

ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ И РЕЖИМОВ РАБОТЫ ВИБРОТРАНСПОРТЕРА

к.ф.-м.н. **Докукова Н.А.**, к.ф.-м.н. **Конон П.Н.**, студ. **Конон Н.П.**

Белорусский государственный университет, Минск

Движения подбрасываемых тел на вибротранспортере подробно исследованы в работах [1, 2]. Поверхность лотка DP на рисунке 1 совершает возвратно-поступательное движение, ее наклон в течение всего движения остается неизменным. Для более эффективной работы рассматриваемого устройства целесообразно оптимизировать геометрические и физические параметры проектируемого механизма. В качестве основного алгоритма оптимизации используем аналитические зависимости [1, 2]:

$$v_{Px} = -r \cdot \omega \frac{\sin(\varphi + \theta_1)}{\cos(\varphi_1 - \theta_1)} \cos\varphi_1, \quad v_{Py} = r \cdot \omega \frac{\sin(\varphi + \theta_1)}{\cos(\varphi_1 - \theta_1)} \sin\varphi_1, \quad (1)$$

$$a_{Px} = -\omega^2 r \cos\varphi_1 \frac{\cos(\varphi + \theta_1)}{\cos(\varphi_1 - \theta_1)} - \frac{\omega^2 r^2}{l_3} \frac{\cos^2(\varphi + \varphi_1)}{\cos^3(\varphi_1 - \theta_1)} \cos\varphi_1 + \frac{\omega^2 r^2}{l_4} \frac{\sin^2(\varphi + \theta_1)}{\cos^3(\varphi_1 - \theta_1)} \sin\theta_1, \quad (2)$$

$$a_{Py} = \omega^2 r \sin\varphi_1 \frac{\cos(\varphi + \theta_1)}{\cos(\varphi_1 - \theta_1)} + \frac{\omega^2 r^2}{l_3} \frac{\cos^2(\varphi + \varphi_1)}{\cos^3(\varphi_1 - \theta_1)} \sin\varphi_1 + \frac{\omega^2 r^2}{l_4} \frac{\sin^2(\varphi + \theta_1)}{\cos^3(\varphi_1 - \theta_1)} \cos\theta_1, \quad (3)$$

$$\varphi_1(\varphi) = \operatorname{arctg} \left(\frac{r \sin \varphi - d}{r \cos \varphi - a} \right) + \operatorname{arcsin} \left(\frac{l_4^2 + r^2 + a^2 + d^2 - 2r(a \cos \varphi + d \sin \varphi)}{2l_4 \sqrt{(r \cos \varphi - a)^2 + (r \sin \varphi - d)^2}} \right), \quad (4)$$

$$\theta_1(\varphi) = \operatorname{arc} \cos \left(\frac{x_E + a_1 \cos \beta + b_1 \sin \beta - r \cos \varphi - l_4 \sin \varphi_1}{l_3} \right), \quad (5)$$

здесь $\varphi = \varphi(t)$, $\theta_1 = \theta_1(t)$, $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ – известные функции времени t , $a = x_E + l_{17}$, $d = y_E + l_{18}$, $a_1 = |DC|$, $b_1 = |BC|$, v_{Px} , v_{Py} , a_{Px} , a_{Py} – компоненты скорости и ускорения точки P , с которой осуществляется транспортирование материальных тел по лотку.

В декартовой системе координат xOy , связанной с кривошипно-шатунным механизмом, положение точки P представимо в таком виде:

$$x_P = x_E - l_4 \sin\varphi_1 + l_{16} \cos\beta, \quad (6)$$

$$y_P = y_E - l_4 \cos\varphi_1 - l_{16} \sin\beta, \quad (7)$$

где x_E , y_E – фиксированные значения координат неподвижной точки E ; $l_{16} = l_5 + l_{11}$; l_4 , l_5 , l_{11} – длины звеньев механизма на рисунке 1, $\beta = \text{const}$.

