

УДК 531.45:539.622

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНОЙ АДГЕЗИИ МЕТОДОМ СВОБОДНЫХ МИКРОКАЧАНИЙ МАЯТНИКА

И. З. ДЖИЛАВДАРИ\*, Н. Н. РИЗНООКАЯ

Экспериментально и теоретически исследована зависимость периода малых свободных колебаний от амплитуды маятника, который опирается двумя шариками на плоскую поверхность. Установленная зависимость объясняется действием сил адгезии на пятне контакта. Получены оценки давления и плотности энергии адгезионного взаимодействия.

**Ключевые слова:** контактная адгезия, физический маятник, амплитуда, период колебаний.

**Введение.** В настоящее время в связи с развитием микро- и нанотехники проводятся широкие исследования сил взаимодействия тел при их взаимном сближении и удалении, а также при их контакте на малых участках поверхности. С этой целью используются как специально разработанные адгезиометры, так и силовые зондовые микроскопы [1–5]. Применение таких приборов сопряжено с рядом методических и технических проблем, существенно ограничивающих точность измерений [2, 3, 5].

Авторами данной статьи ранее было показано, что, анализируя характер затухания амплитуды свободных колебаний физического маятника, опирающегося двумя шариками на исследуемую плоскую поверхность, при малых амплитудах можно получить оценку работы адгезии на отрыв и общие потери энергии на гистерезис сил упругости и адгезии [6]. Однако эти потери было трудно разделить.

Существует еще один канал информации о взаимодействии шариков и поверхности — характерная зависимость периода колебаний от амплитуды [7]. При опоре шариков на плоскую недеформируемую поверхность и отсутствии адгезии период колебаний маятника определяется действием силы тяжести и моментом инерции маятника. В области малых амплитуд зависимость периода  $T$  от амплитуды  $\alpha$  дается хорошо известной формулой математического маятника [8]

$$T(\alpha) \approx T_0 \left( 1 + \frac{\alpha^2}{16} \right). \quad (1)$$

График зависимости  $\frac{T(\alpha)}{T_0} - 1$  в интервале амплитуд 0–150 угл. сек, построенный на основании этой формулы, показан на рис. 1. Типичные экспериментальные зависимости  $T(\alpha)$  в данном интервале амплитуд, которые показаны на рис. 2,  $a$  — 4,  $a$ , имеют другой вид, и изменение периода на шесть порядков превышает изменение периода на рис. 1.

Подобная зависимость периода от амплитуды впервые была замечена в экспериментах по качанию маятника, опирающегося двумя стальными шариками на поверхность резины [9]. Ее объясни-

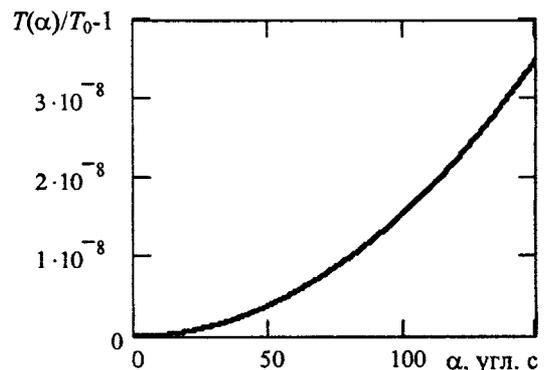


Рис. 1. Теоретическое изменение периода колебаний физического маятника при изменении амплитуды колебаний на плоской недеформируемой поверхности при отсутствии трения

Белорусский национальный технический университет. Беларусь, 220013, г. Минск, просп. Независимости, 65.

\* Автор, с которым следует вести переписку. e-mail: gilavdary@mail.ru.

ли тем, что при малых амплитудах колебаний шарики не перемещаются по поверхности резины, а поворачиваются вместе с пятном контакта. Аналогичная зависимость была обнаружена и в исследованиях колебаний маятника на поверхностях твердых материалов, в которых было установлено, что она имеет универсальный характер [10].

