

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Основы бизнеса»

В.П. Грибкова, О.В. Балахонова, И.Е. Ругалева

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

Сборник индивидуальных заданий

по дисциплине «Высшая математика» для студентов специальностей

1-26 02 01 «Бизнес-администрирование», 1-26 02 03 «Маркетинг»

Учебное электронное издание

М и н с к 2 0 1 0

УДК 51(076.1)(075.8)

ББК 22.1я73

Авторы:

Канд. физ.-мат. наук, доцент *В.П. Грибкова*,

преподаватели: *О.В. Балахонова*,

И.Е. Ругалёва

Рецензенты:

Г.И. Лебедева, доцент кафедры «Высшая математика №1» БНТУ, канд. физ.-мат. наук;

И.Н. Катковская, доцент кафедры «Высшая математика №1» БНТУ, канд. физ.-мат. наук

Индивидуальные задания предназначены для выполнения студентами экономических специальностей ФММП по темам: пределы функций, непрерывность функций, вычисление производных, определение издержек при заданном объёме производства, вычисление эластичности функций, исследование функций и построение графиков, определение равновесной цены при заданных функциях спроса и предложения. Предлагаются 30 вариантов заданий, самостоятельное выполнение которых способствует лучшей подготовке к контролю знаний, и развитию творческого подхода к решению задач указанных разделов.

Белорусский национальный технический университет
пр-т Независимости, 65, г. Минск, Республика Беларусь

тел. (017) 292 74 84, факс (017) 331 26 93

Регистрационный номер № БНТУ/ФММП51-10.2010

© БНТУ, 2010

© Грибкова В.П., Балахонова О.В.,

Ругалёва И.Е., 2010

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАДАНИЕ	4
ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ	5
Вариант № 1	5
Вариант № 2	7
Вариант № 3	9
Вариант № 4	11
Вариант № 5	13
Вариант № 6	15
Вариант № 7	17
Вариант № 8	19
Вариант № 9	21
Вариант № 10	23
Вариант № 11	25
Вариант № 12	27
Вариант № 13	29
Вариант № 14	31
Вариант № 15	33
Вариант № 16	35
Вариант № 17	37
Вариант № 18	39
Вариант № 19	41
Вариант № 20	43
Вариант № 21	45
Вариант № 22	47
Вариант № 23	49
Вариант № 24	51
Вариант № 25	53
Вариант № 26	55
Вариант № 27	57
Вариант № 28	59
Вариант № 29	61
Вариант № 30	63
ЛИТЕРАТУРА	65

ЗАДАНИЕ

1. Вычислить пределы.
2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.
3. Найти производные.
4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.
5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3 % от равновесной и на 8 % от равновесной.

Методические указания для решения задач приведены в работе [\[1\]](#).

ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Вариант № 1

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 2$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^3 + 5x^2 - x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x + 4, & x < -1; \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt{x};$$

$$\text{б) } y = \sin^3 2x \cdot \cos 8x;$$

$$\text{в) } y = (\arccos x)^2 \cdot \ln(1 + x^2);$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt{(x+7)} \cdot (x-3)^4}{(x+2)^5} \cdot 2x;$$

$$\text{д) } y^2 - 8x + 5 = 0;$$

$$\text{е) } y = \log_2 x^4.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin x}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала

$$\sqrt[5]{34}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}, \quad x = 2, \quad x = 5.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p + 4}{p + 1}; \quad s(p) = p + 3.$$

Вариант № 2

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 3$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{6 + x - x^2}{x^3 - 27};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 7x}{2x^3 - 4x^2 + 5};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{5x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{2x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x+1, & x \leq 0; \\ x^2+2, & 0 < x \leq 2; \\ -x+4, & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = \frac{3}{x} + \sqrt[5]{x^2} - 4x^3 + \frac{2}{x^4};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{tg}^4 x \cdot \cos^2 x;$$

$$\text{в) } y = (\operatorname{arctg} x)^3 \cdot \ln(x + x^3);$$

$$\text{г) } y = \frac{(x-3)^5 \cdot (x+2)^3}{\sqrt{(x-3)^3}} \cdot 3^{-x};$$

$$\text{д) } y - x - \operatorname{arctg} y = 0;$$

$$\text{е) } y = 2^x.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{x^5}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\ln 0,2.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{x+1}{(x-1)^2}, \quad x = 3, \quad x = 5.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+11}{p+2}; \quad s(p) = p+4.$$