Вывод основного функционального уравнения. Основной целью является отыскание оптимальных значений параметров, обеспечивающих подъем материальных тел над поверхностью вибрирующего лотка, наибольшую дальность полета и при этом наибольшую скорость перемещения за один период движения механизма и кривошипа. Подобные требования можно рассматривать как условия задачи динамического программирования об отыскании оптимальной целевой многопараметрической функции, переменные которой положительны и подчиняются линейному ограничению (8), из функционального уравнения Беллмана

$$r + a_1 + b_1 + l_3 + l_4 + x_E + y_E < Z, \quad (8)$$

где $0 < r < R$, $0 < l_3 < L_3$, $0 < a_1 < A_1$, $0 < b_1 < B_1$, $0 < l_4 < L_4$, $0 < x_E < X_E$, $0 < y_E < Y_E$, $Z = R + A_1 + B_1 + L_3 + L_4 + X_E + Y_E$.

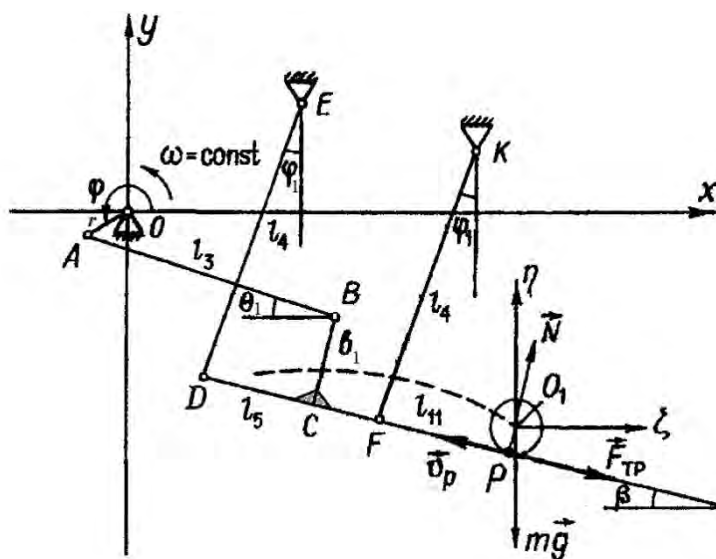


Рис. 1. Схема качающегося лотка DP, на котором лежит тело с массой m

Целевая функция формируется на основании известных фактов падения материального тела на поверхность лотка в тот момент, когда лоток отклонится на максимальное возможное расстояние вправо при самом минимальном значении $\min\{\varphi_1\}$.

Падение материального тела характеризуется уравнением

$$y(\varphi) - y_D + \operatorname{tg}(\beta)(x(\varphi) - x_D) = 0. \quad (9)$$

здесь $x_D = x_E - l_3 \sin \varphi_1$, $y_D = y_E - l_3 \cos \varphi_1$, $y(\varphi) = y_p^* + v_{py}^* \Delta t - \frac{g \Delta t^2}{2}$, $x(\varphi) = x_p^* + v_{px}^* \Delta t$, x_p^* , y_p^* , φ^* ,

$\beta = 13^\circ$ – константы, определяемые в [1, 2].

Предположим сначала, что в интересующей нас задаче присутствует только одно линейное ограничение, а сама она формулируется следующим образом: найти минимум целевой функции

$$z = -ax_1^2 + c \cos(x_2) + f \rightarrow \min, \quad (10)$$

где $x_1 = \Delta \varphi - b/2a$, $x_2 = \varphi_1 - \beta$; $a = g/2\omega^2$, $b = (v_{py}^* + \operatorname{tg}(\beta)v_{px}^*)/\omega$, $c = l_4/\cos(\beta)$,

$d = y_p^* - y_E + \operatorname{tg}(\beta)(x_p^* - x_E)$, $f = d + b^2/4a$, $\Delta \varphi = \varphi - \varphi^* = \omega \Delta t$, при

$$x_1 + x_2 \leq K, \quad (K - \text{постоянная}). \quad (11)$$

или, что то же самое, $\varphi + \varphi_1 \leq k$, где $k = K + \beta + \varphi^* + b/2a$ – постоянная величина, $\varphi > 0$ и $\varphi_1 > 0$.

Пусть из совокупности x_1, x_2 выбрана и зафиксирована величина x_1 . Отысканный максимум функции z по переменной x_2 приведет задачу к задаче с одной переменной x_1 . Вследствие сепарабельности z справедливо равенство

$$\min_{x_1} z = -ax_1^2 + \min_{x_2} \Psi_2(x_2). \quad (12)$$

При любом постоянном целом значении x_1 переменная x_2 должна удовлетворять неравенству $x_2 \leq K - x_1$, вытекающему из исходного ограничения. Это влечет за собой зави-

симось от x_2 от второго слагаемого выражения (12) $\min_{x_1} z$. Введем функцию $\Psi_1(x_1) = \min_{x_2} z(x_1)$, для которой определим новую переменную $b_2 = K - x_1$. Если указанные операции проведены и найдены минимальные значения $\Psi_2(x_2)$ и $\Psi_1(x_1)$, то можно утверждать, что искомая величина $z^* = \min_{x_1, x_2} z$ имеет минимальное значение по совокупности переменных x_1, x_2 .

