

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЛУБОКОЙ ВЫТЯЖКИ ТОНКОСТЕННЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ОБОЛОЧЕК*

д.т.н. **Непершин Р.И.**

Московский государственный технологический университет «Станкин», Россия

Глубокая вытяжка тонкостенных осесимметричных оболочек из плоской листовой заготовки представляет сложный нестационарный процесс пластического формоизменения с неоднородным упрочнением и изменением толщины вдоль образующей. Упрочнение и изменение толщины определяют предельные параметры процесса, при которых возникает разрыв в зоне перехода к торцу пуансона вследствие локальной потери устойчивости при пластическом растяжении.

В справочной литературе [1,2] приводятся предельные коэффициенты вытяжки для различных металлов и параметров процесса, полученные на основе экспериментальных данных. Приближенные зависимости для максимального растягивающего напряжения с учетом влияния упрочнения и изменения толщины листа на плоском фланце приведены в [2-4].

В статье приведено моделирование осесимметричной вытяжки тонкостенных безмоментных оболочек на основе численного решения дифференциальных уравнений равновесия для жесткопластической модели упрочняющегося материала заготовки с условием пластичности Мизеса. Упрочнение моделируется кусочно-параболической зависимостью, аппроксимирующей экспериментальные кривые в большом диапазоне изменения пластической деформации.

Схема вытяжки тонкостенной оболочки с фланцем из плоской заготовки диаметром D_0 постоянной толщины h_0 показана на рис.1 для правой стороны от оси симметрии z . Форма оболочки и диаметр фланца D определяются перемещением пуансона s с плоским торцом и радиусом закругления r_1 от касания с плоской заготовкой. Вытяжка происходит до высоты оболочки H и ширины фланца b через матрицу с плоским торцом и радиусом закругления r_2 под действием силы P с прижимом фланца силой Q для предотвращения образования складок.

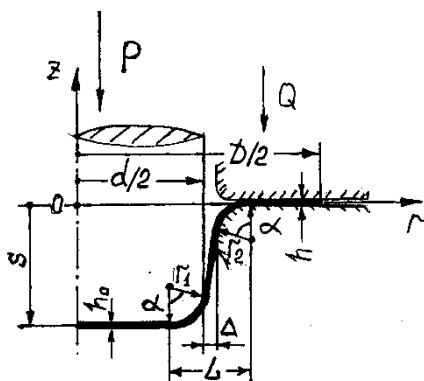


Рис. 1. Схема вытяжки оболочки

Зазор $\Delta > h_0$ между пуансоном и матрицей определяется либо условием исключения контакта заготовки с цилиндрической поверхностью пуансона и отверстия матрицы вследствие увеличения толщины листа, перемещаемого из фланца, либо углом конусности конечной формы оболочки. За характерный размер принимаем радиус пуансона $d/2 = 1$. Безразмерными геометрическими параметрами модели являются началь-

ная толщина заготовки h_0 , высота H и ширина фланца b конечной формы детали, радиусы закругления r_1, r_2 пуансона и матрицы и кольцевой зазор Δ .

Форма срединной поверхности оболочки определяется перемещением пуансона s . В кольцевом зазоре Δ безмоментная оболочка имеет свободную от контакта коническую поверхность с длиной образующей l и углом наклона α , равным углам контакта на круговых границах пуансона и матрицы. Величины l и α связаны с геометрическими параметрами, показанными на рис. 1, соотношениями

$$l \cos \alpha + (\tilde{r}_1 + \tilde{r}_2) \sin \alpha = L, \quad (1)$$

$$l \sin \alpha + (\tilde{r}_1 + \tilde{r}_2)(1 - \cos \alpha) = s, \quad (2)$$

$$L = r_1 + r_2 + \Delta, \quad \tilde{r}_1 = r_1 + h/2, \quad \tilde{r}_2 = r_2 + h/2. \quad (3)$$

Конечные значения l и α находятся из уравнений (1) и (2) при $s = H$. Радиус заготовки R_0 находится из условия равенства площадей заготовки и срединной поверхности оболочки с фланцем b .

