда $\vec{D}$ по модулю возрастает, тогда, как при уменьшении модуля вектор $d\vec{D}$ противоположен $\vec{D}$, хотя последний и сохраняет свое прежнее направление. Именно вектор $d\vec{D}$ придает току смещения такое направление, которое согласуется с направлением тока проводимости в проводниковой части цепи.

1.12.7 Составляющие тока смещения

- Исходя из уравнения поля в диэлектрике (раздел 1.5.2), можно глубже раскрыть физику тока смещения. Из преобразования

$$j_{см} = \frac{d\vec{D}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}\right) = \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} + \frac{d\vec{P}}{dt},$$

видно, что плотность тока смещения состоит из двух составляющих

$$\vec{j}_{см} = \vec{j}_E + \vec{j}_p; \quad \vec{j}_E = \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}; \quad \vec{j}_p = \frac{d\vec{P}}{dt}.$$

Одна из составляющих $\vec{j}_E$ никак не связана с движением зарядов и порождается только изменением электрического поля $\vec{E}$ в диэлектрике. Другая же составляющая $\vec{j}_p$ порождается изменением вектора поляризации диэлектрика $\vec{P}$ и связана с движением внутри диэлектрика зарядов, только не свободных, а связанных в дипольных структурах. Переменное поле $\vec{E}$ возбуждает переориентацию диполей и смещение их полюсов, т.е. связанных зарядов. По существу этот процесс массового смещения связанных зарядов возбуждает в диэлектрике особый поляризационный ток.

1.12.8 Вихревое магнитное поле тока смещения

• Хотя по своей физической природе ток смещения существенно отличен от тока проводимости, он также как и ток проводимости возбуждает вихревое магнитное поле и является его источником. В настоящее время это заключение принимается как исходный экспериментально обоснованный факт.
Тогда по аналогии с током проводимости можно записать и для тока смещения такие же фундаментальные уравнения

$$\boxed{\oint\limits_L \vec{H}\, d\vec{l} = I_{см}, \qquad rot\,\vec{H} = \vec{j}_{см}}$$

1.12.9 Вихревое магнитное поле полного тока

• Если в среде вместе с возбуждением тока смещения возбуждается и ток проводимости, то магнитное поле будет определяться полным током и полной плотностью тока, соответственно

$$I_{полн} = I + I_{см}, \quad \vec{j}_{полн} = \vec{j} + \vec{j}_{см} .$$

Общее магнитное поле полного тока тоже вихревое, а сам ток является его источником.

1.12.10 Уравнения Максвелла о вихревом магнитном поле полного тока

• По аналогии с уравнениями для вихревых магнитных полей тока проводимости и тока смещения, аналогичные фундаментальные уравнения остаются в силе и для вихревого магнитного поля полного тока

$$\boxed{\oint\limits_L \vec{H}\, d\vec{l} = I_{полн}, \qquad rot\,\vec{H} = \vec{j}_{полн}}$$

Первое из этих уравнений называется уравнением Максвелла в интегральной форме и с учетом (1.12.6) и (1.12.9) записывается в виде

$$\boxed{\oint\limits_L \vec{H}\, d\vec{l} = I + \frac{d\Phi_D}{dt}}$$

Второе из уравнений называется уравнением Максвелла в дифференциальной форме и с учетом (1.12.6) и (1.12.9) записывается в виде

$$\boxed{rot\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt}}$$

1.12.11 Переменное электрическое поле как источник вихревого магнитного поля в вакууме

• Если из конденсатора, включенного в цепь переменного тока, убрать диэлектрик и создать вакуум между его обкладками, то и в этом случае разрыва тока в цепи не происходит. Это значит, что и в пустом пространстве между обкладками конденсатора существует ток смещения как продолжение тока проводимости в проводниковой части замкнутой токовой цепи. В пустом пространстве ток проводимости и поляризация вещества исключены. Полагая $\vec{j} = 0$ и $\vec{P} = 0$, и учитывая, что для вакуума $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$, уравнения Максвелла примут вид

