

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОФИЛЯ ПЛОСКИХ ПРУЖИН ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ С УЧЕТОМ ХАРАКТЕРА ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА НЕЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

д.т.н. <sup>1</sup>Томило В.А., асп. <sup>2</sup>Кочик Е.В., <sup>1</sup>Тарасюк И.А., <sup>3</sup>Кравчук А.С.

<sup>1</sup>Физико-технический институт НАН Беларуси, Минск  
<sup>2</sup>Белорусский национальный технический университет, Минск  
<sup>3</sup>Белорусский государственный университет, Минск

**Введение.** Плоские пружины переменной толщины находят широкое применение в современных изделиях машиностроения [1]. Спектр их применения чрезвычайно широк: от защиты от ударных нагрузок сельскохозяйственного инвентаря до использования в качестве упругих элементов установок, работающих по принципу накопления энергии, применяемых, в частности, для запуска беспилотных летательных аппаратов.

Конструктивной особенностью плоских пружин и рессор переменной толщины является симметричность их профиля относительно середины и уменьшение ее высоты от середины к краям [1]. Однако условия эксплуатации этих конструктивных элементов с учетом закрепления на одном конце и наличием на другом конце, либо ударных нагрузок, либо высокоскоростной разгрузки приводит к их несимметричному деформированию относительно середины профиля, а при критических значениях к существенному «подгибу» края плоской пружины.

Это диктует необходимость перераспределения массо-инерционных характеристик пружины в смысле обеспечения симметричности деформирования плоской пружины переменной толщины относительно ее середины с помощью смещения ее наиболее массивной части.

Целью данного исследования является разработка методики определения оптимального смещения максимального утолщения профиля пружины переменной толщины на основе использования макросов для ANSYS 10 ED/LS-DYNA [2-4].

В математическом смысле под оптимальным профилем динамически деформированной пружины будем понимать такой профиль, при котором нижняя грань рессоры будет деформироваться симметрично относительно середины ее профиля.

**Геометрические характеристики плоских пружин.** Нижняя грань профиля рессоры описывается уравнением  $y(x) = ax^2 + c$ , где  $c = -al^2$ , а  $(-l, 0)$  и  $(l, 0)$  – координаты нижних концов профиля. Профиль рессоры имеет переменную толщину  $h(x) = h_{\max} + e \left( 1 - \cos \left( \frac{\pi(x - dh)}{l + dh} \right) \right)$ , которая определяется вдоль нормали к точке нижней грани (рисунок 1) [1]. Здесь  $h_{\max}$  – максимальная толщина профиля,  $e$  – эксцентриситет прокатного валка,  $l$  –  $x$ -координата нижнего правого конца профиля,  $dh$  – положение  $h_{\max}$  относительно середины профиля.

Минимальная толщина профиля рессоры будет составлять  $h_{\min} = h_{\max} - 2e$ . Таким образом, верхняя грань профиля рессоры описывается системой:

$$\begin{cases} x(t) = t + \frac{2a h(t)t}{\sqrt{1 + 4a^2 t^2}}, \\ y(t) = 2a^2 t - \frac{h(t)}{\sqrt{1 + 4a^2 t^2}}. \end{cases}$$

