

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 539.3

**ЧИГАРЕВА  
ЮЛИЯ АНАТОЛЬЕВНА**

**ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ  
ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ НЕОДНОРОДНЫХ АНИЗОТРОПНЫХ  
МАТЕРИАЛОВ**

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Минск, 2015

Работа выполнена в Белорусском национальном техническом университете

Научный руководитель

**Плескачевский Юрий Михайлович**,  
член-корреспондент НАН Беларуси,  
доктор технических наук, профессор,  
Председатель Президиума Гомельского  
филиала НАН Беларуси

Официальные оппоненты:

**Юрчук Николай Иосифович**,  
доктор физико-математических наук,  
профессор, профессор кафедры  
«Математическая кибернетика»  
Белорусского государственного  
университета;

**Леоненко Денис Владимирович**,  
доктор физико-математических наук,  
доцент, профессор кафедры  
«Строительная механика» Белорусского  
государственного университета  
транспорта

Оппонирующая организация

Брестский государственный технический  
университет

Защита состоится 25 сентября 2015 г. в 14<sup>00</sup> часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.05.07 при Белорусском национальном техническом университете по адресу: 220013, г. Минск, проспект Независимости, 65, корп.1, ауд. 202, тел. ученого секретаря 292-24-04.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского национального технического университета.

Автореферат разослан 25 августа 2015 г.

Ученый секретарь совета  
по защите диссертаций, Д 02.05.07  
канд. физ.-мат. наук

Ширвель П.И.

## ВВЕДЕНИЕ

Процессы деформирования и разрушения неоднородных тел под действием резких изменений температуры широко распространены в природе и технике, а технологии, основанные на них, издавна используются для термоупрочнения металлических изделий и при дроблении каменных пород.

Создание и производство новых композитных материалов, номенклатура, производство и применение которых неуклонно растет, расширяющаяся сеть высокоэнергетических установок типа ядерных и химических реакторов, природные геотермические процессы ставят новые задачи изучения деформирования и разрушения неоднородных сред при термосиловых воздействиях, в том числе, резком изменении температурных режимов. Такие режимы традиционно используются в технологиях упрочнения металлов, возникают при авариях на ядерных и химических реакторах, при ликвидации чрезвычайных ситуаций, связанных с пожарами, наблюдаются в земной коре при извержениях вулканов и лавы в океанических разломах дна.

Математическое моделирование этих процессов приводит к необходимости построения связанных систем дифференциальных уравнений в частных производных с переменными коэффициентами, которые описывают термоупругопластическое деформирование и разрушение неоднородных сред при термосиловых воздействиях. Разработанные методы решения граничных и начальных задач термоупругости, термопластичности и терморазрушения даже для однородных изотропных тел являются приближенными, а для более реальных неоднородных моделей не существует общих правил получения аналитических решений. На современном этапе удастся получать решения для детерминированно неоднородных сред с кусочно гладкими свойствами и конкретными типами распределения неоднородности, а также для микрон неоднородных сред, используя варианты метода осреднения. Дальнейшая разработка методов решения конкретных граничных и начальных задач устанавливает общие закономерности, что позволит со временем создать теоретическую базу для нахождения аналитических решений задач неоднородных анизотропных сред термоупругопластичности и разрушения. С другой стороны, решение конкретных начальных и граничных задач, возникающих в практике, стимулирует создание теории, что актуально для приложений в технике и природных процессах.

## **ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

### **Связь работы с научными программами (проектами), темами**

Тема диссертации соответствует подпунктам 1.2, 5.1 и 7.1 «Перечень приоритетных направлений фундаментальных и прикладных научных исследований Республики Беларусь на 2011-2015 годы», утвержденного постановлением Совета Министров №585 от 19.04.2010 г., а также приоритетным направлениям 06.34.16, 06.34.00, 1.04.00 и 03.00.00 научно-технической деятельности в Республике Беларусь на 2011-2015 годы, утвержденных Указом Президента №378 от 22.07.2010 г. Работа над диссертацией выполнялась в рамках проекта БРФФИ T11-M170 в 2011-2012 «Необратимое и обратимое деформирование цилиндрических и сферических композитных тел при термосиловом нагружении» (№ГР20113143 от 09.10.2011).