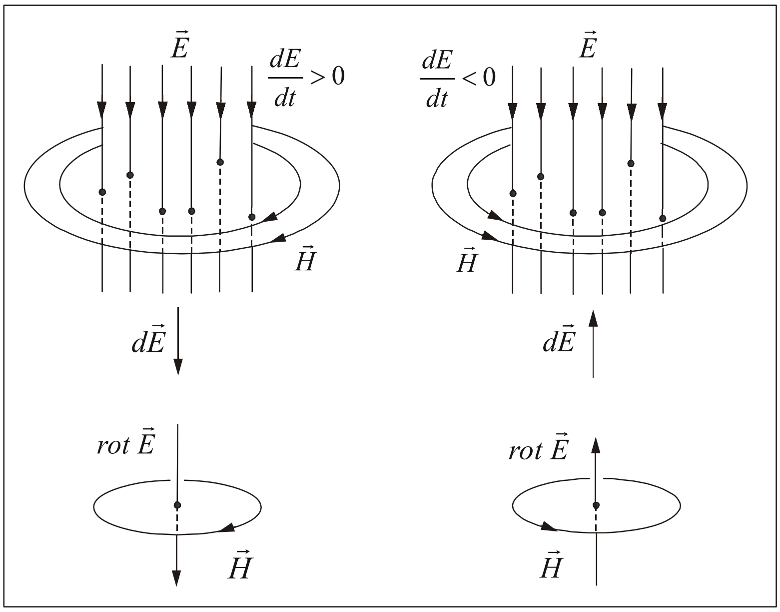
$$\boxed{\oint_L \vec{H}\,d\vec{l} = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}}$$

$$\boxed{rot\,\vec{H} = \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}} \quad rot\,\vec{H} \uparrow\uparrow d\vec{E}$$

Таким образом из последовательного развития концепции Максвелла о замкнутости токовой цепи и о существовании тока смещения вытекает важнейший фундаментальный физический вывод: переменное электрическое поле возбуждает вихревое магнитное поле. На Рис. 1.12.11 приводится иллюстрация этого вывода на примере однородного переменного электрического поля.

Рис. 1.12.11

Возбуждение вихревого магнитного поля переменным электрическим полем (током смещения)



1.13 Уравнение Максвелла о связи вихревого электрического поля с его вихревыми источниками

1.13.1 Закон электромагнитной индукции по Фарадею

- В замкнутом контуре проводника под действием переменного магнитного потока Φ_B возбуждается ЭДС индукции $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_в}{dt}$, пропорциональная скорости его изменения. Закон установлен Фарадеем в 1831 г. В то время считалось, что этот закон проявляет себя только в материальном контуре $L_{пр}$, когда контур является токопроводом.

1.13.2 Закон электромагнитной индукции по Максвеллу

- Под действием ЭДС индукции в замкнутом проводниковом контуре возникает индукционный ток проводимости, который возможен только под действием электрического поля $\vec{E}$. По Максвеллу циркуляция напряженности этого поля по проводниковому контуру и представляет собой ЭДС индукции в контуре.

$$\mathcal{E} = \oint_{L_{пр}} \vec{E}\,d\vec{l}\ ,$$

после чего закон Фарадея можно представить в виде

$$\oint_{L_{пр}} \vec{E}\,d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt},$$

где направление элемента контура $d\vec{l}$ соответствует направлению индукционного тока в контуре.

1.13.3 Возбуждение вихревого электрического поля переменным магнитным потоком в проводниковом контуре

- Из максвелловской трактовки закона электромагнитной индукции следует, что переменный магнитный поток возбуждает в проводниковом контуре $L_{пр}$ электрическое поле и что циркуляция напряженности этого поля по контуру отлична от нуля