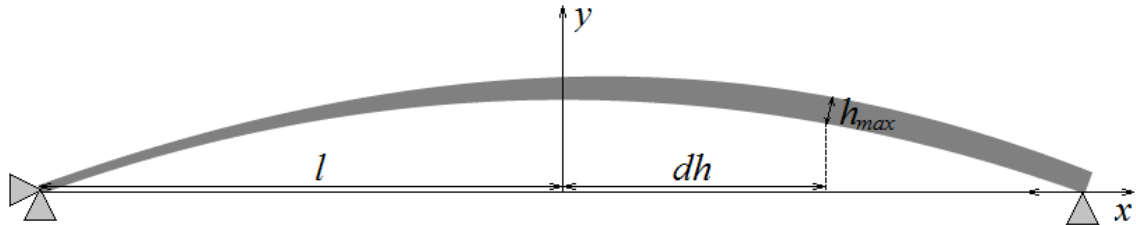


Рис. 1. Модель нагружения рессоры с профилем переменной толщины

**Постановка задачи динамического нагружения правого края недеформированной плоской пружины.** Левый край рессоры имеет неподвижное шарнирное закрепление, правый край может свободно перемещаться вдоль оси  $0x$ . В начальный момент времени рессора находится в состоянии покоя. За промежуток времени  $\Delta t$  правый край рессоры перемещается вдоль оси  $0x$  на расстояние  $u_x$  со скоростью  $v$ , где  $\Delta t = \left| \frac{u_x}{v} \right|$ .

Требуется определить, при каком значении  $dh$  нижняя грань плоской пружины будет изгибаться симметрично относительно оси, проходящей через середину профиля параллельно оси  $0y$  при перемещении правого края со скоростью  $v$ .

При расчетах предполагалось, что материал рессоры – сталь с модулем Юнга  $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Ёа}$ , коэффициентом Пуассона  $\nu = 0.27$  и плотностью  $\rho = 7865 \text{ ёа/Ё}^3$ . Рессора имеет следующие геометрические характеристики:  $l = 0.3 \text{ Ё}$ ,  $a = 0.8$ ,  $h_{\text{max}} = 0.01 \text{ Ё}$ ,  $e = 0.002 \text{ Ё}$ ,  $th = 0.05 \text{ Ё}$  – ширина рессоры. Перемещение правого конца рессоры  $u_x = 0.05 \text{ Ё}$ .

**Решение задачи.** Поставленная задача по оптимизации профиля переменной толщины была решена методом конечных элементов с помощью программных систем ANSYS 10 ED/LS-DYNA. Исходя из характера задачи, использовалась упругая изотропная модель материала рессоры. При построении конечно-элементной модели использовалось упорядоченное разбиение для повышения достоверности полученных результатов.

Поскольку поставленная задача представляет собой решения большого количества однотипных задач, различающихся лишь величинами  $dh$  и  $v$ , то для автоматизации процесса был написан макрос `sprsol.mac`, использующий в качестве аргументов ARG1 и ARG2 эти параметры.

Макрос работает следующим образом: для заданных параметров  $dh$  и  $v$  происходит построение модели, ее разбиение, наложение ограничений и нагрузок, решение задачи и определение максимального отклонений  $\epsilon_{\text{max}}$  от симметричной формы рессоры с записью результата в текстовый файл.

Установлено, что расхождение результатов решения объемной и плоской задач (плоское напряженное состояние) в данном случае будет составлять менее 3.2% (рисунок 2). Учитывая симметричность профиля относительно плоскости  $x0y$  (независимость нагрузки от координаты  $z$ ), а также отсутствия нагрузки на гранях рессоры, параллельных плоскости  $x0y$ , задача может быть сведена к плоскому напряженному состоянию, что существенно сократит количество элементов модели и время решения задачи.

