

ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ
СПЕЦИАЛЬНОСТИ «ПРОМЫШЛЕННОЕ
И ГРАЖДАНСКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО»

(г. Минск, БНТУ — 24.05.2011)

УДК 624.131

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ
УСКОРЕНИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ
ПО ОПЫТНЫМ ДАННЫМ

КОСТЮКОВИЧ П.Н.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь

Аннотация. Предлагается метод оценки ускорений силы тяжести по свободному падению тел, основанный на существовании трех расчетных скоростей этого движения: интегральной $V_s=S(t)/t$, мгновенной $V_t = dS / dt = S'(t)$ и интервальной $V_i=\Delta S_i/\Delta t_i$.

В процессе инженерно-геологической диагностики геососнований, а также при геотехнических прогнозах геодинамических явлений (горного давления, обрушения сводов, смятия скважинных и шахтных стволов, движения оползней, гравитационной фильтрации в вертикальных колоннах и т.д.) объективный учет динамики и величины силы тяжести имеет важное значение. Поэтому анализ высокоточных опытов по свободному падению тел [1, 4] был выполнен с позиции существования трех фундаментальных скоростей (рис.1, табл. 1,2). Исследования привели к следующим выводам:

1. При экспериментальном определении ускорений гравитации следует различать три расчетные скорости падения тел: разностную или интервальную $V_i(t)=\Delta S_i(t)/\Delta t_i$, не связанную формулами с опытным законом движения $S(t)$ и равную средним скоростям движения тела за одинаковые промежутки времени $\Delta t_i=\text{const}\neq f(t)$ (в опытах $\Delta t_i=(1/30)\text{с}$ и $\Delta t_i=0,01\text{с}$) и две аналитических, вытекающих

из закона движения тела $S(t)$ и определяемых им: мгновенную $Vt(t)=S'(t)=dS/dt$, равную первой производной от пути $S(t)$ по времени t , и интегральную $Vs(t)=S(t)/t$, вычисляемую как отношение пройденного пути $S(t)$ ко времени t , за которое этот путь преодолен (рис. 1).

2. Поскольку в опытах измеряются только две величины – время t и соответствующий ему пройденный путь S , представляемые таблично или графиком расстояний $S=f(t)$, то первой расчетно-опытной характеристикой движения будет интегральная скорость движения $Vs(t)=S/t$, непосредственно вытекающая из замеренных t и S . Чтобы получить опытный закон движения – эмпирическую функцию времени $S(t)$, по фиксированным t и расчетным $Vs(t)$ строим график «скорость движения – время»: $Vs(t)=f(t)$.

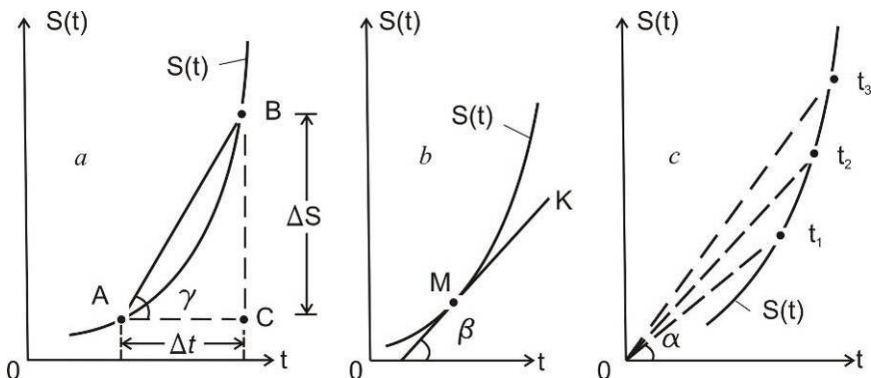


Рис. 1. Схема расчетов трех типовых скоростей и соответствующих им ускорений падения тел $S(t)$: а – средней скорости $V=\Delta S/\Delta t$ и, в частности, интервальной $V_i(t) = \Delta S_i(t)/\Delta t_i = tg \gamma(t)$; б – мгновенной $Vt=S'(t)=dS/dt=tg\beta(t)$, где $tg\beta(t)$ – угловой коэффициент касательной МК в точке М кривой $S(t)$, отражающей закон движения; с – интегральной $Vs(t)=S(t)/t=tg\alpha(t)$, где $tga(t)$ – угловой коэффициент радиус-вектора, исходящего из начала координат $S=t=0$ и секущего график расстояний $S(t)$ в момент времени t