Вариант № 3

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 2$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{2x^2 - 7x + 4}{x^2 - 5x + 6};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x^2 + 7}{x^4 + 2x^3 + 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{2x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{1+2x} \right)^{-4x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x + 2, & x \leq -1; \\ (x + 1)^2, & -1 < x \leq 1; \\ -x + 3, & x > 1. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{ctg} 3x \cdot \sin^2 3x;$$

$$\text{в) } y = \ln(1 + x^3) \cdot \arccos 3x;$$

$$\text{г) } y = \frac{(x-2)^3 \cdot \sqrt{(x+7)^5}}{(x-4)^2} \cdot e^{x^2};$$

$$\text{д) } y^2 - 25x + 4 = 0;$$

$$\text{е) } y = e^{-2x}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1 + 2x)}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sin 0,25.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{x}{9-x}, \quad x = 2, \quad x = 4.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+8}{p+1}; \quad s(p) = p+2.$$

Вариант № 4

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 1/3$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{3x^2 + 2x - 1}{27x^3 - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^3 + 5};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{2 \sin x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{-3x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ -(x-1)^2, & 0 < x \leq 2; \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 7\sqrt{x} - \frac{2}{x^5} - 3x^3 + \frac{4}{x};$$

$$\text{б) } y = \cos^5 2x \cdot \operatorname{tg} x;$$

$$\text{в) } y = \lg(1+x^2) \cdot \operatorname{arctg}(1+x^2)$$

$$\text{г) } y = \frac{(x+3) \cdot \sqrt[5]{(x-2)^2}}{(x+7)^7} \cdot 2^{-x^2}$$

$$\text{д) } y^2 - x - \cos y = 0;$$

$$\text{е) } y = \sqrt{x}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталю.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{2 \sin x + x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1-x^3}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt[4]{16,64}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{4x - x^2 - 4}{x}, \quad x = 1, \quad x = 4.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p + 6}{p + 2}; \quad s(p) = p + 1.$$

Вариант № 5

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 1$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{3x^2 + 2x - 1}{-x^2 + x + 2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 28x}{5x^3 + 3x^2 + x - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x - \sin^2 x}{3x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} -2(x+1), & x \leq -1; \\ (x+1)^2, & -1 < x < 0; \\ x, & x > 0. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 7x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[3]{x^4} + \frac{6}{x};$$

$$\text{б) } y = \sin^5 x \cdot \operatorname{tg} 2x;$$

$$\text{в) } y = \ln^2 x \cdot \arccos 2x;$$

$$\text{г) } y = \frac{(x+2)^7 \cdot (x-3)^3}{\sqrt{(x+1)^5}} \cdot 5^{x-1}$$

$$\text{д) } \operatorname{tgy} - 3x - 5y + 1 = 0;$$

$$\text{е) } y = \ln(x-3).$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 7x + 6};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$(3,03)^5.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}, \quad x = 4, \quad x = 9.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+10}{p+1}; \quad s(p) = p+5.$$

Вариант № 6

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 2$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 10x + 3}{2x^2 + 5x - 3};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{5x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{-5x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 2; \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x^3} - \frac{5}{x};$$

$$\text{б) } y = \cos^5 3x \cdot \operatorname{ctg} x;$$

$$\text{в) } y = \ln^2(1+x) \cdot \arccos x^3;$$

$$\text{г) } y = \frac{(x-1)^4 \cdot (x+2)^5}{\sqrt[3]{(x-4)^2}} \cdot e^{x^3};$$

$$\text{д) } y - e^y + 4x = 0;$$

$$\text{е) } y = e^{4x}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^5};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - \sin 3x}{\cos 3x}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt[3]{10}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = x + \frac{\ln x}{x}, \quad x = 2, \quad x = 5.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+9}{p+3}; \quad s(p) = p+2.$$

Вариант № 7

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 1$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^3 + x^2 + x}{x^4 + 3x - 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{2x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1; \\ 2x, & 1 < x \leq 6; \\ x + 2, & x > 3. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 3x^5 - \frac{3}{x} - \sqrt{x^3} + \frac{10}{x^5};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{ctg}^3 2x \cdot \sin^2 x;$$

$$\text{в) } y = \operatorname{acr} \sin 3x \cdot \ln(1 + x^2)$$

$$\text{г) } y = \frac{(x-3)^2 \cdot \sqrt{(x+4)}}{(x+2)^7} \cdot 3^{2x};$$

$$\text{д) } y^2 + x^2 - \sin y = 0;$$

$$\text{е) } y = \operatorname{acr} \sin x.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{e^x - 1}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\operatorname{tg} 0,1.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{(x-2)^2}{x+1}, x=1, x=3.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+7}{p+2}; s(p) = p+1.$$