Напряженное состояние рассчитывается при условии пластичности Мизеса в главных напряжениях

$$\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_s^2, \quad (4)$$

где σ_1 и σ_2 – меридиональное и окружное нормальные напряжения, σ_s – напряжение текучести, зависящее от накопленной пластической деформации e_p . Напряженное состояние определяется уравнениями равновесия с учетом упрочнения, изменения толщины h и трения при заданном давлении прижима q и коэффициента трения f по Кулону. На контакте заготовки с плоским торцом пуансона принимается отсутствие пластической деформации при постоянной толщине h_0 , что согласуется с экспериментальными данными [1,5].

Дифференциальное уравнение равновесия на плоском фланце

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r}{h} \frac{dh}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + 2 \frac{qf}{h} = 0 \quad (5)$$

при известном распределении h и σ_s с исключением напряжения σ_θ с использованием (4) решается численным методом Рунге-Кутты с начальным условием $\sigma_r = 0$ на кромке фланца при $r = R$. При $r = 1 + \Delta + r_2$ определяется напряжение σ_r в точке C перехода от фланца к круговой границе матрицы. Уравнения равновесия по нормали и касательной к круговой границе матрицы приводят к дифференциальному уравнению для меридионального напряжения σ_φ с переменной интегрирования $0 \leq \varphi \leq \alpha$

$$\frac{d\sigma_\varphi}{d\varphi} = \zeta^{-1} [\sigma_\varphi (\cos \varphi + f \zeta) - \sigma_\theta (\cos \varphi + f \sin \varphi)] - \frac{\sigma_\varphi}{h} \frac{dh}{d\varphi}, \quad \zeta = \frac{R_C}{\tilde{r}_2} - \sin \varphi, \quad (6)$$

где R_C – радиус точки C . Напряжение σ_θ исключается с помощью (4). Напряжение σ_φ находится численным интегрированием уравнения (6) при известном распределении h и σ_s с начальным условием $\sigma_\varphi = \sigma_C$ при $\varphi = 0$ в точке C . При $\varphi = \alpha$ из этого уравнения определяется меридиональное напряжение $\sigma_\alpha = \sigma_B$ в точке B перехода к коническому участку оболочки.

Из условия равновесия элемента конического участка оболочки по нормали к образующей при отсутствии нормального давления следует $\sigma_\theta = 0$, и при $\sigma_\alpha < \sigma_s$ конический участок не нагружен до пластического состояния. При переменной толщине стенки меридиональное напряжение на этом участке находится из уравнения равновесия

$$\sigma_\alpha = \sigma_B \frac{R_B h_B}{r h}. \quad (7)$$

Напряжение σ_A в точке A перехода к круговой границе пуансона при известной толщине h_A находится из уравнения (7), и сила вытяжки определяется условием равновесия конической части оболочки

$$\sigma_A = \sigma_B \frac{(1 + \Delta + r_2 - \tilde{r}_2 \sin \alpha) h_B}{(1 - \tilde{r}_1 \sin \alpha) h_A}, \quad P = 2\pi \sigma_A R_A h_A \sin \alpha. \quad (8)$$

Уравнения равновесия элемента оболочки по нормали и касательной к круговой границе пуансона приводят к дифференциальному уравнению для меридионального напряжения σ_φ с переменной интегрирования $0 \leq \varphi \leq \alpha$

$$\frac{d\sigma_\varphi}{d\varphi} = \sigma_\varphi \left(f - \frac{\tilde{r}_1}{r} \cos \varphi - \frac{1}{h} \frac{dh}{d\varphi} \right) + \sigma_\theta \frac{\tilde{r}_1}{r} (\cos \varphi + f \sin \varphi). \quad (9)$$

В уравнении (9) напряжение σ_θ исключается с помощью (4), и при известном распределении h и σ_s оно интегрируется численным методом с начальным условием $\sigma_\varphi = \sigma_A$ при $\varphi = \alpha$ в точке A .

