

## АНАЛИЗ АЛГОРИТМА ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ МОДЕЛИ КОССЕРА ГИБКОГО СТЕРЖНЯ

к.т.н. **Борисевич С. А.**, д.ф.-м.н. **Вихренко В. С.**

*УО «Белорусский государственный технологический университет», Минск*

**Введение.** Тонкие квазиодномерные структуры, подверженные большим перемещениям и поворотам, часто встречаются в различных инженерных задачах. В качестве примеров можно упомянуть компоненты высокоскоростных машин, рук манипуляторов, микроэлектронных механических структур, мостов, длинные волокна в жидкостях, стволы деревьев. Ввиду наличия в Беларуси хорошо развитых лесозаготовительной и деревообрабатывающей промышленности, актуальна задача разработки динамических моделей дерева и исследования на их основе динамики дерева. Решение задачи усложняется тем фактом, что ствол дерева в процессе движения деформируется, и поэтому необходимо учитывать изгибные и крутильные движения ствола. Учет гибкости ствола дерева может существенно улучшить понимание его механического поведения и увеличить точность расчетов, в том числе при исследовании взаимодействия ствола с рабочими органами лесных машин.

**Модель.** Для исследования движения дерева использована цепочно-стержневая модель Коссера, представляющая собой цепочку фрагментов (жестких цилиндров, равновеликих соответствующим частям стержня переменного сечения), соединенных упругими связями (рис. 1).

В качестве обобщенных координат приняты углы поворота цилиндров  $\varphi_k$ . Фрагменты моделей подвержены действию внешних сил (тяжести, сопротивления воздушной среды, взаимодействия с конструктивными элементами различных машин и пр.). Упругие свойства ствола дерева отражаются коэффициентами жесткости упругих связей, передающими взаимодействие между фрагментами. Фрагменты могут поворачиваться друг относительно друга в плоскости.

Уравнения движения фрагментов записываются на основе уравнений Лагранжа, и могут быть представлены в виде системы линейных уравнений по обобщенным ускорениям

$$\sum_{k=1}^n b_{ik}(\varphi, \dot{\varphi}) \ddot{\varphi}_k = B_i(\varphi, \dot{\varphi}), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

где  $b_{ik}(\varphi, \dot{\varphi})$  и  $B_i(\varphi, \dot{\varphi})$  – матрицы, являющиеся сильно нелинейными функциями обобщенных координат и скоростей [1,2],  $n$  – количество фрагментов, на которые разбивается ствол дерева.

На рисунке 2 показаны результаты моделирования падения срубленного дерева при учете сил сопротивления воздуха, линейно зависящих от скорости соответствующих фрагментов. Приняты следующие параметры ствола дерева [3]: длина –  $l=19$  м, диаметры при основании –  $d_0=24$  см, при вершине  $d_b=10$  см, модуль упругости древесины –  $E=1,2 \cdot 10^{10}$  Па, плотность древесины –  $\rho=780$  кг/м<sup>3</sup>, масса вычислялась исходя из объема ствола и плотности. Ствол дерева разбивался на 20 частей. Коэффициенты сопротивления приняты отличными от нуля для пяти последних фрагментов модели в соответствии с расположением кроны дерева. Принято, что их значения распределены по треугольному закону со значением  $\beta=35$   $\hat{a}/(\hat{i} \cdot c)$  у основания треугольника и нуле-

вым значением на верхнем конце ствола. Первоначальная осевая линия ствола задана прямой с начальным углом наклона  $\varphi_0 = 10^\circ$  и принята начальная угловая скорость  $\omega_0 = 0,1$  рад/с.