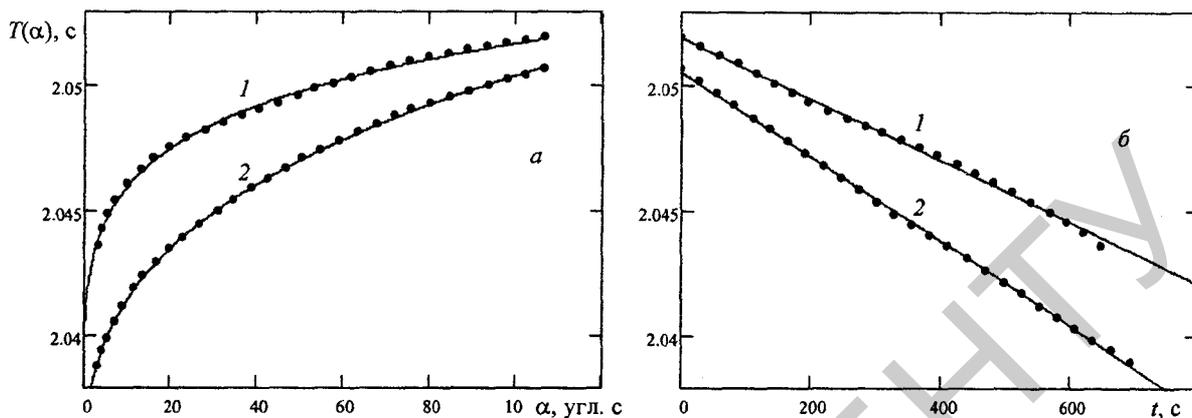


Рис. 2. Зависимости периода колебаний маятника от амплитуды (а) и времени (б) при контакте шариков с кремниевой пластиной с шероховатостью поверхности  $R_a = 0,4$  нм (1) и  $R_a = 0,1$  нм (2). Точки — эксперимент, сплошные линии — результаты аппроксимации

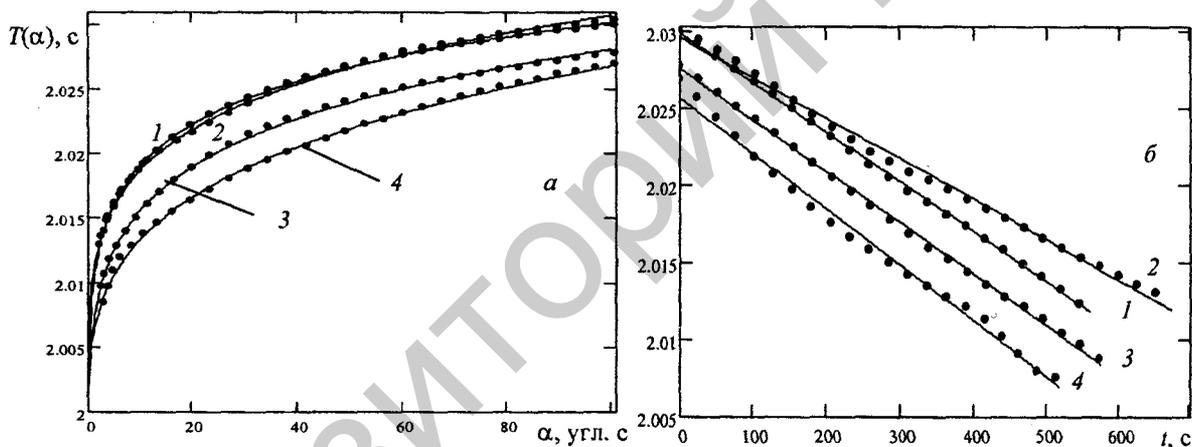


Рис. 3. Зависимости периода колебаний маятника от амплитуды (а) и времени (б) при контакте шариков с оптическим стеклом К8, поверхность которого обработана парами воды (1), диэтиловым эфиром (ЧДА) (2), изопропиловым спиртом (ХЧ) (3) и керосином (ТУ2388-004-23172471-98) (4). Точки — эксперимент, сплошные линии — результаты аппроксимации

