

УДК 621.311

## Определение параметров схемы замещения асинхронной машины

В. С. Сафарян<sup>1)</sup>, С. Г. Геворгян<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>ЗАО «Научно-исследовательский институт энергетики» (Ереван, Республика Армения)

© Белорусский национальный технический университет, 2015  
Belarusian National Technical University, 2015

**Реферат.** Рассматривается вопрос определения параметров схемы замещения асинхронной машины экспериментальным и аналитическим путем с использованием справочных данных. Исследование переходных процессов асинхронных машин требует наличия параметров схемы замещения (активные сопротивления, индуктивности и взаимная индуктивность контуров статора и ротора), с помощью которых формируется математическая модель переходного процесса. В справочниках не приводятся эти параметры, вместо них даны номинальные параметры (активная мощность, напряжение, скольжение, коэффициент полезного действия и коэффициент мощности), а также отношение пусковых и номинальных токов и моментов. В известных работах по определению параметров схем замещения асинхронной машины задачи до конца не решены или решены с допущениями. В статье даны экспериментальное и аналитическое определения параметров схемы замещения асинхронной машины. Экспериментальное определение основано на результатах двух измерений, а при аналитическом задании сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений. Исследованы свойства эквивалентных входных сопротивлений асинхронной машины, приведены кривые зависимостей входных сопротивлений от скольжения. Представлена математическая модель для аналитического определения параметров схемы замещения асинхронной машины, которая является системой нелинейных уравнений и требует произвольного задания одного из параметров ротора. Показано, что для экспериментального определения параметров схемы замещения асинхронной машины требуется проведение измерений напряжения, тока и активной мощности в статорной цепи при двух различных скольжениях и произвольное задание одного из параметров ротора. Доказано, что дополнительное измерение механического момента не снимает произвольности выбора параметра ротора. Установлено, что в двигательном режиме существует критическое скольжение, при котором ток статора получается наименьшим.

**Ключевые слова:** асинхронная машина, схема замещения, справочные данные, математическая модель, инвариантность

**Для цитирования:** Сафарян, В. С. Определение параметров схемы замещения асинхронной машины / В. С. Сафарян, С. Г. Геворгян // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2015. № 6, с. 20–34

---

### Адрес для переписки

Сафарян Виталий Сафарович  
ЗАО «Научно-исследовательский институт энергетики»  
просп. Мясникян, д. 5/1,  
0025, г. Ереван, Республика Армения  
Тел.: +374 10 55-96-59  
sevakgevotgyan@yandex.ru

### Address for correspondence

Safaryan Vitaliy S.  
Research Studies Institute  
of Power Engineering  
Myasnikyan prosp., 5/1, 0025,  
Erevan, Republic of Armenia  
Tel.: +374 10 55-96-59  
sevakgevotgyan@yandex.ru

---

## Ascertainment of the Equivalent Circuit Parameters of the Asynchronous Machine

V. S. Safaryan<sup>1)</sup>, S. G. Gevorgyan<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Research Studies Institute of Power Engineering (Yerevan, Republic of Armenia)

**Abstract.** The article considers experimental and analytical determination of the asynchronous machine equivalent-circuit parameters with application of the reference data. Transient processes investigation of the asynchronous machines necessitates the equivalent circuit parameters (resistance impedance, inductances and coefficient of the stator-rotor contours mutual inductance) that help form the transitory-process mathematical simulation model. The reference books do not provide those parameters; they instead give the rated ones (active power, voltage, slide, coefficient of performance and capacity coefficient) as well as the ratio of starting and nominal currents and torques. The noted studies on the asynchronous machine equivalent-circuits parameterization fail to solve the problems ad finem or solve them with admissions. The paper presents experimental and analytical determinations of the asynchronous machine equivalent-circuit parameters: the experimental one based on the results of two measurements and the analytical one where the problem boils down to solving a system of nonlinear algebraic equations. The authors investigate the equivalent asynchronous machine input-resistance properties and adduce the dependence curvatures of the input-resistances on the slide. They present a symbolic model for analytical parameterization of the asynchronous machine equivalent-circuit that represents a system of nonlinear equations and requires one of the rotor-parameters arbitrary assignment. The article demonstrates that for the asynchronous machine equivalent-circuit experimental parameterization the measures are to be conducted of the stator-circuit voltage, current and active power with two different slides and arbitrary assignment of one of the rotor parameters. The paper substantiates the fact that additional measurement does not discard the rotor-parameter choice arbitrariness. The authors establish that in motoring mode there is a critical slide by which the stator current value turns out to be the minimum.