**Коэффициенты жесткости сочленений.** Для определения коэффициентов жесткости сочленений рассмотрим деформацию изгиба ствола дерева. Отметим, что материал ствола дерева является ортотропным материалом. Однако его свойства в радиальном и тангенциальном направлениях не сильно отличаются, и для упрощения вычислений будем его рассматривать как текстуру, обладающую группой симметрии  $m \cdot \infty : m$ . Тензор модулей упругости в этом случае характеризуется [4, 5] тензорными инвариантами: единичным тензором  $\mathbf{E}$  и диадой единичных векторов вдоль оси ствола дерева  $\mathbf{e}_z^2$ , и с учетом его симметрии по перестановкам индексов может быть представлен через пять линейно независимых упругих постоянных  $k_n$  (аналоги коэффициентов Ламе):

$$c_{ijkl} = k_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + k_2 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + k_3 (\delta_{ij} e_k e_l + \delta_{kl} e_i e_j) + k_4 (\delta_{ik} e_j e_l + \delta_{il} e_j e_k + \delta_{jl} e_i e_k + \delta_{jk} e_i e_l) + k_5 e_i e_j e_k e_l, \quad (2)$$

где  $\delta_{ij}$  – символы Кронекера,  $e_j$  – составляющие вектора  $\mathbf{e}_z$  в выбранном базисе.

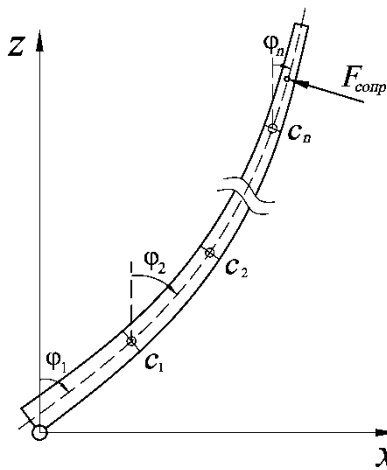


Рис. 1. Модель гибкого стержня Коссера

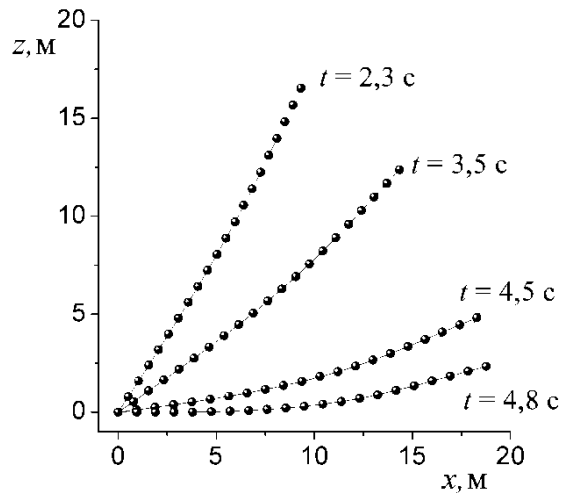


Рис. 2. Упругая линия ствола дерева при падении в различные моменты времени

В дальнейшем воспользуемся цилиндрической системой координат, так что  $\mathbf{e}_z = (0, 0, 1)$ , а индексы в формуле **Ошибка! Источник ссылки не найден.** могут принимать значения  $r, \varphi, z$ .

Модули упругости древесины достаточно велики, так что относительные деформации можно рассматривать как малые величины, и при формулировке материальных уравнений ограничиться линейным приближением. В соответствии с обобщенным законом Гука для тензора напряжений следует выражение

$$\sigma_{ij} = k_1 \delta_{ij} u_{ll} + 2k_2 u_{ij} + k_3 (\delta_{ij} e_k e_l + \delta_{kl} e_i e_j) u_{kl} + 2k_4 (u_{il} e_j e_l + u_{jl} e_i e_l) + k_5 u_{kl} e_k e_l e_i e_j, \quad (3)$$

где  $u_{ij}$  – тензор деформаций, а по дважды повторяющимся индексам предполагается суммирование.

Учитывая, что вектор  $\mathbf{e}_z$  имеет лишь одну ненулевую составляющую, выражение для тензора напряжений можно переписать в виде

$$\sigma_{ij} = k_1 \delta_{ij} u_{ll} + 2k_2 u_{ij} + k_3 (\delta_{ij} u_{zz} + \delta_{iz} \delta_{jz} u_{ll}) + 2k_4 (u_{iz} \delta_{jz} + u_{jz} \delta_{iz}) + k_5 u_{zz} \delta_{iz} \delta_{jz}, \quad (4)$$

где  $u_{ll} = u_{rr} + u_{\varphi\varphi} + u_{zz}$ , а в качестве индексов  $i$  и  $j$  следует понимать  $r, \varphi, z$ .

