



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Белорусский национальный  
технический университет

---

Кафедра «Детали машин,  
подъемно-транспортные машины и механизмы»

# ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

*Методическое пособие  
к лабораторным работам*

Минск  
БНТУ  
2015

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Белорусский национальный технический университет

---

Кафедра «Детали машин,  
подъемно-транспортные машины и механизмы»

# ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Методическое пособие к лабораторным работам  
для студентов технических специальностей  
высших учебных заведений

*Под редакцией А.Т. Скойбеды*

*Рекомендовано учебно-методическим объединением  
по образованию в области машиностроительного оборудования  
и технологий*

М и н с к  
Б Н Т У  
2 0 1 5

УДК 621.01:531.8 (076.5)(075.8)

ББК 30.12 я 7

П75

**А в т о р ы:**

*А. Т. Скойбеда, В. В. Бирич, В. Д. Василенок, А. А. Зенькович, И. М. Комяк,  
Н. Н. Розанова, О. В. Куранова, В. С. Давыдов, М. Н. Делендик,  
Т. Н. Микулик*

**Р е ц е н з е н т ы:**

*А. Н. Орда, С. Е. Бельский*

П75 **Прикладная механика** : методическое пособие к лабораторным работам для студентов технических специальностей высших учебных заведений / А. Т. Скойбеда [и др.]; под ред. А. Т. Скойбеда. – Минск : БНТУ, 2015. – 71 с.

ISBN 978-985-550-446-8.

Данное издание предназначено для студентов, выполняющих лабораторные работы по дисциплине «Прикладная механика». Приведены описание лабораторных установок, методика проведения работ, рекомендации по оформлению отчетов и контрольные вопросы.

УДК 621.01:531.8 (076.5)(075.8)

ББК 30.12 я 7

ISBN 978-985-550-446-8

© Белорусский национальный  
технический университет, 2015

## Введение

Данное издание является пособием по дисциплине «Прикладная механика». В нем освещаются методика и порядок выполнения работ, даются описания схем установок, приводятся образцы отчетов о каждой работе, кратко рассматриваются теоретические вопросы, практическая проверка которых составляет предмет лабораторных исследований. При этом терминология этих вопросов увязана с действующими стандартами и учебниками по деталям машин.

Объем и методика лабораторных работ рассчитаны так, чтобы каждая из них выполнялась в течение двух академических часов. При этом предусматривается предварительная подготовка студентов к выполнению задания. Перед началом работы студенты знакомятся с основными правилами по охране труда, изложенными в описании каждой лабораторной работы.

На ряд вопросов, поставленных в конце каждой работы, в отчетах студентам следует поместить обстоятельные ответы, иллюстрированные необходимыми чертежами, схемами, расчетами.

## *Лабораторная работа № 1*

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ**

**Цель работы:** с помощью наклонной плоскости определить приближенное значение коэффициента трения скольжения различных материалов.

#### **Теоретические сведения**

Трение является одним из самых распространенных явлений природы и играет большую роль в технике. Однако вследствие крайней сложности этого физико-механического явления и трудности оценки многочисленных факторов, влияющих на него, точных общих законов трения до сих пор установить не удалось. Вследствие этого для технических расчетов ограничиваются приближенным определением силы трения по закону Кулона: «Сила трения скольжения пропорциональна силе нормального давления к поверхности соприкасающихся тел, зависит от рода трущихся поверхностей (материала, обработки, смазки) и не зависит от величины площади трущихся поверхностей».

Если максимальное значение силы трения покоя обозначить через  $F_{\text{тр}}$ , а через  $N$  – нормальную реакцию опорной поверхности, равную по модулю силе нормального давления тела на опорную поверхность (рис. 1.1), то на основании данного закона будем иметь

$$F_{\text{тр}} = fN, \quad (1.1)$$

где  $f$  – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом трения скольжения.

*Трением скольжения* называется сопротивление скольжению одного тела по поверхности другого.

Сила трения при движении меньше силы трения в случае покоя и всегда направлена в сторону, противоположную движению.

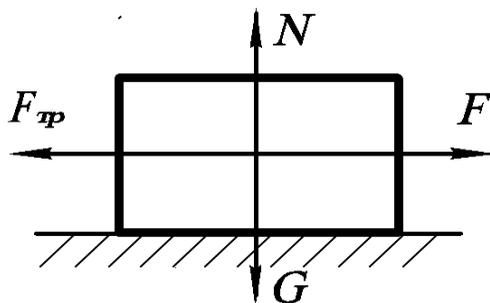


Рис. 1.1. Движение по гладкой опорной поверхности

Если опорная поверхность шероховатая, то две реакции: нормальная  $N$  и касательная (сила трения)  $F_{\text{тр}}$  (рис. 1.2), складываясь по правилу параллелограмма, дадут полную реакцию  $R$  опорной поверхности, которая с нормалью к этой поверхности будет составлять некоторый угол  $\varphi$ .

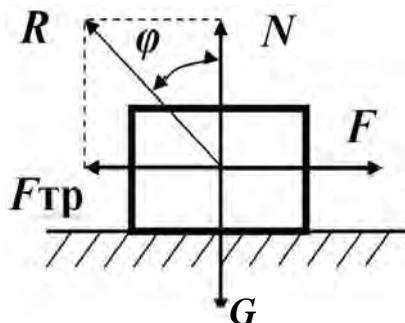


Рис. 1.2. Движение по шероховатой опорной поверхности

Наибольший угол  $\varphi$ , на который вследствие трения отклоняется от нормали реакция  $R$  шероховатой поверхности, называется *углом трения*:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{F_{\text{тр}}}{N}. \quad (1.2)$$

Из формул (1.1) и (1.2) следует, что тангенс угла трения равен коэффициенту трения скольжения.

Ориентировочные значения коэффициентов трения скольжения представлены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Значения коэффициентов трения

Материалы трущихся поверхностей	Коэффициент трения
Сталь по стали	0,15–0,50
Сталь по бронзе	0,15–0,20
Бронза по бронзе	0,20–0,27
Сталь по дереву	0,40–0,62
Дерево по дереву	0,20–0,60
Текстолит по стали	0,14–0,20

Коэффициент трения скольжения для двух материалов определяется опытным путем различными способами, но наиболее часто – при помощи наклонной плоскости.

**Описание установки**

Плоскость 1 (рис. 1.3), на которой закрепляются пластины из различных материалов, при помощи рукоятки 2 может устанавливаться под различным углом к горизонтальной плоскости. Величина угла наклона  $\alpha$  отсчитывается по шкале 3. При увеличении угла наклона плоскости составляющая силы тяжести  $G_2$ , направленная параллельно наклонной плоскости, будет возрастать, соответственно будет увеличиваться и сила трения покоя  $F_{тр}$ .

При угле наклона плоскости, равном углу трения ( $\alpha = \varphi$ ), сила трения достигнет предельной величины, и при угле  $\alpha > \varphi$  груз 4 перейдет из состояния покоя в состояние движения. Измерив угол  $\alpha$  в момент начала движения, получают угол, равный углу трения  $\varphi$ .

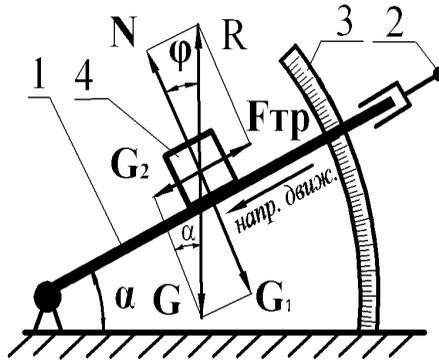


Рис. 1.3. Опытная установка

Тангенс этого угла трения будет равен коэффициенту трения скольжения  $f$ .

Надо отметить, что для одной и той же пары материалов коэффициент трения может изменяться из-за влияния многочисленных факторов.

### Порядок выполнения работы

1. Определить силу тяжести груза.
2. Подготовить пластины и груз к испытанию, т. е. поверхности контакта обезжирить.
3. Установить груз на плоскости и при помощи рукоятки увеличивать угол подъема до тех пор, пока под действием собственной силы тяжести груз не начнет двигаться.
4. Зафиксировать винтом положение наклонной плоскости и по шкале определить угол ее наклона  $\alpha$ . Для каждой пары материалов опыт повторить не менее трех раз.
5. Вычислить коэффициент трения скольжения для выбранных пар материалов и сравнить с табличным значением.
6. Вычислить процент ошибки  $\Delta$ :

$$\Delta = \frac{f_{\text{оп}} - f_{\text{таб}}}{f_{\text{оп}}} \cdot 100 \%$$

7. Оформить отчет о работе.

### **Контрольные вопросы**

1. Какого рода трение различают в зависимости от характера перемещения?
2. Что называется трением скольжения?
3. По какой формуле определяют коэффициент трения скольжения?
4. Какие факторы оказывают влияние на величину коэффициента трения скольжения?
5. Зависит ли коэффициент трения от размеров трущихся поверхностей?
6. Как направлена сила трения по отношению к движению тела?
7. Что называется углом трения?

## Лабораторная работа № 2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПЛОСКИХ ФИГУР

**Цель работы:** опытным путем определить положение центра тяжести плоской фигуры и полученные результаты сравнить с теоретическими расчетами.

#### Теоретические сведения

*Центр тяжести тела* есть такая неизменно связанная с этим телом точка, через которую проходит линия действия силы тяжести данного тела при любом положении тела в пространстве.

На практике часто приходится определять положение центра тяжести плоских фигур. Такие фигуры можно представлять себе как тонкие однородные пластинки, толщиной которых можно пренебречь, поэтому координаты их центра тяжести будут зависеть только от площади фигуры и ее формы. Центр тяжести однородной плоской фигуры постоянной толщины называется *центром тяжести площади данной фигуры*.

Его координаты:

$$X_c = \frac{\sum S_{yi}}{\sum A_i} = \frac{\sum A_i X_i}{\sum A_i};$$

$$Y_c = \frac{\sum S_{xi}}{\sum A_i} = \frac{\sum A_i Y_i}{\sum A_i},$$

где  $S_{xi}$ ,  $S_{yi}$  – статические моменты площади отдельных участков фигуры относительно осей  $X$  и  $Y$ ;

$X_i$ ,  $Y_i$  – координаты центров тяжести отдельных участков фигуры, составленной из площадей  $A_i$ .

Если плоская фигура имеет ось симметрии, то центр тяжести фигуры обязательно лежит на оси симметрии, т. е. у симметричных плоских фигур центральная ось координат совпадает с осью симметрии. Если же плоская фигура имеет центр симметрии, то центр тяжести лежит на пересечении осей симметрии.

Кроме координатного метода определения положения центра тяжести тел применяют экспериментальные способы.

Например, способ подвешивания основан на второй аксиоме статики. Если тело в виде пластинки любой формы (рис. 2.1, *а*) подвесить на нити, например в точке *A*, то при равновесии центр тяжести тела обязательно будет на вертикали, проходящей через точку подвеса *A*, так как только в таком положении центра тяжести сила тяжести и реакция нити *OA* уравновешивают друг друга.

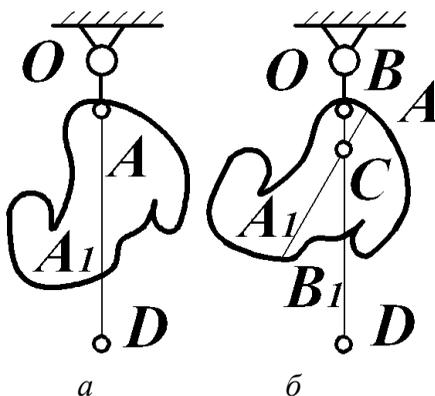


Рис. 2.1. Экспериментальное определение центра тяжести

С помощью отвеса *OD* отметим на теле линию *AA<sub>1</sub>*, на которой расположен искомый центр тяжести. Затем, подвесив тело на нити в другой точке, например в точке *B* (рис. 2.1, *б*), получим линию *BB<sub>1</sub>*, которая пересечением с линией *AA<sub>1</sub>* определяет положение центра тяжести *C*.

### Описание установки

Для выполнения работы применяется приспособление, представляющее собой установленную на подставке и двух стойках перекладину, в центре которой к крюку на нити прикрепляется груз. На этот же крюк подвешивается испытываемая плоская фигура.

## Порядок выполнения работы

1. Экспериментальное определение координат центра тяжести фигуры.

1.1. Подвесить испытываемую плоскую фигуру к крюку установки одной из точек и карандашом отметить положение линии отвеса.

1.2. Поменять положение фигуры, прикрепив ее к крюку другой точкой, и снова отметить на ней карандашом положение линии отвеса.

1.3. Точка пересечения двух отвесных линий (рис. 2.2) и является центром тяжести фигуры  $C$ . Измерить линейкой расстояние от найденной точки до заданных для данной фигуры осей координат, определяя таким образом значение  $X_{\text{сop}}$  и  $Y_{\text{сop}}$ .