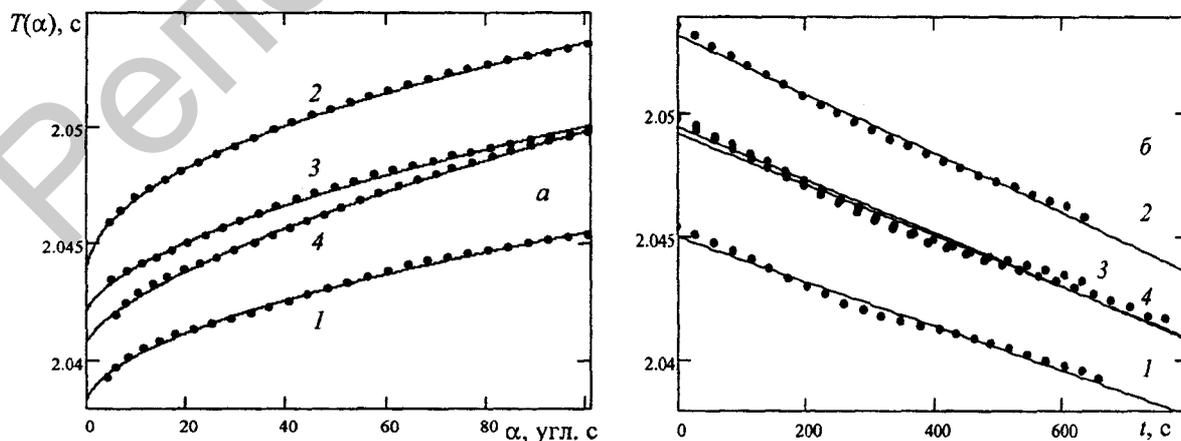


Рис. 4. Зависимости периода колебаний маятника от амплитуды (а) и времени (б) при контакте шариков со сталью. Обозначения те же, что на рис. 3

**Цель работы** — объяснить наблюдаемую зависимость периода колебаний маятника от амплитуды.

**Экспериментальные исследования и их результаты.** Экспериментальная установка схематически показана на рис. 5. Масса маятника составляла  $m = 1,256$  кг. Маятник был сбалансирован так, чтобы в положении равновесия его центр тяжести находился на пятне контакта. При малых амплитудах колебаний это позволяло исключить проскальзывание шариков и существенно уменьшить влияние вибраций основания. Шарики были выполнены из прессованного корундового порошка и имели радиус  $R = 5$  мм и параметр шероховатости поверхности  $R_a \approx 20$  нм. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала шариков составляли, соответственно,  $E_{ш} \approx 310$  ГПа и  $\nu_{ш} \approx 0,27$ . Исследования проводили на поверхности пластин, вырезанных из монокристалла кремния  $\langle 111 \rangle$ , с параметрами шероховатости  $R_a \approx 0,4$  нм и  $R_q \approx 0,1$  нм, а также на поверхностях оптического стекла К8 и стальных концевых мер длины. Модуль Юнга стекла составлял  $E \approx 82$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu \approx 0,21$ ; для кремния  $E \approx 131$  ГПа и  $\nu \approx 0,27$ , для стали  $E \approx 200$  ГПа,  $\nu \approx 0,3$ .

Статические деформации шариков и поверхности материалов рассчитывали по формулам Герца [11]. Радиус  $a$  пятна контакта шариков для всех испытываемых материалов находился в интервале от  $\approx 77$  до  $\approx 91$  мкм, контактный угол  $\alpha_c = a/R$  — в интервале от 52 до 61 угл. мин. Глубина внедрения шарика в исследуемые материалы не превышала 0,46—1,50 мкм. Начальная амплитуда колебаний составляла  $\alpha_0 \approx 160$  угл. сек. Поэтому максимальное смещение пятна контакта по горизонтали не превышало 4 мкм, а деформация материала в вертикальном направлении на крае пятна контакта была  $< 0,07$  мкм.