**Keywords:** asynchronous machine, equivalent circuit, reference data, symbolic model, invariance

**For citation:** Safaryan V. S., & Gevorgyan S. G. Ascertainment of the Equivalent Circuit Parameters of the Asynchronous Machine. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 2015. No 6, 20–34 (in Russian)

В сетях с асинхронными машинами (АМ) для исследования переходных процессов необходимо учесть электромагнитные и электромеханические переходные процессы АМ [1–5]. В математической модели переходных процессов АМ исходными данными являются:  $U_s$  – напряжение статора;  $M_m$  – механический момент;  $R_s (R_r)$  – активное сопротивление статора (ротора);  $L_s (L_r)$  – индуктивность статора (ротора);  $L_m$  – взаимная индуктивность между обмотками фаз статора и ротора. В справочниках [5] не приводятся параметры схемы замещения, а даются такие, как [6]:  $U_n, P_n$  – номинальная мощность;  $\cos \varphi$  – коэффициент мощности;  $\eta$  – КПД;  $s_{кр}, s_n$  – критическое и номинальное скольжение;  $I_{пуск}/I_n (M_{пуск}/M_n)$  – отношение пускового и номинального токов (моментов);  $M_{макс}/M_n$  – отношение максимального и номинального моментов и т. д. В этом случае возникает необходимость перехода от справочных данных к параметрам схемы замещения или определения их экспериментальным путем. Вопросам определения параметров схемы замещения АМ посвящен ряд работ, рассмотрим более характерные из них [7–11].

Усовершенствование метода синтеза параметров схемы замещения АМ из динамических режимов на базе аппаратно-цифрового комплекса регистрации аналоговых сигналов предлагается в [8]. С использованием теории подобия процесс подбора параметров сводится к оптимизационной задаче некоторой целевой функции, которая представляет собой среднеквадратичное отклонение мгновенных значений экспериментальных и расчетных значений результирующего вектора тока статора. Для определения расчетных значений результирующего вектора тока используется система дифференциальных уравнений АМ.

Для определения электромагнитных параметров АМ авторы [9] рассматривают Т-образную схему замещения и графики полного комплексного сопротивления и его составляющих, фазного сдвига в зависимости от частоты питающего напряжения. С использованием экспериментальных кривых и их аналитических описаний для определения частот, соответствующих характерным точкам кривых (минимумы, максимумы и т. д.), составляется ряд уравнений, позволяющих найти электромагнитные параметры АМ.

Работа [10] посвящена определению параметров схемы замещения АМ с короткозамкнутым ротором при несимметричном питании статора и неподвижном роторе. Сначала рассматривается переходный режим работы АМ при питании фазы статора А и В постоянным напряжением, затем – стационарный режим при питании тех же фаз статора синусоидальным напряжением. На основе проведенных опытов и допущений о равенстве индуктивных сопротивлений рассеяния статора и ротора составляется система из трех нелинейных уравнений для определения параметров АМ.

Авторы [11] предлагают безытерационную методику определения параметров АМ на основе данных каталога. Они избегают применения итерационных методов, считая их сложными для использования на практике, и призывают к разработке простой методики определения параметров АМ, доступной широкому кругу специалистов. В [11] применяются упрощенные аналитические выражения, что недопустимо в современных условиях исходя из возможностей вычислительной техники и методов прикладной математики. Отметим, что процессы (стационарные и переходные) АМ описываются нелинейными уравнениями и отказ от применения итерационных методов исследования недопустим.

Методы определения параметров схемы замещения АМ можно разделить по характеру:

- рассматриваемых процессов (использование стационарных [9–11] и динамических (переходных) процессов [8, 10]);
- питающего напряжения (использование переменного [8, 10, 11] и постоянного [10] напряжений, частотных характеристик [9]).

Работа, проведенная авторами данной статьи, отличается от перечисленных тем, что в ней приведены математические модели без упрощения

и доказана невозможность однозначного определения параметров схемы замещения аналитическим и экспериментальным путем.

Аналитические и экспериментальные методы определения параметров схемы замещения имеют свои преимущества и недостатки. В аналитическом методе трудно учитывать возможные изменения параметров АМ при ее длительной эксплуатации. Экспериментальный метод не имеет указанного недостатка, но зависит от точности полученных результатов в процессе проведения испытаний.

Целью исследований авторов являлось определение параметров схемы замещения АМ аналитическим и экспериментальным путем.

### Результаты исследования

Схема замещения АМ [1] представлена на рис. 1.

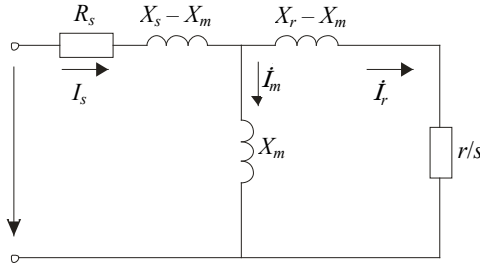


Рис. 1. Схема замещения АМ в стационарном режиме  
 Fig. 1. The equivalent scheme of the AM in stationary mode

Для этой схемы:

$$Z_s = R_s + j(X_s - X_m); \quad Z_r = \frac{r}{s} + j(X_r - X_m); \quad Z_m = jX_m, \quad (1)$$

где  $X_s = \omega_s L_s$ ,  $X_r = \omega_s L_r$ ,  $X_m = \omega_s L_m$  – соответствующие индуктивные сопротивления;  $\omega_r$ ,  $\omega_s$  – угловая скорость вращения ротора и поля статора;  $s = (\omega_s - \omega_r)/\omega_s$  – скольжение.