Переходя к двухиндексным обозначениям, для тензора коэффициентов упругости получим

$$C_{kl}^{ij} = C_{mn} = \begin{pmatrix} k_1 + 2k_2 & k_1 & k_1 + k_3 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 & k_1 + 2k_2 & k_1 + k_3 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 + k_3 & k_1 + k_3 & C_{33}^{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2k_2 + k_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2k_2 + k_4 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $C_{33}^{33} = C_{33} = k_1 + 2k_2 + 2k_3 + 4k_4 + k_5$ , последовательность индексов  $m, n$  от 1 до 6 соответствует последовательности индексов  $ij$  или  $kl$  (11, 22, 33, 12, 23, 31).

В выражение (5) входит шесть отличных от нуля и не равных друг другу коэффициентов, которые выражаются через пять линейно независимых констант  $k_n$ . В частности, можно записать  $C_{44} = C_{11} - C_{12}$ .

Предварительно рассмотрим деформацию продольного растяжения цилиндрического образца ствола дерева с образующими, параллельными оси симметрии ( $e_z$ ), однородной распределенной нагрузкой интенсивности  $p$ , приложенной к торцам образца. Воспользуемся полуобратным методом Сен Венана [6,7]. По условиям симметрии поперечные сечения образца остаются плоскими и их смещения в направлении оси образца пропорциональны расстоянию от одного из его торцов, в центре которого выбрано начало системы отсчета, и смещения не зависят от угловой переменной  $\varphi$ .

Тензор деформаций в цилиндрической системе координат определяется через проекции вектора смещения  $\mathbf{u}$  на соответствующие направления соотношениями [7]

$$u_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad u_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r}, \quad u_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad u_{r\varphi} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right),$$

$$u_{\varphi z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} \right), \quad u_{rz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right). \quad (6)$$

Полагая, что смещения удовлетворяют условиям  $u_\varphi = 0, u_r = u_r(r), u_z = \varepsilon$ , для тензора деформаций можно записать

$$u_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad u_{\varphi\varphi} = \frac{u_r}{r}, \quad u_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} = \varepsilon, \quad u_{\varphi z} = u_{rz} = u_{r\varphi} = 0, \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  – постоянная относительная продольная деформация.

Составляющие тензора напряжений приобретают вид

$$\sigma_{rr} = k_1 u_{ll} + 2k_2 u_{rr} + k_3 u_{zz} = k_1 u_{ll} + 2k_2 \frac{\partial u_r}{\partial r} + k_3 u_{zz}, \quad (8)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = k_1 u_{ll} + 2k_2 u_{\varphi\varphi} + k_3 u_{zz} = k_1 u_{ll} + 2k_2 \frac{u_r}{r} + k_3 u_{zz}, \quad (9)$$

$$\sigma_{zz} = C_{13} (u_{rr} + u_{\varphi\varphi}) + C_{33} u_{zz}, \quad \sigma_{\varphi z} = \sigma_{rz} = \sigma_{r\varphi} = 0. \quad (10)$$

Учитывая, что на боковой поверхности давление равно нулю, приходим к условию

$$\sigma_{rr} = k_1 u_{ll} + 2k_2 \frac{\partial u_r}{\partial r} + k_3 u_{zz} = 0. \quad (11)$$

Предполагая, что радиальная деформация однородна, запишем

$$u_r = -\varepsilon_r r, \quad \varepsilon_r = -\frac{\partial u_r}{\partial r} = -\frac{u_r}{r}, \quad u_{rr} = -\varepsilon_r, \quad u_{\varphi\varphi} = -\varepsilon_r, \quad u_{ll} = \varepsilon - 2\varepsilon_r, \quad (12)$$

где  $\varepsilon_r$  – относительная радиальная деформация.