На опыте измеряли зависимости амплитуды и периода колебаний маятника от времени. Маятник отклоняли до упора и затем отпускали. Чтобы исключить влияние переходных процессов, возбуждаемых при отпускании маятника, обработку результатов зависимости  $T(\alpha)$  проводили для начальной амплитуды, равной  $\approx 100$  угл. сек. Также для уменьшения влияния вибраций основания анализ результатов заканчивался при  $\approx 2$  угл. сек. Перед каждым опытом поверхности стекла и стали предварительно протирали одной из указанных жидкостей (см. подпись к рис. 3), после чего каждый раз вытирали их насухо, что позволяло снизить влияние капиллярных эффектов. Результаты измерения зависимостей периода колебаний от времени представлены на рис. 2, б — 4, б. Следует отметить, что во всех опытах период колебаний маятника с увеличением времени уменьшался по закону, близкому к линейному.

Отметим также, что шарики не оставляли на поверхности испытываемых материалов визуально заметных следов.

**Теория и численные оценки.** В существующих теориях колебаний маятника зависимость (1) периода физического маятника от амплитуды обычно объясняют нелинейной зависимостью момента силы тяжести от амплитуды. В рассматриваемом интервале амплитуд данный эффект пренебрежимо мал. В этих теориях учет сил трения в области малых амплитуд приводит лишь к увеличению периода с уменьшением амплитуды, причем это изменение оказывается значительно меньшим, чем на опыте [7, 8, 10]. Трение по закону Амонтона-Кулона (сухое трение), как известно, вообще не влияет на период колебаний в системе с линейной восстанавливающей силой. Поэтому наблюдаемую зависимость периода от амплитуды можно объяснить действием на маятник сил и эффектов, отличных от силы тяжести и от эффектов, связанных с диссипацией энергии, напри-

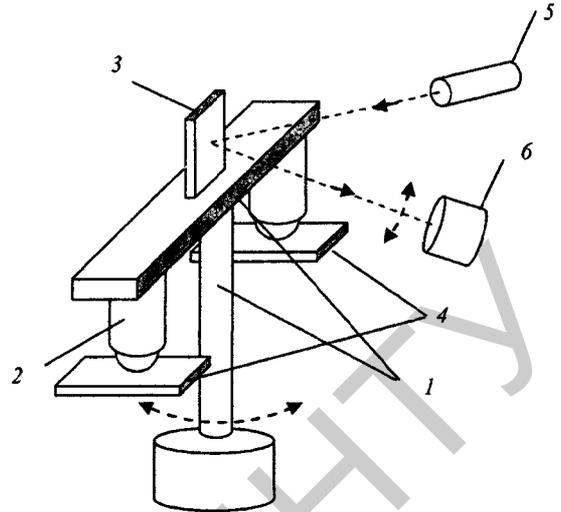


Рис. 5. Схема измерительной установки: 1 — маятник; 2 — держатель шарика; 3 — зеркало, установленное на маятнике; 4 — две одинаковые пластины из исследуемого материала; 5 — лазер; 6 — ПЗС-фотоприемник. Сигнал фотоприемника содержит информацию об амплитуде, периоде и текущем времени колебаний

мер, пластических деформаций. Такими силами могут быть лишь консервативные составляющие сил упругости и адгезии.

В квазистатическом режиме качаний шариков момент упругих сил, действующих на шарики, равен нулю. Также трудно представить, чтобы протирка поверхностей жидкостью могла существенно изменить модуль упругости стекла или стали. Поэтому результаты экспериментов, представленные на рис. 2–4, можно объяснить лишь влиянием сил адгезии.