Вариант № 8

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 3$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{3x^2 - 7x - 6}{2x^2 - 7x + 3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 7x + 3}{5x^3 - 3x + 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{4x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^x.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x-3, & x < 0; \\ x+1, & 0 \leq x \leq 4; \\ 3+x, & x > 4. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = \sqrt[3]{x^7} - \frac{3}{x} - 4x^5 + \frac{4}{x^5};$$

$$\text{б) } y = \cos^2 4x \cdot \operatorname{tg} 2x;$$

$$\text{в) } y = \ln^3 x \cdot \arccos 3x;$$

$$\text{г) } y = \frac{(x-7)^{10} \sqrt{3x-1}}{(x+3)^5} \cdot 4^{-3x}$$

$$\text{д) } 4\sin^2 y - x = 0;$$

$$\text{е) } y = \ln(x+4).$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - x}{x - \sin x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$(2,01)^3 + (2,01)^2.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{x^2}{4x^2 - 1}, \quad x = 1, \quad x = 2.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+9}{p+2}; \quad s(p) = p+4.$$

Вариант № 9

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = -1$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{3x^2 + 2x - 1}{3x^2 + x - 2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^3 + 3x + 1}{3x^2 + x - 5};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x - \sin^2 2x}{x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-3} \right)^{3x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \leq 0; \\ 0, & 0 < x \leq 2; \\ x-2, & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{4}{x} - \frac{2}{x^3};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{tg}^3 2x \cdot \cos^3 x;$$

$$\text{в) } y = \ln^2(1-x) \cdot \operatorname{arctg} 2x;$$

$$\text{г) } y = \frac{(x+8)^8(x-3)^2}{\sqrt{(x+2)^5}} \cdot e^{-x^2};$$

$$\text{д) } \operatorname{tgy} - 4y + 5x = 0;$$

$$\text{е) } y = \cos 3x.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+3)^4}{e^{2x}};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{x^n - a^n}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt[3]{65}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = x^2 - 2 \ln x, \quad x = 1, \quad x = e.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+8}{p+2}; \quad s(p) = p+3.$$

Вариант № 10

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = -1$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{7x^2 + 4x - 3}{3x^2 + 3x + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 5x - 7}{2x^2 - x + 10};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{3x+17} - \sqrt{2x+12}}{x^2 + 8x - 15};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x} \right)^{2x+1}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} 2x^2, & x \leq 0; \\ x, & 0 < x \leq 1; \\ 2+x, & x > 1. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 4x^6 + \frac{5}{x} + \sqrt[3]{x^7} - \frac{7}{x^4};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{tg}^5 3x \cdot \cos^4 5x;$$

$$\text{в) } y = \ln(x-10) \cdot \arcsin^5 x;$$

$$\text{г) } y = \frac{(x+2) \cdot (x-7)^4}{\sqrt[3]{(x-1)^4}} \cdot e^{5x};$$

$$\text{д) } y^2 + 19x - y = 0;$$

$$\text{е) } y = xe^{6x}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^m - a^m}{x^n - a^n}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt[3]{27,5}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{5x}{4-x^2}, \quad x = 1, \quad x = 3.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+7}{p+1}; \quad s(p) = p+2.$$

Вариант № 11

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = -5$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{4x^2 + 19x - 5}{2x^2 + 11x + 5};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 2x + 1}{x^4 - 3x^3 + 2x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1} - 1};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x + \sin 3x}{x \cdot \sin x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-3}{x-2} \right)^x.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} 3x + 4, & x \leq -1; \\ x^2 - 2, & 1 < x < 2; \\ x, & x \geq 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 3\sqrt{x} + \frac{4}{x^5} + \sqrt[3]{x^2} - \frac{7}{x}$$

$$\text{б) } y = \sin^2 3x \cdot \operatorname{arccctg} 3x^5;$$

$$\text{в) } y = \log_3(x+1) \cdot \operatorname{arctg} 7x$$

$$\text{г) } y = \frac{(x+4)^3(x-2)^4}{\sqrt[3]{(x-2)^5}} \cdot e^{x^3};$$

$$\text{д) } \operatorname{tgy} = 3x + 5y;$$

$$\text{е) } y = \ln(x+4).$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin(3/x);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x\sqrt{1-x^2}}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt[4]{15,8}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{x^3}{x^2 - x + 1}, x = 2, x = 3.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+8}{p+3}; s(p) = p+1.$$

