

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОЗВЕННЫХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

к.т.н. Анципорович П.П., к.т.н. Акулич В.К., к.т.н. Дубовская Е.М.

Белорусский национальный технический университет, Минск

При исследовании динамической нагруженности машинного агрегата начальным этапом расчетов является определение кинематических характеристик исполнительных рычажных механизмов. Для основных типов четырехзвенных плоских рычажных механизмов выражения для этих параметров имеются в литературе, например [1, 3]. Многозвенный механизм 2-го класса с числом степеней свободы $W = 1$ можно представить как совокупность последовательных соединений простейших (базовых) четырехзвенных механизмов, для каждого из которых начальным звеном является выходное звено предыдущего механизма. Так, например, шестизвенный механизм (рис. 1) можно рассматривать как последовательное соединение шарнирного четырехзвенника $OABC$ и кривошипно-ползунного механизма CBD , причем начальным звеном кривошипно-ползунного механизма является выходное звено 3 шарнирного четырехзвенника.

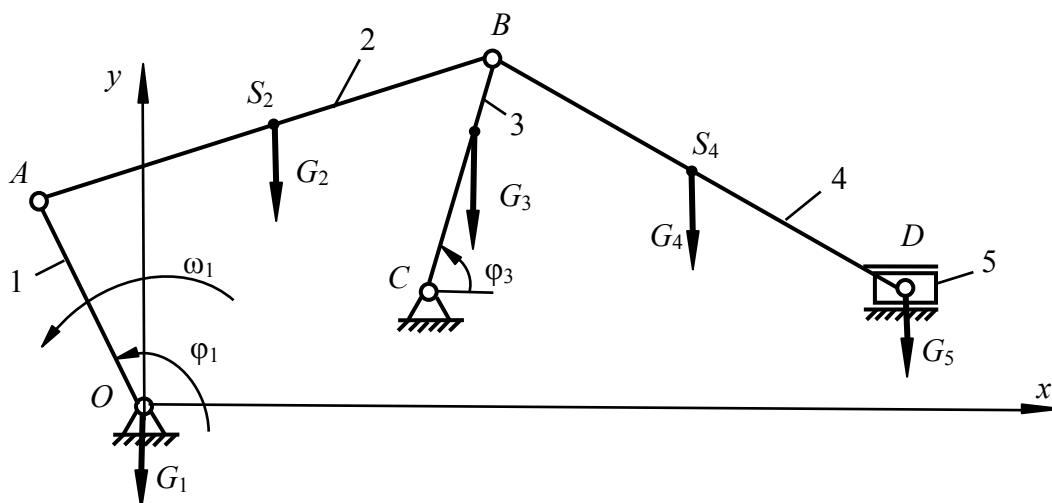


Рис. 1. Последовательное соединение шарнирного четырехзвенника и кривошипно-ползунного механизмов

При таком подходе передаточная функция i_{41} может быть представлена как

$$i_{41} = \frac{d\varphi_4}{d\varphi_1} = \frac{d\varphi_4}{d\varphi_3} \cdot \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} = i_{43} \cdot i_{31}, \quad (1)$$

причем выражение i_{43} аналогично выражению i_{21} для кривошипно-ползунного механизма [2]. При этом следует выполнить соответствующую замену индексов, а выражение i_{31} – это известная характеристика шарнирного четырехзвенника.

Производная передаточной функции i_{41} получается следующим образом:

$$\frac{d i_{41}}{d \varphi_1} = \frac{d i_{43}}{d \varphi_3} \cdot i_{31}^2 + i_{43} \cdot \frac{d i_{31}}{d \varphi_1}.$$

Аналогичным образом составляется передаточная функция и ее производная для звена 5:

$$i_{51} = i_{53} \cdot i_{31}, \quad (2)$$

$$\frac{d i_{51}}{d \varphi_1} = \frac{d i_{53}}{d \varphi_3} \cdot i_{31}^2 + i_{53} \cdot \frac{d i_{31}}{d \varphi_1},$$

причем выражение i_{53} аналогично выражению i_{31} для кривошипно-ползунного механизма [2] с учетом изменений в индексации.

Подобным образом могут быть получены проекции аналогов скорости и ускорения точки S_4 :

$$x'_{S41} = x'_{S43} \cdot i_{31}, \quad y'_{S41} = y'_{S43} \cdot i_{31},$$

$$x''_{S41} = x''_{S43} \cdot i_{31}^2 + x'_{S43} \cdot i'_{31},$$

$$y''_{S41} = y''_{S43} \cdot i_{31}^2 + y'_{S43} \cdot i'_{31},$$

где $x'_{S43} = \frac{d x_{S4}}{d \varphi_3}$, $y'_{S43} = \frac{d y_{S4}}{d \varphi_3}$, $x''_{S43} = \frac{d^2 x_{S4}}{d \varphi_3^2}$, $y''_{S43} = \frac{d^2 y_{S4}}{d \varphi_3^2}$.