Эквивалентное полное сопротивление для схемы замещения согласно [1]

$$Z_{\text{экв}} = Z_s + \frac{Z_r Z_m}{Z_r + Z_m} = R_{\text{экв}} + jX_{\text{экв}}, \quad (2)$$

где

$$R_{\text{экв}} = R_s + \frac{X_m^2 \frac{r}{s}}{\left(\frac{r}{s}\right)^2 + X_r^2}; \quad X_{\text{экв}} = X_s - \frac{X_m^2 X_r}{\left(\frac{r}{s}\right)^2 + X_r^2}. \quad (3)$$

Исследуем некоторые свойства функций  $R_{\text{экв}}$ ,  $X_{\text{экв}}$  и  $Z_{\text{экв}}$  в зависимости от скольжения.

Определим экстремальные точки  $R_{\text{экв}}(s)$ :

$$R'_{\text{экв}}(s) = \frac{\frac{X_m^2 r}{s^2} \left[ \left( \frac{r}{s} \right)^2 - X_r^2 \right]}{\left[ \left( \frac{r}{s} \right)^2 + X_r^2 \right]^2} = 0,$$

или

$$\left( \frac{r}{s} \right)^2 - X_r^2 = 0,$$

откуда

$$\begin{cases} s_{\text{кр}.R}^+ = \frac{r}{X_r}; \\ s_{\text{кр}.R}^- = -\frac{r}{X_r}. \end{cases} \quad (4)$$

В точке  $s_{\text{кр}.R}^+$  функция  $R_{\text{экв}}(s)$  принимает максимальное значение, а в точке  $s_{\text{кр}.R}^-$  – минимальное:

$$\begin{cases} R_{\text{экв}}^{\text{max}} = R_s + \frac{X_m^2}{2X_r}; \\ R_{\text{экв}}^{\text{min}} = R_s - \frac{X_m^2}{2X_r}. \end{cases} \quad (5)$$

Очевидно, что  $\lim_{s \rightarrow \pm\infty} R_{\text{экв}}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} R_{\text{экв}}(s) = R_s$ .

Определим корни уравнения  $R_{\text{экв}}(s) = 0$

$$R_s \left( \frac{r}{s} \right)^2 + X_m^2 \frac{r}{s} + R_s X_r^2 = 0. \quad (6)$$

Условие существования действительных решений квадратного уравнения (6) следующее:

$$X_m^2 - 2R_s X_r \geq 0. \quad (7)$$

При выполнении условия (7) формула (6) имеет два отрицательных корня, которые определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} s' &= \frac{2R_s r}{-X_m^2 + \sqrt{X_m^4 - 4R_s^2 X_r^2}}; \\ s'' &= \frac{2R_s r}{-X_m^2 - \sqrt{X_m^4 - 4R_s^2 X_r^2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Поскольку оба корня отрицательны, условие  $R_{\text{экв}}(s) = 0$  может обеспечиваться только в генераторном режиме.

Можно показать, что при выполнении (7):  $s_{\text{кр},R}^- \in [s'', s']$  и  $R_{\text{экв}}^{\text{min}} \leq 0$ .

Определим экстремальные точки  $X_{\text{экв}}(s)$

$$X'_{\text{экв}}(s) = \frac{-X_m^2 X_r \frac{r}{s^2}}{\left[ \left( \frac{r}{s} \right)^2 + X_r^2 \right]^2} = 0.$$

Графики функций  $R_{\text{экв}}(s)$  и  $X_{\text{экв}}(s)$  приведены на рис. 2.

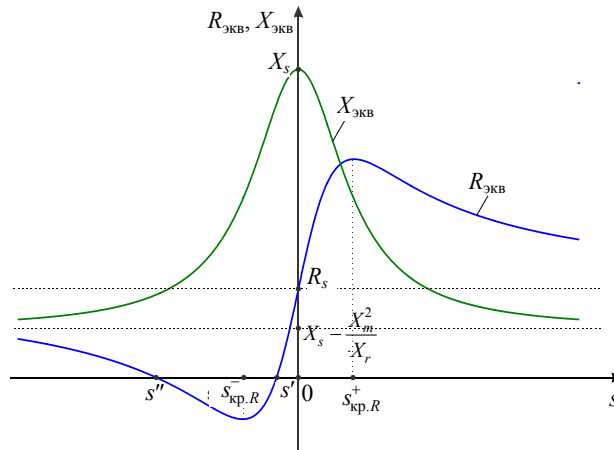


Рис. 2. Графики функций  $R_{\text{экв}}(s)$  и  $X_{\text{экв}}(s)$

Fig. 2. The graphs of functions  $R_{\text{ekv}}(s)$  and  $X_{\text{ekv}}(s)$

Функция  $X_{\text{экв}} = X_{\text{экв}}(s)$  имеет экстремум (максимум) при  $s = 0$ ,  
 $X_{\text{экв}}(0) = X_s$ ,  $\lim_{s \rightarrow \pm\infty} X_{\text{экв}}(s) = X_s - \frac{X_m^2}{X_r} > 0$ .