Вариант № 12

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 1$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 7x + 5};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 7}{3x^3 + x + 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{2x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{3x+4} \right)^{2x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x, & x \leq 1; \\ (x-2)^2, & 1 < x < 3; \\ -x+6, & x \geq 3. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = \sqrt{x^3} + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^5} - 5x^3;$$

$$\text{б) } y = \operatorname{tg}^6 2x \cdot \cos 7x^2;$$

$$\text{в) } y = \ln(x+9) \cdot \operatorname{arctg}^3 7x$$

$$\text{г) } y = \frac{(x-7)^2(x-1)^4}{\sqrt[3]{(x+2)^5}} \cdot e^{-x};$$

$$\text{д) } \sin y = x^2 + y^2;$$

$$\text{е) } y = \cos 3x.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1 - x^3}{\sin^2 2x}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt[5]{200}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = x^3 e^{-x^2/2}, \quad x = 1, \quad x = 2.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+7}{p+3}; \quad s(p) = p+2.$$

Вариант № 13

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = -2$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 2x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{18x^2 + 5x}{8 - 3x - 9x^3};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4+x} - 3}{\sqrt{x-1} - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{3x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{3x+1} \right)^{5x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x-1, & x < 1; \\ x^2 + 2, & 1 \leq x \leq 2; \\ -2x, & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 7x^2 + \frac{4}{x} - \sqrt[5]{x^4} + \frac{8}{x^3};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{ctg} \frac{1}{x} \cdot \arccos x^4;$$

$$\text{в) } y = \lg(x+2) \cdot \arcsin^2 3x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt[3]{x-3}(x+7)^5}{(x-4)^2} \cdot 3^x;$$

$$\text{д) } \operatorname{tg} y = 4y - 5x;$$

$$\text{е) } y = \ln(3x-5).$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1 - \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{a\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{\sin bx}}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt[7]{130}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \ln(x^2 + 1), \quad x = 1, \quad x = 3.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+10}{p+2}; \quad s(p) = p+3.$$

Вариант № 14

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 1$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{4x^3 - 2x^2 + 5x}{3x^2 + 7x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + 4x - 5}{4x^2 - 3x + 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\operatorname{tg} 3x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{3x+10} \right)^{3x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x^3, & x < -1; \\ x-1, & -1 \leq x \leq 3; \\ -x+5, & x > 3. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 8x^3 - \frac{4}{x} - \frac{7}{x^4} + \sqrt[7]{x^2};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{tg}^3 2x \cdot \operatorname{arccos} 2x^3;$$

$$\text{в) } y = 4^{-\sin x} \cdot \operatorname{arctg} 3x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt[3]{(x-2)^5(x-1)}}{(x+3)^4} \cdot 2^{x-1};$$

$$\text{д) } x^2 y^2 + x = 5y;$$

$$\text{е) } y = \frac{1+x}{\sqrt{x}}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \cos 4x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x - e^{-x}}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt{640}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 2x}, \quad x = 1, \quad x = 3.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+9}{p+1}; \quad s(p) = p+3.$$

Вариант № 15

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 3$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{3x^2 + 5x - 1}{x^2 - 5x + 6};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 2}{6x^2 + 5x + 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \sin 3x}{2x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{3x-1} \right)^{2x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x, & x < -2; \\ -x+1, & -2 \leq x \leq 1; \\ x^2-1, & x > 1. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 8x - \frac{5}{x^4} + \frac{1}{x} - \sqrt[5]{x^4};$$

$$\text{б) } y = \sin^5 3x \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x};$$

$$\text{в) } y = 2^{\cos x} \cdot \operatorname{arcctg}^3 x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt[6]{(x-1)^5}}{(x+2)^4(x-5)^7} \cdot e^{x^3};$$

$$\text{д) } \sin y = xy^2 + 5;$$

$$\text{е) } y = \sqrt{x+7}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1/\cos^2 x - 2\operatorname{tg} x}{1 + \cos 4x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} (a^{1/x} - 1)x.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt[3]{1,4}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{x^2 + 6x}{x^2 + 1}, \quad x = 1, \quad x = 2.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p + 8}{p + 4}; \quad s(p) = p + 1.$$