$$\oint_{L_{пр}} \vec{E}\,d\vec{l} \neq 0\,.$$

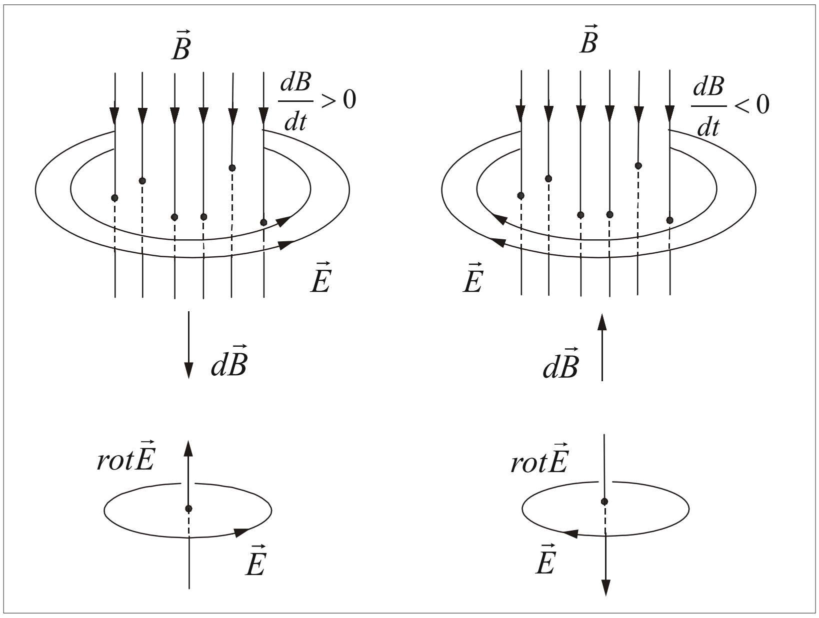
Но это, как следует из (1.11.2.),главный признак того, что поле вектора $\vec{E}$ в проводниковом контуре является вихревым и что источником этого вихревого поля является переменный магнитный поток.

1.13.4 Уравнения Максвелла о вихревом электрическом поле

Дальнейшее развитие максвелловской трактовки закона Фарадея связано с допущением того, что под действием переменного магнитного потока вихревое электрическое поле возбуждается не только в проводниковом контуре L_{np}, но и вне его в окружающем пространстве. Контур L_{np} просто присутствует в вихревом электрическом поле, и именно оно создает в контуре ЭДС индукции. Переменный магнитный поток в отсутствии проводникового контура L_{np}

Рис. 1.13.4

Возбуждение вихревого электрического поля переменным магнитным полем



возбуждает вихревое электрическое поле также как и в присутствии контура. Таким образом, переменный магнитный поток является источником вихревого электрического поля, и это следует рассматривать как исходный фундаментальный факт, нашедший физическое экспериментальное обоснование. При этом в соответствии с (1.13.2.) фундаментальная взаимосвязь между переменным магнитным и вихревым электрическим полями сводится к уравнениям Максвелла

$$\boxed{\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}} \quad \boxed{rot\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}} \quad rot\vec{E} \uparrow\downarrow d\vec{B}\,.$$

На рисунке 1.13.4. приводится иллюстрация возбуждения вихревого электрического поля переменным однородным магнитным потоком.

1.14. Полная система уравнений Максвелла

1.14.1 Уравнения Максвелла и форма их записи

- Уравнения Максвелла выражают связь электрического, магнитного и электромагнитного полей со своими источниками – с произвольной системой зарядов и токов. Обладая всеобъемлющим физическим содержанием, четыре максвелловских уравнения оказались достаточными для создания фундаментальных научных основ классической электродинамики, а также основ электромагнитной теории света. Электромагнитные поля – это поля векторные, в силу чего уравнения Максвелла выражаются «на языке» векторного анализа. При дифференциальной форме записи они носят локальный характер, поскольку устанавливают связь между полями и их источниками в отдельной произвольной точке среды. В интегральной же форме записи они определяют связь не в отдельной точке среды, а в целой области среды, ограниченной либо замкнутой поверхностью S, либо замкнутой контурной линией L. Уравнения Максвелла с одинаковым основанием применимы как к однородным, так и к неоднородным полям, при этом учитывается, что в последнем случае производные по времени от векторных величин становятся частными производными.