Напряжение σ_s и толщина h при холодной пластической деформации определяются кривой упрочнения $\sigma_s(e_p)$ и связью приращений пластических деформаций с напряженным состоянием. Поэтому моделирование вытяжки приводит к решению связанной задачи расчета напряженно-деформированного состояния. Условие пластической несжимаемости и ассоциированный с условием пластичности Мизеса (4) закон течения для приращений пластических деформаций [6] приводят к дифференциальным соотношениям для приращений толщины и эффективной деформации в зависимости от приращения окружной деформации и нормальных напряжений в касательной плоскости к образующей

$$\Delta e_h = - \frac{\Delta r}{r} \xi, \quad \xi = \left[\frac{\sigma_1 + \sigma_\theta}{2\sigma_\theta - \sigma_1} \right], \quad (10)$$

$$\Delta e_p = \frac{2}{\sqrt{3}} \left| \frac{\Delta r}{r} \right| \sqrt{1 + \xi + \xi^2}, \quad (11)$$

где $\sigma_1 = \sigma_r$ на плоском фланце и $\sigma_1 = \sigma_\varphi$ на круговых границах контакта матрицы и пуансона.

Расчеты по формулам (10), (11) выполняются по изменению формы образующей оболочки при перемещении пуансона s с использованием связи Эйлеровых координат r, z с начальными координатами r_0 плоской заготовки по условию сохранения объема кольцевых элементов

$$r_0 dr_0 = r \frac{h}{h_0} dl. \quad (12)$$

где dl – элемент длины дуги образующей. Интеграл уравнения (12) с точностью до постоянной C имеет вид

$$r_0 = \sqrt{C^2 + \zeta}, \quad (13)$$

где ζ – интеграл правой части уравнения (12), вычисляемый по участкам образующей от плоского торца пуансона до плоского фланца, и постоянные C – начальные координаты r_0 на границах участков, при $C = 1 - r_1$ на границе контакта торца с круговой границей пуансона. На фланце заготовки условие $r_0 = R_0$ для свободной кромки используется для вычисления текущего радиуса фланца $r = R$.

Моделирование нестационарного процесса вытяжки выполняется вычислительной ФОРТРАН программой при увеличении перемещения пуансона s от нуля до конечного значения H с малыми шагами Δs по следующему алгоритму.

1. На шаге s_i распределения σ_s и h вдоль образующей оболочки известны и напряженное состояние вычисляется по уравнениям (4-9). При $i = 0$ имеем плоскую заготовку с постоянными значениями $\sigma_s = \sigma_0$, $h = h_0$ и $e_p = 0$.

2. На шаге $i+1$ вычисляется перемещение $s_{i+1} = s_i + \Delta s$. Из уравнений (1),(2) определяется угол α контакта заготовки с круговыми границами пуансона и матрицы и длина l конического участка.
3. Распределения σ_s , h и e_p , известные на шаге i , передаются на шаг $i+1$ и вычисляется текущий радиус фланца R с использованием зависимости (13) между начальными и текущими координатами.
4. По уравнениям (4-9) на шаге $i+1$ вычисляются напряжения вдоль образующей от свободной кромки фланца до плоского торца пуансона.
5. По уравнениям (10), (11) на шаге $i+1$ вычисляются распределения толщины $h_{i+1} = h_i (1 + \Delta e_h)$ и накопленной деформации $(e_p)_{i+1} = (e_p)_i + \Delta e_p$, и по зависимости $\sigma_s(e_p)$ вычисляется распределение σ_s вдоль образующей.
6. При $s_{i+1} < H$ переход на шаг 2 с заменой индекса i на $i+1$.

Ниже приведены примеры моделирования вытяжки тонкостенной оболочки типа «стакан» с плоским дном и фланцем для параметров $d = 100$ мм, $h_0 = 1$ мм, $b = 6$ мм, $r_1 = 5$ мм, $r_2 = 6$ мм, $\Delta = 1.5$ мм, $f = 0.05$, $q = 1$ МПа. Расчеты проводили до предельной высоты оболочки H по критерию разрушения $\sigma_A = \sigma_s$ для материалов листа АД-31, сталь 08кп, латунь Л-63 и сталь 12Х18Н10Т при аппроксимации кривых упрочнения $\sigma_s(e_p)$ кусочно-параболической зависимостью. Для этих материалов получены предельные коэффициенты вытяжки $(D_0/d)^* = 2.36, 2.05, 2.14$ и 1.78 , соответственно, которые согласуются с известными экспериментальными данными [1].

