

УДК 006.91

*П. С. Серенков*

## ПРИМЕНЕНИЕ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОЦЕНИВАНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

UDC 006.91

*P. S. Serenkov*

## APPLICATION OF NONPARAMETRIC MODELS FOR UNCERTAINTY ESTIMATION OF RESULTS OF MEASUREMENTS

### Аннотация

Проведен анализ путей решения проблемы обеспечения требуемой степени доверия к результатам измерений. В качестве доказательной основы предложены принципы системного и процессного подходов СТБ ISO 9001, адаптированные для сферы прикладной метрологии. Рассмотрены основные источники потерь достоверности результатов измерений. Установлено, что применение параметрических регрессионных моделей не всегда позволяет адекватно представить модель измерений и неизбежно вносит методическую ошибку при аппроксимации входных данных. Для формирования корректной модели оценки неопределенности результата измерения обоснована необходимость использования непараметрических моделей.

### Ключевые слова:

результат измерений, неопределенность результата, степень доверия, системный подход, непараметрические модели измерений.

### Abstract

The analysis of the solution ways to the problem of providing the required degree of confidence in the measurement results is shown. As the evidence base the principles of system and process approaches of ISO 9001, adapted to the field of applied metrology, are proposed. The main sources of measurement results reliability loss are discussed. It was found that the use of parametric regression models does not always adequately present the measurement model and inevitably introduces a methodological error in the approximation of the input data. Non-parametric models are justified as the correct models to estimate the uncertainty of the measurement results.

### Key words:

measurement results, uncertainty of the result, degree of confidence, a systematic approach, nonparametric measurement models.

### Постановка задачи

В условиях непрекращающейся глобализации мирового рынка растет необходимость взаимного признания результатов оценки соответствия продукции и услуг (в том числе результатов испытаний). Актуальность решения данной проблемы стимулирует научно-практическое развитие доказательной базы метрологии.

В контексте понятий СТБ ISO 9001 прикладная метрология – предметная область, основной вид деятельности в рамках которой (измерения) относится к так называемым «специальным» процессам. Действительно, продукцию такого «специального» процесса – результат измерения с неопределенностью – в принципе, невозможно однозначно перепроверить (верифицировать).

Показателем качества результата измерения с неопределенностью как информационного продукта является степень доверия к нему, причем ее предельное значение определяется риском неправильного принятия решения на основе полученного результата измерения.

Установлено, что обеспечить (оценить) требуемую степень доверия к результату измерения с неопределенностью можно косвенно – путем обеспечения (оценки) требуемого уровня доверия к процессу измерения, а точнее, ко всем элементам этого процесса. Причем в качестве доказательной основы здесь выступают принципы системного и процессного подходов СТБ ISO 9001, адаптация которых для сферы прикладной метрологии является актуальной.

### **Концепция неопределенности с позиций степени доверия к результату измерения**

Отличительная особенность концепции неопределенности результата измерения в метрологии – решение задачи оценки точности измерения в явном виде. Действительно, цель измерения заключается в получении его результата – значения физической величины в виде диапазона значений с заданной вероятностью, типичная форма представления которой  $A = A_0 \pm U_p, P$ .

При этом  $A$  рассматривается как интегральная случайная величина, полученная в результате комплексирования влияющих на нее случайных величин  $A_i = A_{i0} \pm U_{ip}, P_i$ .

Очевидно, что доверительная вероятность  $P$  только в первом приближении может служить оценкой степени доверия к результату измерения  $A_0 \pm U_p$ . Это первое приближение определяется рядом ограничений, в частности, условиями идеальной организации процесса измерения, обеспечивающими уверенность в том, что все делалось правильно и в полном объеме [1, 2].

Широкое признание концепции неопределенности в прикладной метро-

логии инициировало развитие новых научноемких подходов, методов и средств по достижению максимальной эффективности измерений (испытаний), например, по критерию «точность/трудоемкость» при заданной степени доверия. Причем объектами инновационных подходов становятся все аспекты измерения как комплексного процесса: основной процесс (собственно процесс измерения), процессы планирования, обеспечения, анализа результатов.