Многочисленными исследованиями установлено (рисунки 2, 3), что все высокоточные опыты по свободному падению тел показывают одно: фундаментальные скорости этого движения Vs , Vt и Vi в координатах «скорость движения – время» с высокой степенью точности (практически «идеально») аппроксимируются прямыми с

соответствующими угловыми коэффициентами, численно равными ускорениям этих скоростей (прямые 1...5 на рис. 2, 3). Тогда, следуя аналитической геометрии, вторую расчетно-опытную характеристику движения – его интегральное ускорение – определим как угловой коэффициент опытной прямой $V_s=f(t)$ без привлечения каких либо дополнительных коэффициентов (формулы 3, 12 в табл. 3, 4). Зная уравнение прямой $V_s=S(t)/t=f(t)$, легко перейти к остальным характеристикам движения, приведенным в таблицах 3,4.

Таблица 1. Результаты равномерных (через $(1/30)c$) замеров расстояний $S(t)$, пройденных падающим бильярдным шаром от начала свободного падения ($t=S(t)=0$) [4]

Время t движения шара, отсчитываемого от начала падения $t=0$, сек	Расстояние $S(t)$, пройденное шаром за время t , см	Интегральная скорость падения шара $V_S(t)=S(t)/t$ в момент времени t , см/с	Динамика интегральной скорости падения шара $V_S(t)=f(t)$, закон движения $S(t)$ и его ускорение $g_s=tg\psi$
1/30	7,70	231,00	$V_S(t)=S(t)/t=VS_0+g_s t$ $=214,878+$ $+484,0 t$ см/с; $S(t)=V_s(t)t=VS_0t+g_s t^2$ $=214,878t+$ $+484,0t^2$ см; $g_s=484,0$ см/с ² =const
2/30	16,45	246,75	
3/30	26,25	262,50	
4/30	37,10	278,25	
5/30	49,09	294,54	
6/30	62,18	310,90	
7/30	76,36	327,257	
8/30	91,58	343,425	
9/30	107,89	359,633	
10/30	125,34	376,020	
11/30	143,86	392,345	

Отметим, что при оценке угловых коэффициентов прямых «скорость движения – время» возникают принципиальные методологические особенности, порождаемые появлением у них аппроксимационных начальных отрезков (напр., прямые $V_i(t)=f(t)$ всегда обладают этими отрезками (графики 2, 3, 4 на рис. 2,3), а прямые $V_s(t)=f(t)$ и $V_t(t)=f(t)$ в одних опытах имеют начальные отрезки

VS₀, в других – нет (см. графики 1 и 5 на рис. 2, 3). Поэтому будем различать методы определения угловых коэффициентов (и соответственно ускорений) при отсутствии и наличии начальных отрезков у прямых «скорость движения – время» (см. табл. 3, 4) [2, 3].

3. Отношение уравнений опытных прямых $V_s(t)=S(t)/t=g_s^* t$ и $V_t(t)=S'(t)=2g_s^* t=g_t^* t$ раскрывает весьма важное свойство свободного падения тел – указывает на то, что при $V_{s0}=0$ количественная связь между аналитическими скоростями и ускорениями этого движения характеризуется следующим критерием: на любой момент времени мгновенная скорость свободного падения тел $V_t(t)$ и присущее ей ускорение g_t^* ровно в 2 раза больше интегральной скорости этого движения $V_s(t)$ и ее ускорения g_s^* (формула (7) в таблица 3).