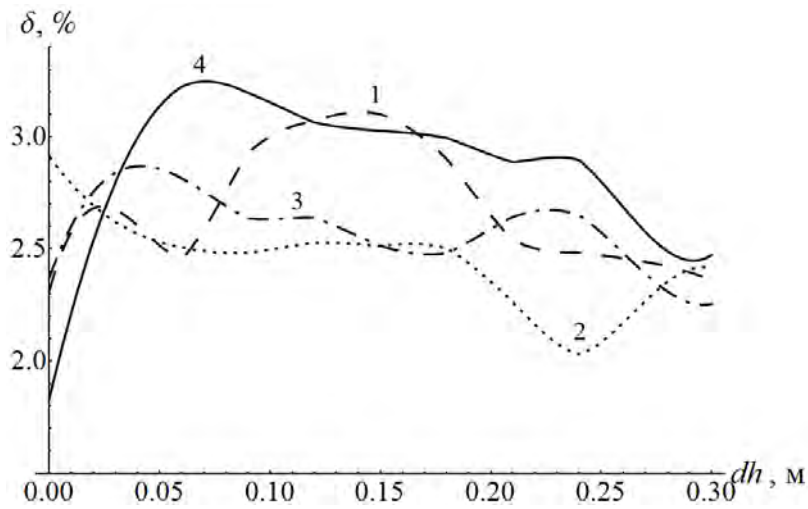


Рис. 2. Расхождение результатов решения объемной и плоской задач:  
1) при  $v = 2.5 \dot{\lambda} / \dot{n}$ ; 2) при  $v = 3.3 \dot{\lambda} / \dot{n}$ ; 3) при  $v = 4.2 \dot{\lambda} / \dot{n}$ ; 4) при  $v = 5 \dot{\lambda} / \dot{n}$

**Результаты вычислений.** В ходе численного эксперимента установлена нелинейная зависимость максимального отклонений  $\varepsilon_{\max}$  от симметричной формы и от скорости перемещения правого края рессоры  $v$  и положения  $dh$  при сжатии рессоры (рисунок 3 а,б).

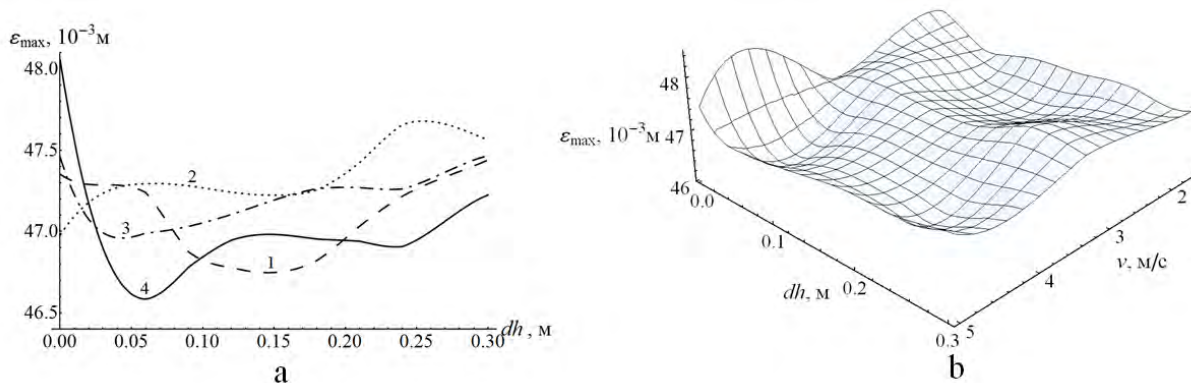


Рис. 3. Зависимости максимального отклонения  $\varepsilon_{\max}$  от (а) положения  $dh$  при сжатии плоской модели рессоры: 1) при  $v = 2.5 \dot{\lambda} / \dot{n}$ ; 2) при  $v = 3.3 \dot{\lambda} / \dot{n}$ ; 3) при  $v = 4.2 \dot{\lambda} / \dot{n}$ ; 4) при  $v = 5 \dot{\lambda} / \dot{n}$ ; и от (б) положения  $dh$  и скорости  $v$  сжатия плоской модели рессоры

Зависимость  $\varepsilon_{\max}$  при сжатии от скорости перемещения правого края рессоры  $v$  и положения  $dh$  имеет сложный характер, однако этой зависимостью необходимо руководствоваться при подборе оптимального профиля в зависимости от скорости сжатия  $v$  (Рисунок 3 а,б). Таким образом, при скоростях сжатия в промежутке от  $1.5 \dot{\lambda} / \dot{n}$  до  $5 \dot{\lambda} / \dot{n}$  оптимальное значение  $dh$  лежит в промежутке от  $0.05 \dot{\lambda}$  до  $0.2 \dot{\lambda}$  (Рисунок 3 а,б). Минимальное значение  $\varepsilon_{\max} = 46.584 \times 10^{-3} \dot{\lambda}$  достигается при скорости сжатия  $v = 4.17 \dot{\lambda} / \dot{n}$  и положении  $dh = 0.06 \dot{\lambda}$ .