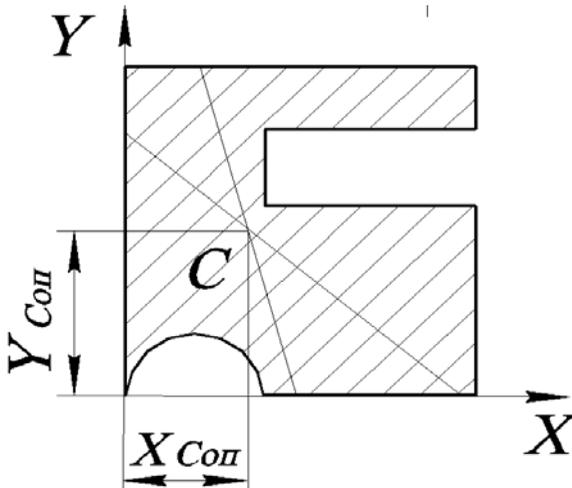


Рис. 2.2. Определение центра тяжести фигуры

2. Теоретическое определение координат центра тяжести фигуры.

2.1. Измерить линейкой необходимые размеры фигуры (мм) и в масштабе выполнить ее чертеж (рис. 2.3).

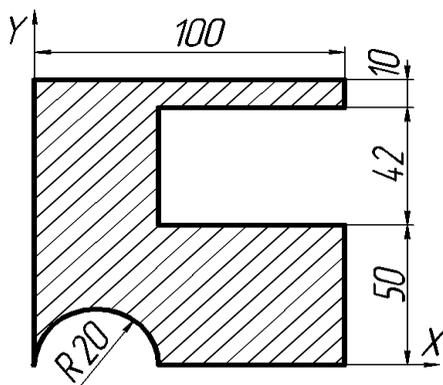


Рис. 2.3

2.2. Разделить фигуру на наименьшее число простейших фигур (рис. 2.4), положение центра тяжести которых легко определить.

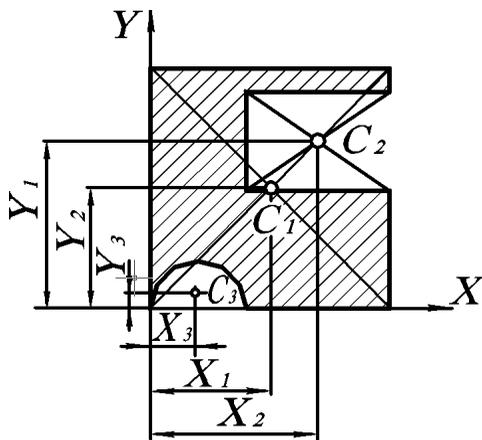


Рис. 2.4

2.3. Определить положение центров тяжести отдельных частей фигуры ( $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ) (см. рис. 2.4) и нанести их на чертеж.

2.4. Провести вспомогательные оси  $X$  и  $Y$  и определить значения координат ( $X_1$ ,  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$ ,  $X_3$ ,  $Y_3$ ) точек  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  относительно осей  $X$  и  $Y$ .

2.5. Определить площади каждой части фигуры ( $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ).

2.6. Определить координаты центра тяжести фигуры по формулам

$$X_{\text{ct}} = \frac{\sum A_i X_i}{\sum A_i};$$

$$Y_{\text{ct}} = \frac{\sum A_i Y_i}{\sum A_i}.$$

2.7. Нанести на чертеж центр фигуры  $C$  и провести центральные оси  $X_c$  и  $Y_c$ .

2.8. Сравнить теоретические и опытные данные

$$\Delta = \frac{X_{\text{ct}} - X_{\text{соп}}}{X_{\text{ct}}} \cdot 100 \% ;$$

$$\Delta = \frac{Y_{\text{ct}} - Y_{\text{соп}}}{Y_{\text{ct}}} \cdot 100 \% .$$

3. Оформить отчет о работе.

### **Контрольные вопросы**

1. Что называется центром тяжести тела?
2. По каким формулам определяют положение центра тяжести плоской фигуры?
3. Где лежит центр тяжести фигуры, имеющей одну ось симметрии, две оси симметрии?
4. На сколько частей необходимо разбить сложную фигуру для определения положения центра тяжести?

### Лабораторная работа № 3

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

**Цель работы:** определение основных характеристик прочности и жесткости при растяжении образца статической нагрузкой.

### Теоретические сведения

При расчетах деталей машин и элементов конструкций необходимо располагать знаниями характеристик прочности используемых материалов. Эти величины получают в результате испытания образцов материала на растяжение статической нагрузкой. Задача сводится к построению диаграммы растяжения. Пример диаграммы растяжения образцов из малоуглеродистой стали приведен на рис. 3.1.

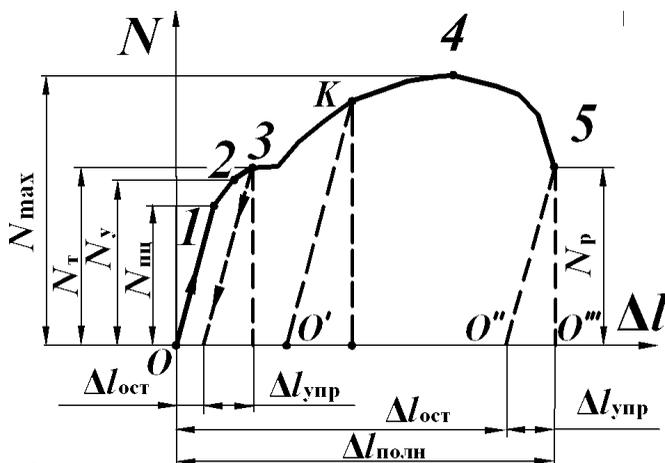


Рис. 3.1. Диаграмма растяжения образца из малоуглеродистой стали

По оси ординат отображены значения осевой силы  $N$ , равной прилагаемой силе  $F$ , а по оси абсцисс – соответствующие ей величины абсолютного удлинения образца  $\Delta l$ .

В начале испытания (до точки 1 с ординатой  $N_{\text{ст}}$ ) удлинение  $\Delta l$  растет пропорционально силе  $N$ , тем самым подтверждается справедливость закона Гука. Это зона упругости.

Точка 2 соответствует моменту, когда в материале начинают появляться незначительные остаточные деформации. Ордината точки 2 представляет собой нагрузку  $N_y$ , при которой деформации практически остаются упругими. Далее удлинение  $\Delta l$  непропорционально силе  $N$ . При некотором значении нормальной силы  $N_T$  (точка 3) образец удлиняется без увеличения нагрузки. Это явление называется *текучестью материала*, а соответствующий участок диаграммы носит название *площадка текучести*.

После прохождения площадки текучести материал образца снова начинает оказывать сопротивление нагрузке. Этот процесс продолжается до точки 4 с ординатой  $N_{\max}$ , после чего отмечается некоторое снижение сопротивляемости материала. Это явление объясняется тем, что на образце начинает появляться местное уменьшение диаметра образца (шейка), и в дальнейшем на диаграмме отражается удлинение участка образца в зоне образовавшейся шейки. Явление окончательного разрушения материала происходит в точке 5 диаграммы.

Если после перехода через стадию текучести (например, в точке  $K$ ) образец разгрузить, то процесс разгрузки изобразится отрезком  $KO'$ , параллельным прямой  $O1$ . При разрушении образца удлинение полностью не исчезает, оно уменьшается на величину упругой части (отрезок  $O''O'''$ ). Отрезок  $OO''$  представляет собой остаточное удлинение.

Таким образом,

$$\Delta l_{\text{полн}} = \Delta l_{\text{упр}} + \Delta l_{\text{ост}},$$

где  $\Delta l_{\text{полн}}$  – полное удлинение;

$\Delta l_{\text{упр}}$  – упругое удлинение;

$\Delta l_{\text{ост}}$  – остаточное удлинение.

Продольные силы, возникающие в образце, и соответствующие им изменения длины образца не могут служить объективными критериями для оценки свойств материала, так как зависят от первоначальных размеров самого образца.

Чтобы получить характеристики механических свойств материала, диаграмму, снятую при испытании образца, нужно перестроить в диаграмму условных напряжений в координатах  $(\epsilon, \sigma)$ , не зависящих от абсолютных размеров образца (рис. 3.2).

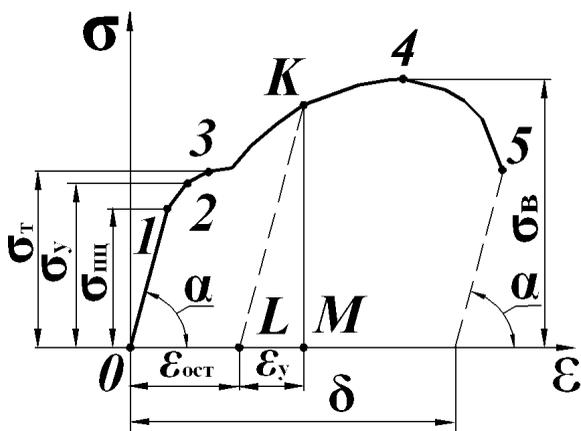


Рис. 3.2. Диаграмма условных напряжений образца из малоуглеродистой стали

Для этого все абсциссы и ординаты на диаграмме в координатах  $\Delta l-N$  (см. рис. 3.1) делятся соответственно на начальную расчетную длину  $l_0$  и начальную площадь поперечного сечения  $A_0$  образца. Учитывая, что  $A_0$  и  $l_0$  – величины постоянные, диаграмма  $\sigma = f(\epsilon)$  имеет тот же вид, что и диаграмма растяжения, но уже будет характеризовать не свойства образца, а свойства его материала.

Прямолинейный участок  $0I$  диаграммы условных напряжений графически выражает закон пропорциональности между напряжением и деформацией (закон Гука):

$$\sigma = \epsilon E ,$$

где  $E$  – коэффициент пропорциональности между напряжением  $\sigma$  и относительным удлинением  $\epsilon$ , который носит название *модуль упругости первого рода*. Он характеризует способность материала сопротивляться деформированию;

$\epsilon$  – безразмерная величина, следовательно, размерности  $\sigma$  и  $E$  совпадают.

Из геометрического представления закона Гука (прямолинейного участка  $0I$ ) следует, что модуль  $E$  есть тангенс угла  $\alpha$  наклона отрезка  $0I$  к оси абсцисс.

*Предел пропорциональности*  $\sigma_{\text{пц}}$  – наибольшее напряжение, при котором деформации в материале растут пропорционально напряжению:

$$\sigma_{\text{пц}} = \frac{N_{\text{пц}}}{A_0}.$$

Если после снятия нагрузки длина образца будет равна начальной, то деформацию при нагружении называют *упругой*; если же после разгрузки длина образца стала больше начальной, то такую деформацию называют *остаточной*.

*Предел упругости*  $\sigma_y$  – наибольшее напряжение, при котором материал не теряет упругих свойств:

$$\sigma_y = \frac{N_y}{A_0}.$$

При увеличении нагрузки выше предела упругости на участке 2–3 (см. рис. 3.2) деформации растут практически без увеличения нагрузки. Это явление получило название *текучести материала*.

*Предел текучести*  $\sigma_T$  – напряжение, при котором в материале возникают деформации без увеличения нагрузки:

$$\sigma_T = \frac{N_T}{A_0}.$$

При нагружении образца выше предела текучести напряжения достигают наибольшей величины в точке 4 (см. рис. 3.2).

*Предел прочности* (временное сопротивление)  $\sigma_B$  – напряжение, равное отношению наибольшей нагрузки к первоначальной площади поперечного сечения образца:

$$\sigma_B = \frac{N_{\text{max}}}{A_0}.$$

После достижения предела прочности на образце возникает местное сужение – шейка. Площадь сечения образца в шейке быст-

ро уменьшается, падают растягивающее усилие и условное напряжение, а удлинение образца происходит в основном на длине шейки. В наименьшем сечении шейки происходит разрыв образца (точка 5 на рис. 3.2).

Напряжение в момент разрушения материала образца выше его предела прочности:

$$\sigma_p = \frac{N_p}{A_{ш}},$$

где  $N_p$  – величина продольной силы в момент разрыва;

$A_{ш}$  – площадь поперечного сечения шейки после разрыва.

Относительное остаточное удлинение образца носит название *продольной деформации*:

$$\varepsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100 \%,$$

где  $l_1$  – длина расчетной части образца после разрыва;

$l_0$  – первоначальная расчетная длина образца.

Относительное остаточное сужение площади поперечного сечения образца носит название *поперечной деформации*:

$$\psi = \frac{A_0 - A_{ш}}{A_0} \cdot 100 \%,$$

где  $A_0$  – начальная площадь поперечного сечения образца.

Чем больше  $\varepsilon$  и  $\psi$ , тем более пластичным считается материал.

### **Использование характеристик механических свойств при оценке прочности**

В результате проведения механических испытаний устанавливают предельные напряжения, при которых происходит утрата работоспособности или разрушение деталей конструкции.

Предельным напряжением при статической нагрузке для пластических материалов является *предел текучести*  $\sigma_T$ , для хрупких – *предел прочности*  $\sigma_{пр}$ .

Для обеспечения работоспособности деталей необходимо, чтобы напряжения, возникающие в них в процессе эксплуатации, были меньше предельных. Для количественного сопоставления указанных значений напряжений используется *коэффициент запаса прочности*, определяемый по формуле

$$n = \frac{\sigma_{пред}}{\sigma},$$

где  $\sigma_{пред}$  – такие напряжения, при достижении которых появляются признаки разрушения конструкции или возникают пластические деформации материала. Для пластических материалов в качестве предельных напряжений принимают предел текучести  $\sigma_T$ .