Вариант № 16

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 4$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 64};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 4x - x^4}{x + 3x^2 + 2x^3};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin 2x}{\pi - 4x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+7}{x+4} \right)^{4x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x + 3, & x \leq 0; \\ -x^2 + 4, & 0 < x < 2; \\ x - 2, & x \geq 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = \sqrt[4]{x^3} - \frac{5}{x} + \frac{4}{x^5} + 3x;$$

$$\text{б) } y = \cos \sqrt[5]{x} \cdot \operatorname{arctg} x^4;$$

$$\text{в) } y = \lg(x-3) \cdot \arcsin^2 5x;$$

$$\text{г) } y = \frac{(x-1)^6 (x+2)^3}{\sqrt[5]{(x-2)^2}} \cdot 2^{-x};$$

$$\text{д) } \sqrt{y} + \sqrt{x} = \sqrt{7};$$

$$\text{е) } y = \ln(3x-5).$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi x}{\operatorname{ctg}(\frac{\pi x}{2})};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} x^4 \sin(b/x).$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$(3,02)^4 + (3,02)^3.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}, \quad x = 2, \quad x = 3.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+6}{p+2}; \quad s(p) = p+1.$$

Вариант № 17

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 4$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^2 - 4x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 14x^2}{1 + 2x + 7x^3};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3-x} - 2}{\sqrt{8-x} - 3};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^3 4x}{3x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-7}{x+6} \right)^{2x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ x^2 - 1, & -1 < x \leq 2; \\ 2x, & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 4x^3 + \frac{3}{x} - \sqrt[3]{x^5} - \frac{2}{x^4};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{ctg}^3 4x \cdot \arcsin \sqrt{x};$$

$$\text{в) } y = \log_2(x+3) \cdot \arccos^2 x;$$

$$\text{г) } y = \frac{(x+7)^2(x-3)^5}{\sqrt[5]{x^2+3x-1}} \cdot e^{x^3};$$

$$\text{д) } x^3 + y^3 = 5x;$$

$$\text{е) } y = 1/(x-6).$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \cdot \operatorname{ctg} x;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - a^{\sin x}}{x^3}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\cos 151^\circ.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}, \quad x = 0, \quad x = 1.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p + 7}{p + 3}; \quad s(p) = p + 2.$$

Вариант № 18

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = -2$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - 4}{3x^2 + x - 10};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^2 - 7}{3x^4 + 3x + 5};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{\sqrt{x+2} - 3};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} \right);$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-2x}{3-x} \right)^{-x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} -1, & x < 0; \\ \cos x, & 0 \leq x \leq \pi; \\ 1-x, & x > \pi. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 4x^5 - \frac{5}{x} - \sqrt{x^3} + \frac{2}{x^3};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{tg} \sqrt{x} \cdot \operatorname{arcc} \operatorname{tg} 3x^5;$$

$$\text{в) } y = 2^{-x} \cdot \operatorname{arcsin}^3 4x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt{(x+10)}(x-8)^3}{(x-1)^5} \cdot e^{-x^4};$$

$$\text{д) } xy^2 - y^3 = 4x - 5;$$

$$\text{е) } y = \ln(5 + x^2).$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin(3/x);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{a}{6x}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\cos 61^\circ.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = x^2 - 1/x^2, \quad x = 2, \quad x = 3.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+15}{p+4}; \quad s(p) = p+3.$$

Вариант № 19

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 6$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{2x^2 - 11x - 6}{3x^2 - 20x + 12};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 7x^2 + 3}{2 + 2x - x^2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x^2 + 2x - 15};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos^2 2x}{x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{2x+5} \right)^{3x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} 2, & x < -1; \\ 1-x, & -1 \leq x \leq 1; \\ \ln x, & x > 1. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = \frac{7}{x} + \frac{4}{x^3} - \sqrt[5]{x^3} - 2x^6;$$

$$\text{б) } y = 2^{\lg x} \cdot \operatorname{arctg}^5 3x;$$

$$\text{в) } y = \lg(x+3) \cdot \operatorname{arctg}^2 5x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt[4]{(x+4)^3} (x-2)^5}{(x-3)^2} \cdot e^{4x}$$

$$\text{д) } 3y = 7 + xy^3;$$

$$\text{е) } y = xe^{3x}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg}(\pi x / 2);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos bx)}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\operatorname{tg} 44^\circ.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{4-x}{1-x^2}, \quad x = 2, \quad x = 3.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+11}{p+3}; \quad s(p) = p+2.$$