**Результаты решения задачи о расслаблении предварительно сжатой плоской пружины переменной толщины.** При разработке методики оптимизации геометрических параметров плоских пружин переменной толщины рассмотрена также обратная задача – оптимизация при высокоскоростной разгрузке профиля предварительно сжа-

той пружины. Решение данной задачи практически аналогично решению предыдущей задачи, т.к. предварительное сжатие рессоры осуществляется с постоянной скоростью, соответствующей квазистатическому процессу, а скорость распрямления зависит от массы груза на ее свободном конце.

При распрямлении рессоры после предварительного сжатия зависимость максимального отклонения  $\varepsilon_{\max}$  от скорости перемещения правого края рессоры  $v$  и положения  $dh$  имеет нелинейный характер, однако данная зависимость имеет более доступный для анализа вид в сравнении с зависимостью при сжатии (Рисунок 4 а,б). Этой зависимостью необходимо руководствоваться при подборе оптимального профиля в зависимости от скорости распрямления рессоры  $v$ .

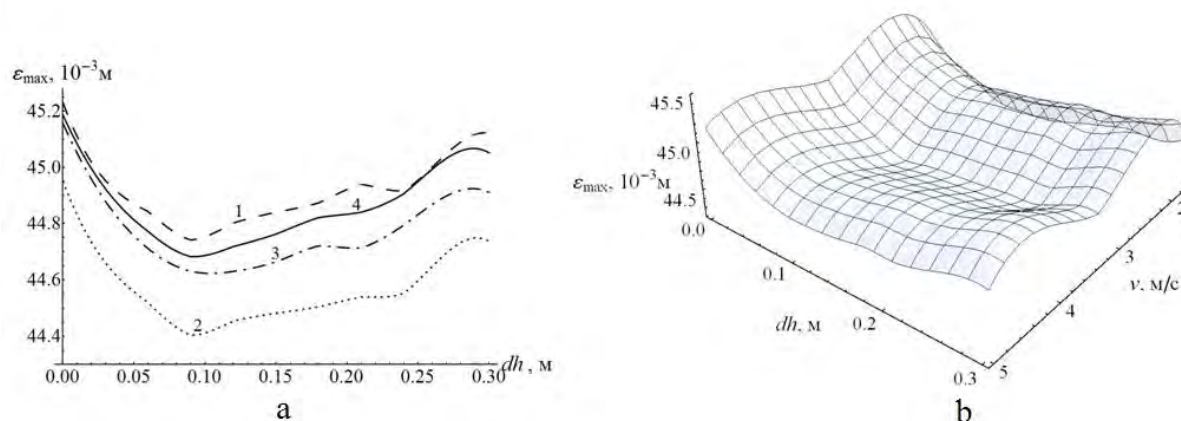


Рис. 4. Зависимости максимального отклонения  $\varepsilon_{\max}$  от (а) положения  $dh$  при распрямлении плоской модели рессоры: 1) при  $v = 2.5 \dot{\iota} / \ddot{n}$ ; 2) при  $v = 3.3 \dot{\iota} / \ddot{n}$ ; 3) при  $v = 4.2 \dot{\iota} / \ddot{n}$ ; 4) при  $v = 5 \dot{\iota} / \ddot{n}$ ; и от (б) положения  $dh$  и скорости  $v$  распрямления плоской моделей рессоры

Исходя из результатов численного эксперимента, при скоростях распрямления в промежутке от  $1.5 \dot{\iota} / \ddot{n}$  до  $5 \dot{\iota} / \ddot{n}$  оптимальное значение  $dh$  лежит в промежутке от  $0.05 \dot{\iota}$  до  $0.015 \dot{\iota}$  (Рисунок 4 а,б). Минимальное значение  $\varepsilon_{\max} = 44.313 \times 10^{-3} \dot{\iota}$  достигается при скорости распрямления  $v = 1.67 \dot{\iota} / \ddot{n}$  и положения  $dh = 0.09 \dot{\iota}$ .