Определим экстремальные точки  $Y_{\text{экв}}(s)$ :

$$Y'_{\text{экв}}(s) = \frac{R_{\text{экв}} R'_{\text{экв}} + X_{\text{экв}} X'_{\text{экв}}}{\sqrt{R_{\text{экв}}^2 + X_{\text{экв}}^2}} = 0,$$

или

$$R_s X_r^2 s^2 - r (X_m^2 - 2 X_s X_r) s - R_s r^2 = 0.$$

Поскольку условие существования действительных решений последнего квадратного уравнения  $X^2 + 4R_s^2 X_s^2 > 0$  всегда выполняется, то:

$$\begin{cases} s_{\text{кр},Y}^+ = \frac{X + \sqrt{X^2 + 4R_s^2 X_s^2 r^2}}{2R_s X_r^2}; \\ s_{\text{кр},Y}^- = \frac{X - \sqrt{X^2 + 4R_s^2 X_s^2 r^2}}{2R_s X_r^2}, \end{cases} \quad (9)$$

где  $X = r(X_m^2 - 2X_s X_r) < 0$ .

Из (9) следует, что  $s_{\text{кр},Y}^+ > 0$ ,  $s_{\text{кр},Y}^- < 0$ . В точке  $s_{\text{кр},Y}^-$  функция  $Y_{\text{экв}}(s)(Z_{\text{экв}}(s))$  принимает максимальное (минимальное) значение, а в точке  $s_{\text{кр},Y}^+$  – минимальное (максимальное). Графики  $Z_{\text{экв}}(s)$  и  $Y_{\text{экв}}(s)$  представлены на рис. 3.

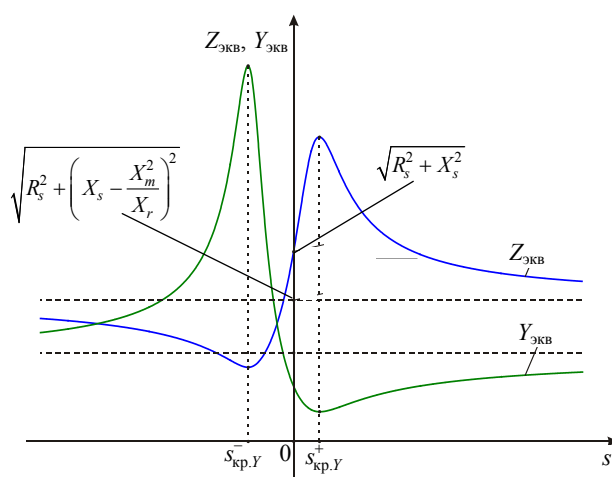


Рис. 3. Графики функций  $Z_{\text{экв}}(s)$  и  $Y_{\text{экв}}(s)$

Fig. 3. The graphs of functions  $Z_{\text{ekv}}(s)$  and  $Y_{\text{ekv}}(s)$

Пользуясь методом эквивалентного генератора, представим схему замещения на рис. 1 в виде эквивалентного генератора (рис. 4), где:

$$\dot{U}_x = \frac{\dot{U}_s}{Z_s + Z_m} Z_m; \quad (10)$$

$$Z_{\text{эГ}} = \frac{Z_s Z_m}{Z_s + Z_m} + j(X_r - X_m). \quad (11)$$

По схеме, представленной на рис. 4, имеем:

$$\dot{I}_r = \frac{\dot{U}_x}{Z_{\text{эГ}} + r/s} = \frac{\dot{U}_x}{(R_{\text{эГ}} + r/s) + jX_{\text{эГ}}}; \quad (12)$$

$$\Delta P_r = I_r^2 \frac{r}{s} = \frac{U_x^2 r}{\left[ (R_{\text{эГ}} + r/s)^2 + X_{\text{эГ}}^2 \right] s}, \quad (13)$$

где  $R_{\text{эГ}} = R_s X_m^2 / (R_s^2 + X_s^2)$ ;  $X_{\text{эГ}} = X_r - X_s X_m^2 / (R_s^2 + X_s^2)$ .

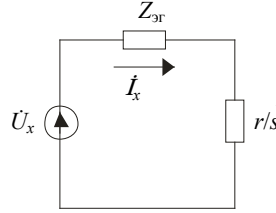


Рис. 4. Представление схемы замещения АМ в виде эквивалентного генератора

Fig. 4. Representation of the equivalent circuit of the AM in the form of equivalent generator

Определим условие передачи максимальной мощности от источника к приемнику с сопротивлением  $r/s$ . С этой целью, решив уравнение  $\frac{d}{ds}(\Delta P_r) = 0$ , найдем значение критического скольжения

$$s_{\text{кр}} = \pm \frac{r}{\sqrt{R_{\text{эГ}}^2 + X_{\text{эГ}}^2}} = \pm \frac{r}{Z_{\text{эГ}}}. \quad (14)$$