На рис. 6 показано перемещение  $r = R\varphi$  пятна контакта при повороте шарика без скольжения вместе с маятником на угол  $\varphi$ . Передняя часть шарика наезжает на участок поверхности опоры  $\sqrt{a^2 - y^2} < x < r + \sqrt{a^2 - y^2}$ , где контактное давление растет. Одновременно задняя часть шарика отделяется от опорной поверхности, контакт шарика и опорной поверхности сохраняется на участке пятна контакта  $r - \sqrt{a^2 - y^2} < x < \sqrt{a^2 - y^2}$ , где контактное давление уменьшается.

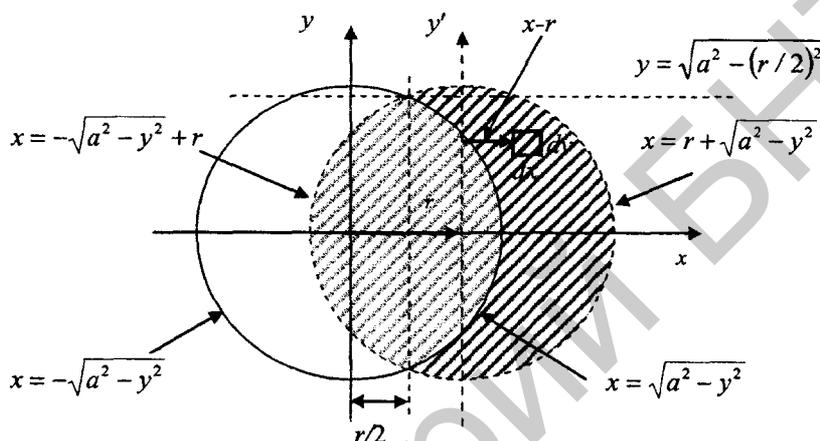


Рис. 6. Геометрия сдвига пятна контакта при перемещении шарика на расстояние  $r$  (вид на пятно сверху)

Введем величину  $\gamma$ , равную давлению сил адгезии. Будем считать, что  $\gamma = \text{const}$  и момент сил адгезии  $M_1$ , действующий на передней части пятна контакта, растет пропорционально величине  $A + |\varphi|^n$ , а момент сил  $M_2$ , действующий на задней части пятна контакта, убывает пропорционально  $A - |\varphi|^n$ , где  $A$  — постоянная, учитывающая влияние сил адгезии при  $\varphi = 0$  и которая в окончательных формулах пропадает. Значение параметра  $n$  должно определяться из опыта. В неподвижной системе координат момент сил адгезии, действующий на шарики на участке площадью  $dxdy$  (рис. 6), имеет вид

$$dM_1(\varphi) = -\gamma(A + |\varphi|^n)(x - R\varphi)(\text{sign}\varphi)dxdy, \quad (2)$$

где  $x - R\varphi$  — плечо этой силы относительно диаметра пятна контакта. Интегрируя (2) на передней части пятна контакта, найдем момент сил адгезии  $M_1(\varphi)$ . Аналогично найдем момент сил адгезии  $M_2(\varphi)$  на задней части пятна контакта. Результирующий момент этих сил равен  $M(\varphi) = M_1(\varphi) + M_2(\varphi)$ , или

$$M(\varphi) = -2\gamma a^2 R\varphi^{n+1} \left( \frac{\pi}{2} - \frac{R}{a}\varphi \right) \text{sign}(\varphi). \quad (3)$$

Получим теперь формулу для зависимости  $T(\alpha)$ . Дифференциальное уравнение колебаний маятника в области малых амплитуд имеет вид

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = \omega_0^2 \frac{M(\varphi)}{mgR}, \quad (4)$$

где  $\omega_0^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{mgR}{I}$  — угловая частота колебаний маятника на недеформируемом основании под

действием силы тяжести при отсутствии сил адгезии;  $I$  — момент инерции маятника относительно мгновенной оси вращения. Решая это уравнение в первом приближении асимптотической теории [8], найдем, что искомая зависимость имеет следующий вид:

$$T(\alpha) = T_0 \left[ 1 - \frac{2\gamma}{mg} a^2 \alpha^n \left( \frac{\pi}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{R}{a} \frac{\Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+5}{2}\right)} \alpha \right) \right]^{-1} \quad (5)$$