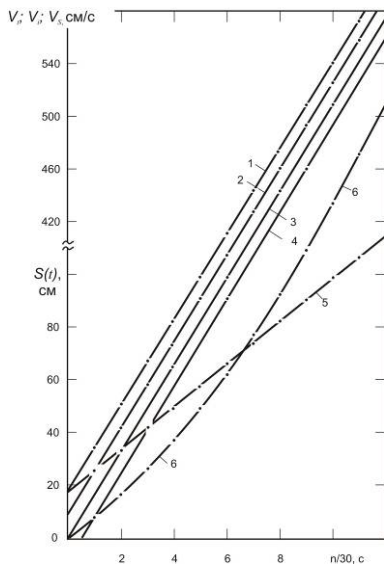


Рис. 2. Графоаналитическое представление результатов измерений свободного падения бильярдного шара [4]: 1 – динамика роста во времени мгновенной скорости падения шара

$V_t(t) = S'(t) = V_{s0} + 2g_s t = 214,878 + 968,0 t$ см/с; 2 – то же, интервальной $V_{i1}(t)$ для $\Delta t_1 = (1/30)$ с: $V_{i1}(t) = \Delta S_1(t) / \Delta t_1 = V_{i1} + g_{it} = 196,3 + 981,0 t$, см/с; 3 – то же для $\Delta t_2 = (1/15)$ с: $V_{i2}(t) = \Delta S_2(t) / \Delta t_2 = V_{i2} + g_{it} = 180,0 + 981,0 t$, см/с; 4 – то же, для $\Delta t_3 = (1/10)$ с: $V_{i3}(t) = \Delta S_3(t) / \Delta t_3 = V_{i3} + g_{it} = 163,5 + 981,0 t$, см/с; 5 – то же, интегральной $V_S(t)$: $V_S(t) = S(t)/t = V_{S0} + g_s t = 214,878 + 484,0 t$, см/с; 6 – график измеренных расстояний $S(t)$, с высокой степенью точности подчиняющихся зависимости $S(t) = V_S(t)t = V_{S0}t + g_s t^2 = 214,878t + 484,0 t^2$ см; начальные отрезки прямых $V_i(t)$ – линейно-убывающие функции Δt : $V_{i0}(\Delta t) = 212,62 - (g_i/2)\Delta t$ см/с

4. Из абсолютной линейности опытных графиков «скорость движения – время» и различия в величинах их угловых коэффициентов (прямые 1...5 на рис. 2,3) следуют два важных вывода: 1) быстрота (ускорение) роста всех трех фундаментальных скоростей падения тел (V_s , V_t , V_i) постоянна во времени и различна по величине на протяжении всего периода движения и 2) поскольку по Ньютону сила тяготения F_g прямо пропорциональна ускорению падения (g_s , g_t , g_i), то величина этой силы также постоянна во времени на протяжении всего периода движения. Очевидно, в этих условиях все три фундаментальные скорости и присущие им ускорения имеют равные права на оценку величины силы тяготения.

Таблица 2

Результаты равномерных (через $\Delta t_{i1}=0,01c$) замеров расстояний $S(t)$, пройденных падающим телом от начала свободного падения $t=S(t)=0$ [1]

Время t движения тела, отсчитываемое от начала падения $t=0$, сек	Путь S(t), пройденный телом за время t, мм	Интегральная скорость падения тела $V_s(t)=S(t)/t$, мм/с	Мгновенная скорость падения тела $V_t(t) = S'(t)$, мм/с	Опытный закон падения тела S(t), его интегральная VS(t) и мгновенная Vt(t) скорости
0	0	0	0	
0,01	0,50	50,00	99,01	
0,02	2,00	100,00	198,02	
0,03	4,40	146,67	297,03	
0,04	7,90	197,50	396,04	
0,05	12,40	248,00	495,05	
0,06	17,80	296,67	594,06	
0,07	24,30	347,14	693,07	
0,08	31,70	396,25	792,08	
0,09	40,10	445,55	891,09	
0,10	49,50	495,00	990,10	
0,11	59,90	544,54	1089,11	
0,12	71,30	594,17	1188,12	
0,13	83,70	643,85	1287,13	
0,14	97,00	692,86	1386,14	
0,15	111,40	742,67	1485,15	
0,16	126,70	791,88	1584,16	
0,17	143,10	841,76	1683,17	
0,18	160,40	891,11	1782,18	

$S(t) = V_s(t)t = g_s t^2 = 4950,5t^2_{мм}$
 $V_s(t) = g_s(t) = 4950,5t_{мм/с};$
 $V_t(t) = 2g_s t = g_t t = 9901,0t_{мм/с}$