Подставляя значения критического скольжения (14) в (13), получим:

$$\begin{cases} \Delta P_{\text{max}}^+ = \frac{U_x^2}{2(R_{\text{эГ}} + Z_{\text{эГ}})}; \\ \Delta P_{\text{max}}^- = \frac{U_x^2}{2(R_{\text{эГ}} - Z_{\text{эГ}})}, \end{cases} \quad (15)$$

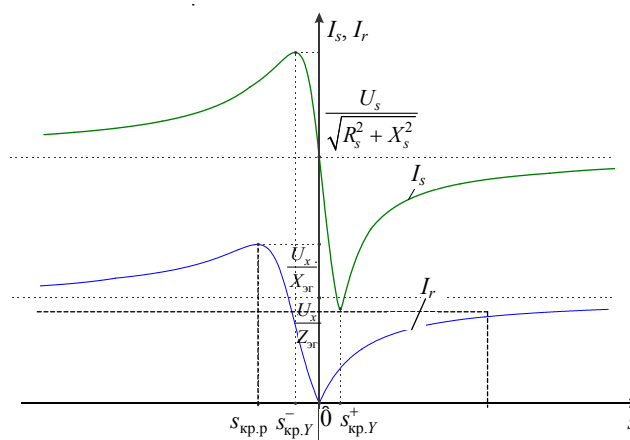
где  $\Delta P_{\text{max}}^+$ ,  $\Delta P_{\text{max}}^-$  – значение потери мощности при скольжениях  $s_{\text{кр}}$  и  $-s_{\text{кр}}$ , причем  $|\Delta P_{\text{max}}^-| > |\Delta P_{\text{max}}^+|$  ( $\Delta P_{\text{max}}^- < 0$ ).

Решая уравнение  $I_r'(s) = 0$ , получим экстремальные точки функций  $I_r(s)$ . Функция имеет максимум при:  $s_{\text{кр},R} = -\frac{r}{R_{\text{эГ}}}$ ,  $I_r(s_{\text{кр},R}) = \frac{U_x}{X_{\text{эГ}}}$ , а минимум при:  $s_{\text{кр},R} = 0$ ,  $I_r(0) = 0$ ,  $\lim_{s \rightarrow \pm\infty} I_r(s) = \frac{U_x}{Z_{\text{эГ}}}$ .

Поскольку ток статора определяется выражением  $I_s = U_s Y_{\text{эКВ}}$ , график функции  $I_s(s)$  повторяет график  $Y_{\text{эКВ}}(s)$ . Из этого следует, что в двигательном режиме существует критическое скольжение  $s_{\text{кр},Y}^- \neq 0$ , при котором ток статора получается наименьшим.

Графики функций  $I_s(s)$  и  $I_r(s)$  представлены на рис. 5.



Рис. 5. Графики функций  $I_s(s)$  и  $I_r(s)$ Fig. 5. The graphs of functions  $I_s(s)$  and  $I_r(s)$ 

### Определение параметров схемы замещения АМ аналитическим путем

Предполагая, что  $U_s$ ,  $P$ ,  $\cos \varphi$ ,  $s_H$ ,  $I_{\text{пуск}}/I_H$ ,  $M_{\text{пуск}}/M_H$  и  $M_{\text{max}}/M_H$  заданы, найдем параметры АМ.

В номинальном режиме  $R_{\text{экв}}$  и  $X_{\text{экв}}$  АМ можно определить следующими соотношениями:

$$R_{\text{экв}} = \frac{U_s^2}{S^2} P = \frac{U_s^2}{P^2 + (P \operatorname{tg} \varphi)^2} P; \quad X_{\text{экв}} = \frac{U_s^2}{S^2} Q = \frac{U_s^2}{Q^2 + (Q \operatorname{tg} \varphi)^2} Q,$$

где  $P$ ,  $Q$ ,  $S$  – активная, реактивная и полная мощность АМ в номинальном режиме соответственно.

Ток  $I_H$  можно определить из выражения

$$I_H = \frac{S}{U_s} = \frac{\sqrt{P^2 + P^2 \operatorname{tg}^2 \varphi}}{U_s} = \frac{P}{U_s \cos \varphi}.$$

Учитывая соотношение

$$I_{\text{пуск}} = \frac{U_s}{\sqrt{\bar{R}_{\text{экв}}^2 + \bar{X}_{\text{экв}}^2}},$$

где  $\bar{R}_{\text{экв}}$ ,  $\bar{X}_{\text{экв}}$  – активное и реактивное сопротивление АМ в холостом ходе, для определения параметров схемы замещения АМ получим уравнение

$$\left[ R_s + \frac{X_m^2 r}{r^2 + X_r^2} \right]^2 + \left[ X_s - \frac{X_m^2 X_r}{r^2 + X_r^2} \right]^2 = \frac{U_s^2}{I_{\text{пуск}}^2}. \quad (16)$$