### **Цели и задачи исследования**

Целью диссертационной работы является разработка методов решения стационарных и квазистатических задач термомеханики деформирования и разрушения тел с цилиндрической, сферической симметрией, плоской ортотропной анизотропией и микро-макро неоднородностью структуры при начальном перепаде температур на внешней границе.

Для достижения цели исследования были решены задачи:

- определить напряжения и деформации в полосе из ортотропного микрослоистого материала с двумя параллельными разрезами, на внешних границах которых заданы установившиеся тепловые потоки;
- получить формулы для расчетов коэффициентов концентрации напряжений в полосе в зависимости от расстояний между концами полубесконечных трещин, ширины полосы, глубины расположения трещин, характеристик микрокомпозитных материалов градиентного типа для поставленной задачи предельного состояния;
- решить стационарные задачи определения напряженно-деформированного состояния в макрокомпозитных 2-х слойных цилиндре и сфере, для упругого и пластического состояний в зависимости от соотношений между коэффициентами упругости, теплопроводности, пластичности внутреннего и внешнего цилиндров и сфер, определить пластические зоны;
- получить решения задач термоупругости для микрокомпозитных материалов в приближении эффективного поля и нелокальных соотношений для средних полевых величин, используя интегральные операторы, ядра которых зависят от корреляционных функций и функций Грина;
- получить выражения для оценки порога и вероятности перколяции при формировании структуры микрокомпозитного материала в процессе производства или эксплуатации;

– решить квазистационарные задачи вычисления оценок температурных напряжений в полой цилиндрической и полой сфере из микрокомпозитного материала с гладкими свойствами в приближении эффективной среды при резком изменении температуры и возникновении пластических состояний.

#### **Научная новизна**

Впервые рассмотрены вопросы вычисления коэффициентов концентрации напряжений в микрослоистой ортотропной среде с поверхностями негладкого изменения неоднородности, по которым растут трещины хрупкого разрушения или поверхности сдвига. Решены задачи возникновения пластического предельного состояния в неоднородных телах цилиндрической и сферической форм. Разработаны методы оценки порога и вероятности перколяции на основе теории марковских процессов.

#### **Положения, выносимые на защиту**

Новыми результатами, выносимыми на защиту, являются:

1. Механико-математическая модель анизотропного термоупругого материала с градиентной неоднородностью, которая позволила описать широкий класс неоднородных сред, имеющих физико-механические свойства, промежуточные между кусочно однородными и неоднородными материалами с плавно изменяющимися свойствами и слабо выраженной дефектностью.

2. Расчет коэффициентов концентрации напряжений в ортотропной микрослоистой полосе с градиентным типом неоднородности, содержащей два параллельных разреза на поверхности скачков градиентов функций теплопроводности, упругости, теплоемкости и находящейся под воздействием температурных полей, приложенных на внешних границах слоя.

3. Определение установившегося напряженно-деформированного состояния, развившегося после резкого падения температуры (400-500 °С) на внешней границе в 2-х слойных цилиндрической и сферической (карбид кремния и алюминий, графит и алюминий); нахождение пластической зоны в зависимости от соотношения между материальными коэффициентами компонент.

4. Определение оценок вероятности и порога перколяции методом рандомизации при вычислении эффективных коэффициентов микрокомпозитных материалов в зависимости от концентрации для элементов конструкции в процессе их производства и эксплуатации.

5. Решение квазистационарных задач неоднородной анизотропной термоупругости и термопластичности для полой цилиндрической и шарообразной микрокомпозитных материалов (карбид кремния и алюминий, графит и алюминий) и определение пластической зоны, возникшей после резкого скачка температуры (400-500 °С), а также остаточных напряжений, возникших после терморазгрузки.