В тех случаях, когда образование многозвенного механизма непосредственно нельзя представить как последовательное соединение простейших четырехзвенных механизмов, определение кинематических характеристик такого механизма можно выполнить с помощью вспомогательного замкнутого контура с переменной длиной вектора. Такой прием и в этих случаях позволит использовать примененную выше методику, основанную на принципе последовательного соединения базовых механизмов.

Для иллюстрации сказанного рассмотрим механизм, схема которого изображена на рис. 2.

Используем вспомогательный контур $OADO$, в котором вектор $\vec{r}_D = \overline{OD}$ имеет переменную длину $|\vec{r}_D| = \sqrt{x_D^2 + y_D^2}$. Уравнение замкнутости этого контура в проекциях имеет вид:

$$l_{OA} \cos \varphi_1 + l_{AD} \cos \varphi_2 = r_D \cos \varphi_D, \quad (3)$$

$$l_{OA} \sin \varphi_1 + l_{AD} \sin \varphi_2 = r_D \sin \varphi_D. \quad (4)$$

Из уравнений (3) и (4) определяется угол φ_D . После дифференцирования уравнений (3) и (4) по обобщенной координате φ_1 и последующего поворота коор-

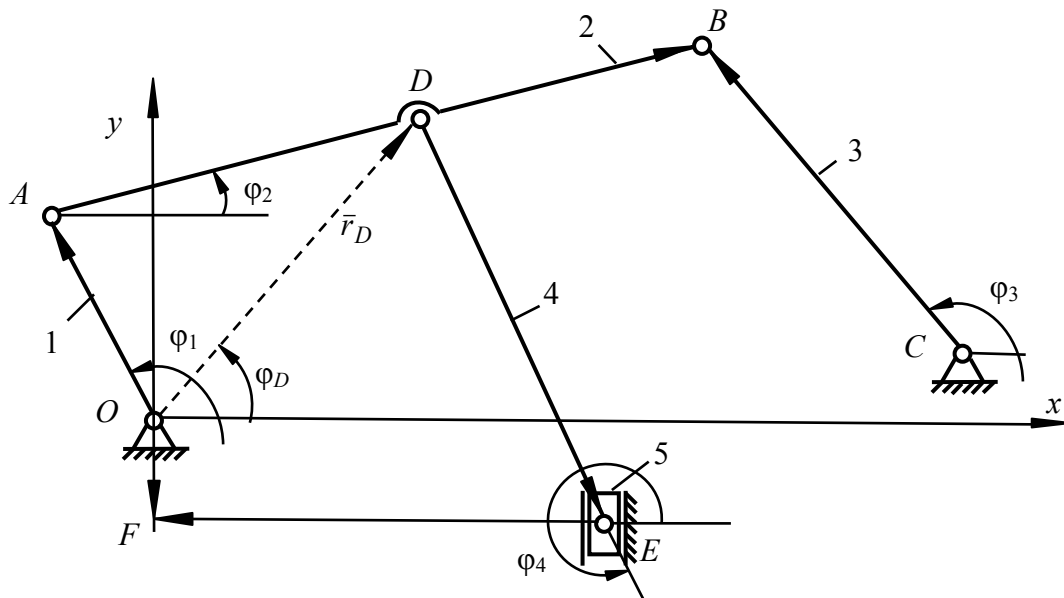


Рис. 2. Применение вспомогательного замкнутого векторного контура с переменной длиной вектора

динатных осей на угол φ_D могут быть получены производные φ_D' и r_D' , а после повторного дифференцирования уравнений (3) и (4) аналогично получаются вторые производные φ_D'' и r_D'' .

Угол φ_2 , а также i_{21} и i_{21}' находятся, как для базового шарнирного четырехзвенника.

Далее рассматривается замкнутый контур $ODEFO$ кривошипно-ползунного механизма с переменным радиусом кривошипа r_D . Уравнение замкнутости этого контура в проекциях имеет вид:

$$r_D \cos \varphi_D + l_4 \cos \varphi_4 = x_E, \quad (5)$$

$$r_D \sin \varphi_D + l_4 \sin \varphi_4 = y_E. \quad (6)$$

Из уравнений (5) и (6) определяется угол φ_4 . После дифференцирования уравнений (5) и (6) по φ_D можно определить производные $\frac{d\varphi_4}{d\varphi_D}$ и $\frac{dy_E}{d\varphi_D}$, а после повторного дифференцирования уравнений (5) и (6) можно получить выражения вторых производных $\frac{d^2\varphi_4}{d\varphi_D^2}$ и $\frac{d^2y_E}{d\varphi_D^2}$.

