

УДК 681.3.07

А. С. АБУФАНАС, А. А. ЛОБАТЫЙ

## ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ ПРИ ВЫБОРЕ ОБЪЕКТОВ ПО КРИТЕРИЯМ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Белорусский национальный технический университет

*Рассматривается выбор одного объекта из нескольких, имеющихся в наличии, по критериям эффективности их применения на основе экспертной оценки. Используется метод анализа иерархий двух уровней при трех различных альтернативах решений. Для каждого уровня иерархии получены матрицы парных сравнений, проведена их нормировка и вычислены значения комбинированных весов критериев, на основе которых принимаются решения о выборе.*

### Введение

В современном мире существует не много стран, которые могут самостоятельно без сотрудничества с другими странами производить большинство технических систем и оборудования военного или гражданского назначения. Перед большинством стран мира, а также – перед государственными или частными организациями стоят задачи приобретения (закупки) различных технических систем (ТС) или их компонентов за рубежом. При принятии решения о приобретении той или иной ТС гражданского или военного назначения приходится учитывать много факторов и критериев, важнейшим из которых является эффективность применения ТС по основному предназначению. Эффективность ТС может быть оценена экспериментально или теоретически путем математического моделирования [1, 2, 3].

В зависимости от постановки задачи следует выбирать различные подходы к построению методики принятия решения при разработке ТС или её закупке, а также – при выборе варианта её применения. Если выбор решения зависит от многих факторов и критериев и альтернативные решения, как правило, связаны между собой детерминированными линейными функциями, то целесообразно применить подход, известный как метод анализа иерархий [5, 6, 7, 8, 9]. Этот метод особенно удобен при принятии решений о приобретении ТС в случае, когда приходится принимать решения на основе многих критериев, имеющих

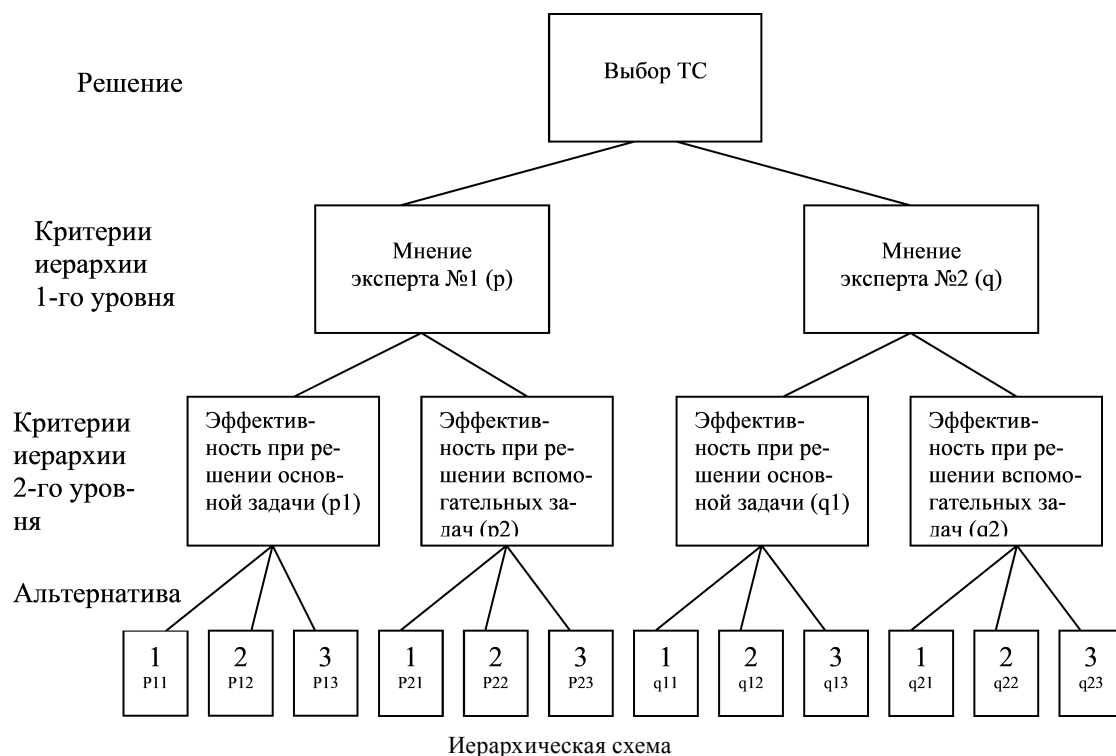
различный физический смысл. Кроме априорно известной эффективности ТС при принятии решения необходимо учитывать также такие критерии как стоимость ТС при закупке, затраты на эксплуатацию ТС и некоторые другие факторы, которые могут быть непосредственно учтены в аналитической модели.