### **Личный вклад соискателя ученой степени**

Все основные результаты, представленные в диссертации, получены автором лично. Научный руководитель Плескачевский Ю.М. принимал участие в постановке задач и анализе полученных результатов.

Численные результаты по расчету напряженно-деформированного состояния в полых цилиндре и шаре были получены совместно с Аль-Зобайде А.М., Пронкевичем С.А., Минченей В.В. и вошли в два параграфа четвертой главы, работы с другими соавторами в диссертацию не вошли.

### **Апробация результатов диссертации и информация об использовании ее результатов**

Основные результаты диссертации докладывались на ряде научно-технических конференций в Беларуси, Германии, России:

XLIII Республиканский научно-методический семинар «Применение методов компьютерной механики в инженерии, науке, образовании» (Минск, 8 февраля 2011 г.), 56 International Conf. «Innovation in Mechanical Engineering-Shaping the Future» (Ilmenau – Sept. 2011), Международная научно-практическая конференция ученых МАДИ (РТУ), РГАУ-МСХА, ЛНАУ (Москва-Луганск, 14-15 июня 2012г.), III Всероссийская конференция по механике деформируемого твердого тела (Чебоксары, август 2014 г.), Международная научно-техническая конференция «Моделирование и инжиниринг механических и мехатронных систем (Минск, 3-5 февраля 2015 г.).

### **Опубликование результатов диссертации**

Основные результаты диссертации опубликованы в 12 научных работах, из них 6 статей в научных журналах, входящих в перечень изданий ВАК общим объемом (3 авторских листа), 2 статьи в научных журналах, 3 статьи в сборниках материалов конференций, 1 тезис доклада.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертационная работа состоит из введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения и списка литературы. Полный объем диссертационной работы составляет 142 страницы, из них 43 рисунка занимают 9 страниц, таблиц нет, количество используемых библиографических источников составляет 97 наименований, включая собственные публикации автора на 6 страницах.

## ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

**Первая глава** посвящена общим принципам получения уравнений термомеханики на основе законов термодинамики и механики сплошной среды.

В первом параграфе на основе метода термодинамических потенциалов представлен вывод основных уравнений для линейной неоднородной анизотропной термоупругой среды и сформулированы основные начальные и граничные условия.

Уравнения термоупругости записываются в виде

$$c_{ijkl}u_{k,lj} + c_{ijk,l}j u_{k,l} = \rho \ddot{u}_i + \beta_{ij}\theta_{,j} + \beta_{ij,j}\theta - X_i, \quad (1.1)$$

где  $c_{ijkl}(\bar{x})$  – модули упругости, зависящие от пространственных координат  $\bar{x}$ ;  $\rho$  – плотность;  $\beta_{ij}$  – коэффициенты теплопроводности, зависящие от пространственных координат;  $\theta$  – приращение температуры;  $X_i$  – массовые силы.

Эти уравнения совместно с уравнением теплопроводности образуют замкнутую связанную систему уравнений динамической термоупругости

$$\lambda_{ij}\theta_{ij} + \lambda_{ij,i}\theta_{,j} - \varepsilon_{ij}e_{ij} = c_0\theta - W_T \quad (1.2)$$

Связанная система уравнений (1.1), (1.2) описывает деформирование анизотропного неоднородного тела под действием нестационарных механических и тепловых воздействий, а также изменение температурного поля, обусловленное его деформированием.

Начальные условия для системы уравнений (1.1), (1.2) задаются в виде

$$\begin{aligned} \theta(\bar{x}, 0) &= \theta_0(\bar{x}), & u_i(\bar{x}, 0) &= g_i(\bar{x}), \\ \dot{u}_i(\bar{x}, 0) &= f_i(\bar{x}), \end{aligned} \quad \text{для } \bar{x} \in V, t = 0 \quad (1.3)$$

где  $\theta_0(\bar{x})$ ,  $g_i(\bar{x})$ ,  $f_i(\bar{x})$  – функции, заданные по всему объему тела при  $t = 0$ .