Поскольку [1]

$$\Delta P_r = \omega_s M_{\text{мех}}, \quad (17)$$

получим еще два уравнения:

$$\begin{cases} \frac{M_{\text{пуск}}}{M_{\text{H}}} = \frac{\Delta P_{r,\text{пуск}}}{\Delta P_{r,\text{H}}} = \frac{(R_{\text{эГ}} + r/s_{\text{H}})^2 + X_{\text{эГ}}^2}{(R_{\text{эГ}} + r)^2 + X_{\text{эГ}}^2} s_{\text{H}}; \\ \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{H}}} = \frac{\Delta P_{r,\text{max}}}{\Delta P_{r,\text{H}}} = \frac{(R_{\text{эГ}} + r/s_{\text{H}})^2 + X_{\text{эГ}}^2}{2(R_{\text{эГ}} + Z_{\text{эГ}})r} s_{\text{H}}. \end{cases} \quad (18)$$

Таким образом, для определения параметров схемы замещения АМ (также учитывая известные ограничения) получаем следующую систему нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} R_{\text{экв}} = R_s + \frac{X_m^2 r / s_{\text{H}}}{(r/s_{\text{H}})^2 + X_r^2}; \\ X_{\text{экв}} = X_s - \frac{X_m^2 X_r}{(r/s_{\text{H}})^2 + X_r^2}; \\ \left[ R_s + \frac{X_m^2 r}{r^2 + X_r^2} \right]^2 + \left[ X_s - \frac{X_m^2 X_r}{r^2 + X_r^2} \right]^2 = \frac{U_s^2}{I_{\text{пуск}}^2}; \\ \frac{(R_{\text{эГ}} + r/s_{\text{H}})^2 + X_{\text{эГ}}^2}{(R_{\text{эГ}} + r)^2 + X_{\text{эГ}}^2} s_{\text{H}} = \frac{M_{\text{пуск}}}{M_{\text{H}}}; \\ \frac{(R_{\text{эГ}} + r/s_{\text{H}})^2 + X_{\text{эГ}}^2}{2(R_{\text{эГ}} + Z_{\text{эГ}})r} s_{\text{H}} = \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{H}}}; \\ R_s, r, X_s, X_r, X_m > 0; \\ \frac{X_m^2}{X_s X_r} \leq 1. \end{cases} \quad (19)$$

Обозначим искомые системы (19) в виде следующего вектора:

$$Z = [R_s, X_s, r, X_r, X_m]. \quad (20)$$

Если (20) является решением (19), то вектор

$$Z(k) = [R_s, X_s, kr, kX_r, \sqrt{k} X_m]. \quad (21)$$

Подставляя (21) в (19), убедимся, что оно также является решением, где  $k$  – положительное рациональное число.

АМ, параметры которых связаны соотношениями (21), назовем подобными АМ.

Установим свойства инвариантности параметров подобных машин по отношению к выбору значения  $k$ .

1. Входные эквивалентные сопротивления инвариантны:

$$\begin{cases} R_{\text{ЭКВ}}(k) = R_{\text{ЭКВ}}; \\ X_{\text{ЭКВ}}(k) = X_{\text{ЭКВ}}. \end{cases}$$

2. Ток статора инвариантен

$$I_s(k) = \frac{U_s}{\sqrt{R_{\text{ЭКВ}}^2 + X_{\text{ЭКВ}}^2}} = I_s.$$

3. Ток ротора не инвариантен

$$i_r(k) = \frac{jX_m \sqrt{k}}{k \left( \frac{r}{s} + jX_r \right)} i_s = \frac{jX_m}{\frac{r}{s} + jX_r} \frac{1}{\sqrt{k}} i_s = \frac{1}{\sqrt{k}} i_r.$$

4. Потери активной мощности инвариантны

$$\Delta P(k) = I_s^2 R_s + I_r^2 \frac{1}{k} r k = \Delta P.$$

5. Коэффициент полезного действия инвариантен

$$\eta(k) = \frac{P - \Delta P}{P} = \eta.$$

6. Электромагнитный момент инвариантен

$$M(k) = I_r^2 \frac{1}{k} \frac{rk}{s \omega_s} = M.$$

Из последнего соотношения следует, что даже дополнительное измерение механического момента не снимает произвольности выбора параметра ротора (21), т. е. подобные АМ имеют одинаковые механические характеристики.

7.  $R_{\text{ЭГ}}$  и  $X_{\text{ЭГ}}$  не инвариантны:

$$\begin{cases} R_{\text{ЭГ}}(k) = \frac{R_s (\sqrt{k} X_m)^2}{R_s^2 + X_s^2} = k R_{\text{ЭГ}}; \\ X_{\text{ЭГ}}(k) = k X_r - \frac{X_s (\sqrt{k} X_m)^2}{R_s^2 + X_s^2} = k X_{\text{ЭГ}}. \end{cases}$$

Схема замещения подобных АМ приведена на рис. 6.

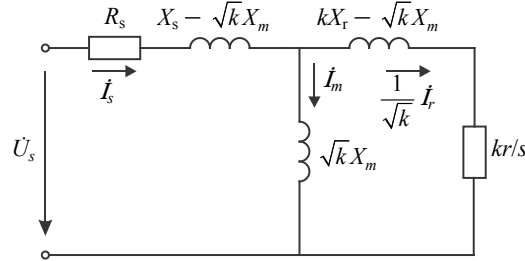


Рис. 6. Схема замещения подобных АМ в стационарном режиме

Fig. 6. The equivalent circuit of similar AM in stationary mode

Легко проверить, что режимы схемы, представленные на рис. 1 и 5, описываются одинаковыми уравнениями.