1.14.2. Первое уравнение Максвелла

- Первое уравнение Максвелла – это фундаментальный физический закон, согласно которому источником вихревого магнитного поля могут быть только токи, в том числе ток проводимости, ток смещения и полный ток. Связь вихревого магнитного поля со своими источниками выражается двумя способами – уравнением в интегральной форме или уравнением в дифференциальной форме, соответственно:

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = I + \frac{d\Phi_D}{dt} \quad , \qquad rot\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Циркуляция вектора $\vec{H}$ по произвольной замкнутой контурной линии L равна полному току $I+I_{см}$, проходящему через поверхность, ограниченную контуром L.

Всякая точка среды является локальным источником вихревого магнитного поля, если только в ней плотность полного тока $\vec{j} + \vec{j}_{см} \neq 0$.

При отсутствии тока проводимости, когда I=0 и $j = 0$ уравнения соответственно упрощаются:

$$\boxed{\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \frac{d\Phi_D}{dt}, \qquad rot\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$

Из них следует, что источником вихревого магнитного поля является ток смещения или фактически переменное электрическое поле.

1.14.3. Второе уравнение Максвелла

- Второе уравнение Максвелла – это фундаментальный физический закон, согласно которому источником вихревого электрического поля может быть только переменное магнитное поле. Связь вихревого электрического поля с переменным магнитным полем выражается интегральным или дифференциальным уравнением соответственно:

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}, \qquad rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Циркуляция вектора Ē по произвольной замкнутой контурной линии L равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром L.Всякая точка среды является локальным источником вихревого электрического поля, если вектор $\vec{B}$ в этой точке переменный

Второе уравнение Максвелла формально не подобно первому и это связано с отсутствием в природе свободных магнитных зарядов и магнитных токов. При их гипотетическом наличии подобие имело бы место, и уравнения имели бы вид:

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\left(I_m + \frac{d\Phi_B}{dt}\right) \quad , \quad rot\vec{E} = -\left(\vec{j}_m + \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right) .$$

В этом гипотетическом случае магнитный ток I_m являлся бы источником вихревого электрического поля. Но поскольку магнитного тока нет, то единственным реальным источником вихревого электрического поля может быть только переменное магнитное поле. Тем не менее второе уравнение Максвелла может быть подобно первому, но только в частном случае, когда первое относится к току смещения при отсутствии тока проводимости, т. е. когда вихревое магнитное поле возбуждается только переменным электрическим полем. Тогда подобие обоих уравнений очевидно

$$rot\vec{H} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad , \quad rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} .$$

1.14.4 Третье уравнение Максвелла

- Третье уравнение Максвелла – это фундаментальный физический закон о связи электрического поля со своим зарядовым источником. Закон определяет связь электрического поля в среде со сторонними свободными электрическими зарядами и выражает эту связь математически в интегральной или дифференциальной формах, соответственно:

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = q \quad , \quad div\vec{D} = \rho$$

Поток вектора $\vec{D}$ через произвольную замкнутую поверхность S равен свободному заряду q внутри этой поверхности, при этом заряд может быть постоянным или переменным, покоиться или двигаться, быть точечным или распределённым. Отдельная точка среды, в которой $\rho\neq0$, является локальным источником (или стоком) поля вектора $\vec{D}$.

1.14.5 Четвертое уравнение Максвелла

- Четвёртое уравнение Максвелла – это фундаментальный физический закон, согласно которому магнитное поле не имеет своего зарядового источника в виде магнитного заряда за его реальным отсутствием в природе. Математически этот факт выражается интегральным или дифференциальным уравнениями соответственно

$$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0 \quad , \quad div\vec{B} = 0$$

Поток вектора $\vec{B}$ через произвольную замкнутую поверхность S всегда равен нулю. Это значит, что, проходя через замкнутую поверхность, магнитный поток внутри неё не претерпевает никаких изменений при любых физических ситуациях, т. е. магнитный поток проходит через замкнутую поверхность “транзитом”. Это относится не только к потоку, но и к отдельной силовой линии вектора $\vec{B}$, поскольку локальных магнитных зарядов не существует нигде. По этой причине силовая линия вектора $\vec{B}$ нигде не может прерваться, она всюду непрерывна, а значит, замкнута сама на себя. Из четвёртого уравнения Максвелла следует вывод о том, что магнитное поле не может быть потенциальным, оно может быть только вихревым.