Силовые граничные условия задаются в виде

$$\sigma_{ij}n_j = P_i(\bar{x}_S, t), \quad \text{для } \bar{x}_S \in S, t > 0 \quad (1.4)$$

Кинематические граничные условия имеют вид

$$u_i = u_i^s(\bar{x}_S, t), \quad \text{для } \bar{x}_S \in S, t > 0 \quad (1.5)$$

Условие теплообмена на границе задается в форме Ньютона

$$n_i \lambda_{ij}^T T_{,j}(\bar{x}, t) + \alpha_S [T(\bar{x}, t) - T_c^S(\bar{x}, t)] = 0 \text{ для } \bar{x} \in S, \quad (1.6)$$

где  $\alpha_S$  – коэффициент теплоотдачи с поверхности S тела,  $n_i$  – компонент внешней нормали.

Во втором параграфе конкретизированы модели анизотропной неоднородной среды для случая изотропной и ортотропной неоднородных сред.

Третий параграф посвящен формулировке основных начально-граничных задач термоупругости в случае двумерной неоднородности.

В четвертом параграфе рассмотрены постановки задач о концентрации напряжений в окрестностях кончиков трещин, расположенных в неоднородном ортотропном материале градиентного типа под действием внешних тепловых потоков. Сформулирован критерий предельного состояния в зависимости от угла начального роста трещин.

Уравнения, описывающие стационарные температурные поля  $T^{(\tau)}(x, y)$  в ортотропной микрослоистой среде градиентного типа имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ \Lambda_{11}^{(\tau)}(y) \frac{\partial T^{(\tau)}}{\partial y} \right] + \Lambda_{22}^{(\tau)}(y) \frac{\partial^2 T^{(\tau)}}{\partial x^2} = 0, \quad (\tau = 1, 2), \quad (1.7)$$

где  $\tau = 1$  соответствует верхнему слою,  $\tau = 2$  – нижнему,  $\Lambda_{11}^{(\tau)}(y)$ ,  $\Lambda_{22}^{(\tau)}(y)$  – переменные коэффициенты теплопроводности, зависящие от  $y$ .

На верхней и нижней плоскостях пластины формулируются три типа граничных условий для  $T_{(0)}^{(\tau)}(y)$  и соответственно нулевые условия для  $T_{(1)}^{(\tau)}(x, y)$ , причем  $T_{(x,y)}^{(\tau)} = T_{(0)}^{(\tau)}(y) + T_{(1)}^{(\tau)}(x, y)$ .

Граничные условия можно записать в виде

$$1. T^{(\tau)}(x, y) \Big|_{y=H_1}^{\tau=1} = T_{H_1}(x), \quad T^{(\tau)}(x, y) \Big|_{y=-H_2}^{\tau=2} = T_{H_2}(x). \quad (1.8)$$

$$2. \frac{\partial T^{(\tau)}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=H_1}^{\tau=1} = q_{H_1}(x), \quad \frac{\partial T^{(\tau)}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=-H_2}^{\tau=2} = q_{H_2}(x). \quad (1.9)$$

$$3. \frac{\partial T^{(\tau)}(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=H_1}^{\tau=1} = q_{H_1}(x), \quad T^{(\tau)}(x, y) \Big|_{y=-H_2}^{\tau=2} = T_{H_2}(x). \quad (1.10)$$



В пятом параграфе сформулирована задача термопластичности для определения напряжений и деформаций в композитных телах и возникновения остаточных напряжений после снятия термонагрузки.

**Вторая глава** посвящена решению стационарных задач механики терморазрушения и термопластичности, которые возникают при резком изменении температуры и установившегося затем состояния.