В этом случае согласно соотношениям (9), (11) и (12)  $\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{rr} = 0$ , и, таким образом, как и в случае растяжения стержня из изотропного материала, имеем однородное напряженное состояние с единственной ненулевой составляющей тензора напряжений вдоль оси стержня.

Для определения модуля продольной упругости рассмотрим граничное условие на торцах стержня:  $\sigma_{zz} = p$ . Из уравнения (9) находим зависимость между продольной  $\varepsilon$  и поперечной  $\varepsilon_r$  деформациями

$$\varepsilon_r = \nu\varepsilon, \quad \nu = \frac{k_1 + k_3}{2(k_1 + k_2)} = \frac{C_{13}}{C_{11} + C_{12}}, \quad (13)$$

где  $\nu$  – коэффициент Пуассона. Отметим, что для текстуры коэффициент Пуассона зависит от угла между приложенной нагрузкой и осью симметрии. В данном случае речь идет о коэффициенте Пуассона при нулевом угле.

Из уравнения (10) с использованием зависимости (13) между относительными деформациями находим

$$p = E\varepsilon, \quad E = C_{33} - 2\nu C_{13}, \quad (14)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости. Подчеркнем, что именно модуль продольной упругости и является одной из экспериментально определяемых упругих характеристик древесины.

Полученное решение найдено фактически лишь с использованием граничных условий. Однако следует подчеркнуть, что оно удовлетворяет уравнениям равновесия, которые в цилиндрической системе координат при отсутствии внешних массовых сил имеют вид [7]

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} = 0, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{\varphi z}}{\partial z} + \frac{2\sigma_{r\varphi}}{r} = 0, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\varphi z}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0, \quad (17)$$

В этом легко убедиться, учитывая, что все компоненты тензора напряжений равны нулю кроме  $\sigma_{zz} = \varepsilon = const$ . Следовательно, полученное решение является точным. Переход к изотропной среде осуществляется посредством замены  $k_1 = \gamma$ ,  $k_2 = \mu$ ,  $k_3 = k_4 = k_5 = 0$ , где  $\gamma$  и  $\mu$  – коэффициенты Ляме изотропной среды. При этом все полученные соотношения переходят в таковые для изотропной среды, что является дополнительным подтверждением правильности выполненных вычислений.

Таким образом, основной вывод выполненного расчета состоит в том, что при деформации растяжения в осевом направлении отклонение от изотропности древесины не приводит к качественным отличиям от поведения стержня из изотропного материала, т. е. стержень удлиняется, а изменение размера в поперечном направлении является однородным и не приводит к возникновению других напряжений помимо как в осевом направлении. Хорошо известно [6,8,9], что при изгибе стержней из изотропных материалов гипотеза плоских сечений удовлетворяется, так что оправдано использовать элементарную теорию изгиба. Наличие касательных напряжений, обусловленных дей-

ствием поперечных сил, не изменяет распределение нормальных напряжений по сечению. Естественно, распределение касательных напряжений по сечению будет отличаться от такового для изотропного материала, однако в рассматриваемых нами задачах эти напряжения не велики, и их влиянием можно пренебречь, как это обычно делается в подобных случаях.

Ввиду аналогичного качественного поведения стержней из изотропного и древесного материалов предполагаем, что и в последнем случае допустимо использование элементарной теории изгиба, в соответствии с которой кривизна упругой оси определяется соотношением

$$K = M / EJ_A, \quad (18)$$

где  $K$  – кривизна упругой оси в произвольном сечении ствола,  $M$  – изгибающий момент в том же сечении,  $E$  – модуль продольной упругости древесины,  $J_A$  – осевой момент инерции поперечного сечения ствола.

В случае чистого изгиба при постоянном в любом сечении стержня изгибающем моменте  $M$  поворот касательной к оси стержня определяется интегралом

$$\Delta\theta = M \int_0^{\Delta l} \frac{ds}{EJ_A} = \frac{M\Delta l}{E\bar{J}_A}, \quad (19)$$

где  $\Delta l$  – длина фрагмента, на которые делится ствол дерева,  $\bar{J}_A$  – некоторое среднее значение момента инерции, которое может быть вычислено на основании уравнения сбега образующей ствола. При малом сбеге без существенных погрешностей можно взять момент инерции в середине отрезка  $\Delta l$ , или для цилиндрического фрагмента, равновеликого фрагменту ствола.