1.14.6 Виртуальные магнитные заряды и магнитные токи в симметричных уравнениях Максвелла

- Уравнения Максвелла не симметричны как по зарядовым источникам поля, так и по источникам вихревого поля, что напрямую связано с отсутствием магнитных зарядов и магнитных токов, которых в действительности не существует. В этом отношении уравнения Максвелла реалистичны. Однако несимметричные уравнения Максвелла принимают симметричный вид путём формального введения в них магнитного заряда и магнитного тока плотностью соответственно ρ_m и $\vec{j}_m$. Тогда система уравнений принимает вид

$$div\,\vec{D} = \rho \quad , \quad rot\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

$$div\,\vec{B} = \rho_m \quad , \quad rot\,\vec{E} = -\left(\vec{j}_m + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right),$$

где знак ’’– „ отражает лишь то, что направление вихревого магнитного поля соответствует правому винту, а электрического — левому. Несмотря на искусственное достижение симметрии, эти уравнения, тем не менее, оказались полезными для обоснования расчётных моделей, например, по расчёту излучения электромагнитных волн от излучающих устройств — антенн. Так вместо того, чтобы рассматривать сам реальный излучающий источник, рассматривается охватывающая его абстрактная излучающая поверхность с магнитными токами. При этом в конечных результатах по расчёту излучения магнитные токи исключаются, они фигурируют лишь в промежуточных выкладках как токи виртуальные. Можно сослаться на аналог этому методу в оптике, а именно на метод Гюйгенса – Френеля, в котором тоже реальный источник световой волны заменяется излучающей поверхностью, на которой сосредоточены точечные источники вторичных волн.

1.14.7 Значимость уравнений Максвелла

- Уравнения Максвелла составляют фундаментальную научную основу всей электродинамики. На их основе было доказано существование электромагнитных волн и была обоснована электромагнитная природа света. На основе уравнений Максвелла было достигнуто научное единство электричества и магнетизма, электродинамики и волновой оптики.

Уместно привести слова известного немецкого физика Г. Герца об уравнениях Максвелла:

„ Нельзя изучать эту удивительную теорию не испытывая временами такого чувства, будто математические формулы живут собственной жизнью, обладают собственным разумом — кажется, что эти формулы умнее нас, умнее даже самого автора, как будто они дают нам больше, чем в своё время было в них заложено “.

1.14.8 Решение уравнений Максвелла

- Уравнения Максвелла составляются под конкретную электромагнитную задачу, в которой заранее на основе физического анализа ситуации выявляются исходные особенности полей и их источников и вместе с тем устанавливаются материальные уравнения по исходным условиям задачи. Математическое решение задачи достигается только на основе совместной системы уравнений Максвелла и материальных уравнений.

1.15 Стационарные электромагнитные процессы

1.15.1 Условие стационарности

- Стационарные электромагнитные процессы реализуются при неизменных во времени магнитных и электрических полях и постоянных токах, для чего необходимо что бы в уравнениях Максвелла производные по времени отсутствовали, т. е.:

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0, \qquad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 .$$

1.15.2 Уравнения Максвелла для стационарных процессов

- Уравнения Максвелла после исключения из них производных по времени принимают вид стационарных уравнений

$$rot\,\vec{E} = 0, \quad rot\,\vec{H} = \vec{j}, \quad div\,\vec{D} = \rho, \quad div\,\vec{B} = 0 .$$

По существу это основные законы обширного класса стационарных электромагнитных процессов. Одна из частей этого класса относится к электростатике, другая — к магнитостатике и третья — к токовой статике (к постоянному току).