В первом параграфе рассмотрено решение термоупругой задачи о напряженно-деформированном состоянии в слое из микрослоистого ортотропного материала, ослабленного параллельными разрезами и находящемся под воздействием внешних тепловых полей. рисунке 1

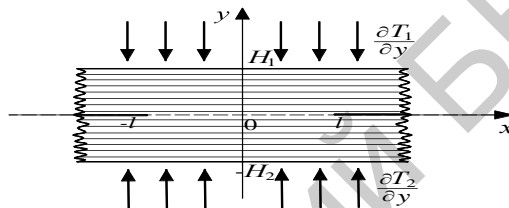


Рисунок 1. – Микронеоднородный слой под действием тепловых потоков,  $H_i (i=1,2)$  – толщины слоев,  $2l$  – расстояние между концами разрезов в плоскости  $O_{xy} (y=0)$

На основе полученного решения вычислены коэффициенты концентрации напряжений в окрестности концов разрезов в зависимости от геометрических и физико-механических параметров задачи. На рисунках 2, 3 изображены зависимости коэффициентов концентрации напряжений от безразмерного параметра  $l^* = H_1/l$ ,  $H_1$  – расстояние от верхней границы до разрезов

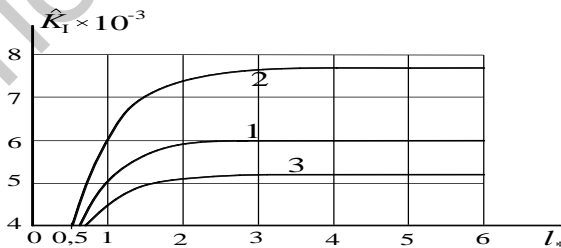


Рисунок 2. – Зависимость  $\hat{K}_I$  от  $l_*$  при  $\gamma_2/\gamma_1 = \delta_2/\delta_1 = 1$ ; 1 –  $\beta_2/\beta_1 = 1$ ; 2 –  $\beta_2/\beta_1 = 0,5$ ; 3 –  $\beta_2/\beta_1 = 2$

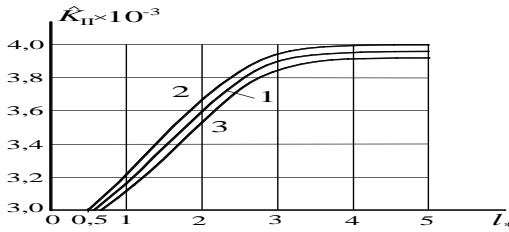


Рисунок 3. – Зависимость  $\hat{K}_{II}^*$  от  $l^*$  при  $\gamma_2/\gamma_1 = \delta_2/\delta_1 = 1$ ; 1 –  $1 - \beta_2/\beta_1 = 1$ ;  
2 –  $1 - \beta_2/\beta_1 = 0,5$ ; 3 –  $1 - \beta_2/\beta_1 = 2$

Условие предельного состояния полосы из микронеоднородного ортотропного материала зависит от начального угла отклонения трещины от прямолинейного направления роста вследствие микроскопической неоднородности градиентного материала.

Вопросам предельного состояния в телах из пластических материалов, которое устанавливается после скачка температуры посвящены четвертый и пятый параграфы. На рисунке 4 изображена зависимость радиальных напряжений по толщине композитного цилиндра в случае, когда внутренний цилиндр обладает более высокими термоупругими и пластическими физико-механическими свойствами. На рисунке 5 изображена зависимость окружных напряжений в композитном цилиндре с такими же свойствами.