Важно заметить, что найденное значение $\Psi_2(b_2)$ сводит задачу поиска z^* к одномерной задаче оптимизации. Выделив x_1 приводим задачу к следующей:

$$\Psi_1(x_1) = \min_{x_1} (-ax_1^2 + \min_{x_2} \Psi_2(x_2)), \quad b_2 = K - x_1. \quad (13)$$

Решение задачи динамического программирования. Исходная задача с двумя переменными распадается на две задачи, каждая из которых имеет одну переменную. Выражение (13) является основным функциональным уравнением Беллмана метода динамического программирования.

Рассмотрим сначала задачу о минимуме функции $\Psi_2(x_2)$ при $\varphi_1^{\min} - \beta \leq x_2 \leq \varphi_1^{\max} - \beta$

$$\min_{x_2} \Psi_2(x_2) = c \cos(\varphi_1 - \beta) + f. \quad (14)$$

Для этого используем наглядное изображение минимума функции $\Psi_2(x_2)$ на рисунке 2, которое соответствует $x_2 = \varphi_1^{\min} - \beta \equiv b_2$.

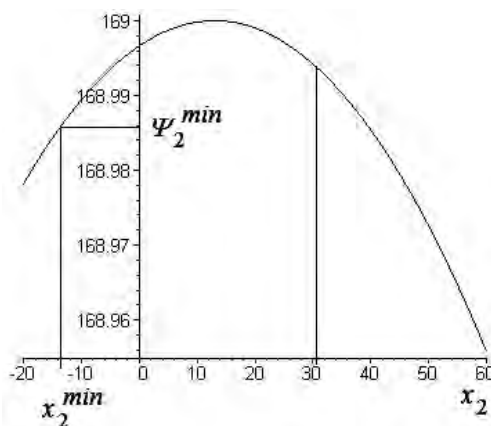


Рис. 2. Вид функции $\Psi_2(x_2)$, x_2 задано в град., $\Psi_2(x_2)$ в см

Подставляя вместо x_2 значение b_2 в (13), получается квадратичная функция, имеющая минимум на границе промежутка $\Psi_1(x_1) = 0$, так как $\Psi_1(x_1) \geq 0$, рисунок 3

$$\Psi_1(x_1) = \min_{x_1} (-ax_1^2 + c \cos(K - x_1) + f), \quad (15)$$

Трансцендентное уравнение (15) решается численно или графически при известных параметрах a, c, f, K . В последнем случае оптимальное значение параметра $x_1 = \sqrt{\frac{f + c \cos(x_2^{\min})}{a}}$ получается при оптимальном значении $x_2 = \varphi_1^{\min} - \beta$. В результате найдены оптимальные решения по переменным φ и φ_1 :

$$\varphi = \varphi^* + b/2a + \sqrt{\frac{f + c \cos(x_2^{\min})}{a}}, \quad \varphi_1 = \varphi_1^{\min}. \quad (16)$$

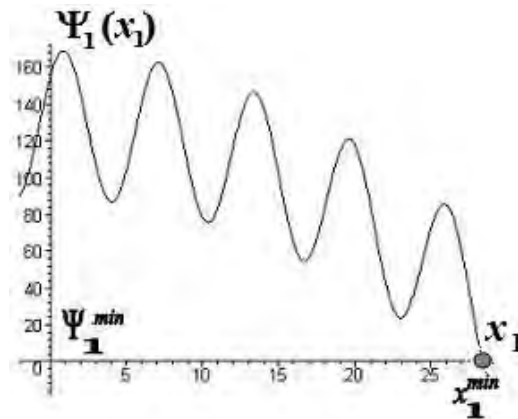


Рис. 3. Вид функции $\Psi_1(x_1)$, x_1 задано в град., $\Psi_1(x_1)$ в см

Заключение. Решенная задача позволяет конкретизировать расчет и выбор оптимальных линейных геометрических параметров (8) механической системы, обеспечивающей наиболее эффективную работу вибротранспортера. Для этих целей основным критерием послужат выведенные соотношения (16). Это означает, что в момент падения подбрасываемого тела механическим устройством углы φ и φ_1 равны соответственно

$$\varphi_1 = \varphi_1^{\min}, \quad \varphi = \varphi^* + b/2a + \sqrt{\frac{f + c \cos(x_2^{\min})}{a}}.$$