Рассмотрим пример выбора одного из трех вариантов ТС при учете различных критериев. В качестве критериев первого уровня выберем мнения двух независимых экспертов. В качестве критериев второго уровня выберем априорно рассчитанные или полученные экспериментально значения эффективности применения ТС при решении основной задачи и эффективность применения ТС при решении вспомогательных задач (универсальность ТС).

### Решение задачи

Структура задачи принятия решения о закупке ТС может быть представлена в виде иерархической схемы (рисунок), на которой в качестве примера представлен вариант, при котором рассматривается для приобретения один из трех возможных ТС. На рисунке обозначены весовые коэффициенты каждого критерия ( $p, q, p1, q1, p11, q11$  и т. д.).

Значения весовых коэффициентов удобно вычислять по методике, изложенной в [7], в соответствии с которой для оценки альтернативных решений для  $n$  критериев на заданном уровне иерархии создается матрица парных сравнений  $A$  с элементами  $a_{ij}$  размерности  $n \times n$ ,



которая отражает суждения лица, принимающего решение относительно важности разных критериев. Парное сравнение выполняется таким образом, что критерий в  $i$ -й строке ( $i = 1, n$ ) оценивается относительно каждого из критериев, представленных  $n$  столбцами.

В соответствии с методом анализа иерархий для описания упомянутых оценок используются целые числа от 1 до 9. При этом  $a_{ij} = 1$  означает, что  $i$ -й и  $j$ -й критерии одинаково важны,  $a_{ij} = 5$  означает, что  $i$ -й критерий «значительно важнее», чем  $j$ -й, а  $a_{ij} = 9$  означает, что  $i$ -й критерий «чрезвычайно важнее»  $j$ -го. Другие промежуточные значения парных сравнений  $a_{ij}$  между 1 и 9 интерпретируются аналогично. Элементы  $a_{ji}$  матрицы  $A$  принимают значения обратные элементам  $a_{ij}$ . Если  $a_{ij} = K$ , то  $a_{ji} = 1/K$ . Диагональные элементы матрицы  $A$   $a_{ii} = 1$ , так как они определяют оценку критерия относительно самого себя.

В приведенном примере (рисунок) определим матрицу  $A$ . Вначале рассмотрим первый иерархический уровень, на котором учитываются мнения экспертов. Пусть мнения обоих экспертов равноценны. Тогда, исходя из условия нормировки, учитывающего, что сумма весовых коэффициентов каждого уровня иерархии равна единице, следует, что  $p = 0.5$  и  $q = 0.5$ .

На втором уровне иерархии в качестве критериев рассматриваются эффективности ТС при решении основной задачи и при решении вспомогательных задач. Обозначим критерии основной и вспомогательный через КО и КВ. Рассмотрим пример, когда по мнению обоих экспертов эффективность ТС при решении основной задачи значительно важнее эффективности при решении вспомогательных задач в соотношении семь к одному. Следовательно, элемент матрицы  $A$   $a_{ОВ} = a_{12} = 7$ ,  $a_{ВО} = a_{21} = 1/7$ . Матрица сравнения в этом случае имеет вид

$$A = \begin{matrix} & \text{КО} & \text{КВ} \\ \text{КО} & 1 & 7 \\ \text{КВ} & 1/7 & 1 \end{matrix}$$

Относительные веса критериев КО и КВ определяются путем деления элементов каждого столбца на сумму элементов этого же столбца. Для нормализации матрицы  $A$  необходимо делить элементы первого столбца на величину  $1 + 1/7 = 0,143$ , а элементы второго столбца на величину  $1 + 7 = 8$ . В результате получим нормированную матрицу

$$NA = \begin{matrix} & \text{КО} & \text{КВ} \\ \text{КО} & 0,875 & 0,875 \\ \text{КВ} & 0,125 & 0,125 \end{matrix}$$

Искомые значения весовых коэффициентов вычисляются в виде средних значений элементов соответствующих строк нормализованной матрицы  $NA$ . Для данного примера они равны следующим значениям:  $p1 = q1 = 0,875$ ,  $p2 = q2 = 0,125$ .