С другой стороны, такой же угол поворота фрагмента под действием момента  $M$  должно обеспечить упругое соединение соседних фрагментов

$$\Delta\theta = M / c_0. \quad (20)$$

Сопоставляя два последних выражения, находим жесткости упругих соединений

$$c_0 = EJ_A / \Delta l, \quad (21)$$

причем, симметризуя задачу, в качестве момента инерции следует взять момент инерции сечения ствола в месте расположения упругого соединения. Таким образом, жесткости упругих соединений обратно пропорциональны длинам фрагментов, на которые разбивается ствол дерева.

**Выбор шага интегрирования по времени и количества фрагментов модели.** Интегрирование по времени уравнений движения (1) изложено в работах [1,10] и основано на использовании явной разностной полушаговой схемы Верле (leap-frog algorithm) [11].

Для проверки адекватности составленного алгоритма рассмотрена задача свободного падения ствола дерева. В качестве критерия адекватности алгоритма принято сохранение полной энергии механической системы при ее движении в отсутствие сил сопротивления. Этот критерий был использован для определения как максимально возможного шага интегрирования по времени, так и минимально допустимого количества (максимального размера) фрагментов, на которые разбивается ствол дерева, при которых решение не расходится и полная энергия системы сохраняется. Уменьшение шага по времени приводит к увеличению точности моделирования, однако сильно увеличивает время моделирования. С другой стороны, увеличение количества фрагментов неоднозначно влияет на точность вычислений, поскольку уменьшение их длины приводит к увеличению жесткости сочленений. Это в свою очередь требует уменьшения шага по

времени для обеспечения устойчивости алгоритма интегрирования и требуемой точности вычислений, поскольку возникающие в сочленениях моменты сил велики, и при недостаточно малом шаге по времени изменения углов становятся большими, приводя к еще большим моментам сил и, соответственно, к нереальным осцилляциям решения. Необходимо найти оптимальный вариант для выбора количества фрагментов разбиения и шага по времени, при которых стабильность алгоритма и точность вычислений были бы достаточными для проводимых расчетов и, одновременно, время, затрачиваемое на моделирование, было приемлемым.

Аналитический анализ сходимости интегрирования по времени выполнить не представляется возможным ввиду чрезвычайной громоздкости уравнений **Ошибка! Источник ссылки не найден.** Поэтому выбор шага интегрирования производился следующим образом. Программа моделирования движения ствола дерева запускалась несколько раз с последовательным уменьшением величины шага. В результате получали положение осевой линии ствола и полную энергию моделируемой системы в любой момент времени. На рисунке 3 показан пример поведения полной энергии ствола дерева. При некотором значении шага решение теряет устойчивость, и полная энергия системы быстро увеличивается в результате нарушения закона сохранения энергии. Для представленного на рисунке случая максимально возможный шаг составляет 0,002161 с. Обращает на себя внимание наличие критического значения шага по времени (0,002161 с), превышение которого на 0,000001 с приводит к экспоненциально быстрому увеличению погрешности вычислений.

Во многих случаях для повышения устойчивости алгоритмов интегрирования по времени в уравнения движения вводятся искусственные силы сопротивления [12]. В случае движения дерева существуют реальные силы сопротивления воздуха движению кроны. Однако учет сопротивления движению в рассматриваемом случае не привел к существенному улучшению устойчивости алгоритма интегрирования по времени.