Минимально необходимое значение коэффициента запаса прочности называется *нормативным*  $[n]$ . Его значение определяется рядом факторов (погрешностями при расчетах нагрузок, качеством материала элементов конструкции и т. д.) и в первую очередь – ответственностью и последствиями разрушения машины или конструкции. В объектах общего технического назначения принимаются следующие значения нормативных коэффициентов запаса прочности:

- для пластичных материалов  $[n] = 2-4$ ;
- хрупких  $[n] = 4-6$ .

Отношение предельного напряжения к нормативному коэффициенту запаса прочности называют *допускаемым напряжением*:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{[n]}.$$

Условие прочности детали машины или элемента конструкции определяется неравенством

$$\sigma_{max} \leq [\sigma].$$

## Виды расчетов на прочность

С учетом расчетной зависимости при оценке напряжений для данного вида нагружения

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq [\sigma].$$

При расчетах на прочность возникают три вида задач:

– *проверочный расчет*, при котором требуется выполнение условия

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma];$$

– *проектный расчет* по определению размеров (площади поперечного сечения) элементов конструкции:

$$A = \frac{N_{\max}}{[\sigma]} ;$$

– *определение предельно допускаемой нагрузки* на деталь, машину, конструкцию:

$$[N_{\max}] = A[\sigma].$$

### **Описание конструкции. Лабораторная установка для определения механических свойств материала**

Для выполнения работы на растяжение используется испытательная машина ИМ-4А (рис. 3.3). Машина состоит из станины 1, нагружающего механизма 2, силоизмерительного механизма 3 и диаграммного аппарата 4 для регистрации результатов испытаний.

Нагружение и измерение сил осуществляется при помощи рычажного механизма с маятником.

Величина рабочего усилия при двух грузах на маятнике варьируется в пределах от 0 до 4000 кг; при одном грузе на маятнике – от 0 до 2000 кг.



Рис. 3.3. Испытательная машина ИМ-4А

При испытаниях используются следующие масштабы диаграмм:  
 по оси нагрузки – 5 кг в 1 мм в диапазоне от 0 до 2000 кг;  
 10 кг в 1 мм в диапазоне от 0 до 4000 кг;  
 по оси деформации – 0,01 мм в 1 мм.

Для испытания берется изображенный на рис. 3.4 стандартный образец из малоуглеродистой стали с указанными размерными параметрами.

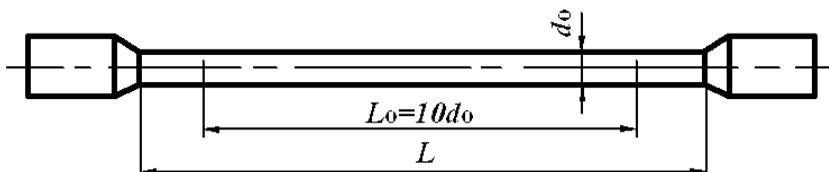


Рис. 3.4. Размерные параметры образца для испытаний материала

На концах образца имеются головки для его закрепления в захватах машины. На образце наносят метки на расстоянии, примерно равном  $0,5d_0$  от границ конических участков. Расстояние между метками называют *расчетной длиной образца* и обозначают  $l_0$ . Расчетная длина образца принимается

$$l_0 = 10d_0.$$

### **Контрольные вопросы**

1. С какой целью и в каких координатах строят диаграмму условных напряжений?
2. Сформулировать закон Гука и записать его в виде формулы, пояснить значения входящих в нее величин.
3. Как можно определить числовую величину модуля упругости и какова его размерность?
4. Что называется пределом пропорциональности, упругости, текучести и прочности?
5. Дать определения относительного удлинения и относительного сужения при разрыве.
6. По какому условному признаку материалы разделяют на пластические и хрупкие?
7. Какую механическую характеристику обычно определяют для хрупких материалов?

## Лабораторная работа № 4

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ КРУЧЕНИЯ КРУГЛОГО СТАЛЬНОГО СТЕРЖНЯ

**Цель работы:** проверка справедливости закона Гука при кручении и определение величины модуля сдвига.

#### Теоретические сведения

Деформация кручения имеет место при нагружении бруса парами сил, образующих вращающий момент  $T$  в плоскостях, перпендикулярных его продольной оси.

В поперечных сечениях бруса при кручении возникает только один внутренний фактор – крутящий момент  $M_k = T$  (рис. 4.1).

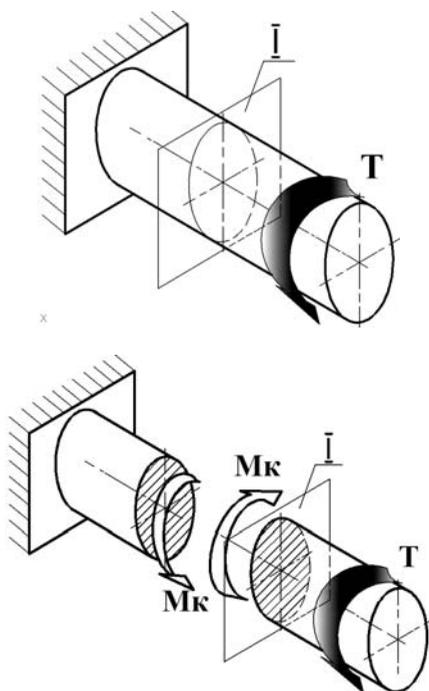


Рис. 4.1

Круглый стальной стержень, имеющий длину  $l$  и диаметр  $d$ , испытывает деформацию кручения под действием вращающего момента  $T$  в плоскостях поперечных сечений (рис. 4.2). При этом сечения стержня поворачиваются на относительный угол закручивания  $\varphi$ . Внутренним фактором при этом является крутящий момент  $M_k$ , равный приложенному вращающему моменту  $T$ .

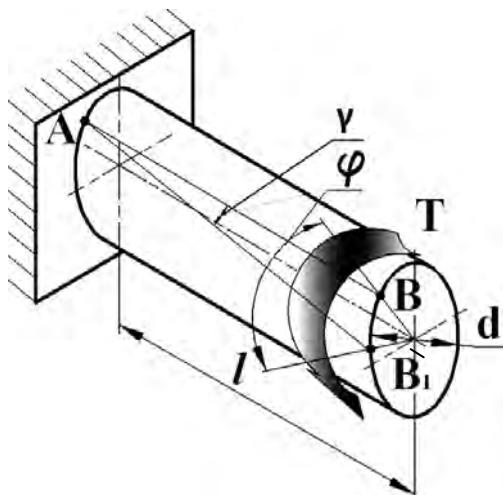


Рис. 4.2

Величину модуля упругости при сдвиге, как одну из основных характеристик упругих свойств материала, наиболее удобно определять из выражения

$$\varphi = \frac{M_k l}{G J_p},$$

где  $\varphi$  – угол закручивания;

$M_k$  – крутящий момент;

$l$  – расчётная длина;

$G$  – модуль сдвига;

$J_p$  – полярный момент инерции сечения. Для круглого вала

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}.$$

При проведении испытаний величина вращающего момента  $T$ , расчётная длина образца и его диаметр являются заданными величинами. Измерив наблюдаемую при испытании деформацию образца – угол закручивания  $\varphi$ , легко определить модуль сдвига.

### Расчётные формулы при кручении

Условие прочности

$$\tau = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau],$$

где  $\tau$  – напряжение при кручении;

$[\tau]$  – допускаемое напряжение при кручении:  $[\tau] = 20\text{--}35$  МПа (для сталей);

$W_p$  – полярный момент сопротивления:  $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$  (для круглого вала).

На основании данной формулы выполняются три вида расчётов.

1. Проверочный расчёт

$$\tau \leq [\tau].$$

2. Проектный расчёт (подбор сечения)

$$W_p = \frac{M_k}{[\tau]}; \quad d = \sqrt[3]{\frac{16M_k}{\pi[\tau]}}.$$

3. Определение допускаемого крутящего момента

$$[M_k] = W_p [\tau].$$

Условие жёсткости

$$\theta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_k}{GJ_p} \leq [\theta], \quad (4.1)$$

где  $\theta$  – относительный угол закручивания, рад/м;

$[\theta]$  – допускаемый угол закручивания, рад/м.

Если вычислить относительный угол закручивания в градусах на 1 м длины вала, то

$$\theta^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{M_{\text{к}}}{GJ_p} \leq [\theta^\circ].$$

С помощью формулы условия жёсткости (4.1) решаются три типа задач, аналогичные задачам при расчётах на прочность.

#### 1. Проверочный расчёт

$$\theta \leq [\theta].$$

#### 2. Проектный расчёт (подбор сечения)

$$J_p \geq \frac{M_{\text{к}}}{G[\theta]}, \quad \text{т. е.} \quad d \geq \sqrt[4]{\frac{32 M_{\text{к}}}{\pi G [\theta]}}.$$

Из двух значений диаметра, определённых по условиям прочности и жёсткости, должно быть принято большее.

#### 3. Определение допускаемого крутящего момента

$$[M_{\text{к}}] = GJ_p [\theta].$$

### Описание лабораторной установки

Принципиальная схема и общий вид установки показаны на рис. 4.3.

Образец 1, подвергаемый испытанию на кручение, одним концом закреплён в опоре 2, а другим установлен в подшипнике опоры 3. Свободный конец образца жёстко соединён со стержнем 4, по которому перемещается груз 6, создающий вращающий момент  $T$ . С изменением расстояния  $l_0$  изменяется и величина момента  $T$ .

Расчётная длина  $l_0$  ограничена сечениями I и II. В этих сечениях при помощи винтов жёстко укреплены трубины 5 длиной  $L$ , которые, следуя за деформацией образца, поворачиваются. При этом концы трубин перемещаются на величины  $\Delta A_1$  и  $\Delta A_2$ , которые измеряются при помощи стрелочного индикатора.

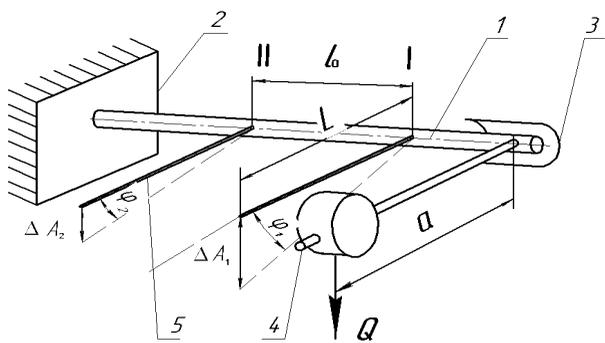


Схема лабораторной установки

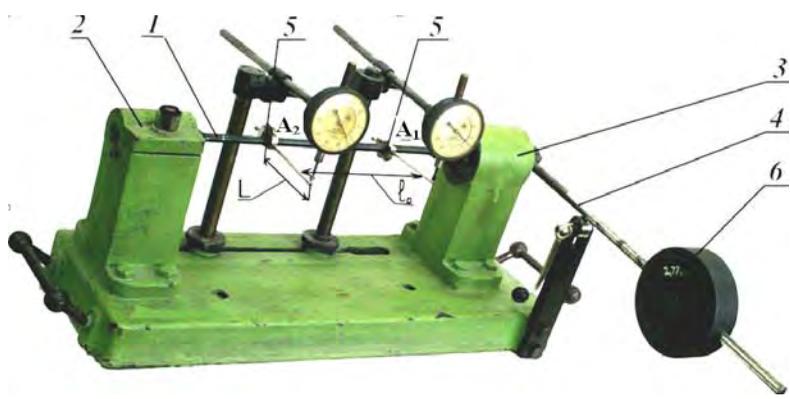


Рис. 4.3. Лабораторная установка:  
 1 – образец (круглый стальной стержень); 2 – жесткая опора;  
 3 – опора подшипника; 4 – рычаг; 5 – струбцина; 6 – груз

Углы закручивания в сечениях I и II

$$\varphi_1 \cong \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\Delta A_1}{L}; \quad \varphi_2 \cong \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\Delta A_2}{L}.$$

Угол закручивания на длине  $l_0$ , т. е. угол поворота первого сечения относительно второго:

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2.$$

## Проведение испытаний

В качестве испытуемого образца принят стальной цилиндрический вал круглого поперечного сечения, имеющий диаметр  $d = 10$  мм и расчётную длину  $l_a = 150$  мм (см. рис. 4.3, поз. 1).

Для проведения эксперимента прикладывается вращающий момент. Для этого груз  $Q$  устанавливается на соответствующее деление рычага 4. При приложении вращающего момента по индикаторам делаются отсчёты перемещений  $A_1$  и  $A_2$ . Далее вращающему моменту даётся приращение, для чего груз перемещается на следующее деление рычага 4, и снова снимаются отсчёты по обоим индикаторам. Таким образом производится последовательное нагружение образца.

### Обработка результатов испытания

После записи показаний индикаторов подсчитываются приращения  $\Delta A_1$  и  $\Delta A_2$  как разности последующего и предыдущего отсчётов. Затем вычисляется разность их приращения

$$\Delta_1 = \Delta A_1 - \Delta A_2$$

для каждой ступени нагружения и, наконец, среднее опытное значение:

$$\Delta_{\text{ср}} = \frac{\sum \Delta_i}{n},$$

где  $n$  – число ступеней нагружений.