Пусть относительные веса альтернативных решений  $p_{ij}$ ,  $q_{ij}$  ( $i, j = \overline{1,3}$ ), соответствующих рассматриваемым ТС, вычисляются в пределах каждого критерия КО и КС первым экспертом с использованием следующих матриц сравнения

$$A1_{КО} = \begin{matrix} & \text{ТС1} & \text{ТС2} & \text{ТС3} \\ \text{ТС1} & \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/6 \end{bmatrix} \\ \text{ТС2} & \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3/6 \end{bmatrix} \\ \text{ТС3} & \begin{bmatrix} 6 & 6/3 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix},$$

$$A1_{КВ} = \begin{matrix} & \text{ТС1} & \text{ТС2} & \text{ТС3} \\ \text{ТС1} & \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \\ \text{ТС2} & \begin{bmatrix} 1/3 & 1 & 4/3 \end{bmatrix} \\ \text{ТС3} & \begin{bmatrix} 1/4 & 3/4 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Элементы матриц  $A_{КО}$  и  $A_{КВ}$  определены на основе суждений первого эксперта об относительной важности каждого из трех ТС в соответствии с заданными критериями КО и КВ. Проведя нормировку матриц  $A_{КО}$  и  $A_{КВ}$  путем деления каждого элемента на суммы элементов соответствующих столбцов (10, 3,333, 1,667) и (1,583, 4,750, 6,333), получим нормированные матрицы сравнения.

$$NA1_{КО} = \begin{matrix} & \text{ТС1} & \text{ТС2} & \text{ТС3} \\ \text{ТС1} & \begin{bmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,1 \end{bmatrix} \\ \text{ТС2} & \begin{bmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,3 \end{bmatrix} \\ \text{ТС3} & \begin{bmatrix} 0,6 & 0,6 & 0,6 \end{bmatrix} \end{matrix},$$

$$NA1_{КВ} = \begin{matrix} & \text{ТС1} & \text{ТС2} & \text{ТС3} \\ \text{ТС1} & \begin{bmatrix} 0,632 & 0,632 & 0,632 \end{bmatrix} \\ \text{ТС2} & \begin{bmatrix} 0,210 & 0,210 & 0,210 \end{bmatrix} \\ \text{ТС3} & \begin{bmatrix} 0,158 & 0,158 & 0,158 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Рассмотрим построение матриц альтернативных решений на основе мнения второго эксперта относительно сравнительной оценки вариантов ТС1, ТС2, ТС3. В соответствии с КО и КВ его оценки альтернатив выразились следующими матрицами

$$A2_{КО} = \begin{matrix} & \text{ТС1} & \text{ТС2} & \text{ТС3} \\ \text{ТС1} & \begin{bmatrix} 1 & 1/4 & 1/3 \end{bmatrix} \\ \text{ТС2} & \begin{bmatrix} 4 & 1 & 4/3 \end{bmatrix} \\ \text{ТС3} & \begin{bmatrix} 3 & 3/4 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix},$$

$$A2_{КВ} = \begin{matrix} & \text{ТС1} & \text{ТС2} & \text{ТС3} \\ \text{ТС1} & \begin{bmatrix} 1 & 6 & 3 \end{bmatrix} \\ \text{ТС2} & \begin{bmatrix} 1/6 & 1 & 3/6 \end{bmatrix} \\ \text{ТС3} & \begin{bmatrix} 1/3 & 6/3 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Нормированные матрицы в этом случае имеют вид

$$NA2_{КО} = \begin{matrix} & \text{ТС1} & \text{ТС2} & \text{ТС3} \\ \text{ТС1} & \begin{bmatrix} 0,125 & 0,125 & 0,125 \end{bmatrix} \\ \text{ТС2} & \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \\ \text{ТС3} & \begin{bmatrix} 0,375 & 0,375 & 0,375 \end{bmatrix} \end{matrix},$$

$$NA2_{КВ} = \begin{matrix} & \text{ТС1} & \text{ТС2} & \text{ТС3} \\ \text{ТС1} & \begin{bmatrix} 0,667 & 0,667 & 0,667 \end{bmatrix} \\ \text{ТС2} & \begin{bmatrix} 0,111 & 0,111 & 0,111 \end{bmatrix} \\ \text{ТС3} & \begin{bmatrix} 0,222 & 0,222 & 0,222 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Вычислив средние значения элементов строк матриц  $NA1_{КО}$ ,  $NA1_{КВ}$ ,  $NA2_{КО}$ ,  $NA2_{КВ}$  получим искомые значения весовых коэффициентов альтернативных решений:  $p11 = 0,1$ ,  $p12 = 0,3$ ,  $p13 = 0,6$ ,  $p21 = 0,632$ ,  $p22 = 0,210$ ,  $p23 = 0,158$ ,  $q11 = 0,125$ ,  $q12 = 0,5$ ,  $q13 = 0,375$ ,  $q21 = 0,667$ ,  $q22 = 0,111$ ,  $q23 = 0,222$ .