### Определение параметров АМ экспериментальным путем

Предположим, что были выполнены два измерения при скольжениях  $s_1$  и  $s_2$  соответственно и определены  $R_{\text{экв1}}$ ,  $R_{\text{экв2}}$ ,  $X_{\text{экв1}}$  и  $X_{\text{экв2}}$ . Исходя из (3) можем записать:

$$\begin{cases} R_{\text{экв1}} = R_s + \frac{X_m^2 a_1}{a_1^2 + X_r^2}; \\ X_{\text{экв1}} = X_s - \frac{X_m^2 X_r}{a_1^2 + X_r^2}; \\ R_{\text{экв2}} = R_s + \frac{X_m^2 a_2}{a_2^2 + X_r^2}; \\ X_{\text{экв2}} = X_s - \frac{X_m^2 X_r}{a_2^2 + X_r^2}, \end{cases} \quad (22)$$

где  $a_1 = \frac{r}{s_1}$ ;  $a_2 = \frac{r}{s_2}$ .

Из (22) имеем:

$$R_{\text{экв1}} - R_{\text{экв2}} = \frac{(a_1 - a_2)(X_r^2 - a_1 a_2)}{(a_1^2 + X_r^2)(a_2^2 + X_r^2)} X_m^2. \quad (23)$$

$$X_{\text{экв1}} - X_{\text{экв2}} = \frac{a_1^2 - a_2^2}{(a_1^2 + X_r^2)(a_2^2 + X_r^2)} X_r X_m^2. \quad (24)$$

При  $R_{\text{экв1}} = R_{\text{экв2}}$  из (23) получим:

$$(a_1 - a_2)(X_r^2 - a_1 a_2) = 0,$$

или

$$s_1 s_2 = \left( \frac{r}{X_r} \right)^2 = s_{кр.R}^2. \quad (25)$$

Следовательно, в двигательном режиме при двух различных скольжениях при выполнении условия (25)  $R_{эқв1} = R_{эқв2}$ . Это также видно из графика функции  $R_{эқв}(s)$  (рис. 2).

Из (24) следует, что условие  $X_{эқв1} = X_{эқв2}$  может выполняться только при  $s_1 = s_2$ , т. е. в двигательном режиме при двух различных скольжениях  $X_{эқв1} \neq X_{эқв2}$ . Это также видно из графика функций  $X_{эқв}(s)$  (рис. 2).

Учитывая вышесказанное и разделив (23) на (24), получим:

$$a = \frac{R_{эқв1} - R_{эқв2}}{X_{эқв1} - X_{эқв2}} = \frac{X_r^2 - a_1 a_2}{(a_1 + a_2) X_r}, \quad (26)$$

или

$$X_r^2 - a(a_1 + a_2) X_r - a_1 a_2 = 0. \quad (27)$$

Рассматривая (27) как квадратное уравнение относительно  $X_r$ , определим условие существования его действительного решения

$$D = a^2 (a_1 + a_2)^2 + 4a_1 a_2 \geq 0. \quad (28)$$

При выполнении условия (28) решение (27) будет следующим:

$$X_{r,1,2} = \frac{a(a_1 + a_2) \pm \sqrt{a^2 (a_1 + a_2)^2 + 4a_1 a_2}}{2}. \quad (29)$$

При  $a_1 a_2 > 0$  квадратное уравнение (26) имеет хотя бы одно положительное действительное решение, которое определяет величину  $X_r$ . Зная значения  $X_r$  и  $r$  ( $r$  выбирается произвольно), из (24) определяем  $X_m$ , а из (22) вычисляем  $R_s$  и  $X_s$ .

## ВЫВОДЫ

1. Аналитическое определение параметров схемы замещения асинхронной мощности сводится к решению системы нелинейных уравнений (19), которое требует произвольного задания одного из параметров ротора.

2. Экспериментальное определение параметров схемы замещения АМ требует проведения измерения напряжения, тока и активной мощности в статорной цепи при двух различных скольжениях и произвольного

задания одного из параметров ротора. Даже дополнительное измерение механического момента не снимает произвольности выбора параметра ротора.