Производные $\frac{dr_D}{d\varphi_D}$ и $\frac{d^2r_D}{d\varphi_D^2}$ находятся следующим образом:

$$\frac{dr_D}{d\varphi_D} = \frac{dr_D}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{d\varphi_D} = \frac{r_D'}{\varphi_D'}$$

$$\frac{d^2r_D}{d\varphi_D^2} = \frac{\frac{d^2r_D}{d\varphi_1^2} \cdot \frac{d\varphi_1}{d\varphi_D} \cdot \frac{d\varphi_D}{d\varphi_1} - \frac{d^2\varphi_D}{d\varphi_1^2} \cdot \frac{d\varphi_1}{d\varphi_D} \cdot \frac{dr_D}{d\varphi_1}}{(\varphi_D')^2} = \frac{r_D'' - \varphi_D'' \cdot \frac{dr_D}{d\varphi_D}}{(\varphi_D')^2}.$$

В результате передаточные функции i_{41} и i_{51} данного механизма можно получить, исходя из представления о последовательном соединении двух рассмотренных замкнутых контуров:

$$i_{41} = i_{4r_D} \cdot i_{r_{D1}} = \frac{d\varphi_4}{d\varphi_D} \cdot \varphi'_{D}, \quad i_{51} = i_{5r_D} \cdot i_{r_{D1}} = \frac{dy_E}{d\varphi_D} \cdot \varphi'_{D}.$$

Получается полная аналогия с выражениями i_{41} (1) и i_{51} (2) для механизма, изображенного на рис. 1.

При решении задач динамики также можно использовать представление о последовательном соединении базовых механизмов. В частности, приведенный момент сил сопротивления для механизма, изображенного на рис. 1, можно представить в виде

$$M_{II}^C = -G_2 y'_{S2} - G_3 y'_{S3} + i_{31} \cdot M_{II2}^C,$$

$$\text{где } M_{II2}^C = -G_4 y'_{S43} + F_5 i_{53}, \quad (7)$$

причем выражение (7) аналогично соответствующему выражению для базового кривошипно-ползунного механизма [2].

Переменная составляющая приведенного момента инерции механизма может быть представлена следующим образом:

$$I_{II}'' = m_2 \left[(x'_{S2})^2 + (y'_{S2})^2 \right] + I_{S2} i_{21}^2 + m_3 \left[(x'_{S3})^2 + (y'_{S3})^2 \right] + I_{S3} i_{31}^2 + i_{31}^2 I_{II(45)3},$$

где $I_{II(45)3}$ – приведенный к звену 3 момент инерции звеньев 4 и 5, который определяется, как для базового кривошипно-ползунного механизма:

$$I_{II(45)3} = m_4 \left[(x'_{S43})^2 + (y'_{S43})^2 \right] + I_{S4} i_{43}^2 + m_5 i_{53}^2.$$

При определении производной $\frac{dI_{II}}{d\varphi_1}$ к известному выражению $\frac{dI_{II}}{d\varphi_1}$ для шарнирного четырехзвенника $OABC$ добавляется слагаемое

$$\frac{dI_{II(45)}}{d\varphi_1} = 2I_{II(45)3} i_{31} i'_{31} + \frac{dI_{II(45)3}}{d\varphi_3} i_{31}^3,$$

где выражение $\frac{dI_{II(45)3}}{d\varphi_3}$ определяется, как для кривошипно-ползунного механизма, но с заменой индексов.

РЕЗЮМЕ

В данной работе представлены разработанные авторами основные теоретические положения определения кинематических и динамических характеристик рычажных механизмов

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 640 с.
2. Анципорович, П.П. Динамика машин и механизмов в установившемся режиме движения / П.П. Анципорович, В.К. Акулич, Е.М. Дубовская. – Минск: БНТУ, 2014. – 40 с.
3. Исследование динамической нагруженности машинного агрегата с применением ЭВМ. Методические указания по курсовому проектированию по курсу «Теория механизмов и машин» / Сост.: П.П. Анципорович, В.К. Акулич;. – Минск: БПИ, 1986. – 72 с.

SUMMARY

This paper presents the authors developed the basic theoretical position determination of kinematic and dynamic characteristics of the lever mechanisms.

E-mail: tmm@bntu.by

Поступила в редакцию 11.10.2015