Алгоритм получения значения результата измерения  $A_0 \pm U_p, P$  в общем случае тривиален и может быть сведен в общем виде к алгоритму классического системного анализа, включающему три основных этапа:

- 1) выявление и структуризация влияющих на измеряемый параметр качества продукции факторов, точнее, на его неопределенность;
- 2) нахождение функции связи;
- 3) анализ функции связи и принятие решения в отношении результата измерения на основании оценки степени доверия к нему.

Наиболее критичным с позиций степени доверия к результату измерения является первый этап. Действительно, вопрос, что влияет на конечный результат (точность измерения), не имеет прямого аналитического ответа и решается сегодня в основном экспертными методами.

Международной практикой применения концепции неопределенности в различных областях испытаний для обеспечения доказательности того, что в модели измерительной задачи охвачены все значимые источники неопределенности, разработан ряд методов [3]:

- «лестница неопределенностей», представляющая собой иерархическую схему структуры источников неопределенности измерения;
- причинно-следственные диаграммы, в которых источники неопределенностей результата измерения приписываются различным частям измери-

тельной системы, например, S.W.I.P.E. (Эталон. Деталь. Измерительный прибор. Человек. Процедура и Окружающая среда), P.I.S.M.O.E.A. (Деталь. Измерительный прибор. Эталон. Метод. Оператор. Окружающая среда. Допущения).

Второй и третий этапы алгоритма касаются методики оценки суммарной неопределенности результата измерения  $A = A_0 \pm U_p, P$ . Практикой применения концепции неопределенности в отношении подходов и методов сформулировано правило разумной достаточности: «Цель определяет средства ее достижения» [2], т. е. методы и средства планирования и реализации измерений должны отвечать требованиям пользователя. Данный факт предоставляет измерительным лабораториям широкие возможности выбора методов, повышающих эффективность измерений (испытаний).

Характерным в этом смысле являются результаты анализа применения в практической метрологии строгого математического подхода, на котором акцентировано внимание в [1, 2]. Подход реализуется как «метод восьми шагов», предполагает поэлементную оценку вкладов всех влияющих факторов с последующим их комплексированием по «закону распространения неопределенностей». Соответственно такой подход имеет высокую трудоемкость за счет поочередного исследования вклада каждого из источников неопределенностей, что снижает общую эффективность измерений. При этом достоверность подхода не гарантирована, т. к. строго не отслеживается взаимное влияние факторов, т. е. их корреляция. Как следует из ряда примеров, корреляция факторов проверяется, как правило, экспертным методом, т. е. «на глаз», что не вяжется со строгостью подхода [1, 2].

В аналитических отчетах Eurolab, Eurachem CITAC и др. в последние годы сделан акцент на использование «эмпирических подходов» при оценке неопределенности результата измерения как

альтернативы строгому математическому моделированию [1, 2]. Главный довод в пользу «эмпирических подходов» – значительное повышение эффективности процесса измерения. В основе «эмпирических подходов» лежат две достаточно тривиальные идеи [4]:

1) использование оценок неопределенностей отдельных влияющих факторов по типу  $B$ , которые обычно значительно уменьшают трудоемкость измерений, при этом обеспечивая достаточную надежность данных;

2) использование сгруппированных данных, чтобы непосредственно оценить «расширенную неопределенность результата», например, данных внутрилабораторного оценивания, межлабораторных сличений, проверок качества лабораторий и др.

Последнее предполагает, что сгруппированные данные как «черный ящик» представляются одним комплексным влияющим фактором (источником), дающим свой вклад в суммарную неопределенность результата измерения наряду с другими источниками.

Наиболее рациональным признан комбинированный подход к планированию и реализации процесса измерения, предполагающий участие в сводной модели измерений как элементарных, так и комплексных факторов (сгруппированных данных) [2, 4].