Среднее значение угла закручивания по длине  $l_0$  от действия вращающего момента вычисляется по формуле

$$\varphi = \frac{\Delta A_{\text{ср}}}{L}. \quad (4.2)$$

Окончательно величина модуля сдвига подсчитывается по следующей формуле:

$$G_0 = \frac{\Delta M_{\text{к}} l_0}{\varphi J_p}. \quad (4.3)$$

Значение модуля может быть также подсчитано по теоретической формуле

$$G_T = \frac{E}{2(1 + \mu)}, \quad (4.4)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости;

$\mu$  – коэффициент Пуассона.

Для стального стержня принято:  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\mu = 0,3$ .

Экспериментальные значения модуля сдвига следует сравнить со значением, вычисленным по теоретической формуле.

По данным таблицы результатов испытания строится диаграмма кручения (рис. 4.4) – график, связывающий величины  $M_k$  и  $\varphi$  ( $\varphi$  – величина деформации). По оси абсцисс откладываются значения  $\varphi$  с нарастающим итогом.

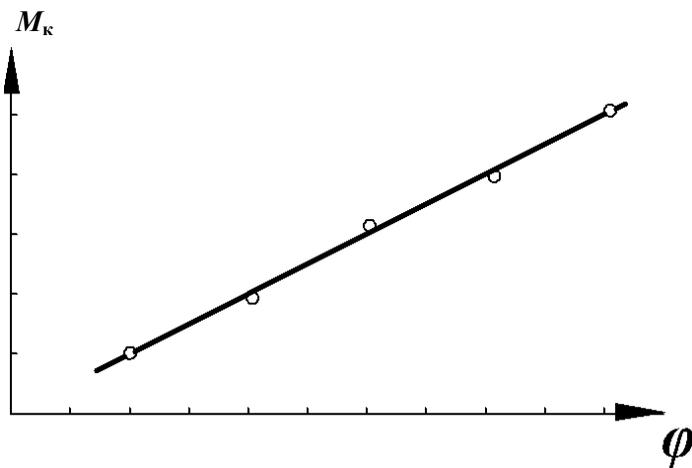


Рис. 4.4. Диаграмма кручения

При тщательном проведении испытаний характер зависимости между крутящим моментом и деформацией будет линейным, что является иллюстрацией закона Гука при кручении.

## Порядок выполнения работы

1. При заданных размерах сечения образца (табл. 4.1) определить его полярный момент инерции и момент сопротивления.

Таблица 4.1

Таблица исходных данных

$d$	$l_0$	$J_p$	$L$

2. Закрепить индикаторы на теле вала  $l$ , настроив их в нулевое положение при отсутствии груза на подвеске.

3. Нагружать образец ступенчато, перемещая груз  $b$  по рычагу 4.

4. На каждой ступени нагружения образца моментом  $\Delta M_k$  снимать показания индикаторов  $\Delta A_1$  и  $\Delta A_2$  и на основании формулы (4.2) вычислить приращения угла закручивания  $\Delta\varphi$ , используя среднее значение. В результате получить опытную зависимость между углом закручивания  $\varphi$  образца и крутящим моментом  $M_k$ . Показания внести в таблицу (табл. 4.2).

Таблица 4.2

№ п/п	Вращающий момент		Показания индикатора, мм				Значения углов закручивания			Мо- дуль сдвига $G_0$
	$M_k$	$\Delta M_k$	$A_1$	$\Delta A_1$	$A_2$	$\Delta A_2$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$	

5. Определить среднеарифметическую величину приращения  $\Delta\varphi_{\text{ср}}$  на всех ступенях нагружения и по формуле (4.3) найти опытное значение модуля сдвига  $G_0$ .
6. По формуле (4.4) вычислить теоретическое значение модуля сдвига. Определить погрешность испытаний.
7. По данным таблицы построить график зависимости углов закручивания  $\varphi$  от крутящего момента  $M_k$  (см. рис. 4.4).
8. Оформить отчёт о работе.

### **Контрольные вопросы**

1. При каком виде нагружения возникает деформация кручения?
2. Записать закон Гука при кручении.
3. Что представляет собой модуль сдвига  $G$ , какова его взаимосвязь с модулем упругости первого рода  $E$  и коэффициентом поперечной деформации?
4. Определить полярный момент инерции  $J_p$  и полярный момент сопротивления  $W_p$  для кольцевого сечения стержня.
5. Записать выражение для определения касательных напряжений при кручении.
6. Что такое угол закручивания и как определяют его расчётную величину?
7. Какие детали машин и механизмов работают на кручение?

## Лабораторная работа № 5

### ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ ПРИ ИЗГИБЕ

**Цель работы:** оценка прочности и жёсткости элементов конструкции, работающей на изгиб.

#### Теоретические сведения

Под *изгибом* понимают вид деформированного состояния элемента конструкции, при котором изменяется кривизна его продольной оси. При растяжении и кручении оси остаются прямыми и после деформации.

*Плоским* (прямым) изгибом называют вид изгиба, при котором плоскость действия силовых факторов в поперечных сечениях бруса совпадает с одной из его главных центральных осей. В сечениях возникают два внутренних силовых фактора: изгибающий момент  $M_x$  и поперечная сила  $Q_y$  (рис. 5.1, 5.2).

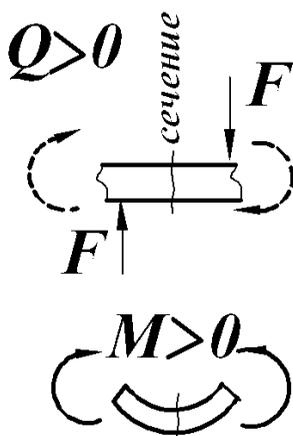


Рис. 5.1

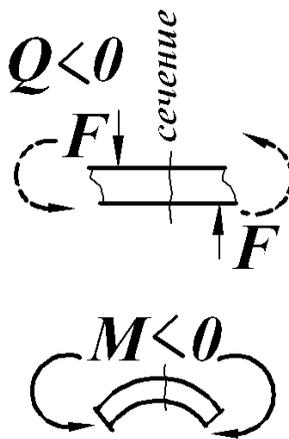


Рис. 5.2

По значениям  $Q$  и  $M$  в различных сечениях строят графики (эпюры) изменения этих силовых факторов вдоль продольной оси  $Z$  элемента.

Эпюры дают возможность визуально определять опасное сечение элемента и устанавливать значения силовых факторов в этом сечении.

При расчётах на прочность возможны три вида задач:

- проверочный расчёт;
- проектный, заключающийся в подборе размеров сечения элемента;
- определение наибольшей допустимой величины нагрузки на конструкцию.

Проверочный расчёт на прочность по нормальным  $\sigma$  и касательным  $\tau$  напряжениям производится по условиям

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma];$$

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_0}{I_x b_0} \leq [\tau], \quad (5.1)$$

где  $W_x = \frac{I_x}{Y_{\max}}$  – момент сопротивления ( $Y_{\max}$  – расстояние от нейтральной оси до наиболее удалённого слоя; для прямоугольника  $Y_{\max} = \frac{h}{2}$ , для круга  $Y_{\max} = \frac{d}{2}$ ); для прямоугольника  $W_x = \frac{bh^2}{6}$ , для круга  $W_x = \frac{\pi d^3}{32}$ ;

$S_0$  – статический момент части сечения, лежащей выше нейтральной оси;

$I_x$  – осевой момент инерции поперечного сечения бруса относительно нейтральной оси, т. е. оси, проходящей через центр тяжести сечения; например, для прямоугольника  $I_x = \frac{bh^3}{12}$ ; для круга

$$I_x = \frac{\pi d^4}{64};$$

$b_0$  – ширина сечения на нейтральной оси.

Проверочный расчёт на прочность при изгибе производится, как правило, по нормальным напряжениям. Если поперечное сечение элемента несимметрично относительно нейтральной оси, а его материал имеет одинаковое сопротивление растяжению и сжатию, расчёт на прочность производится по наиболее удалённым волокнам независимо от знака напряжения.

При неодинаковом сопротивлении материала элемента напряжениям растяжения  $\sigma_p$  и сжатия  $\sigma_{сж}$  расчёт производится по обоим видам напряжения:

$$\sigma_p = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]_p ;$$
$$\sigma_{сж} = \frac{|M_{\max}|}{W_x} \leq [\sigma]_{сж} .$$

Проверка прочности по касательным напряжениям производится по условию (5.1).

При проектных расчётах из условия

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}$$

определяются требуемые размеры сечения и его форма (прямоугольник, круг, швеллер, уголок, двутавр и т. д.).

Определение наибольшей допускаемой нагрузки на элемент конструкции производится по выражению

$$[M] = [\sigma] W_x .$$

Наряду с проверкой на прочность при изгибе проводится расчёт элемента конструкции на жёсткость, и с этой целью вычисляются два вида перемещений: прогибы  $y$  и углы поворота поперечных сечений  $\theta$ . Схема перемещений при изгибе изображена на рис. 5.3.

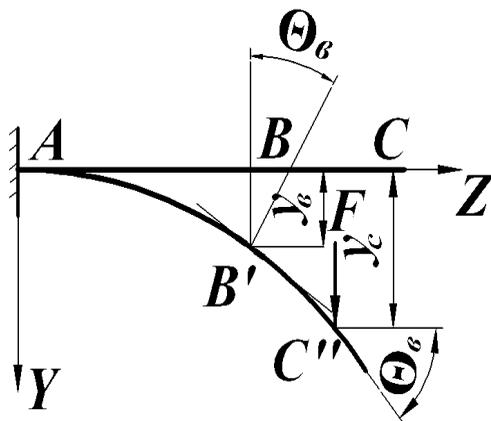


Рис. 5.3. Схема перемещений при изгибе

Проверка жёсткости при изгибе производится по условиям  $y_{\max} \leq [y]$  и  $\theta_{\max} \leq [\theta]$ , суть которых в том, что максимальные значения прогиба  $y_{\max}$  и угла поворота  $\theta_{\max}$  не должны превышать их предельных допустимых значений  $[y]$  и  $[\theta]$ , определяемых назначением и условиями работы рассчитываемого элемента конструкции.

Значения  $[y]$  выражаются в долях межопорного расстояния элемента конструкции, и для валов технологического оборудования, балок и перекрытий гражданских и промышленных зданий  $[y] = (0,05 \dots 0,001)l$ .

Наиболее универсальным при вычислении перемещений при изгибе является метод начальных параметров. Метод основан на использовании универсального уравнения изогнутой оси балки, которое применительно к типовой схеме нагружения, приведённой на рис. 5.4, имеет следующий вид:

$$EIy = EIy_0 + EI\theta_0 Z + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{M_i (Z_i - a_i)^2}{2} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{F_i (Z_i - b_i)^3}{6} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{a_i (Z_i - c_i)^4}{24}, \quad (5.2)$$

где  $a_i, b_i, c_i$  – соответственно абсциссы сечений, в которых приложены силы  $F_i$ , моменты  $M_i$  и начинаются распределённые нагрузки  $q_i$ .

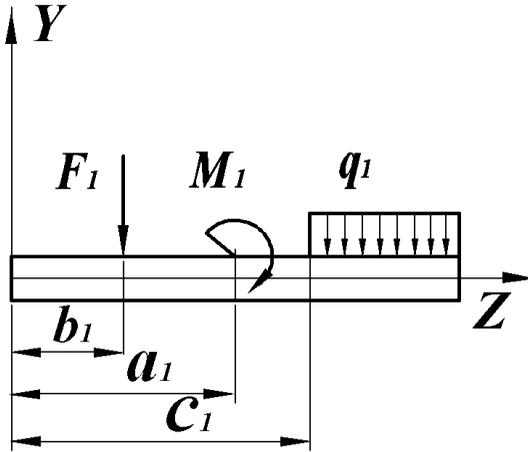


Рис. 5.4. Схема нагружения

В результате дифференцирования уравнения (5.2) получается выражение для вычисления углов поворота поперечных сечений:

$$EI\theta = EI\theta_0 + \sum_{i=1}^{i=n} M_i(Z_i - a_i) + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{F_i(Z_i - b_i)^2}{2} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{a_i(Z_i - c_i)^3}{6}. \quad (5.3)$$

В уравнениях (5.2) и (5.3)  $y_0$  и  $\theta_0$  – начальные параметры, которые определяются на граничных условиях на опорах балки. При совпадении начала координат с неподвижной опорой консольно закреплённого элемента (балки)  $y_0 = 0$ ,  $\theta_0 = 0$ . Если начало координат совпадает с шарнирной опорой, принимают  $y_0 = 0$ , а значение  $\theta_0$  вычисляется из условия равенства нулю прогиба балки на другой опоре.

Таблица 5.1

Значения углов поворота  $\theta$  и прогибов  $y$  для двухопорной балки (см. рис. 5.6)

Углы поворота и прогиба	Сила $F$ действует в точке $B$	Сила $F$ действует в точке $D$
$\theta_A$	$\frac{F_{ab}(l+b)}{6Ejl}$	$\frac{-Fcl}{6Ej}$
$\theta_B$	$\frac{F_{ab}(b-a)}{3Ejl}$	–
$\theta_C$	$-\frac{F_{ab}(l+a)}{6Ejl}$	$\frac{Fcl}{3Ej}$
$\theta_D$	$\theta_C$	$\frac{Fc(2l+3c)}{6Ej}$
$y_B$	$\frac{Fa^2b^2}{3Ejl}$	–
$y_D$	$\theta_{cC}$	$\frac{Fc^2(l+c)}{3Ej}$

### Описание лабораторной установки

Схема установки для экспериментальной оценки деформации при изгибе приведена на рис. 5.5.