3. Установлено, что в двигательном режиме существует критическое скольжение  $s_{кр,Y}^- \neq 0$ , при котором ток статора получается наименьшим.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов-Смоленский, А. В. Электрические машины / А. В. Иванов-Смоленский. М.: МЭИ, 2006. Т. 2. 531 с.
2. Ковач, К. П. Переходные процессы в машинах переменного тока / К. П. Ковач, И. Рац. Ленинград: Госэнергоиздат, 1963. 744 с.
3. Копылов, И. П. Математическое моделирование электрических машин / И. П. Копылов. М.: Высш. шк., 2001. 327 с.
4. Сафарян, В. С. Исследование режимов автономного асинхронного генератора с учетом характеристик первичного двигателя / В. С. Сафарян, С. Г. Геворгян // Вестник Государственного инженерного университета Армении. Сер. Энергетика. Электротехника. 2013. Вып. 16, № 1. С. 91–100.
5. Загорский, А. Е. Управление переходными процессами в электрических машинах переменного тока / А. Е. Загорский, Ю. Г. Шакарян. М.: Энергоатомиздат, 1986. 176 с.
6. Асинхронные двигатели серии 4А: справ. / А. Э. Кравчик [и др.]. М.: Энергоиздат, 1982. 504 с.
7. Гольдберг, О. Д. Проектирование электрических машин / О. Д. Гольдберг, Я. С. Гурин, И. С. Свириденко. М.: Высш. шк., 2001. 312 с.
8. Гармаш, В. С. Определение параметров схемы замещения асинхронных двигателей из динамических режимов / В. С. Гармаш // Научные труды Донецкого национального технического университета. 2009. № 9. С. 48–51.
9. Определение электромагнитных параметров асинхронных двигателей при питании напряжением низких частот / А. П. Калинов [и др.] // Вестник Кременчугского государственного политехнического университета. Сер. Диагностика в электромеханических и энергетических системах. 2006. Вып. 4, № 1. С. 117–121.
10. Бешта, А. С. Определение параметров схемы замещения асинхронного двигателя при несимметричном питании статора / А. С. Бешта, А. А. Семин // Электромеханические и энергосберегающие системы. 2014. Вып. 2. С. 10–16.
11. Мощинский, Ю. А. Определения схемы замещения асинхронной машины по каталожным данным / Ю. А. Мощинский, В. Я. Беспалов, А. А. Кирякин // Электричество. 1998. № 4. С. 38–42.

Поступила 30.04.2015    Подписана в печать 22.06.2015    Опубликовано онлайн 16.12.2015

#### REFERENCES

1. Ivanov-Smolenskiy A. V. (2006) *Electric Machines. Vol. 2*. Moscow: Publisher of the Moscow Power Engineering University. 531 p. (in Russian).
2. Kovach K. P., & Rats I. (1963) *Transient Phenomena in the Alternating Current Electric Machines*. Leningrad, Gosenergoizdat. 744 p. (in Russian).
3. Kopylov I. P. (2001) *Mathematic Modeling of the Electric Machines*. Moscow, Vysshaya Shkola. 327 p. (in Russian).
4. Safaryan V. S., & Gevorgyan S. G. (2013) Analysis of the Autonomous Asynchronous Generator Regimes with Account of the Prime-Mover Characteristics. *Vestnik Gosudarstvennogo inzhenernogo universiteta Armenii. Ser. Energetika, Elektrotehnika* [Bulletin of the State Engi-

- neering University of Armenia. Ser. Energy Industry, Electrotechnics], 16 (1), 91–100 (in Russian).
5. Zagorskiy A. Ye., & Shakaryan Yu. G. (1986) *Transient Processes Control in the Alternating-Current Electric Machines*. Moscow, Energoatomizdat. 176 p. (in Russian).
  6. Kravchik A. E., Shlaf M. M., Afonin V. I., & Sobolenskaia, E. A. (1982) *Asynchronous Motors of 4A Series*. Moscow, Energoizdat. 504 p. (in Russian).
  7. Goldberg O. D., Gurin Ya. S., & Sviridenko I. S. (2001) *Designing Electric Machines*. Moscow, Vysshaia shkola. 312 p. (in Russian).
  8. Garmash V. S. (2009) Ascertainment of the Asynchronous Motors Equivalent-Circuit Parameters from the Dynamic Regimes. *Nauchnye Trudy Donetskogo Natsional'nogo Tekhnicheskogo Universiteta* [Scientific studies of the Donetsk National Technical University], 9, 48–51. (in Russian).
  9. Kalinov A. P., Reznik D. V., Rodskin D. I., & Romashikhin Iu. V. (2006) Ascertainment of the Asynchronous Motor Electromagnetic Parameters at Low Frequency Voltage Power Supply. *Vestnik Kremenchugskogo Gosudarstvennogo Politeknicheskogo Universiteta. Ser. Diagnostika v Elektromekhanicheskikh i Energeticheskikh Sistemakh* [Bulletin of the Kremenchug State Polytechnic University. Ser. Diagnostics in Electromechanical and Energy Systems], 4 (1), 117–121 (in Russian).
  10. Beshta A. S., & Semin A. A. (2014) Ascertainment of the Asynchronous Motors Equivalent-Circuit Parameters at Dissymmetric Power Supply of the Stator. *Elektromekhanicheskie i Energoberegaiushchie Sistemy* [Electromechanical and Energy Saving Systems], 2, 10–16 (in Russian).
  11. Moschinskiy Yu. A., Bepalov V. Ya., & Kiryakin A. A. (1998) Determining the Asynchronous Motor Equivalent Circuit from the Catalogue Data. *Elektrichestvo* [Electricity], 4, 38–42 (in Russian).

Received: 30 April 2015

Accepted: 22 June 2015

Published online: 16 December 2015