Вариант № 20

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 2$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^2 - 11x + 18};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 5};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{x^2 - x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{9x-4} \right)^{2x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} -x, & x \leq 0; \\ x^3, & 0 < x \leq 2; \\ x+4, & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = \frac{6}{x^4} - \frac{3}{x} + 3x^3 - \sqrt{x^7};$$

$$\text{б) } y = \cos^4 3x \cdot \arcsin 3x^2;$$

$$\text{в) } y = \log_5(x+1) \cdot \operatorname{arctg}^2 x^3$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt[5]{(x+2)^3}}{(x+1)^4(x-3)^5} \cdot 3x^3;$$

$$\text{д) } y = 7x - \operatorname{ctgy};$$

$$\text{е) } y = \ln \frac{1}{(4-x)}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x+1}}{\sqrt{2+x+x}};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{\ln x} - x}{x-1}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt[3]{1,02}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = e^{1/(2-x)}, \quad x = 3, \quad x = 5.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+8}{p+1}; \quad s(p) = p+4.$$

Вариант № 21

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 2$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 9x + 10};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^2 + 3x + 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{3x+17} - \sqrt{2x+12}}{x^2 + 8x + 15};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} x} - \frac{1}{\sin x} \right);$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-3x}{5-3x} \right)^x.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} \sin x, & x \leq 0; \\ x, & 0 \leq x \leq 2; \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 2\sqrt{x^3} - \frac{7}{x^5} + 3x^2 - \frac{2}{x^5};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{tg} 3x \cdot \sin 7x^4;$$

$$\text{в) } y = \ln(x^3 - 1) \cdot \operatorname{arctg}^4 6x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt[5]{(x+4)^3}}{(x-1) \cdot (x+3)^5} \cdot e^{-x};$$

$$\text{д) } y^2 = 2x + 3y;$$

$$\text{е) } y = xe^{6x}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{4/x^2} - 1}{2 \operatorname{arctg} x^2 - \pi};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg}^2 2x}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$2,9 / \sqrt{(2,9)^2 + 16}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = 4e^{-x^2+2x}, \quad x = 1, \quad x = 5.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+11}{p+2}; \quad s(p) = p+4.$$

Вариант № 22

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 1$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 4x^2 - 7x}{2x^2 + 7x - 3};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x - \sin^2 x}{x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x - 1}{4x + 1} \right)^{2x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} \cos x, & x \leq \pi/2; \\ 2, & \pi/2 < x \leq \pi; \\ 2 - x, & x > \pi. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 4x^3 - \frac{3}{x} - \sqrt[5]{x^2} + \frac{6}{x^2};$$

$$\text{б) } y = \sin^4 3x \cdot \operatorname{tg} 5x;$$

$$\text{в) } y = \ln(7x - 3) \cdot \arccos 8x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt[3]{(x-1)^7}}{(x+1)^5(x-5)^3} \cdot e^{-x/3};$$

$$\text{д) } y = x + \operatorname{arctg} y;$$

$$\text{е) } y = \ln(5x - 1).$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 e^{-x});$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt{8,76}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = (x - 1)e^{3x+1}, \quad x = 0, \quad x = 2.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+9}{p+4}; \quad s(p) = p+1.$$

Вариант № 23

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 1$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{4x^4 - 5x^2 + 1}{x^2 - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{1 + 2x - x^4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{3 - \sqrt{x}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{x \arcsin x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{2-x} \right)^{3x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x-1, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x < 2; \\ 2x, & x \geq 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} - 4\sqrt{x} + \frac{1}{x};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{tg}^3 2x \cdot \sin x^5;$$

$$\text{в) } y = \ln(x-1) \cdot \operatorname{arctg} 3x^2;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt{(x+2)^3} (x-1)^4}{(x+2)^7} \cdot 3x;$$

$$\text{д) } y^2 = 25x - 4;$$

$$\text{е) } y = \frac{1}{1+x}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-4}{x+3} \right)^{3x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg} x} - 1}{\operatorname{tg} x - x}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt[3]{27,5}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = (5x^4 + 3)/x, \quad x = 1, \quad x = 2.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+8}{p+1}; \quad s(p) = p+3.$$

Вариант № 24

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = -5$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - x - 30}{x^3 + 125};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 5x + 2}{4x^3 - 2x^2 + 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{3x - x}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \sin x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 4}{3x} \right)^{-2x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x + 1, & x < 0; \\ x^2 - 1, & 0 \leq x < 1; \\ -x, & x \geq 1. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 8x^3 - \frac{4}{x} - \frac{7}{x^4} + \sqrt[7]{x^2};$$

$$\text{б) } y = e^{-\sin x} \cdot \operatorname{tg} 7x^6;$$

$$\text{в) } y = \ln(2x - 1) \cdot \operatorname{arccotg} 3x^2;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt[4]{x-8} \cdot (x+2)^6}{(x-1)^5} \cdot e^{2x};$$

$$\text{д) } y^2 - x = \cos y;$$

$$\text{е) } y = \frac{1}{4 + x}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x)^{1/x}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sin 31^\circ.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = x \ln^2 x, \quad x = e, \quad x = 3.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+11}{p+3}; \quad s(p) = p+1.$$