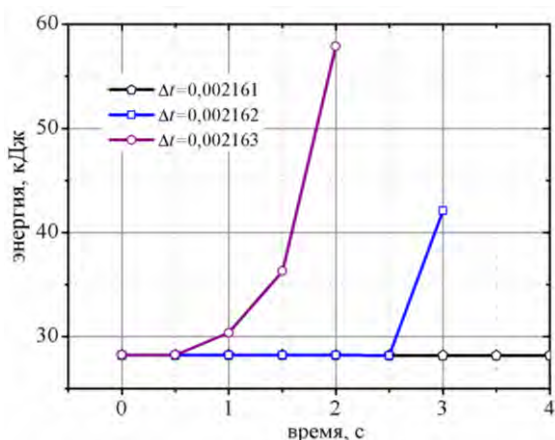


Рис. 3. Зависимость энергии падающего дерева от времени при отсутствии сопротивления движению и различных шагах интегрирования по времени

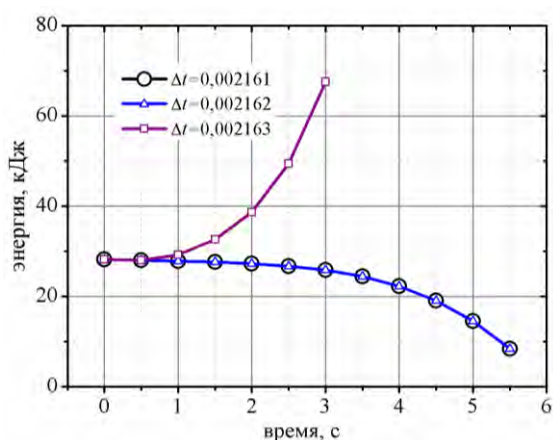


Рис. 4. Зависимость энергии падающего дерева от времени при учете сопротивления движению и различных шагах интегрирования по времени

На рис. 4 приведены результаты интегрирования уравнений движения падающего дерева при наличии сопротивления воздуха. Улучшение сходимости составило всего 0,0001 шага по времени по сравнению со случаем отсутствия сопротивления движению. Таким образом, рекомендуемый шаг интегрирования по времени составляет примерно  $2 \cdot 10^{-3}$  с.

Минимально допустимое количество фрагментов, на которые можно разбить стержень, определяется необходимостью обеспечения достаточной точности вычислений положения осевой линии ствола дерева. Для этого проведено моделирование свободного падения ствола дерева одних и тех же размеров (длина ствола дерева  $l=18$  м) и при одинаковых начальных условиях, но при различном количестве фрагментов  $n$ , на

которые он разбивался. В результате моделирования получены уравнения осевых линий ствола в различные моменты времени при различных разбиениях. На рисунке 5 показано относительное (по отношению к абсолютному изменению вертикальной координаты к текущему моменту времени) отклонение вертикальной координаты конца падающего стержня от базового варианта, когда стержень разбивался на 18 фрагментов длиной 1 м каждый.

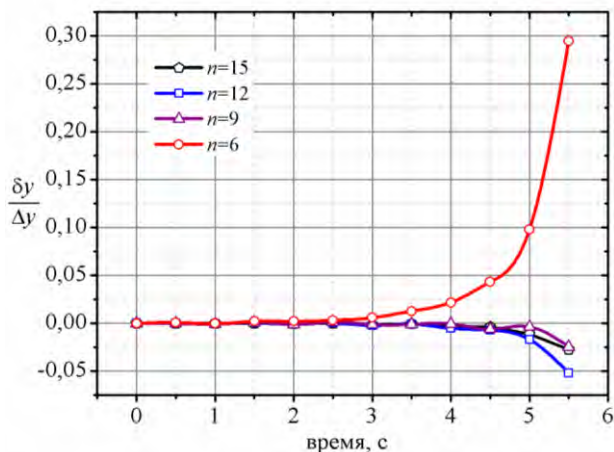


Рис. 5. Зависимость относительного отклонения вертикальной координаты конца падающего стержня от времени при его делении на разное число фрагментов от базового варианта при 18 фрагментах