Численные расчеты, полученные в результате изложенной задачи оптимизации с применением динамического программирования, приводят к новым уточненным параметрам механизма: длина полета тела вдоль оси x вибротранспортера $L=24,756$ см, общая скорость $v = 139,853$ см/с, скорость в направлении оси x $v_x = -135,612$ см/с, радиус кривошипа $r=2,5$ см; длина рычага $l_3 = 31,042$ см; длина рычага $l_4 = 32,5$ см.

На основании вышеизложенного алгоритма создан виртуальный образ движений вибротранспортера и подбрасываемых на нем тел, осуществляющих свои перемещения за один или несколько периодов колебаний лотка. Отработка и проверка режимов работы механизма вибротранспортера и движений, лежащих на нем тел была осуществлена в средах анимации Maple 11.0, Borland C++ Builder 6, рисунок 4.

Исследование задач с сепарабельной целевой функцией позволило более наглядно представить вычислительные аспекты метода динамического программирования, которые приобрели большое значение в связи с возможностями использования современных ПК [3]. Вместе с тем функциональные уравнения (14) и (15), отражающие принцип оптимальности, оказались разрешимыми аналитически, что позволило избежать числовых расчетов и связанных с ними затрат времени.

Созданная прикладная программа является визуальным образом движений вибротранспортера и подбрасываемых на нем тел, для целей расчета и проверки оптимальных геометрических параметров транспортеров.

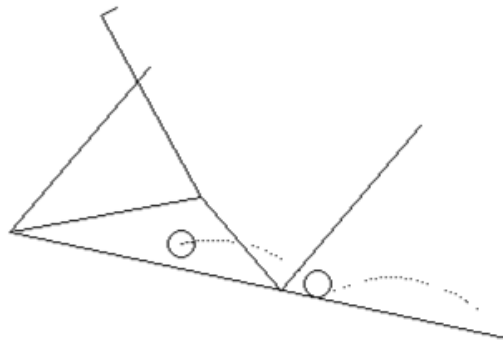


Рис. 4. Численный расчет повторного падения материального объекта на поверхность лотка за два периода колебания лотка с новыми оптимальными параметрами

РЕЗЮМЕ

Решенная задача динамического программирования позволяет конкретизировать расчет и выбор оптимальных линейных геометрических параметров, обеспечивающих подъем материальных тел над поверхностью вибрирующего лотка, наибольшую дальность полета, наибольшую скорость перемещения за один период движения механической системы, для наиболее эффективной работы вибротранспортера. Представленные функциональные уравнения, отражающие принцип оптимальности, разрешены аналитически, их результаты проиллюстрированы на рисунках.

ЛИТЕРАТУРА

1. Докукова, Н. А. О перемещении тел с подбрасыванием по вибрирующей поверхности / Н.А. Докукова, М.Д. Мартыненко // Инженерно-физический журнал. Сер. 72. № 3. 1999. С. 495-498.
2. Докукова, Н.А. О скорости перемещения тел с подбрасыванием по вибрирующей поверхности / Н.А. Докукова, М.Д. Мартыненко // Инженерно-физический журнал. Сер. 73. № 2. 2000. С. 390-395.
3. Докукова, Н.А. Общие закономерности механических колебательных систем / Н.А. Докукова, П.Н. Конон // Инженерно-физический журнал. Сер. 79. № 6. 2006. С. 186-193.

SUMMARY

Solution of the problem of dynamic programming allows you to specify the calculation and selection of the optimal linear geometrical parameters, ensuring the rise of material bodies above the surface of the vibrating tray, longest range, highest rate of displacement in one period of the motion of a mechanical system for the most efficient operation of Vibrating. Presented functional equations, reflecting the principle of optimality, resolved analytically, the results are illustrated in the figures.

E-mail: dokukova@mail.ru
kononp@tut.by

Поступила в редакцию 13.10.2015