При неизвестном значении параметра  $n$  формулу (5) трудно использовать для аппроксимации экспериментальных зависимостей ввиду сложности вычисления производной от гамма-функции. Поэтому заменим эту функцию ее асимптотическим представлением [12]:

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}n + c\right) \approx \sqrt{2\pi} \left(\frac{1}{2}n\right)^{\frac{1}{2}n+c-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}n\right), \quad (6)$$

где  $c$  — постоянная. В этом случае формула (5) примет вид

$$T(\alpha) = T_0 \left[ 1 - 2\sqrt{\frac{2}{n}} \frac{\gamma}{mg} a^2 \alpha^n \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{R}{a} \alpha \right) \right]^{-1} \quad (7)$$

Результаты аппроксимации экспериментальных зависимостей периода колебаний от амплитуды показаны на рис. 2,  $a = 4$ ,  $a$  в виде сплошных линий. Видно, что формула (7) позволяет обеспечить хорошее согласие теории и эксперимента. Значения полученных при этом параметров аппроксимации представлены в таблице, где приведенный модуль упругости вычисляли по извест-

ной формуле  $E_{пр} = \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2}\right)^{-1}$  [11].

Результаты аппроксимации и численных оценок

Материал	Стекло ( $E_{пр} = 6,1 \cdot 10^{10}$ Н/м <sup>2</sup> )				Сталь ( $E_{пр} = 1,3 \cdot 10^{11}$ Н/м <sup>2</sup> )				Кремний ( $E_{пр} = 9,9 \cdot 10^{10}$ Н/м <sup>2</sup> )	
	Вода	Эфир	Спирт	Керосин	Вода	Эфир	Спирт	Керосин	$R_a = 0,4$ нм	$R_a = 0,1$ нм
Обработка поверхности									Чистая	Чистая
$T_0$ , с	1,975	1,996	1,986	1,997	2,038	2,044	2,042	2,041	2,0347	2,0335
$\gamma$ , $10^7$ Па	1,27	2,08	1,84	3,87	18,9	15,0	33,7	66,0	1,25	5,24
$n$	0,10	0,19	0,16	0,27	0,56	0,49	0,62	0,68	0,19	0,34
$k$ , $10^{-6}$ с <sup>-1</sup>	15,9	13,0	16,5	17,9	4,37	5,86	5,24	5,03	6,00	8,20
$T(0)^*$ , с	2,030	2,029	2,027	2,026	2,045	2,053	2,049	2,049	2,052	2,051
$M_{макс}$ , мкН·м	0,17	0,14	0,16	0,15	0,11	0,13	0,12	0,15	30	40
$W_{макс}$ , пДж	41	34	38	116	21	28	24	28	7,3	9,3
$\sigma_{макс}$ , мДж/м <sup>2</sup>	1,73	1,42	1,60	4,83	1,34	1,76	1,50	1,75	0,39	0,49

Из данных таблицы видно, что значения параметров  $T_0$ ,  $\gamma$  и  $n$  коррелируют со значениями приведенного модуля упругости. Отсюда можно сделать вывод, что упругость кремния вблизи поверхности зависит от ее шероховатости.

Получим оценки максимальных значений моментов силы и энергии, обусловленных адгезионным взаимодействием поверхности шариков и поверхностей исследуемых материалов. Энергию взаимодействия будем вычислять по формуле  $W = \int_0^{\alpha} M(\varphi) d\varphi$ . Учитывая (3), имеем:

$$W(\alpha) = 2\gamma R a^2 \alpha^{n+2} \left[ \frac{1}{2(n+2)} - \frac{1}{n+3} \frac{R}{a} \alpha \right]. \quad (8)$$

Найдем плотность энергии адгезионного взаимодействия, развиваемого на пятне контакта,  $\sigma(\alpha) \approx W(\alpha)/(\pi a^2)$ . Значения  $W$  и  $\sigma$ , рассчитанные при максимальном значении  $\alpha$ , представлены в таблице. Значения  $\sigma_{\text{макс}}$  совпали по порядку величины со значениями аналогичного параметра, полученными в [2] с помощью силового зондового микроскопа.