1.15.3 Электростатика

- Электростатика изучает постоянное электрическое поле в вакууме, в диэлектриках и в проводниках при отсутствии магнитного поля и электрического тока. Если из стационарных уравнений исключить магнитное поле и ток, то уравнения Максвелла для электростатики примут вид

$$div\,\vec{D} = \rho, \qquad \oint_S \vec{D}\,d\vec{S} = q ,$$

$$rot\,\vec{E} = 0, \qquad \oint_L \vec{E}\,d\vec{l} = 0 .$$

1.15.4. Магнитостатика

• Магнитостатика изучает постоянное магнитное поле в вакууме и в магнетиках, а так же магнитное поле постоянного тока. Магнитостатические явления рассматриваются в отсутствии электрического поля и в отсутствии свободных макроскопических электрических зарядов. Если их исключить из стационарных уравнений, то уравнения Максвелла для магнитостатики примут вид:

$$div\,\vec{B} = 0, \qquad \oint_S \vec{B}\,d\vec{S} = 0\,,$$

$$rot\,\vec{H} = \vec{j}, \qquad \oint_L \vec{H}\,d\vec{l} = I\,.$$

1.15.5 Токовая статика (постоянный ток)

• К токовой статике относятся электромагнитные процессы в цепях из проводящих материалов, в которых под действием макроскопических электрических зарядов и электрических полей возбуждается постоянный электрический ток, при этом магнитное поле тока, как отнесённое к магнитостатике, не рассматривается. В таком случае для токовой статики достаточно двух стационарных уравнений Максвелла, связанных с электрическими зарядами и электрическими полями:

$$div\,\vec{D} = \rho, \qquad \oint_S \vec{D}\,d\vec{S} = q\,,$$

$$rot\,\vec{E} = 0, \qquad \oint_L \vec{E}\,d\vec{l} = 0\,.$$

1.16 Нестационарные электромагнитные процессы

1.16.1 Условие нестационарности

• Нестационарность электромагнитных процессов, как в вакууме, так и в веществе обусловлена непостоянством во времени электрических и магнитных полей. Переменные

поля возбуждают переменные токи проводимости $\vec{j}$ и переменные токи смещения $\vec{j}_{см}$. Таким образом, для нестационарных процессов

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \neq 0, \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0, \quad \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \neq 0, \quad \frac{\partial \vec{j}_{см}}{\partial t} \neq 0\,,$$

т.е. все величины $\vec{E}$, $\vec{D}$, $\vec{B}$, $\vec{H}$, $\vec{j}$, $\vec{j}_{см}$ — переменны.

1.16.2 Уравнения Максвелла для нестационарных процессов

• Все обширное многообразие нестационарных электромагнитных процессов подчиняется нестационарным уравнениям Максвелла в полном их виде

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad rot\,\vec{H} = \vec{j} + \vec{j}_{см}, \quad div\,\vec{D} = \rho, \quad div\,\vec{B} = 0\,,$$

где сумма

$$\vec{j}+\vec{j}_{см}=\vec{j}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \vec{j}_{полн}$$

означает полный ток, т.е. ток проводимости и ток смещения.

1.16.3 Основные группы нестационарных процессов

- Нестационарные электромагнитные процессы подразделяются на существенно различные группы в зависимости от соотношения между током проводимости и током смещения, а точнее между их амплитудными значениями j° и $j^{\circ}_{см}$, т.к сами токи переменны и обычно изменяются по гармоническому закону с циклической частотой ω. Поэтому соотношение между амплитудами j° и $j^{\circ}_{см}$ будет существенно зависеть от частоты, и от свойств вещества, в котором возбуждается электромагнитный процесс.

Возможны варианты:

$$\begin{aligned}
&\vec{j}_{полн}=\vec{j} && \left(j^{\circ}_{см}<<j^{\circ}\right)\\
&\vec{j}_{полн}=\vec{j}_{см} && \left(j^{\circ}_{см}>>j^{\circ}\right).\\
&\vec{j}_{полн}=\vec{j}+\vec{j}^{\circ}_{см} && \left(j^{\circ}_{см}\approx j^{\circ}\right)
\end{aligned}$$

1.16.4 Нестационарные процессы в проводящих средах (в металлах)

- Переменное электрическое поле в проводящей среде, особенно в металле, возбуждает переменный ток проводимости настолько превосходящий ток смещения $\left(j^{\circ}_{см}<<j^{\circ}\right)$, что последним можно пренебречь даже при весьма высоких частотах, что означает

$$\vec{j}_{полн}=\vec{j}\,.$$

Нестационарные уравнения Максвелла для проводящей среды (для металлов) принимают вид

$$rot\,\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t},\quad rot\,\vec{H}=\vec{j},\quad div\,\vec{D}=\rho,\quad div\,\vec{B}=0\,,$$

где все величины переменны. Существенно, что магнитное поле переменного тока остаётся вихревым и связано с током так же, как и при стационарном режиме $\left(rot\,\vec{H}=\vec{j}\right)$.