Выбор типа ТС определяется максимальным комбинированным весом критериев каждого ТС, которые для данного примера вычисляются по формулам

$$\text{ТС1} = p \times (p1 \times p11 + p2 \times p21) + q \times (q1 \times q11 + q2 \times q21), \quad (1)$$

$$\text{ТС2} = p \times (p1 \times p12 + p2 \times p22) + q \times (q1 \times q12 + q2 \times q22), \quad (2)$$

$$\text{ТС3} = p \times (p1 \times p13 + p2 \times p23) + q \times (q1 \times q13 + q2 \times q23). \quad (3)$$

Если считать авторитет мнения первого и второго экспертов одинаковым, то в этом случае  $p = 0,5$  и  $q = 0,5$  и следовательно в соответствии с формулами (1)–(3)  $\text{ТС1} = 0,167$ ,  $\text{ТС2} = 0,288$ ,  $\text{ТС3} = 0,545$ . На основе этих вычислений ТС3 получает наивысший комбинированный вес и, следовательно, является наи-

более оптимальным выбором. Выбор варианта ТС3 является в этом случае очевидным. Если авторитет второго эксперта принимается более высоким, например как семь к трем, то  $p = 0,3$  и  $q = 0,7$ . В этом случае в соответствии с формулами (1)–(3)  $ТС1 = 0,185$ ,  $ТС2 = 0,403$ ,  $ТС3 =$

$0,413$ . Явного преимущества вариант ТС1 уже не имеет и для принятия окончательного решения следует учитывать дополнительные критерии, в качестве которых может рассматриваться стоимость закупки ТС или затраты на ее эксплуатацию.

### Литература

1. Антонов, А. В. Системный анализ. Учеб. для вузов / А. В. Антонов. – М.: Высш. шк., 2006. – 454 с.
2. Вентцель, Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель. – М.: Дрофа, 2006. – 206 с.
3. Вишняков, Я. Д. Общая теория рисков / Я. В. Вишняков, Н. Н. Радаев. – М.: Издательский дом «Академия», 2007. – 368 с.
4. Саати, Т. Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети / Т. Л. Саати. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 360 с.
5. Саати, Т. Л. Об измерении неосязаемого. Подход к относительным измерениям на основе главного собственного вектора матрицы парных сравнений / Т. Л. Саати // Журнал «Cloud Of Science». 2015. Т. 2. № 1. ([http://cloudofscience.ru/sites/default/files/pdf/CoS\\_2\\_5.pdf](http://cloudofscience.ru/sites/default/files/pdf/CoS_2_5.pdf)).
6. Saaty, Thomas L. (2008–06). «Relative Measurement and its Generalization in Decision Making: Why Pairwise Comparisons are Central in Mathematics for the Measurement of Intangible Factors – The Analytic Hierarchy/Network Process». RACSAM (Review of the Royal Spanish Academy of Sciences, Series A, Mathematics) 102 (2): 251–318. Проверено 2008–12–22.
7. Таха, Х. А. Введение в исследование операций / Х. А. Таха. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
8. Андрейчиков, А. В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике / А. В. Андрейчиков, О. Н. Андрейченкова. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 464 с.
9. Митихин, В. Г. Об одном контрпримере для метода анализа иерархий / В. Г. Митихин // Проблемы управления. – 2012. – № 3. – С. 77–79.
10. Фоменко, Н. А. Вариант практического применения метода анализа иерархий при согласовании результатов расчета в процессе оценки / Н. А. Фоменко // <http://anf-ocenka.narod.ru/35.pdf>
11. Абакаров, А. Ш. Программная система поддержки принятия рациональных решений «MPRIORITY 1.0» / А. Ш. Абакаров, Ю. А. Сушков // Электронный научный журнал «Исследовано в России», 2005. 2130–2146.
12. Drake, P. R. (1998). «Using the Analytic Hierarchy Process in Engineering Education» (PDF). International Journal of Engineering Education 14 (3): 191–196. Проверено 2007–08–20.

Поступила 10.07.15

После доработки 15.09.15

UDC 681.3.07

*Abufanas A. S., Lobaty A. A.*

## DECISION-MAKING IN THE SELECTION OF OBJECTS ACCORDING TO THE CRITERIA OF EFFICIENCY

*We consider the selection of one object from several available, according to the criteria of efficiency of their application based on peer review. Use the method of analysis of hierarchies two levels at three different alternatives solutions. For each level of the hierarchy obtained matrix of paired comparisons, carried out their normalization and calculated values of the combined weights of the criteria on which decisions about choosing.*