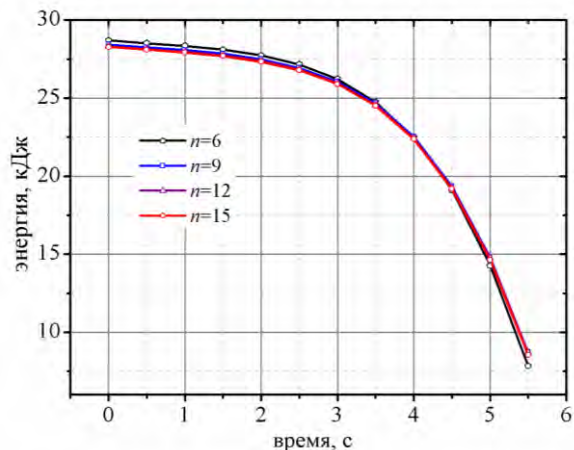


Рис. 6. Зависимость энергии падающего стержня от времени при его делении на разное число фрагментов

Разбиение стержня на 9, 12 или 15 фрагментов обеспечивает примерно одинаковую относительную точность порядка одного процента, так что приемлемы фрагменты длиной 2 м. Разбиение на 6 фрагментов (длиной 3 м) приводит к экспоненциальному росту погрешности моделирования. Интересно отметить, что суммарная энергия системы мало чувствительна к количеству фрагментов, на которые разбивается стержень (рисунок 6).

## РЕЗЮМЕ

Модель Коссера гибкого стержня в виде последовательности жестких фрагментов, соединенных упругими связями, применена к исследованию движения срубленного дерева. Коэффициенты жесткости упругих связей представлены через упругие коэффициенты ортотропного тела. Определен максимальный размер фрагментов ( $\Delta l \leq 2$  м), на которые необходимо разбивать ствол дерева, и максимальный шаг по времени ( $\Delta t = 2 \cdot 10^{-3}$  с), необходимый для устойчивости работы алгоритма.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Борисевич, С. А. Численная модель свободного падения дерева / С. А. Борисевич // Лесной журнал. – 2010. – №4. – С. 46–53.
2. Борисевич, С. А. Воздействие на лесную машину гибкого ствола дерева при его падении / С. А. Борисевич // Механика машин, механизмов и материалов. – 2011. – Вып. 4(17). – С. 54–58.
3. Коротаяев, Л. В. Параметры деревьев и хлыстов как объектов лесозаготовительного производства / Л. В. Коротаяев. – Л.: АЛТИ, 1982. – 80 с.

4. Лохин, В. В. Нелинейные тензорные функции от нескольких тензорных элементов / В. В. Лохин, Л. И. Седов // Прикладная математика и механика. – 1963. – Т. 27, вып. 3. – С. 393–417.
5. Седов, Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. – М.: Наука, 1970. – 492 с.
6. Тимошенко, С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
7. Амензаде, Ю. А. Теория упругости. – М.: Высшая школа, 1976. – 272 с.
8. Снеддон И. Н. Классическая теория упругости / И. Н. Снеддон, Д. С. Бери. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 220 с.
9. Лурье, А. И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 940 с.
10. Борисевич, С. А. Конечно-разностная схема для исследования падения ствола дерева / С. А. Борисевич // Труды БГТУ, сер. II, Лесная и деревообраб. пром-сть. – 2008. – Вып. XVI. – С. 104–107.
11. Allen, M. P. Computer Simulation of Liquids / M.P. Allen, D.J. Tildesley. – Oxford.: Clarendon press, 1999. – 385 p.
12. Самарский, А. А. Разностные методы решения задач газовой динамики / А.А. Самарский, Ю.П. Попов. – М.:Наука, 1992, Изд.3-е, дополн. – 423 с.

#### SUMMARY

*Cosserat model of a flexible rod in the form of a sequence of hard fragments connected by elastic connections is applied to the study of the motion of a felled tree. The coefficients of stiffness of connections are represented through the elastic coefficients of an orthotropic body. The maximum size of the fragments ( $\Delta l \leq 2m$ ) the tree trunk is divided, and the maximum time step ( $\Delta t = 2 \cdot 10^{-3} s$ ) that are necessary for the stability of the integration algorithm are determined.*

**E-mail:** [borsera@mail.ru](mailto:borsera@mail.ru)  
[vvikhre@mail.ru](mailto:vvikhre@mail.ru)

Поступила в редакцию 07.11.2015