Сводная модель измерений как модель аппроксимации функции связи может быть представлена в общем виде как

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_m, a_1, a_2, \dots, a_n), \quad (1)$$

где  $Y$  – оцениваемый результат измерения;  $x_1, x_2, \dots, x_m$  – влияющие элементарные и комплексные факторы (сгруппированные данные);  $f$  – аналитическая функция связи;  $a_1, a_2, \dots, a_n$  – параметры аналитической функции связи, подлежащие определению.

При выборе класса модели (1) следует руководствоваться принципами асимптотической несмещенности, со-

стостоятельности, интерполяционной устойчивости алгоритма порядка  $k$ .

В реальных условиях реализации комплексного процесса измерения параметрические регрессионные модели (модели с фиксированным количеством параметров  $n$ ) не всегда позволяют адекватно представить сводную модель измерений (1) или ее «вложенный» фрагмент для сгруппированных данных. Их применение неизбежно вносит методическую ошибку при аппроксимации входных данных. Например, если априори неизвестную фактическую нелинейную зависимость (1) аппроксимировать линейной регрессионной моделью, появляется методическая ошибка аппроксимации, причем значение ее может быть соизмеримо не только со случайными составляющими ошибки, но и с самим значением  $Y$ .

Для решения сложных измерительных задач анализа данных и прини-

ятия решений в условиях существенной априорной неопределенности наиболее перспективными являются методы непараметрического оценивания. Использование такого рода моделей для решения данного класса задач позволяет свести к минимуму методическую ошибку аппроксимации.

Сопоставим использование метода параметрической и непараметрической аппроксимации для моделирования «сгруппированных» данных в процессе решения конкретной измерительной задачи, приведенной в [1].

Термометр калибруется в диапазоне 21,5...26,5 °C. Количество точек в пределах диапазона  $n = 11$ . В табл.1 представлены средние значения показаний термометра  $t_k$  и наблюдаемые поправки ( $t_k - t_{R,k}$ ), где  $t_{R,k}$  – соответствующее опорное значение температуры в точке  $k$ ,  $k = 1, \dots, n$ .

Табл. 1. Данные, используемые для построения градуировочных кривых для параметрической и непараметрической моделей

Показание термометра $t_k$ , °C	Наблюданная поправка $t_k - t_{R,k}$ , °C	Разность между наблюдаемой и предсказанной поправками, °C	
		Используемая линейная модель [1]	Непараметрическая модель [5]
1	2	3	4
21,521	0,171	-0,0031	+0,0006
22,012	0,169	-0,0022	+0,0003
...	...	...	...
26,010	0,161	-0,0029	+0,0006
26,511	0,160	-0,0030	-0,00023

В качестве модели аппроксимации градуировочной характеристики термометра авторами [1] принята линейная параметрическая модель: линейная градуировочная кривая аппроксимирует наблюдаемые поправки и температуры методом наименьших квадратов (см. табл. 1, столбец 3).

Точность аппроксимации градуировочной характеристики термометра,

представляемая неопределенностью градуировки, является комплексным фактором (сгруппированными данными), вносящим свой вклад в сводную модель неопределенности измерений (1). Действительно, неопределенность аппроксимации функции связи включает следующие элементарные факторы:

- «качество» аппроксимации (приближенного восстановления и

сглаживания функции связи);

- неточность воспроизведения факторов и результата измерения;
- недостаточность точек  $n$  в диапазоне калибровки;
- «качество» заполнения факторного пространства регистрируемыми данными (равномерность распределения  $n$  точек в диапазоне калибровки).

Предлагается применять для решения подобных задач универсальный под-

$$f(t) = \sum_{k=0}^K \left( \sum_{m=1}^M U^k(b_m) \cdot \psi\left(\frac{t-b_m}{a_k}\right) \right) \Bigg/ \sum_{m=1}^M \psi\left(\frac{t-b_m}{a_k}\right), \quad (2)$$

где  $k$  – номер приближения;  $K$  – максимальный порядок приближения;  $M$  – количество узлов аппроксимации (точек факторного пространства);  $a_k = C/2^k$ ,  $C = \text{const}$ ;  $b_m$  – узлы аппроксимации ( $m = 1, \dots, M$ );  $U^k(b_m)$  – дискретные

ход, позволяющий отказаться от идеи априорного подбора параметров модели. В частности, для решения данной задачи (построения в общем случае нелинейной зависимости) рекомендуется использовать непараметрическую модель, основанную на методе сингулярных вейвлетов (см. табл. 1, столбец 4) [5]. В дискретном случае аппроксимация методом сингулярных вейвлетов имеет вид:

значения сингулярного вейвлет-преобразования в узловых точках.