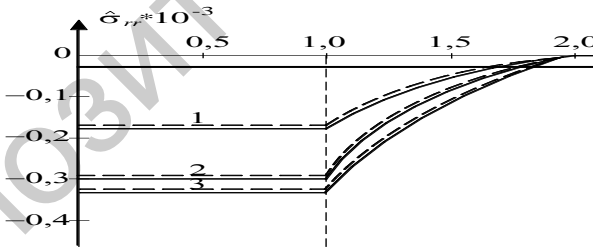


Рисунок 4. – Зависимость радиальных напряжений для первой модели при 1.  $\eta = 1$ ;  
2.  $\eta = 0,5$ ; 3.  $\eta = 0,8$ , пунктир – результаты других авторов

В случае, когда коэффициенты упругости и пластичности внутреннего и внешнего цилиндров близки по величине пластическая область возникает во внешнем и внутреннем цилиндрах в окрестности границы двух цилиндров рисунке б

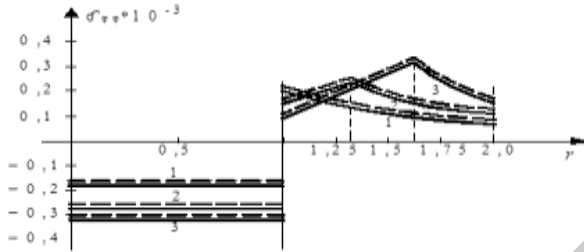


Рисунок 5. – Зависимость окружных напряжений  $\hat{\sigma}_{\varphi\varphi}$  от радиуса  $r$  при значениях параметра  $\eta$ : 1.  $\eta = 0$ ; 2.  $\eta = 0,5$ ; 3.  $\eta = 0,9$ , пунктир – результаты других авторов

В пятом параграфе решена задача о композите, образованном двумя сферами, вложенными одна в другую и жесткосоединенными между собой. Рассмотрены задачи о вычислении напряженно-деформированного состояния в случаях аналогичных задачи для цилиндрического композита. Результаты качественно подобны результатам для композитного цилиндра.

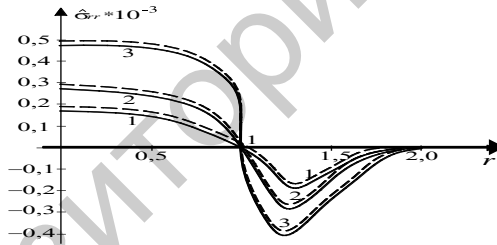


Рисунок 6. – Зависимость радиальных напряжений  $\hat{\sigma}_{rr}$  от радиуса  $r$  при  $\eta = 0$ ; 2.  $\eta = 0,5$ ; 3.  $\eta = 0,9$ , пунктир – результаты других авторов.

Рассмотренные задачи для цилиндрических и сферических тел могут быть использованы для расчета эффективных коэффициентов упругости, пластичности и теплопроводности композитов, армированных сферическими, цилиндрическими частицами.

**Третья глава** посвящена расчету эффективных коэффициентов теплопроводности микрокомпозитных материалов с учетом образования кластеров перколяции и разброса свойств. Модели детерминировано неоднородных сред, рассмотренные во второй главе, целесообразно использовать при решении задач, связанных с определением концентрации напряжений около кончиков трещин и локализации пластических деформаций около концентраторов напряжений. В задачах термоупругости, теплопроводности микронеоднородных тел, когда

влияние структуры на процессы распространения тепла, напряженно-деформированное состояние достаточно учесть с помощью интегральных характеристик, обычно используется метод эффективной среды, который сводит решение исходной квазилинейной задачи (уравнения с переменными коэффициентами) к последовательному решению задач: 1. вычисления эффективных операторов теплопроводности, которые в сингулярном приближении переходят в эффективные коэффициенты теплопроводности и упругости; 2. решения исходной задачи с эффективными коэффициентами. Погрешность полученного решения связана с учетом масштабного и краевого эффектов и может быть приемлемой в тех случаях, когда масштаб структуры материала значительно меньше масштаба рассматриваемого тела.

Рассмотрено вычисление коэффициентов теплопроводности для поликристаллических материалов. В зависимости от анизотропии свойств теплопроводности кристаллов возможны ситуации, когда поликристалл становится теплопроводником или изолятором в зависимости от коэффициента анизотропии и начального распределения теплопроводящих и изолированных граней кристаллитов.