Из формулы (7) в первом приближении можно найти аналитический вид зависимости амплитуды колебаний от времени, не прибегая к каким-либо предположениям о характере этой зависимости. Для этого, пренебрегая малыми слагаемыми, запишем эту формулу в виде

$$T(t) = T_0 [1 - b\alpha(t)^n]^{-1}, \quad (9)$$

где  $b = \gamma \sqrt{\frac{2\pi}{n}} \frac{a^2}{mg}$ . Как следует из (9),  $b = \frac{1}{\alpha_0^n} \frac{T(0) - T_0}{T(0)}$ , где  $T(0) = T(\alpha_0)$  — начальное значение периода колебаний. Отсюда найдем связь между функциями  $\alpha(t)$  и  $T(t)$ :

$$\alpha(t) = \alpha_0 \left[ \frac{T(0)}{T(0) - T_0} \left( 1 - \frac{T_0}{T(t)} \right) \right]^{1/n}. \quad (10)$$

В случае линейной зависимости  $T(t) = T(0)^*(1 - kt)$ , где  $k$  и  $T(0)^*$  — параметры линейной аппроксимации, значения которых находят из измеренной зависимости  $T(t)$  (см. рис. 2, б — 4, б и таблицу) имеем:

$$\alpha(t) = \alpha_0 \left( \frac{1 - pkt}{1 - kt} \right)^{1/n}, \quad (11)$$

где  $p = \frac{T(0)^*}{T(0)^* - T_0}$ . На рис. 7 показаны теоретическая зависимость, построенная по формуле (11), и результаты эксперимента на поверхности кремния. Удовлетворительное совпадение теории и эксперимента доказывает возможность применения данной методики.

**Заключение.** Предложенная феноменологическая модель взаимодействия шариков маятника и опорной поверхности объясняет зависимость периода колебаний маятника от амплитуды влиянием сил адгезии, действующих между телами на пятне контакта.

Данная модель дает возможность оценить удельную энергию и давление сил адгезионного взаимодействия на пятне упругого контакта. Из нее также можно установить аналитическую зависимость амплитуды колебаний от времени без каких-либо предположений о механизме диссипации энергии. Это означает, что в некоторых случаях измерение зависимости периода от времени может быть достаточным для феноменологического описания динамики свободных колебаний маятника.

Связь зависимости периода колебаний маятника от амплитуды и времени с силами адгезии и полученная из них теоретическая зависимость амплитуды от времени, которая близка к наблюдаемой, доказывают, что в условиях проведенных экспериментов основным механизмом диссипации энергии маятника является гистерезис сил адгезии.

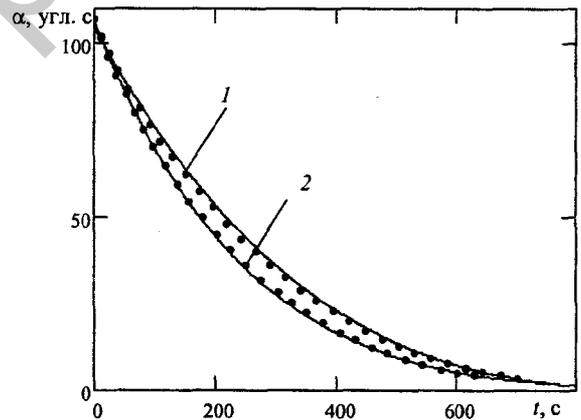


Рис. 7. Зависимость амплитуды колебаний от времени при контакте шариков с кремниевой пластиной <111> с шероховатостью поверхности  $R_0 = 0,4$  нм (1) и  $R_0 = 0,1$  нм (2). Точки — эксперимент, сплошные линии — расчет по формуле (11)