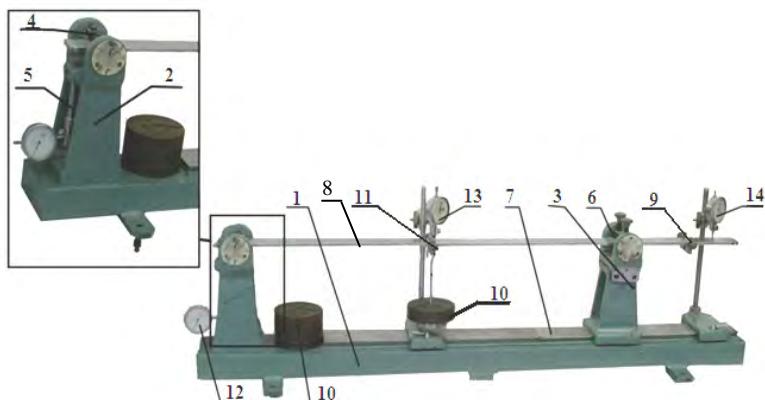


Рис. 5.5. Схема установки для экспериментальной оценки деформации при изгибе: 1 – основание; 2 – стойка неподвижная; 3 – стойка подвижная; 4 – опора шарнирно-неподвижная; 5 – стержень; 6 – опора шарнирно-подвижная; 7 – направляющая планка; 8 – балка исследуемая; 9 – ползун; 10 – грузы; 11 – винт стопорный; 12, 13, 14 – индикаторы

На жёстком основании 1 установлены две стойки: неподвижная 2 и подвижная 3. Неподвижная стойка 2, прикреплённая к основанию винтами, содержит шарнирно-неподвижную подшипниковую опору 4, на оси которой закреплён стержень 5 с длиной измерительного рычага  $l_1$  для определения угла поворота сечения элемента на этой опоре. Подвижная стойка 3, содержащая шарнирно-подвижную опору 6, может перемещаться по направляющей планке 7.

Исследуемый элемент конструкции 8 – балка из стали Ст. 3 прямоугольного сечения с размерами  $B \times h$  – устанавливается на шарнирных опорах 2 и 3. Вдоль балки 8 перемещается ползун 9 с заданным грузом 10. Положение ползуна 9 может быть зафиксировано относительно продольной оси балки с помощью стопорного винта 11.

Измерение прогибов и угла поворота контролируемых сечений балки производится индикаторами часового типа 12, 13 и 14 с одной деления шкалы  $\Delta l = 0,01$  мм.

### Порядок выполнения работы

Экспериментальная оценка прогиба балки в точках  $B$  и  $D$ , а также угла поворота сечения в точке  $A$  производится в соответствии со схемой, приведённой на рис. 5.6, в следующей последовательности:

1. Ползун 9 (см. рис. 5.5) фиксируется в заданной точке приложения нагрузки (точка  $B$ , см. рис. 5.6) с помощью стопорного винта 11.

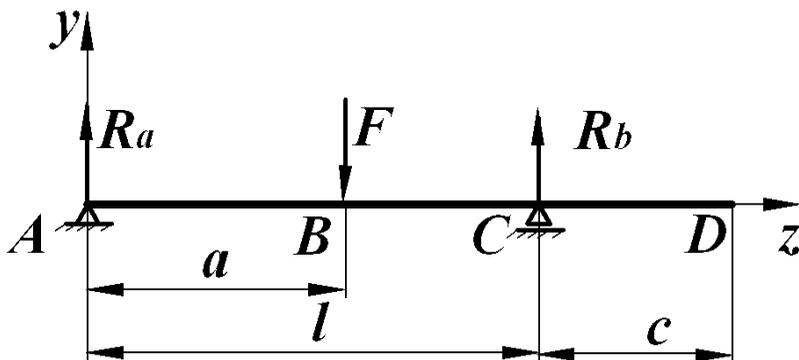


Рис. 5.6. Расчетная схема балки

2. Измеряются:

- поперечные размеры балки: ширина  $b$  и высота  $h$ ;
- межопорное расстояние балки  $l$ ;
- расстояние от неподвижной опоры до точки подвеса груза  $a$ ;
- длина консольной части балки  $R$ ;
- длина измерительного рычага индикатора  $12l_1$ .

Измерения производятся с помощью линейки, точность измерения 1 мм.

Результаты измерений заносятся в таблицу исходных данных (табл. 5.1).

Таблица 5.1

#### Исходные данные

$b$ , мм	$h$ , мм	$l$ , м	$a$ , м	$R$ , м	$l_1$ , мм	$\Delta_n$ , мм	$E$ , МПа	$I_x$ , мм <sup>4</sup>

3. В измерительных системах индикаторов 12, 13 и 14 (см. рис. 5.5) создаётся предварительный натяг 0,05–0,08 мм (5–8 делений шкалы), а их стрелки поворотом шкал устанавливаются в нулевое положение.

4. При одинаковых приращениях нагрузки  $\Delta F$  последовательно производится четыре-пять нагружений балки в зоне сохранения её

упругих свойств. Наибольшая величина суммарной нагрузки не должна превышать 60 Н.

5. После каждого нагружения снимаются показания  $n_i$  индикаторов 12, 13 и 14, соответствующие линейным и угловым перемещениям балки. Показания заносятся в табл. 5.2 результатов экспериментальной оценки перемещений.

Таблица 5.2

Результаты экспериментов

№	Нагрузка			Показания индикаторов									
	F, Н	$\Delta F$ , Н	$\Delta F_{cp}$ , Н	Индикатор 12			Индикатор 13			Индикатор 14			
				$n_1$	$\Delta n_1$	$\Delta n_{1cp}$	$n_2$	$\Delta n_2$	$\Delta n_{2cp}$	$n_3$	$\Delta n_3$	$\Delta n_{3cp}$	
1													
2													
3													
4													
5													

6. После завершения опытной оценки перемещений нагрузка снимается.

7. Подсчитываются приращения показаний индикаторов  $\Delta n_{ij}$ , соответствующие ступеням нагрузки  $\Delta F_j$ , и определяются средние арифметические значения  $\Delta n_{cpi}$  этих приращений:

$$\Delta n_{cpi} = \frac{\sum_{j=1}^N \Delta n_{ij}}{N},$$

где  $N$  – число последовательных нагружений балки нагрузкой  $\Delta F$ .

8. Рассчитываются опытные величины прогибов сечений балки  $y_B$  и  $y_D$  при величине нагрузки  $\Delta F$ :

$$y = \Delta n_{cp} \Delta n.$$

9. Рассчитывается опытная величина угла поворота сечения  $\theta_A$  при величине нагрузки  $\Delta F$ :

$$\theta_A = \frac{\Delta n_{\text{ср}} \Delta n}{l_1},$$

где  $l_1$  – длина измерительного рычага индикатора 12.

10. В соответствии с расчётной схемой, приведённой на рис. 5.6, производится теоретический расчёт величин линейных и угловых перемещений сечений балки в точках  $A$ ,  $B$  и  $D$ .

11. Соответствующие значения линейных и угловых перемещений, полученных опытным (фактические значения) и расчетным путём, заносятся в табл. 5.3. Затем производится сравнительный анализ погрешности  $\Delta y$  ( $\Delta \theta$ ) расчётного метода определения перемещений в заданных сечениях балки:

$$\Delta y = \frac{|y_p - y_э|}{y_p} 100 \%,$$

где  $y_p$  и  $y_э$  – соответственно расчётное и опытное значения перемещения сечения.

Таблица 5.3

### Результаты опытов и расчетов

Обозначение перемещения, размерность	Опытное значение	Расчётное значение	Погрешность $\Delta B$ , %
$y_B$ , мм			
$y_D$ , мм			
$\theta$ , град			

### Контрольные вопросы

1. Схемы действия внешних сил при изгибе, определения чистого, поперечного, прямого (плоского) и косоугольного изгиба.

2. Определение внутренних сил в поперечных сечениях элемента, вид напряжённого состояния при изгибе.
3. Расчётные зависимости для определения нормальных и касательных напряжений при изгибе.
4. Понятие нейтрального слоя и нейтральной оси элемента, их расположение.
5. Правила построения эпюр изгибающих моментов и поперечных сил при изгибе.
6. Главные оси и главные напряжения при изгибе.
7. Определение опасных сечений, проверка прочности элементов конструкции при изгибе.
8. Характер деформаций при изгибе, их оценка, дифференциальное уравнение изогнутой оси балки.
9. Суть метода начальных параметров при определении перемещений при изгибе.
10. Проверка элемента конструкции на жёсткость, условие жёсткости.

## Лабораторная работа № 6

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

**Цель работы:** определение устойчивости элементов механических конструкций при центральном осевом сжатии.

#### Теоретические сведения

Под *устойчивостью* понимается способность элемента конструкции сохранять исходную форму равновесия под действием приложенной к нему внешней нагрузки. В процессе нагружения осевая сжимающая сила может достичь такого значения, при котором прямолинейная форма равновесия оказывается неустойчивой, продольная ось элемента искривляется и возникает новая форма устойчивого равновесия – криволинейная. Работоспособность конструкции при этом нарушается. Наиболее часто данной нагрузке подвергаются стержневые элементы конструкций (стойки и раскосы ферм, колонны и т. п.).

Осевая сжимаемая сила, соответствующая переходу элемента из одной формы равновесия в другую, носит название критической  $F_{кр}$ . Значение критической силы вычисляется по формуле Эйлера

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2}, \quad (6.1)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости при центральном сжатии ( $E = 2 \cdot 10^5$  МПа);

$I_{\min}$  – минимальное значение осевого момента инерции его поперечного сечения;

$\mu$  – коэффициент приведенной длины стержня, значение которого определяется способом крепления элемента (рис. 6.1);

$l$  – длина стержня.

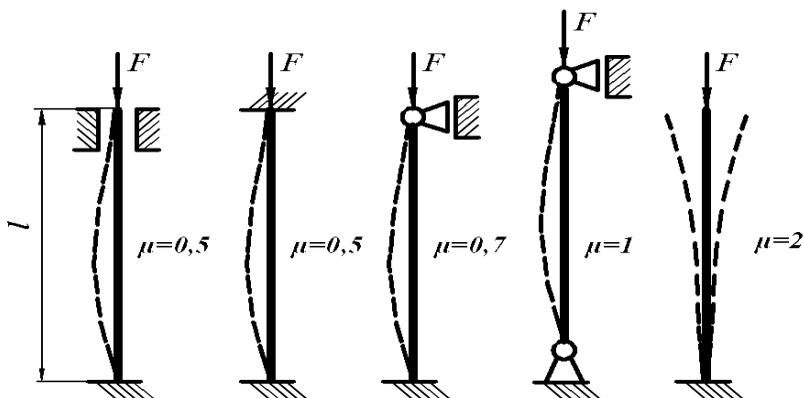


Рис. 6.1. Значения коэффициентов приведенной длины при различных способах крепления стержня

Напряжение, возникающее в поперечном сечении под действием критической силы, называется критическим напряжением  $G_{кр}$ . Его значение определяется по формуле

$$G_{кр} = \frac{F_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (6.2)$$

где  $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$  – гибкость элемента, характеризующая его способность сопротивляться искривлению оси в зависимости от размеров и характера крепления;

$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$  – радиус инерции поперечного сечения;

$A$  – площадь поперечного сечения элемента.

Формула Эйлера справедлива в области упругой работы элемента, когда критическое напряжение не превышает предела пропорциональности  $\sigma_{\text{пц}}$  материала. Из этого условия находится предельное значение гибкости (для материала элемента)

$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пц}}}}. \quad (6.3)$$

Это значение является константой для конкретного материала (табл. 6.1).

Таблица 6.1

Значения коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $\lambda_0$

Материал элемента	Значение коэффициента		
	$\lambda_0$	$a$ , МПа	$b$ , МПа
Сталь Ст. 3	100	310	1,14
Сталь Ст. 5	90	342	1,39
Сталь 20	95	328	1,15
Сталь 45	85	449	1,67
Дерево (сосна, ель)	75	28,8	0,19

Анализ зависимостей критического напряжения от гибкости стержней из различных конструкционных материалов показал, что расчеты на устойчивость могут быть подразделены на три вида:

– при значении гибкости  $\lambda > \lambda_0$  для расчета критической силы и критического напряжения используются формулы (6.1) и (6.2) соответственно;

– стержни малой гибкости при  $\lambda < \lambda_0$  рассчитываются не на устойчивость, а на прочность при простом сжатии;

– когда значение  $\lambda$  находится в диапазоне  $50 \leq \lambda \leq \lambda_0$ , расчет критического напряжения производится по эмпирической формуле Ясинского:

$$G_{\text{кр}} = a - b\lambda, \quad (6.4)$$

где  $a$  и  $b$  – экспериментальные значения коэффициентов, полученные опытным путем для различных материалов (см. табл. 6.1).

На практике при оценке устойчивости используют практический метод расчета, условие устойчивости для которого имеет вид

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \varphi [\sigma]_{\text{сж}}, \quad (6.5)$$

где  $\varphi$  – коэффициент продольного изгиба, зависящий от размеров и формы поперечного сечения элемента;

$[\sigma]_{\text{сж}}$  – допускаемое напряжение на сжатие.