### Выводы.

Разработана методика оптимизации параметров плоской пружины переменной толщины, учитывающая характер ее динамического нагружения.

Это позволяет выбирать параметры плоских пружин с учетом особенностей их эксплуатации, что, несомненно, увеличит срок их службы.

### РЕЗЮМЕ

Разработана методика оптимизации параметров плоской пружины переменной толщины учитывающая характер ее динамического нагружения. Это позволяет выбирать параметры плоских пружин с учетом особенностей их эксплуатации, что, несомненно, увеличит срок их службы.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Клубович, В.В. Технологии изготовления и обработки специальных периодических профилей /В.В. Клубович, В.А. Томило – Минск: БНТУ, 2007. – 298 с.
2. Кравчук, А.С. Электронная библиотека механики и физики. Лекции по ANSYS/LS-DYNA и основам LS-PREPOST с примерами решения задач [Электронный ресурс]: курс лекций для студентов механико-математического факультета, обучающихся по специальности 1-31 03 02 «Механика (по направлениям)». В 3 ч. Ч. 1. ANSYS/LS-

- DYNA. Общая характеристика интерфейса и средств создания твердотельной модели детали. Использование моделей материалов и типов конечных элементов LS-DYNA / А. С. Кравчук, А. И. Кравчук. – Минск : БГУ, 2013. – 161 с. : ил. – Библиогр.: с. 158–159. –Загл. с тит. экрана –Деп. в БГУ 18.06.2013, № 001918062013. Режим доступа:<http://elib.bsu.by/handle/123456789/44277>
3. Кравчук, А.С. Электронная библиотека механики и физики. Лекции по ANSYS/LS-DYNA и основам LS-PREPOST с примерами решения задач [Электронный ресурс]: курс лекций для студентов механико-математического факультета, обучающихся по специальности 1-31 03 02 «Механика (по направлениям)». В 3 ч. Ч. 2. Ограничения и нагрузки в ANSYS/LS-DYNA. Решение поставленных задач и просмотр результатов решения в ANSYS/LS-DYNA / А. С. Кравчук, А. И. Кравчук. – Минск : БГУ, 2013. – 122 с. : ил. – Библиогр.: с. 119–120. –Загл. с тит. экрана –Деп. в БГУ 18.06.2013, № 002018062013. Режим доступа:<http://elib.bsu.by/handle/123456789/44280>
4. Кравчук, А.С. Электронная библиотека механики и физики. Лекции по ANSYS/LS-DYNA и основам LS-PREPOST с примерами решения задач [Электронный ресурс]: курс лекций для студентов механико-математического факультета, обучающихся по специальности 1-31 03 02 «Механика (по направлениям)». В 3 ч. Ч. 3. Основные элементы графического интерфейса LS-PREPOST / А. С. Кравчук, А. С. Чашинский, А. И. Кравчук. – Минск : БГУ, 2013. – 74 с. : ил. – Библиогр.: с. 71–72. –Загл. с тит. экрана –Деп. в БГУ 18.06.2013, № 002118062013. Режим доступа:<http://elib.bsu.by/handle/123456789/44281>

#### SUMMARY

*The method of optimizing the parameters of the flat spring with variable thickness taking into account the nature of dynamic loading is developed. This allows you to choose the parameters of the flat springs taking into account the features of their operation, which will certainly increase their service life.*

**E-mail:** [stamila@rambler.ru](mailto:stamila@rambler.ru)  
[zhenjatomilo@gmail.com](mailto:zhenjatomilo@gmail.com)  
[jege.the.owl@gmail.com](mailto:jege.the.owl@gmail.com)  
[ask\\_Belarus@inbox.ru](mailto:ask_Belarus@inbox.ru)

Поступила в редакцию 23.10.2015