## Обозначения

$\alpha$  — амплитуда колебаний;  $m$  — масса маятника;  $R$  — радиус шарика;  $R_0$  — параметр шероховатости;  $E$  — модуль Юнга;  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $a$  — радиус статического пятна контакта;  $\alpha_s$  — угол статического пятна контакта;  $\alpha_0$  — начальная амплитуда колебаний;  $T(\alpha)$  — зависимость периода колебаний маятника от амплитуды;  $\varphi$  — угол отклонения маятника;  $M_1, M_2$  — моменты сил адгезии, действующие на передней и задней частях пятна контакта, соответственно;  $\omega_0, T_0$  — собственная частота и период колебаний маятника на абсолютно твердом основании;  $I$  — момент инерции маятника;  $E_{пр}$  — приведенный модуль упругости;  $W(\alpha)$  — энергия адгезионного контактного взаимодействия;  $r$  — перемещение пятна контакта при повороте шарика;  $y, x$  — координаты;  $n$  — показатель степени;  $A$  — постоянная;  $\gamma$  — давление сил адгезии;  $\sigma(\alpha)$  — плотность энергии адгезионного взаимодействия;  $c$  — коэффициент;  $W(\alpha)$  — энергия адгезионного взаимодействия;  $M(\varphi)$  — результирующий момент сил адгезии;  $g$  — ускорение свободного падения;  $k$  — коэффициент линейной аппроксимации;  $T(0)^*$  — начальный период колебаний при аппроксимации;  $b$  — коэффициент;  $t$  — время.

## Литература

1. Григорьев А. Я., Дубравин А. М., Ковалев А. В. и др. Измерение контактной адгезии и аттракционного взаимодействия технических поверхностей // Трение и износ. — 2003 (24), № 4, 405–412
2. Szoszkiewicz R., Bhushan B., Huey B. D., Kulik A. J., Gremaud G. Adhesion hysteresis and friction at nanometer and micrometer length // J. Appl. Phys. — 2006 (99), 014310, 1–7
3. Дубравин А. М., Комков О. Ю., Мышкин Н. К. Локальная трибometрия на основе сканирующего зондового микроскопа // Трение и износ. — 2005 (26), № 3, 269–277
4. Ковалев А. В., Ковалева И. Н., Мышкин Н. К. Феноменологическая модель адгезионного контакта // Трение и износ. — 2005 (26), № 6, 575–585
5. СЗМ методики. 2.2. Силовое взаимодействие зонда с поверхностью. — <http://www.ntmdt.ru/SPM-Techniques/Basics>
6. Джилавдари И. З., Ризноокая Н. Н. Об измерении гистерезисных потерь и работы адгезии на отрыв на пятне упругого контакта // Трение и износ. — 2008 (29), № 5, 453–458
7. Джилавдари И. З., Ризноокая Н. Н. Исследование динамики свободных микрокачаний маятника с опорой на два шарика // Трение и износ. — 2008 (29), № 1, 5–11
8. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Наука. — 1974
9. Савенко В. И., Измайлов В. П., Карагиоз О. В., Силин А. А., Щукин Е. Д. Применение маятникового метода для анализа механизмов поглощения энергии при качении // Трение и износ. — 1988 (9), № 2, 212–222
10. Джилавдари И. З. Исследование упругости и упругого гистерезиса поверхности материалов на основе динамики колебаний физического маятника с опорой качения // Трение и износ. — 2003 (24), № 1, 42–48
11. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. — М.: Мир. — 1989
12. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. — М.: Наука. — 1979

Поступила в редакцию 03.06.08.

Dzhilavdari I. Z. and Riznookaya N. N. Study of contact adhesion by method of free micro-oscillations of pendulum.

The paper deals with the experimental and theoretical study of the dependence of the period of small free oscillations on the amplitude of a pendulum with two balls supported by a flat surface. The dependence is explained by the action of adhesion forces on the contact spot. The pressure and the density of the adhesion energy are estimated.