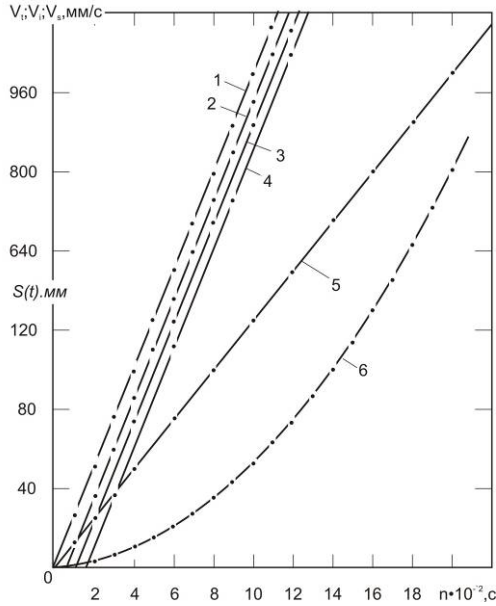


Рис. 3. Графоаналитическое представление результатов высокоточных измерений свободного падения тела [1]: 1 – график роста во времени мгновенной скорости падения тела $V_t(t) = S'(t) = 2g_s^*t = g_t^*t = 9901,0t$ мм/с, $g_t^* = V_t(t)/t = 9901,0$ мм/с²; 2 – то же, первой интервальной $V_{i1}(t) = \Delta S_{i1} / \Delta t_{i1} = V_{01}^* + g_i^*t = -50,0 + 9901,0t$ мм/с, $\Delta t_{i1}=0,01$ с; 3 – второй интервальной $V_{i2}(t) = \Delta S_{i2} / \Delta t_{i2} = V_{02}^* + g_i^*t = -100,0 + 9901,0t$ мм/с, $\Delta t_{i2}=0,02$ с; 4 – третьей интервальной $V_{i3}(t) = \Delta S_{i3} / \Delta t_{i3} = V_{03}^* + g_i^*t = -148,0 + 9901,0t$ мм/с, $\Delta t_{i3}=0,03$ с, $V_{03}^* = f(t) = -146,7 - 12,17t$ мм/с; 5 – интегральной $V_S(t) = S(t)/t = g_S^*t = \frac{1}{2}g_t^*t = 4950,5t$ мм/с, $g_S^* = V_S(t)/t = S(t)/t^2 =$
 $= g_t^*/2 = 4950,5$ мм/с²; 6 – опытный закон падения тела

$$S(t) = V_S(t)t = g_S^*t^2 = \frac{1}{2}g_t^*t^2 = 4950,5t^2 \text{ мм}$$

Таблица 3

Первая группа эмпирических закономерностей свободного падения тел, лежащих в основе графоаналитических расчетов ускорений силы тяжести как угловых коэффициентов опытных прямых «скорость движения – время» (для $V_{so}=0$)

№п\п	Закономерности и ускорения
1	$V_s(t) = S(t)/t = g_s^* t = (tg\alpha_1^*)t$
2	$S(t) = V_s(t)t = g_s^* t^2 = (tg\alpha_1^*)t^2$
3	$g_s^* = \frac{V_s(t_1)}{t_1} = \frac{V_s(t_2)}{t_2} = \dots = \frac{V_s(t)}{t} = tg\alpha_1^* = const$
4	$g_s^* = \frac{S(t_1)}{t_1^2} = \frac{S(t_2)}{t_2^2} = \dots = \frac{S(t)}{t^2} = tg\alpha_1^* = const$
5	$V_t(t) = S'(t) = 2g_s^* t = g_t^* t = (tg\alpha_2^*)t$
6	$g_t^* = 2g_s^* = V_t(t)/t = tg\alpha_2^* = 2tg\alpha_1^* = const$
7	$k = V_t(t)/V_s(t) = g_t^*/g_s^* = 2$
8	$V_{in}(t) = \Delta S_{in} / \Delta t_{in} = V_{i0}^* + g_i^* t$
9	$g_i^* = [V_{in}(t) - V_{i0}^*] / t = tg\alpha_3^* = const$