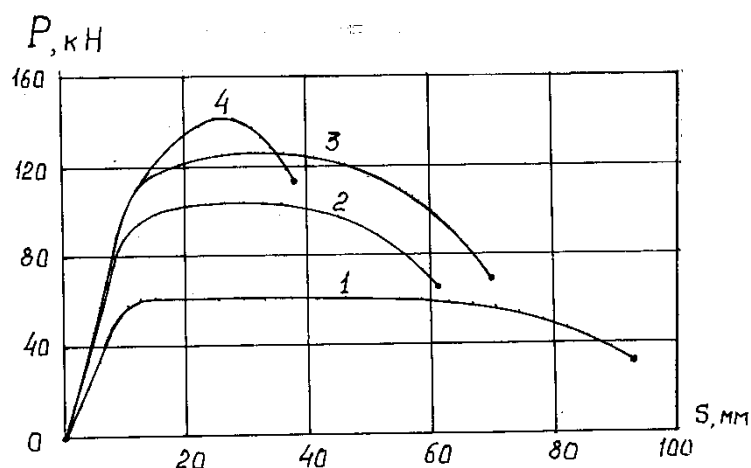


Рис. 2. Зависимости $P(s)$ при вытяжке оболочек из листов АД-31 (1), сталь 08кп (2), латунь Л-63 (3) и сталь 12Х18Н10Т (4)

Зависимости силы вытяжки P от перемещения пуансона s для приведенных в материалах показаны на рис. 2. Максимальные перемещения s , ограничены предельными отношениями $(D_0/d)^*$. Приведенные зависимости показывают, что процесс вытяжки существенно зависит от упрочнения материала. Низкие значения отношения $(D_0/d)^*$ получены для стали 12Х18Н10Т с интенсивным упрочнением в большом диапазоне изменения пластической деформации. Высокое отношение $(D_0/d)^*$ получено для алюминиевого сплава АД-31, который интенсивно упрочняется при малых деформациях с последующим снижением градиента упрочнения при большой деформации. Увеличение натяжения заготовки на плоском фланце при увеличении коэффициента трения f приводит к снижению предельного коэффициента вытяжки.

На рис. 3 показан пример распределения безразмерных величин напряжения текучести σ_s/σ_0 , меридионального напряжения σ_1/σ_0 , толщины стенки h/h_0 и накопленной деформации e_p в зависимости от начальной координаты $2r_0/d$ образующей оболочки. Зависимости цилиндрических координат r, z от начальных координат r_0 , соответствующие рис. 3, показаны на рис. 4.

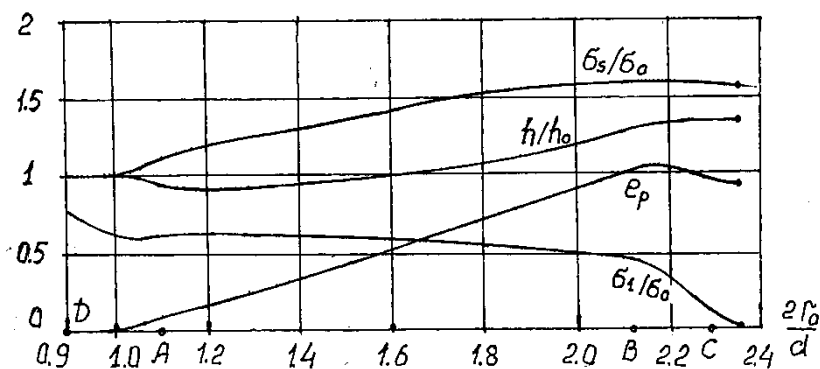


Рис. 3. Распределения безразмерных значений σ_s , σ_l , h и e_p в зависимости от начальной координаты r_0 в конце вытяжки оболочки из сплава АД-31 при $s = 93$ мм