Значения коэффициента  $\varphi$  в зависимости от материала и гибкости элемента  $\lambda$  приведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Значения коэффициента продольного изгиба  $\varphi$

Гибкость $\lambda$	Значения коэффициента $\varphi$ для материала элемента			
	Сталь Ст. 3	Сталь 45	Чугун	Дерево
0	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,99
20	0,97	0,96	0,91	0,97
30	0,95	0,93	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,57	0,80
60	0,86	0,80	0,44	0,71
70	0,81	0,74	0,34	0,61
80	0,75	0,67	0,26	0,43
90	0,69	0,59	0,20	0,38
100	0,60	0,50	0,31	–
110	0,52	0,43	–	0,25
120	0,45	0,37	–	0,22
130	0,40	0,32	–	–
140	0,36	0,28	–	–
150	0,32	0,26	–	–

При расчетах на устойчивость возникают три вида задач:

- проверочный расчет;
- проектный расчет, заключающийся в выборе формы и размеров элемента конструкции;
- определение допускаемой нагрузки.

Проверочный расчет заключается в проверке выполнения условия

$$n_y = \frac{F_{кр}}{F} \geq [n]_y, \quad (6.6)$$

где  $F$  – фактическое значение осевой сжимающей силы;

$[n]_y$  – заданный нормативный коэффициент запаса устойчивости (для стали  $[n]_y = 1,8-3,0$ ; для чугуна  $[n]_y = 5-5,5$ ).

При проектном расчете определение требуемых размеров поперечного сечения производится с помощью выражения

$$A = \frac{F}{\varphi[\sigma]_{сж}}. \quad (6.7)$$

Выбор сечения проводится методом последовательных приближений (подбора). Задаются некоторым ориентировочным значением  $\varphi$  и для этого значения определяют площадь, момент и радиус инерции поперечного сечения, а затем рассчитывают гибкость элемента  $\lambda$ . На основании значений  $\lambda$  по табл. 6.2 определяют новое значение коэффициента  $\varphi$  и по формуле (6.5) рассчитывают напряжение  $\sigma$ . Во втором приближении изменяют размеры поперечного сечения и повторяют расчет. Подбор продолжается до тех пор, пока разница между  $\sigma$  и  $[\sigma]$  составит не более 5 %.

Определение допускаемой нагрузки  $[F]$  производится на основании заданного нормативного коэффициента запаса устойчивости  $[n]_y$  по выражению

$$[F] = \frac{F_{кр}}{[n]_y}$$

либо на основании коэффициента продольного изгиба  $\varphi$ , определяемого по табл. 6.2 в зависимости от материала и гибкости элемента конструкции:

$$[F] = \varphi [\sigma]_{\text{сж}} A.$$

### Описание лабораторной установки

Схема установки для экспериментального определения критической силы при продольном изгибе приведена на рис. 6.2.

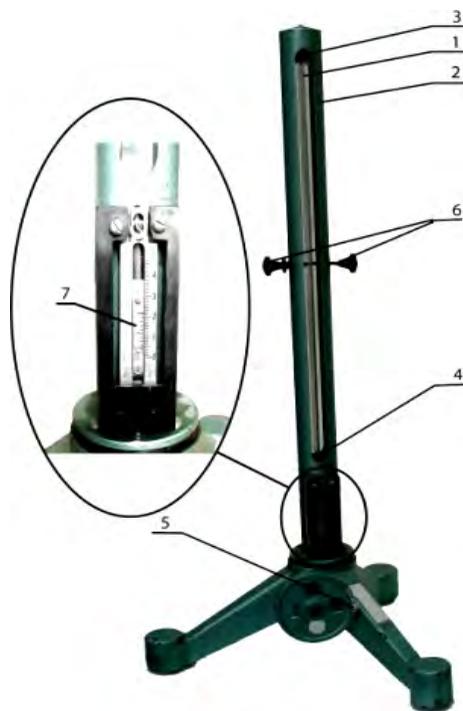


Рис. 6.2. Лабораторная установка:

- 1 – исследуемый стержень; 2 – корпус; 3 – верхняя неподвижная опора;
- 4 – нижняя подвижная опора; 5 – маховик; 6 – винты ограничительные;
- 7 – шкала измерительная

Исследуется элемент конструкции 1, выполненный в виде стержня с прямоугольным сечением  $b \times h = 2,5 \times 35$  мм длиной  $l = 500$  мм из стали марки 65 Г, размещенный в корпусе установки 2 между верхней неподвижной 3 и нижней шарнирно-неподвижной 4 опорами. При вращении маховика образец 1 нагружается осевой сжимающей силой. Величина осевой силы, прилагаемой к образцу, определяется с помощью тарированной пружины, снабженной шкалой 7. Ограничение величины прогиба образца после достижения критической силы, прилагаемой к стержню, осуществляется винтами 6, установленными в корпусе 2 установки.

Исходные данные записываются в таблицу (табл. 6.3).

Таблица 6.3

Исходные данные для расчета

$b$ , мм	$h$ , мм	$l$ , мм	$E$ , МПа	$\mu$	$I_{\min}$ , мм <sup>4</sup>	$F_{\text{кр}}$ , Н

### Порядок выполнения работы

Экспериментальное определение критической силы  $F_{\text{кр}}^0$  при центральном осевом сжатии производится в следующей последовательности.

1. Медленным вращением маховика 5 производится плавное нагружение испытываемого образца осевой сжимающей силой. В момент резкого возрастания прогиба стержня нагружение прекращается и фиксируется число делений шкалы 7 под указателем.

2. Вращением маховика 5 в противоположную сторону стержень разгружается. Последовательно производятся четыре-пять повторных нагружений образца. При каждом нагружении снимается соответствующее число делений  $n$  со шкалы 7 тарированной пружины.

3. Для каждого опыта определяется соответствующее перемещение  $\Delta l_i$  тарированной пружины:

$$\Delta l_i = \Delta_{\text{ш}} n_i,$$

где  $\Delta_{\text{ш}} = 0,1$  мм – цена деления шкалы.

4. По тарировочному графику пружины, приведенному на рис. 6.3, для каждого опыта определяется экспериментальное значение критической силы  $F_{кр}^э$ .

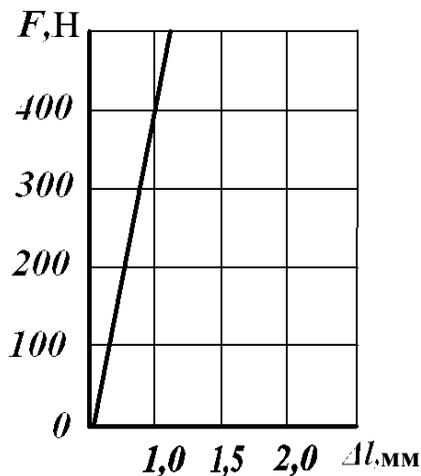


Рис. 6.3. Тарировочный график пружины

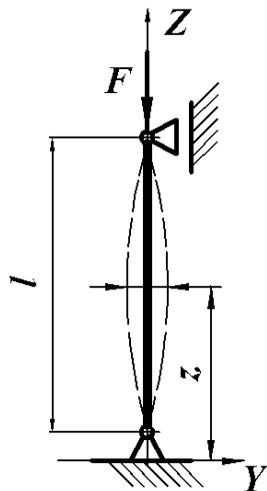


Рис. 6.4. Расчетная схема

5. Зафиксированные показания в каждом опыте и полученные значения  $\Delta l_i$  и  $F_{кр}^э$  заносятся в табл. 6.4 результатов.

За фактическое значение критической силы  $F_{кр}^э$  принимается ее среднее арифметическое значение в отдельных опытах:

$$F_{кр}^э = \frac{\sum_{i=1}^N F_{кр}^э}{N},$$

где  $N$  – число повторных опытов.

6. Для расчетной схемы, приведенной на рис. 6.4, аналитическим путем по зависимости (6.1) определяется теоретическое значение критической силы  $F_{кр}^т$ . Результаты расчетов сводятся в табл. 6.4.

## Результаты экспериментов

№ опыта	Число делений шкалы $n$	Перемещение тарированной пружины $\Delta l_i$ , мм	Значение критической силы $F_{кр}^э$ , Н

7. Расхождение между экспериментальным (фактическим) и расчетным значениями критической силы

$$\Delta F = \frac{|F_{кр}^э - F_{кр}^р|}{F_{кр}^э} \cdot 100 \% .$$

**Контрольные вопросы**

1. Суть явления потери устойчивости элемента конструкции при центральном осевом сжатии.
2. Понятие критической силы, формула Эйлера для ее расчета.
3. Ограничения при использовании формулы Эйлера.
4. Понятие гибкости стержня.
5. Влияние способа закрепления элемента конструкции на его устойчивость.
6. Изменение величины изменения критической силы стержня круглого сечения при уменьшении его диаметра в два раза.
7. Значение коэффициента приведенной длины стержня для различных схем его крепления.
8. Условия применения эмпирической и практической формул при расчетах на устойчивость.
9. Суть проектного расчета при расчетах на устойчивость.
10. Суть метода последовательных приближений при проведении проектного расчета на устойчивость.

## Лабораторная работа № 7

### СОСТАВЛЕНИЕ СХЕМ И СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

**Цель работы:** овладение практическими навыками в составлении схем и проведении структурного анализа механизмов.

#### Теоретические сведения

*Механизм* представляет собой систему тел, предназначенную для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел.

Механизм состоит из различных деталей, которые образуют жесткие соединения или соединяются между собой подвижно. Одна или несколько жестко соединенных между собой деталей, входящих в состав механизма, называется *звеном*. Соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение, называется *кинематической парой*.

Кинематические пары делятся на пять классов. Номер класса пары определяется числом условий связи, налагаемых на движение одного звена пары относительно другого. Следовательно, пара 5-го класса является одноподвижной, пара 4-го класса – двухподвижной и т. д.

Кинематические пары делятся на высшие и низшие. В *высших* парах звенья соприкасаются по линии или в точках, а в *низших* – по поверхностям.

Связанная система звеньев, образующих между собой кинематические пары, называется *кинематической цепью*.

Механизм, у которого все точки подвижных звеньев могут двигаться в одной или параллельных плоскостях, называется *плоским*. В плоских механизмах могут быть пары только 4-го и 5-го классов. Все плоские пары 4-го класса являются высшими, а пары 5-го класса обычно относятся к низшим (вращательная и поступательная).

Плоский механизм называется *рычажным*, если его звенья образуют только низшие пары.

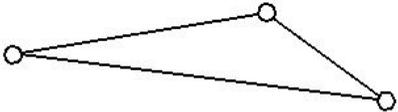
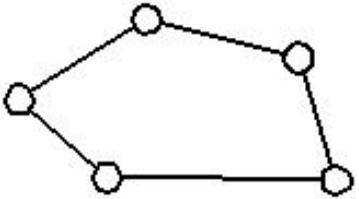
## Составление структурной схемы механизмов

Синтез и анализ механизма начинаются с составления его схемы. Схема механизма представляет собой его графическое изображение с условными обозначениями звеньев и кинематических пар. Схемы механизмов могут быть структурными и кинематическими. В структурной схеме размеры не указываются. Ее составление необходимо в первую очередь для проведения структурного анализа механизмов. На кинематической схеме даются размеры, необходимые для кинематического анализа, силового расчета механизма и дальнейшей разработки его конструкции.