Значения  $U^k(b_n)$ ,  $n \in m = 1, \dots, M$ , будем вычислять, используя следующий рекуррентный алгоритм:

$$\begin{aligned} U^0(b_n) &= f(b_n); \\ U^{k+1}(b_n) &= U^k(b_n) - \left( \sum_{m=1}^M U^k(b_m) \cdot \psi\left(\frac{b_n-b_m}{a_k}\right) \right) \Bigg/ \sum_{m=1}^M \psi\left(\frac{b_n-b_m}{a_k}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Выражение (3) является дискретным аналогом сингулярного вейвлета, подробно исследованного в [5]. В частном случае, когда  $k = 0$ , ряд совпадает с оценкой Парзена–Розенблата [5]. В качестве дельтаобразной функции выбрана функция  $\psi(x) = e^{-x^2}$ .

При анализе неопределенности аппроксимации достаточно ограничиться в ряде (3) четырьмя членами, т. к. коэффициенты вейвлет-преобразования, как показывают расчеты, с увеличением  $k$  очень быстро убывают (табл. 2).

Численная оценка неопределенности результата аппроксимации может быть выполнена с использованием следующего выражения:

$$|R_\varepsilon^0| \leq r \cdot \varepsilon \sqrt{L \cdot \sum_m \psi\left(\frac{\tau_m - t}{a_k}\right)}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon^2 = (M_1^2 + M_2)$ ;  $M_1 = \max_i |U_i^1|$ ;

$$M_2 = \max_{i,j} \left| \left( U_i^0 - U_j^0 \right)^2 \cdot \psi\left(\frac{\tau_i - \tau_j}{a_0}\right) \right|;$$

$r$  – коэффициент охвата, являющийся аналогом одноименного коэффициента, используемого для определения расширенной неопределенности результата измерения [1, 2];  $L$  – количество повторных измерений в каждой точке.

Табл. 2. Дискретные коэффициенты сингулярных вейвлетов в узлах аппроксимации  $b_m$ 

$m$	$U^0(b_n)$	$U^1(b_n)$	$U^2(b_n)$	$U^3(b_n)$
1	-0,171	-7,917e - 3	-5,857e - 3	-2,716e - 3
2	-0,169	-6,069e - 3	-4,491e - 3	-2,142e - 3
...	...	...	...	...
11	-0,160	1,664e - 3	-1,323e - 4	-8,578e - 4

Доверительной вероятности  $P = 0,95$  отвечает значение  $r = 1,96$ . В соответствии с [3] для ориентировочных оценок можно предложить значение  $r = 0,6475$  для вероятной ошибки метода  $P = 0,5$ .

Величина  $|R_\varepsilon^0|$  – комплексная характеристика неопределенности аппроксимации, отражающая все возможные источники «потерь достоверности». В таком виде она как представитель «сгруппированных данных» может быть встроена в сводную модель измерений (1).

Прогнозируемое значение результата калибровки термометра в любой точке диапазона (без учета остальных факторов сводной модели (1)) можно представить в форме, принятой при оценивании неопределенности результатов измерений в метрологии [1, 2]:

$$y = y^{\text{аппрокс.}} \pm R_\varepsilon^0. \quad (5)$$

Пример оценки достоверности аппроксимации построения градуировочной кривой по данным [1] приведен на рис. 1 для случая  $P = 0,95$ .