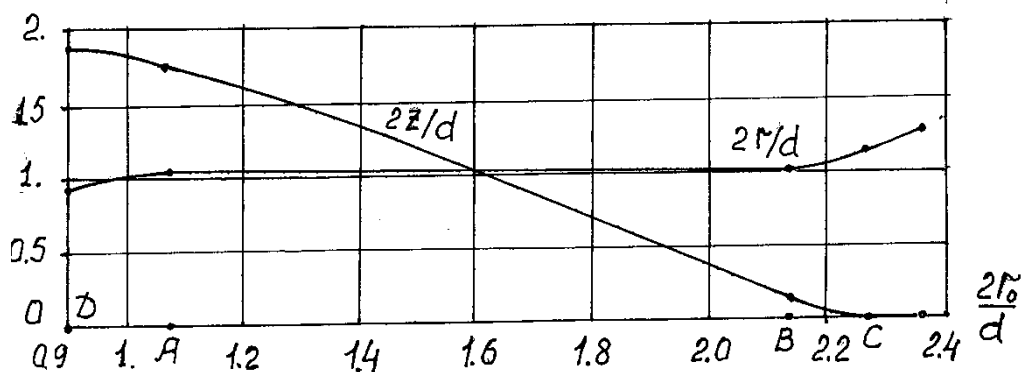


Рис. 4. Зависимости цилиндрических координат r , z от начальных координат r_0 образующей оболочки из сплава АД-31 в конце вытяжки

Начальные координаты точек перехода от фланца к закруглению матрицы, от матрицы к конической части, от конической части к закруглению пуансона и к плоскому торцу пуансона обозначены символами C , B , A и D , соответственно. Расчетная модель показывает существенное изменение напряжения текучести вследствие упрочнения и толщины стенки вдоль образующей конечной формы оболочки (рис.3). Максимальная накопленная деформация и соответствующее напряжение текучести возникают на закругленной границе матрицы с уменьшением вдоль конической части оболочки. Уменьшение толщины стенки от фланца к торцу пуансона носит нелинейный характер с минимальным значением около перехода конической части образующей к круговой границе пуансона. В этой зоне напряжение растяжения на участке максимальной силы вытяжки (рис.2) близко к напряжению текучести с вероятностью разрушения [1,5,7].

* Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ, проект № 9.2445.2014/К.

РЕЗЮМЕ

Представлена компьютерная модель нестационарного процесса глубокой вытяжки тонкостенной осесимметричной оболочки, основанная на мембранной теории жесткопластической оболочки с условием пластичности Мизеса с учетом упрочнения материала и контактного трения по Кулону. Решается связанная задача расчета напряженно-деформированного состояния с использованием связи цилиндрических координат r , z образующей оболочки с начальными материальными координатами r_0 плоской заготовки. Показано существенное влияние упрочнения материала заготовки на зависимости силы вытяжки от перемещения пуансона и на неоднородное распределение напряжения текучести, пластической деформации и толщины стенки вдоль образующей оболочки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Романовский, В.П. Справочник по холодной штамповке / В.П. Романовский – Л.: Машиностроение, 1979. – 520 с.
2. Аверкиев, Ю.А. Технология холодной штамповки / Ю.А. Аверкиев, А.Ю. Аверкиев – М.: Машиностроение, 1989. – 304 с.
3. Попов, Е.А. Основы теории листовой штамповки / Е.А. Попов – М: Машиностроение, 1977. – 278 с.
4. Попов, Е.А. Технология и автоматизация листовой штамповки / Е.А. Попов, В.Г. Ковалев, И.Н. Шубин – М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 480 с.
5. Джонсон, У. Теория пластичности для инженеров / У. Джонсон, П. Меллор – М: Машиностроение, 1979. – 567 с.
6. Соколовский, В.В. Теория пластичности / В.В. Соколовский – М: Высшая школа, 1969. – 608 с.
7. Непершин, Р.И. Вытяжка тонкостенной конической оболочки из плоской заготовки / Р.И. Непершин // Известия. РАН. МТТ. 2010, № 1, С.139–153.

SUMMARY

Computer model of non-steady thin-walled axisymmetrical shall deep drawing process is presented. Rigid-plastic membrane shall theory with Mises yield criterion, including material work hardening and Coulomb's contact friction effects are used. Coupled stress-plastic strain problem is solved using relation of cylindrical co-ordinates r , z of the shall generator with initial material coordinates r_0 of the flat workpiece. Essential effects of the workpiece material work hardening on the drawing force versus punch displacements relations, non-homogeneous yield stress, plastic strain and wall thickness distributions along the shall generator are found.

E-mail: nepershin_ri@rambler.ru

Поступила в редакцию 04.01.2014