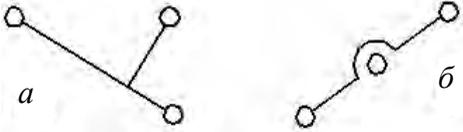
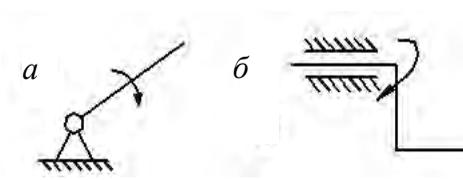
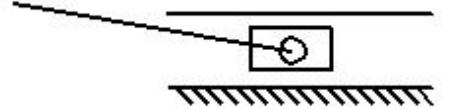
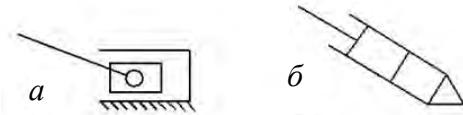
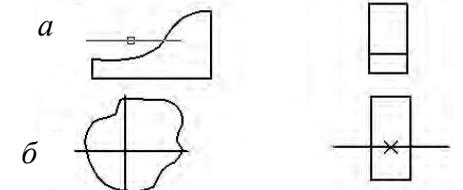
Условные обозначения элементов машин и механизмов установлены ГОСТ 2.770–68. Наиболее распространенные обозначения кинематических пар, звеньев и механизмов приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Условные обозначения для структурных схем механизмов  
(ГОСТ 2770)

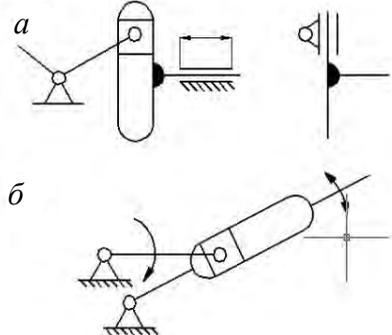
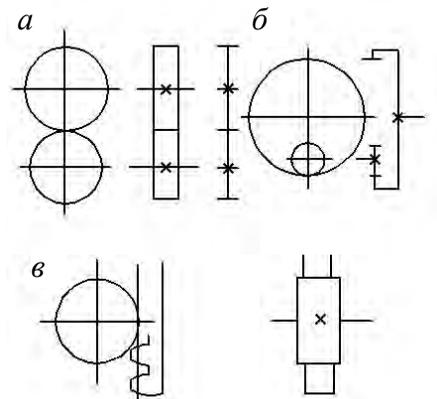
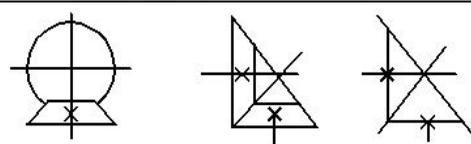
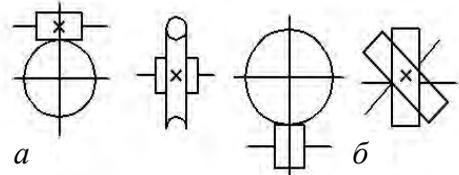
№ п/п	Объект изображения	Обозначение
1	2	3
1	Рычаг, стержень, шатун и т. д.	
2	Звено, входящее в две пары	
3	Звено, входящее в три вращательные пары	
4	Звено, входящее в пять вращательных пар	

Продолжение табл. 7.1

1	2	3
5	Звено, входящее в три вращательные пары, центры которых расположены: <i>a</i> – не на одной прямой; <i>б</i> – на одной прямой	
6	Стойка (неподвижное звено), входящая в состав: <i>a</i> – вращательной пары; <i>б</i> – поступательной пары	
7	Звено (кривошип), образующее со стойкой вращательную пару: <i>a</i> – в плоскости движения; <i>б</i> – в плоскости, перпендикулярной плоскости движения	
8	Ползун в неподвижных направляющих	
9	Поршень в цилиндре: <i>a</i> – неподвижном; <i>б</i> – подвижном	
10	Кулачки плоские: <i>a</i> – для поступательного движения; <i>б</i> – для вращательного движения (дисковые)	

Продолжение табл. 7.1

1	2	3
11	Кулачки барабанные: <i>a</i> – цилиндрические; <i>б</i> – конические	
12	Толкатели для кулачковых механизмов: <i>a</i> – пальцевые; <i>б</i> – тарельчатые; <i>в</i> – роликовые	
13	Вращательная пара: <i>a</i> – в плоскости движения; <i>б</i> – в плоскости, перпендикулярной к плоскости движения	
14	Поступательная пара	
15	Шаровая пара	
16	Винтовая пара	
17	Соединение звена с валом: <i>a</i> – глухое (жесткое); <i>б</i> – свободное при вращении; <i>в</i> – подвижное без вращения	

1	2	3
18	Кривошипно-ползунный механизм: <i>a</i> – с поступательно движущейся кулисой; <i>б</i> – с вращающейся кулисой	
19	С параллельными осями (цилиндрические колеса): <i>a</i> – внешнее зацепление; <i>б</i> – внутреннее зацепление; <i>в</i> – реечное зацепление	
20	С пересекающимися осями (конические колеса)	
21	Со скрещивающимися осями: <i>a</i> – червячная передача; <i>б</i> – винтовая передача	

При изображении звеньев на схеме не учитывают их конструктивную форму, а отмечают только положения кинематических пар и геометрические особенности звеньев. Ведущее звено на схеме обозначается стрелкой. Оно обычно входит в кинематическую пару с неподвижным звеном – стойкой. В качестве примера на рис. 7.1, *а* показан конструктивный чертеж механизма двигателя с компрессором, а соответствующая ему структурная схема показана на рис. 7.1, *б*.

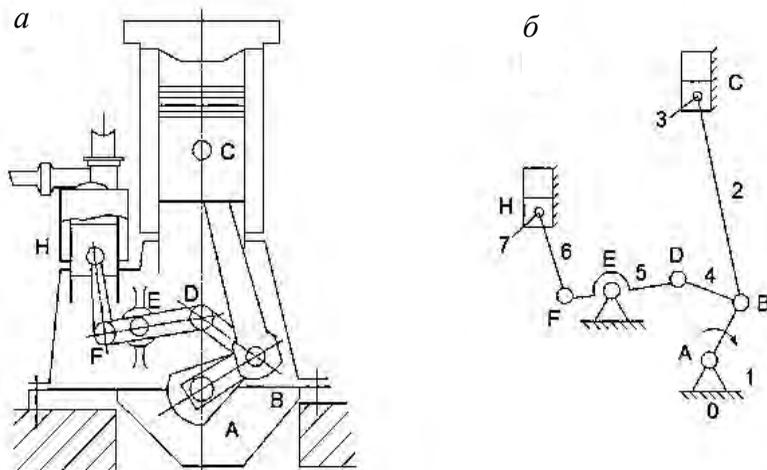


Рис. 7.1. Конструктивный чертеж (*а*) и структурная схема (*б*) механизма двигателя с компрессором

### Структурный анализ механизмов

Структурный анализ механизма, т. е. изучение его строения, состоит из решения следующих задач:

- а) определение степени подвижности механизма;
- б) разложение механизма на структурные группы;
- в) определение класса механизма и составление формулы его строения.

Степень свободы (степень подвижности) механизма показывает число степеней свободы (число возможных независимых движений) его звеньев относительно стойки. Плоский механизм обладает

определенностью движения в том случае, если число ведущих звеньев равно числу степеней подвижности. В плоских механизмах степень подвижности определяется по формуле Чебышева–Грюблера

$$W = 5n - 2p_5 - p_4,$$

где  $n$  – число подвижных звеньев механизма;

$p_5$  – число пар 5-го класса (низших пар);

$p_4$  – число пар 4-го класса (высших пар).

В тех случаях, когда в механизме сложные шарниры соединяют более двух звеньев (рис. 7.2), в каждом из них необходимо учитывать несколько одноподвижных пар, число которых определяется как разность  $k - 1$ , где  $k$  – число звеньев, соединенных сложным шарниром.

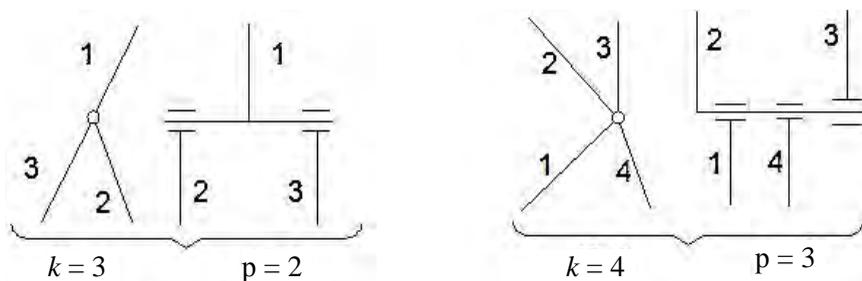


Рис. 7.2. Сложное шарнирное соединение более двух звеньев

Иногда в реальных механизмах встречаются такие звенья и пары, которые создают пассивные связи или лишние степени свободы (тогда  $k$  не совпадает с числом ведущих звеньев), но не влияют на движение остальных звеньев механизма. Такие звенья и пары нужно предварительно удалять из схемы механизма и не учитывать при структурном анализе.

Структурная классификация плоских рычажных механизмов основана на работах Л.В. Асура и И.И. Артоболевского и заключается в том, что любой механизм может быть образован из механизма 1-го класса, представляющего собой ведущее звено со стойкой, и присоединенных к нему структурных групп (групп Асура).

*Группой Ассура* называется такая кинематическая цепь, которая после присоединения свободными элементами звеньев к стойке имеет нулевую степень подвижности. После присоединения группы к звеньям механизма степень подвижности этого механизма не изменится. В плоских рычажных механизмах все пары одноподвижные ( $p_4 = 0$ ). Поэтому по определению группы

$$W_{гр} = 3n - 5p_5 = 0.$$

Так как  $n$  и  $p_5$  – целые числа, структурная группа должна состоять из четного числа звеньев, а число пар должно быть кратным трем. Например, при  $n = 2$   $p_5 = 3$ ; при  $n = 4$   $p_5 = 6$  и т. д.

Согласно классификации структурные группы делятся на классы: II, III, IV и т. д. В группах II класса ( $n = 2$ ,  $p_5 = 3$ ) каждое звено входит только в две группы пар. В группах III класса есть замкнутые контуры, состоящие из четырех и большего числа звеньев, совпадающих с номером класса.

*Порядок группы* определяется числом элементов, которыми группа присоединяется к механизму. Очевидно, все группы II класса имеют второй порядок. Группы II класса делятся на виды в зависимости от сочетания и взаимного расположения вращательных и поступательных пар.

*Класс механизма* определяется высшим классом группы Ассура, входящей в его состав. Главной особенностью структурной классификации является то, что все группы одного класса имеют единые методы кинематического и силового анализа.

Разложение механизма на структурные группы следует начинать с отсоединения наиболее удаленной от ведущего звена группы, состоящей из двух звеньев и трех пар, т. е. группы II класса. Если это не удастся, надо попытаться отделить группу более высокого класса. После отделения первой группы надо пытаться отделить группу II класса, и так до тех пор, пока не останется механизм I класса.

Структурный анализ заканчивается определением класса механизма и составлением формулы строения механизма, на основании которой можно наметить метод и порядок дальнейшего кинематического и силового расчета.

При разложении механизма на структурные группы следует иметь в виду, что класс механизма может изменяться в зависимости от выбора ведущего звена.

В плоских механизмах могут быть звенья, входящие не только в низшие, но и в высшие пары. При изучении структуры этих механизмов каждую пару можно условно заменить дополнительным звеном, входящим в две низшие пары. После такой замены степень подвижности механизма не должна изменяться и мгновенные относительные движения звеньев тоже должны сохраняться.

Замену высших пар производят следующим образом: через точку соприкосновения звеньев  $1$  и  $2$  проводится нормаль  $n-n$  к криволинейным элементам (рис. 7.3). На этой нормали в центре кривизны  $O_1$  и  $O_2$  соприкасающихся кривых помещаются шарниры, которые соединяются условным звеном  $3$ . Если один из соприкасающихся элементов представляет собой прямую, то его центр кривизны будет бесконечно удален и вращательная пара переходит в поступательную.

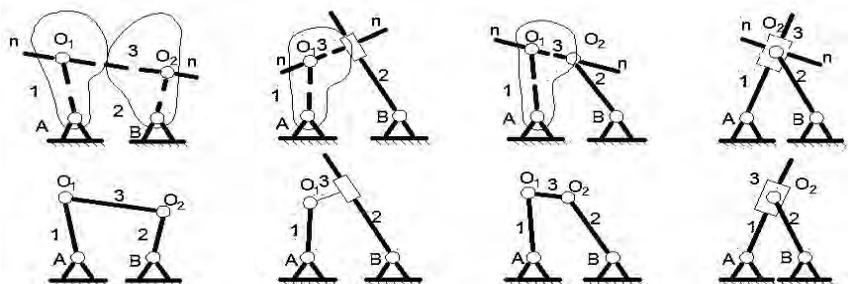


Рис. 7.3. Схема замены высших пар звеньев дополнительным звеном, входящим в две низшие пары

## Приборы и оборудование

Реальные механизмы или их модели, чертежный инструмент.

## Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с механизмом; установить его назначение (по преобразованию движения); выбрать положение механизма, при котором хорошо видно относительное расположение звеньев.

2. Составить структурную схему механизма, пользуясь условными обозначениями (см. табл. 7.1).

3. Пронумеровать все звенья: стойку обозначать цифрой 0, кинематические пары – заглавными буквами латинского алфавита; выписать все кинематические пары, указав их класс и в скобках – номера звеньев.

4. Подсчитать число подвижных звеньев и кинематических пар; определить степень подвижности механизма по формуле Чебышева–Грюблера.

5. Если  $W$  механизма не совпадает с числом ведущих звеньев, выявить звенья, создающие пассивные связи или лишние степени свободы, и условно удалить их. При наличии высших пар произвести условную замену каждой высшей пары одним звеном с двумя низшими парами и начертить схему заменяющего механизма.

6. Обозначить ведущее звено стрелкой (ведущее звено задается преподавателем).

7. Разложить механизм на структурные группы Ассура; начертить каждую группу отдельно, указать ее класс, порядок и вид.

8. Определить класс механизма и написать формулу его строения.

9. Решить одну-две задачи (выполнить полный структурный анализ механизма по указанию преподавателя).

### **Контрольные вопросы**

1. Что называется звеном, механизмом, кинематической парой, элементом звена, кинематической цепью?

2. Как кинематические пары подразделяются по числу условий связи, налагаемых на относительное движение звеньев?

3. Какие кинематические пары относятся к низшим, а какие – к высшим?

4. Какие механизмы называются рычажными?

5. Какие задачи решаются в ходе структурного анализа механизмов?

6. Как рассчитать степень подвижности плоского механизма?

7. В чем сущность структурной классификации плоских механизмов?

8. Что называется группой Ассура? Как определяются ее класс, порядок, вид?

9. Что представляют собой пассивные связи и лишние степени свободы?