1.16.5 Нестационарные процессы в непроводящих диэлектриках

- Ток проводимости в непроводящих диэлектриках исключён, остаётся возможным только ток смещения, так что

$$\vec{j}_{полн}=\vec{j}_{см}=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\,.$$

Таким образом, нестационарные уравнения Максвелла для непроводящих диэлектриков принимают вид

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad rot\,\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad div\,\vec{D} = \rho, \quad div\,\vec{B} = 0\,.$$

1.16.6 Нестационарные процессы в вакууме

- В вакууме исключены как свободные макроскопические электрические заряды, так и токи проводимости, но ток смещения остаётся возможным, так что

$$\vec{j}_{полн} = \vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t},$$

при этом

$$\vec{D} = \varepsilon_0\,\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0\,\vec{H}, \quad div\,\vec{D} = 0, \quad div\,\vec{B} = 0\,.$$

Таким образом, нестационарные уравнения Максвелла для вихревых полей в вакууме принимает вид

$$rot\,\vec{E} = -\mu_0\,\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad rot\,\vec{H} = \varepsilon_0\,\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\,.$$

Они определяют образование электромагнитного поля в виде распространяющихся со скоростью света электромагнитных волн. Из уравнений также следует, что электромагнитное поле порождает само себя и может существовать без зарядов и токов.

Литература

1. Халилеев П.А. Основные понятия электродинамики сплошных сред. – Свердлов.: РИСО УрО АН СССР, 1989. – 226 с.

2. Ландау Л.Д. Теория поля. – М.: Наука, 1973. – 504 с.

3. Левич В.Г. Курс теоретической физики. Том 1. – М.: Наука, 1973. – 910 с.

4. Нейман Л.Р. Теоретические основы электротехники. Том 1. – Ленинград.: Энергоиздат, 1981. – 534 с.

5. Кухаркин Е.С. Основы инженерной электрофизики. Часть 1. – М.: Высшая школа, 1969. – 510 с.

6. Астахов А.В. Курс физики. Том 2. – М.: Наука, 1980. – 560 с.

7. Савельев И.В. Курс общей физики, Том 2. – М.: Наука, 1970. – 432 с.

8. Наркевич И.И. Физика для ВТУЗов. Электричество и магнетизм. – Мн.: Вышшая школа, 1994. – 556 с.

Содержание

1. 1 Электрический заряд. Электрический момент……………………………………….4
1. 2 Магнитный заряд. Магнитный момент……………………………………………… 5
1. 3 Электрическая и магнитная поляризация вещества…………………………………7
1. 4 Граничные явления, вызванные поляризацией вещества…………………………...8
1. 5 Уравнение поля в диэлектрике…………………………………………………………..9
1. 6 Уравнение поля в магнетике……………………………………………………………12
1. 7 Сравнение формального и физического содержания материальных уравнений поля в диэлектриках и магнетиках………………………………………15
1. 8 Электрические и магнитные характеристики вещества в материальных уравнениях………………………………………………………………………………..17
1. 9 Поток векторного поля через поверхность. Дивергенция векторного поля………………………………………………………………………………..18
1. 10 Уравнения Максвелла о связи электрического и магнитного полей с их зарядовыми источниками……………………………………………………...22
1. 11 Вихревое векторное поле. Циркуляция и ротор в вихревом поле………………….24
1. 12 Уравнения Максвелла о связи вихревого магнитного поля с его вихревыми источниками……………………………………………………………26
1. 13 Уравнения Максвелла о связи вихревого электрического поля с его вихревыми источниками……………………………………………………………31
1. 14 Полная система уравнений Максвелла……………………………………………….33
1. 15 Стационарные электромагнитные процессы…………………………………………37
1. 16 Нестационарные электромагнитные процессы………………………………………38
Литература ………………………………………………………………………........41