Вариант № 25

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 1/2$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{8x^3 - 1}{x^2 - 1/4};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 3x + 5}{4x^3 - 2x^2 + 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+20} - 4}{x^3 + 60};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos x}{4x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+4} \right)^{-x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} -x, & x < 0; \\ x^2 + 1, & 0 \leq x < 2; \\ x + 1, & x \geq 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 5x^4 - \frac{2}{x} + \frac{9}{x^3} + \sqrt[3]{x^4};$$

$$\text{б) } y = \sin^5 x \cdot \operatorname{ctg} 4x;$$

$$\text{в) } y = \ln(x-4) \cdot \operatorname{arcctg}^2 5x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt[7]{(x-2)^4}}{(x+2)^2(x-6)^5} \cdot e^{x^3};$$

$$\text{д) } 3x + \sin y = 5y;$$

$$\text{е) } y = \ln(1 + 2x^2).$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x^2/2 - x - 1}{\cos x - x^2/2 - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \sin \frac{a}{x}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt[10]{1025}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{2(x+1)^2}{x-2}, \quad x=1, \quad x=5.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+10}{p+3}; \quad s(p) = p+1.$$

Вариант № 26

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = -2$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{3x^2 + 11x + 10}{x^2 - 5x + 14};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x - 7}{1 - 2x^3 + x^4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + \sin x}{\arcsin x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x+5} \right)^{x+1}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x+3, & x \leq 0; \\ 1, & 0 < x \leq 2; \\ x^2 - 2, & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 3\sqrt[3]{x^4} - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^4} + 10x^2;$$

$$\text{б) } y = \operatorname{ctg}^7 x \cdot \sin 3x^2;$$

$$\text{в) } y = \ln(x+13) \cdot \arcsin^4 x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}{(x-3)^3 \cdot (x-4)^2} \cdot e^{-x};$$

$$\text{д) } \sin y = 7x + 3y;$$

$$\text{е) } y = \ln \frac{x^2}{x-5}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} x^{6/(1+2\ln x)}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$(5,07)^3.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{2+x}{(x+1)^2}, \quad x=0, \quad x=2.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+9}{p+2}; \quad s(p) = p+3.$$

Вариант № 27

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 1$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{3x^2 + x}{4x^2 - 5x + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 7x + 2x^2}{x^3 + 4x^2 - 3};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - 1}{x^3 + x^2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(\pi/2 - x)^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + 2x}{3 + 2x} \right)^{-x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} x - 1, & x < 0; \\ \sin x, & 0 \leq x < \pi; \\ 3, & x \geq \pi. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 4\sqrt{x^3} + \frac{3}{x} + 2x^7 - \frac{8}{x^3};$$

$$\text{б) } y = \cos^5 9x \cdot \operatorname{tg} \sqrt{x^5};$$

$$\text{в) } y = \ln(7x - 1) \cdot \arcsin 3x^2;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt[3]{(x-2)^5(x+3)^2}}{(x-7)^3} \cdot e^x;$$

$$\text{д) } y^2 - x = \cos y;$$

$$\text{е) } y = \frac{1}{x}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + xe^x)}{\ln(x + \sqrt{1 + x^2})};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln 2x)^{1/\ln x}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\operatorname{ctg} 29^\circ.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{\ln x}{x}, \quad x = 2, \quad x = e.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+8}{p+3}; \quad s(p) = p+1.$$

Вариант № 28

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = -6$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + 2x - 24}{2x^3 + 15x - 18};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 + x^2 - 7}{2x^2 - 5x + 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 2}{\sqrt{x+8} - 3};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \operatorname{tg} x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x+2} \right)^{x-2}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} -x+1, & x < -1; \\ x^2+1, & -1 \leq x \leq 2; \\ 2x, & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = 5x^2 + \frac{4}{x} - \sqrt[3]{x^7} - 2x^7;$$

$$\text{б) } y = \cos^8 5x \cdot \sin 4x^2;$$

$$\text{в) } y = \lg(x-1) \cdot \operatorname{arcc} \operatorname{tg} 6x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt[5]{x+1}(x-3)^7}{(x+8)^3} \cdot e^{2x};$$

$$\text{д) } \operatorname{arctg} y = 4x + 5y;$$

$$\text{е) } y = \sin 7x.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{arcsin} x \cdot \operatorname{tg} x;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{m}{x} \right)^x.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\operatorname{tg} 59^\circ.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^2, \quad x=1, \quad x=3.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+12}{p+2}; \quad s(p) = p+4.$$