10. Каким образом высшие пары можно заменить кинематическими цепями с низшими парами?

## Лабораторная работа № 8

### КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

**Цель работы:** составление кинематических схем и определение передаточных отношений зубчатых механизмов.

#### Теоретические сведения

Основное назначение зубчатых механизмов – передача вращательного движения от одного вала к другому с заданным отношением угловых скоростей.

В зависимости от расположения осей колес зубчатые передачи могут быть:

- с параллельными осями;
- с пересекающимися осями;
- со скрещивающимися осями.

Передачи с параллельными осями осуществляются цилиндрическими колесами с внешним (рис. 8.1) и внутренним (рис. 8.2) зацеплением.

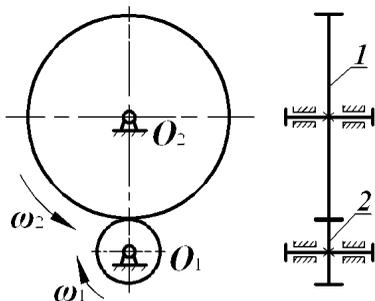


Рис. 8.1. Передача цилиндрическими колесами с внешним зацеплением

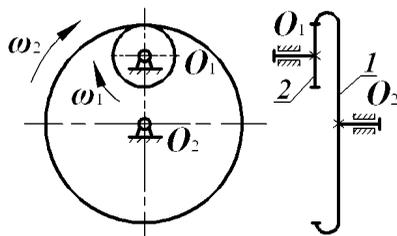


Рис. 8.2. Передача цилиндрическими колесами с внутренним зацеплением

Частным случаем цилиндрической передачи является реечная, предназначенная для преобразования вращательного движения в поступательное и наоборот.

Передача вращения между пересекающимися осями осуществляется при помощи конических колес.

Передача вращения между скрещивающимися осями осуществляется при помощи гиперболоидной передачи, которая бывает винтовой, гипоидной, червячной, спироидной.

Все зубчатые механизмы делятся на две группы: с неподвижными и с подвижными осями, причем ко второй группе относятся механизмы, в составе которых есть хотя бы одно колесо с перемещающейся в пространстве осью.

*Передаточным отношением* называется отношение угловой скорости одного звена к угловой скорости другого звена в механизме с одной степенью подвижности. Передаточное отношение от одного звена ко второму

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Очевидно, что

$$i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad \text{или} \quad i_{21} = \frac{1}{i_{12}}.$$

Если оси вращения звеньев параллельны, передаточное отношение считается положительным при одинаковом направлении угловых скоростей (см. рис. 8.2) и отрицательным (см. рис. 8.1) – при противоположном. В случае цилиндрической передачи «плюс» соответствует внутреннему зацеплению, «минус» – внешнему.

Отношение числа зубьев колеса к числу зубьев шестерни называется *передаточным числом* зубчатой передачи

$$u = \frac{z_2}{z_1};$$

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{z_2}{z_1};$$

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \pm \frac{z_1}{z_2}.$$

Меньшее зубчатое колесо передачи называется *шестерней*, большее – *колесом*.

В случае червячной передачи под  $z_1$  понимается число витков (заходов) червяка.

Передача, в которой угловая скорость ведомого зубчатого колеса меньше угловой скорости ведущего колеса, называется *понижающей* (редуктор). Если же угловая скорость ведомого колеса больше угловой скорости ведущего, передача называется *повышающей* (мультипликатор).

Для получения больших передаточных отношений применяются ступенчатые зубчатые передачи, составленные из нескольких пар колес. Передаточное отношение ступенчатой передачи (рис. 8.3) равно произведению передаточных отношений отдельных ступеней:

$$u_{14} = u_{12}u_{3'2}u_{3'4} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(-\frac{z_3}{z_2'}\right)\frac{z_4}{z_3}.$$

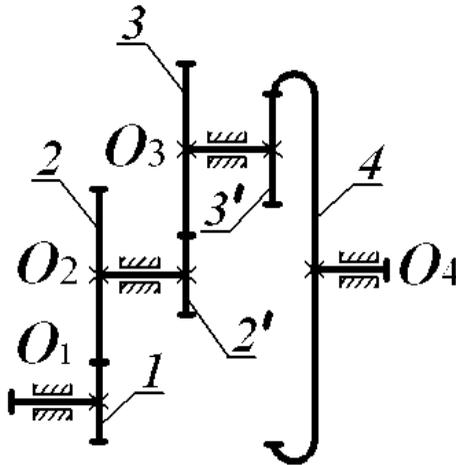


Рис. 8.3. Ступенчатая передача

В общем случае

$$u_{1n} = (-1)^k \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z'_2} \cdot \frac{z_4}{z'_3} \cdot \dots \cdot \frac{z_n}{z_{n-1}},$$

где  $k$  – число внешних зацеплений.

Частным случаем является ступенчатая передача с промежуточными (паразитными) колесами (рис. 8.4).

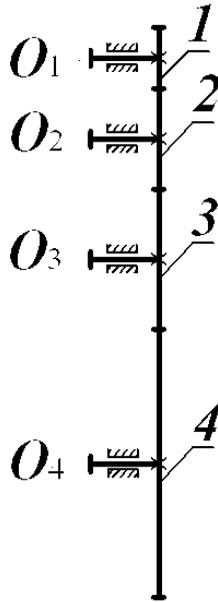


Рис. 8.4. Ступенчатая передача с промежуточными колесами

Для такой передачи

$$u_{14} = (-1)^3 \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} = -\frac{z_4}{z_1}.$$

Следовательно, промежуточные колеса, называемые паразитными, не влияют на величину общего передаточного отношения, но могут

изменять его знак. Ступенчатые передачи с промежуточными колесами применяются для изменения направления вращения ведомого вала, а также для передачи вращения между удаленными валами.

Зубчатые механизмы с подвижными осями могут быть трех типов: дифференциальные, планетарные, замкнутые дифференциальные. Схема одного из простейших дифференциальных механизмов изображена на рис. 8.5.

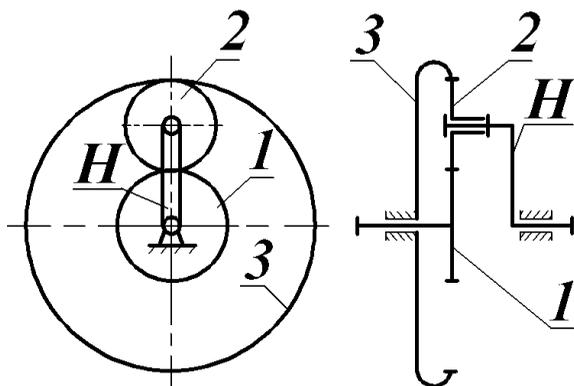


Рис. 8.5. Дифференциальный механизм

Звено  $H$ , на котором установлено колесо 2 с подвижной геометрической осью, называется *водилом*. Звено 2, совершающее сложное движение (вращение вокруг своей оси и вращение вместе с водилом), называется *сателлитом*. Водило  $H$  и соосные с ним центральные колеса 1 и 3 называются *основными звеньями*.

Отличительные признаки дифференциального механизма: число степеней подвижности; все основные звенья подвижны.

Для рассмотренного механизма  $W > 1$ :

$$W = 3n - 2p_5 - p_4.$$

Если в дифференциальном механизме одно из центральных колес сделать неподвижным, получится планетарный механизм (рис. 8.6).

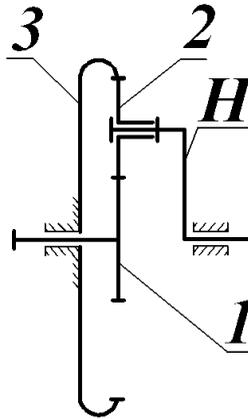


Рис. 8.6. Планетарный механизм

Здесь неподвижным является центральное колесо 3. Число степеней подвижности

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1.$$

Отличительные признаки планетарного механизма: число степеней подвижности  $W = 1$ ; одно из центральных колес неподвижно. Планетарные механизмы часто называют планетарными передачами.

Угловые скорости звеньев в механизмах с подвижными осями связаны формулой Виллиса

$$u_{1n}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H},$$

где  $u_{1n}^H$  – передаточное отношение обращенного механизма (в предположении, что водило  $H$  неподвижно).

Для рассматриваемого случая (см. рис. 8.5) формула Виллиса принимает вид

$$u_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H};$$

$$u_{13}^H = -\frac{z_3}{z_1}.$$

В планетарном механизме (см. рис. 8.6)  $\omega_3 = 0$ , тогда формула Виллиса примет вид

$$u_{1H} = 1 - u_{13}^H,$$

где  $u_{1H}$  – передаточное отношение планетарного механизма от колеса  $I$  к водилу  $H$ .

В общем случае

$$u_{nH} = 1 - u_n^H,$$

где  $H$  соответствует неподвижному центральному колесу.

Если в дифференциальном механизме два основных звена соединить дополнительной кинематической цепью, получится замкнутый дифференциальный механизм. Замыкающая цепь налагает на движение звеньев дифференциального механизма дополнительное условие связи. Поэтому для замкнутого дифференциального механизма  $W = 1$ .

Отличительные признаки замкнутого дифференциального механизма: число степеней свободы  $W = 1$ ; все основные звенья подвижны.

Часто встречаются механизмы, состоящие из последовательно соединенных ступеней с неподвижными и подвижными осями колес. Общее передаточное число такого механизма следует определять как произведение передаточных отношений отдельных ступеней.

## Приборы и оборудование

Два зубчатых механизма или их модели; чертежный инструмент.

## Порядок выполнения работы

1. Составить кинематическую схему механизма с неподвижными осями, указав способы соединения колес с валами; использовать условные обозначения ГОСТ 2770–68 (см. табл. 7.1); пронумеровать все зубчатые колеса.

2. Записать выражение для определения передаточного отношения механизма от ведущего вала к ведомому в зависимости от чисел зубьев колес (в случае коробки передач – для одной или двух передач по указанию преподавателя).

3. Рассчитать числа зубьев колес, необходимые для определения передаточных отношений (по п. 2); вычислить эти передаточные отношения.

4. Полученные значения передаточных отношений проверить на установке.

5. В соответствии с п. 1–4 провести кинематический анализ механизма с подвижными осями. При этом для расчета планетарной ступени воспользоваться формулой Виллиса.

6. Решить одну задачу (по указанию преподавателя).

### **Контрольные вопросы**

1. Указать типы плоских и пространственных зубчатых передач в зависимости от расположения осей вращения колес.

2. Что такое передаточное отношение и как оно определяется по величине и знаку?

3. Что называют передаточным числом зубчатой передачи?

4. Как определяется общее передаточное отношение ступенчатой зубчатой передачи?

5. В чем состоит особенность ступенчатых передач с промежуточными (паразитными) колесами?

6. Каково назначение коробки передач?

7. Перечислить и охарактеризовать отличительные признаки зубчатых механизмов с подвижными осями.

8. Составить схемы планетарного и дифференциального механизмов и определить число степеней свободы этих механизмов.

9. Написать формулу Виллиса для дифференциального и планетарного механизмов.

## Литература

1. Прикладная механика : учебное пособие / А. Т. Скойбеда [и др.] ; под общ. ред. А. Т. Скойбеда. – Минск : Вышэйшая школа, 1997. – 552 с.
2. Расчеты деталей машин : справочное пособие / А. В. Кузьмин [и др.]. – Минск : Вышэйшая школа, 1986. – 400 с.
3. Скойбеда, А. Т. Детали машин и основы конструирования : учеб. / А. Т. Скойбеда, А. В. Кузьмин, Н. И. Макейчик ; под общ. ред. А. Т. Скойбеда. – Минск : Вышэйшая школа, 2006. – 560 с.
4. Иосилевич, Г. Б. Прикладная механика : учеб. / Г. Б. Иосилевич, Г. Б. Строганов, Г. С. Маслов ; под ред. Г. Б. Иосилевича. – Минск : Вышэйшая школа, 1989. – 351 с.
5. Передатки зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления : ГОСТ 21354–87.
6. Иванов, М. Н. Детали машин / М. Н. Иванов. – Минск : Вышэйшая школа, 2000. – 383 с.

## Содержание

Введение.....	3
Лабораторная работа № 1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ.....	4
Лабораторная работа № 2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПЛОСКИХ ФИГУР.....	9
Лабораторная работа № 3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ.....	14
Лабораторная работа № 4 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ КРУЧЕНИЯ КРУГЛОГО СТАЛЬНОГО СТЕРЖНЯ.....	23
Лабораторная работа № 5 ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ ПРИ ИЗГИБЕ.....	32
Лабораторная работа № 6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ....	43
Лабораторная работа № 7 СОСТАВЛЕНИЕ СХЕМ И СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ.....	52
Лабораторная работа № 8 КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ.....	62
Литература.....	70

Учебное издание

**СКОЙБЕДА** Анатолий Тихонович  
**БИРИЧ** Владимир Владимирович  
**ВАСИЛЕНКО** Василий Дмитриевич и др.

## **ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА**

Методическое пособие к лабораторным работам  
для студентов технических специальностей  
высших учебных заведений

Редактор *Т. Н. Микулик*  
Компьютерная верстка *А. Г. Занкевич*

Подписано в печать 21.09.2015. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 4,18. Уч.-изд. л. 3,27. Тираж 100. Заказ 13.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя  
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.