5. Разработанный метод определения ускорений силы тяжести (g_s , g_t , g_i) базируется на их геометрическом смысле как угловых коэффициентов опытных прямых «скорость движения – время»: $V_s(t)=f(t)$, $V_t(t)=f(t)$ и $V_i(t)=f(t)$. Это единственное условие однозначности в толковании ускорений гравитации и приоритета опыта над теорией при их вычислении. Поэтому метод открывает широкие перспективы для более глубокого изучения неравномерных движений и сил, которые их порождают. Примером таких движений служит общий закон свободного падения $S(t)\downarrow$ и «свободного» поднятия $S(t)\uparrow$ тела (напр., $S(t)\downarrow = S(t)\uparrow = g_s^* t^2$), требующий разных сил для обеспечения одного и того же ускорения падения $g_s^*(\downarrow)$ и поднятия $g_s^*(\uparrow)$.

Таблица 4

Вторая группа эмпирических закономерностей свободного падения тел, лежащих в основе графоаналитических расчетов ускорений силы тяжести как угловых коэффициентов опытных прямых «скорость движения – время» (для $V_{s0} \neq 0$)

№/пп	Закономерности и ускорения
10	$V_s(t) = S(t)/t = V_{s0} + g_s t = V_{s0} + (tg \alpha_1)t$
11	$S(t) = V_s(t)t = V_{s0}t + g_s t^2$
12	$g_s = \frac{V_s(t) - V_{s0}}{t} = tg \alpha_1 = const$
13	$g_s = \frac{S(t) - V_{s0}t}{t^2} = tg \alpha_1 = const$
14	$V_t(t) = S'(t) = V_{s0} + 2g_s t = V_{s0} + g_t t$
15	$g_t = 2g_s = [V_t(t) - V_{s0}]/t = tg \alpha_2 = 2tg \alpha_1 = const$
16	$\Delta V(t) = V_t(t) - V_s(t) = g_s t$
17	$g_s = \Delta V(t)/t = tg \alpha_1 = const$
18	$V_{in}(t) = \Delta S_{in} / \Delta t_{in} = V_{i0} + g_i t$
19	$g_i = [V_{in}(t) - V_{i0}]/t = tg \alpha_3 = const$

6. Основной недостаток современной методологии определения силы тяжести g состоит в постулировании существования только одного значения g для равномерно-ускоренных движений и, в частности, для свободного и несвободного падения тел; при этом, естественно, не указывается, к какой из трех фундаментальных скоростей движения $V_s(t)$, $V_t(t)$ и $V_i(t)$ относится определяемая величина g , которая поэтому аналитически не связывается с данными скоростями и в итоге допускается существенная методологическая некорректность – ускорение g не рассчитывается как угловой коэффициент прямой «скорость движения – время» и тем самым теряет свою сущность – геометрический и механический смысл; вместо этого, исходя из приоритета теории над опытом, предполагается, что закон свободного падения тел подчиняется зависимостям $S(t) = (1/2)gt^2(a)$

или $S(t)=V_0t+(1/2)gt$ (б), на базе которых с применением статистики определяется константа g [1, 4]; при этом, как правило, результаты измерения $S(t)$, представляющие главный научный интерес, не приводятся, что не позволяет оценить достоверность выполненных определений g и их усовершенствовать.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авдонина, В.П. Ускорение свободного падения и способы его измерения / В.П. Авдонина, А.Ю. Малофеев. – Нижнекамск, 2010. – 24 с.
2. Костюкович, П.Н. Теория неустойчивости гуковских модулей деформации, определяемых по данным компрессионных и штамповых испытаний грунтов / П.Н. Костюкович, И.П. Крошнер // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: сборник трудов XVI Международного научно-методического семинара. – Брест: БрГТУ, 2009. – Ч. 2. – С.168–174.
3. Костюкович, П.Н. Теоретические основы сопоставления компрессионных и штамповых модулей деформации дисперсных грунтов / П.Н. Костюкович // Актуальные вопросы инженерной и экологической геологии: труды Международной научной конференции. – М.: МГУ, 2010. – С.48–53.
7. Физика (Physics. D.C. Heath and Company, Boston, USA): учебник: пер. с англ. / под ред. А.С. Ахматова. – М.: Наука, 1965. – 900 с.