Вариант № 29

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 4$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - 64}{7x^2 - 27x - 4};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x - 4}{3x^2 - 4x + 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^3 - 8};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin x + \sin 7x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-1} \right)^{3-2x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} 1, & x \leq 0; \\ 2^x, & 0 < x \leq 2; \\ x + 3, & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = \sqrt{x^5} - \frac{3}{x} + \frac{4}{x^3} - 3x^3;$$

$$\text{б) } y = \cos^2 4x \cdot \sin 3x^5;$$

$$\text{в) } y = \lg(x+6) \cdot \arcsin 5x^4;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt[5]{(x+1)^2}}{(x-3)^4(x-4)^3} \cdot e^{-x};$$

$$\text{д) } y = 6x - \operatorname{tg} y;$$

$$\text{е) } y = e^{-5x}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} (1 - e^x)^{1/x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\cos 2x} \right)^{1/x^2}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\cos 59^\circ.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{4x}{(4+x^2)}, \quad x = -1, \quad x = 1.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+14}{p+4}; \quad s(p) = p+3.$$

Вариант № 30

1. Вычислить пределы.

а) при $a = 0$, $a = 1$, $a = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 + x - 2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 7x}{2x^3 - 4x^2 + 5};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4-2x}{1-2x} \right)^{x+1}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить её график.

$$y = \begin{cases} -x + 2, & x \leq -2, \\ x^3 & -2 < x \leq 1, \\ 2 & , x > 1. \end{cases}$$

3. Найти производные.

$$\text{а) } y = \sqrt[3]{x^7} - \frac{7}{x^4} + \frac{5}{x} + 9x^3;$$

$$\text{б) } y = \sin 4x^5 \cdot \operatorname{ctg} 3x;$$

$$\text{в) } y = \log_4(x-1) \cdot \arcsin^4 x;$$

$$\text{г) } y = \frac{\sqrt[3]{(x-2)^4}}{(x-5) \cdot (x+1)^7} \cdot 3x;$$

$$\text{д) } yx + x = 3y;$$

$$\text{е) } y = \frac{\sqrt{x+1}}{x}.$$

4. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\cos(m/\sqrt{x}))^x;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}.$$

5. Вычислить приближенное значение заданного выражения с использованием дифференциала.

$$\sqrt[4]{17,2}.$$

6. Зависимость между издержками производства y и объемами производства x выражается функцией $y = f(x)$.

Требуется:

а) найти средние и предельные издержки при заданных объемах продукции x ;

б) найти эластичность издержек при выпуске продукции x ;

в) исследовать функцию издержек и построить ее график.

$$y = \frac{x^3}{9 - x^3}, \quad x = 1, \quad x = 4.$$

7. Опытным путём установлены функции спроса $q(p)$ (количество покупаемого товара) и функция предложения $s(p)$ (количество предлагаемого товара), где p – цена товара.

Найти:

а) равновесную цену, при которой спрос и предложение равны между собой;

б) эластичность спроса и предложения для этой цены;

в) изменение дохода при увеличении цены на 3% от равновесной и на 8% от равновесной.

$$q(p) = \frac{p+11}{p+2}; \quad s(p) = p+3.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Сборник задач по высшей математике для экономистов в 4 ч. Ч. 2
Функция. Дифференциальное и интегральное исчисление. Дифференциальные
уравнения. Ряды / В.П. Грибкова [и др.]. – Минск: БНТУ, 2005. – 58 с.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2 ч. /
П.Е. Данко, А.Г. Попов, ч. 1 – Минск: Вышэйшая школа, 1974. – 143 с.
3. Жевняк, Р.М. Высшая математика в 2 ч. Ч. 2 / Р.М. Жевняк, А.А.
Карпук – Минск: Вышэйшая школа, 1992. – 340 с.
4. Кремер, Н.Ш. Высшая математика для экономических
специальностей / Под редакцией Н.Ш. Кремера. – М.: Высшее образование,
2005. – 413 с.
5. Кузнецов, А.В. Сборник задач по высшей математике. Общий курс /
А.В. Кузнецов [и др.]. – Минск: Вышэйшая школа, 1994. – 215 с.