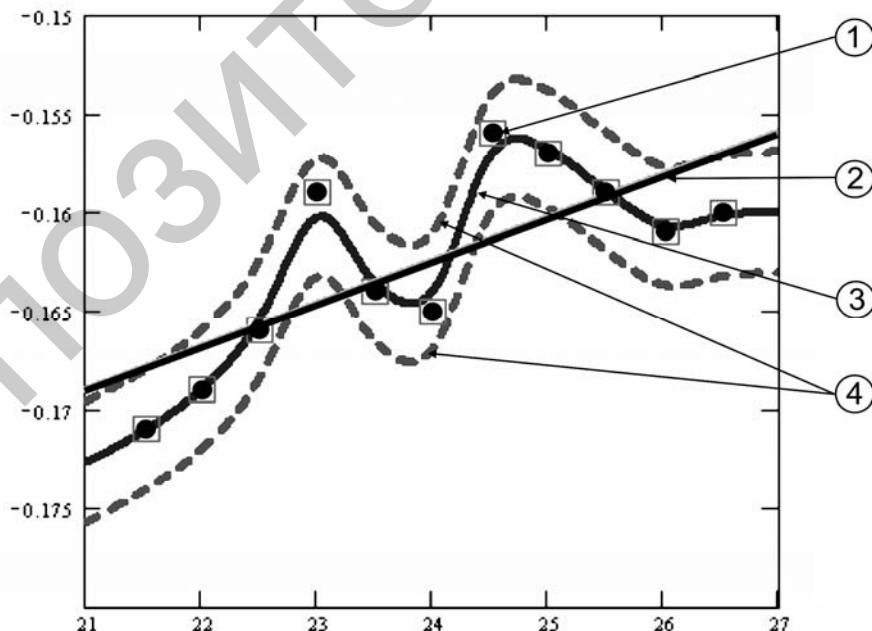


Рис. 1. Результаты и границы неопределенности аппроксимации градуировочной характеристики термометра различными методами: 1 – экспериментальные значения в точках калибровки; 2 – аппроксимация линейной регрессионной моделью [1]; 3 – аппроксимация методом сингулярных вейвлетов [5]; 4 – границы неопределенности аппроксимации

## Выводы

Проблема обеспечения требуемой степени доверия к результатам измерений является актуальной. Доказательной основой измерений должны выступать принципы системного и процессного подходов СТБ ISO 9001, адаптированные для сферы прикладной метрологии. Главные источники потерь достоверности результатов измерений соответствуют этапам классического системного анализа применительно к процессу измерений: выявление и структуризация влияющих факторов, нахождение и анализ функции связи, принятие

решения в отношении результата измерения на базе оценки степени доверия к нему.

Для создания как сводных моделей измерения (функций связи), так и локальных (представляющих «сгруппированные» данные) для оценки неопределенностей результатов наиболее корректными являются непараметрические методы аппроксимации. Выбор в пользу классической линейной аппроксимации в [1, 2] не представляется очевидным по причине наличия ее методической ошибки.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Guide Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement 1st corr. Edition, ISO. – Geneva, 1995. – 101 p.
2. Measurement uncertainty revisited : Alternative approaches to uncertainty evaluation // EUROLAB Technical Report. – 2007. – № 1. – 62 p.
3. Measurement Systems Analysis Reference Manual // DaimlerChrysler Corporation, Ford Motor company, General Motors Corporation. – 2002. – 217 с.
4. Серенков, П. С. Концепция развития доказательной базы современной метрологии. Техническая составляющая процесса измерения / П. С. Серенков, Е. Н. Савкова, К. А. Павлов // Электротехнические и информационные комплексы и системы. – 2014. – Т. 10, № 2. – С. 97–104.
5. Романчак, В. М. Аппроксимация сигнала методом сингулярных вейвлетов / В. М. Романчак, П. С. Серенков // Приборостроение–2008 : материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Минск : БНТУ, 2008. – С. 171–172.

Статья сдана в редакцию 26 мая 2015 года

**Павел Степанович Серенков**, д-р техн. наук, Белорусский национальный технический университет.  
E-mail: Pavel\_Serenkov@mail.ru.

**Pavel Stepanovich Serenkov**, DSc (Engineering), Belarusian National Technical University.  
E-mail: Pavel\_Serenkov@mail.ru.