Соответствующие зависимости изображены на рисунке 7



Рисунок 7. – Зависимость  $\alpha(v)$ : 1. При  $v = 0$ , при  $\alpha = 0$ ; 2. При  $v = 0$ ,  $\alpha = 1/2$

Рассмотрено получение оценок порогов перколяции на основе дискретных моделей для поликристалла с вычислением порога перколяции по связям и по узлам. Для волокнистых микрокомпозитов при grad T перпендикулярном волокнам, зависимость эффективной теплопроводности от концентрации волокон имеет нелинейный характер, гладко сопрягаемый с линейной аппроксимацией. На рисунке 8 показаны нелинейные зависимости коэффициента эффективной теплопроводности  $v^*$  вблизи порога перколяции, полученные для модели эффективной среды.

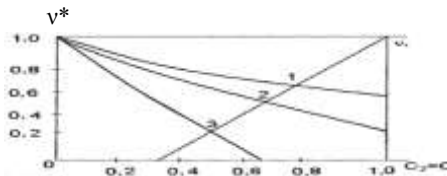


Рисунок 8. – Зависимость коэффициента эффективной теплопроводности  $v^*$  от концентрации  $c$ : 1. при  $v_2 = 0,5$ ; 2. при  $v_2 = 0,2$ ; 3. при  $v_2 = 0$ .

На рисунке 9 изображена зависимость  $v^*$  от  $c$  с учетом перколяции (пунктир) по связям.

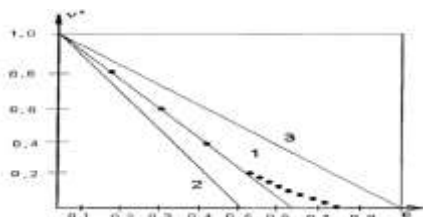


Рисунок 9. – Зависимость  $v^*$  от  $c$  при 1.  $m = 6$ ,  $c_p = \frac{2}{3}$ ; 2.  $m = 2$ ,  $c_p = \frac{1}{2}$ ; 3.  $m = 2$ ,  $c_p = 0$

На рисунке 10 изображена зависимость  $v^*$  от  $c$  с учетом перколяции (пунктир) для двумерной модели (волокнистый композит).

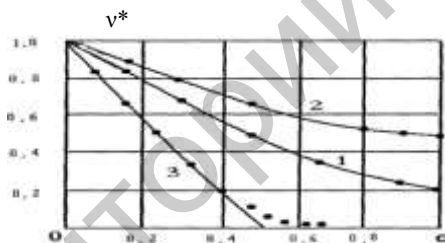


Рисунок 10. – Зависимость  $v^*$  от  $c$  для двумерной модели волокнистого композита с учетом перколяции 1.  $v_2=2$ , 2.  $v_2=5$ , 3.  $v_2=0$

Событие образования перколяционного кластера в реальных условиях изготовления микрокомпозитного тела явление случайное. Поэтому вычисление вероятности его проведения на основе метода рандомизации, в соответствии с которым в конкретных реализациях материала всегда имеет место случайный разброс свойств от расчетного значения. Плотность вероятности  $p$  события

$v^*(c) = v^*$  можно записать в виде  $P(v^*, c) = \langle \delta(v^*(c) - v^*) \rangle$ , где  $\langle \delta \rangle$  – функция превращается при  $c = 0$  в детерминированную  $\delta$  – функцию  $P(0) = \delta(v^*(0) - 1)$ .

Для  $P(v^*, c)$  в этом случае стандартным способом получается уравнение типа ФПК, если  $v^*(c)$  удовлетворяет дифференциальному уравнению типа Ланжевена.

На рисунке 11 представлена зависимость плотности вероятности перколяции от величины концентрации  $c$  и эффективного коэффициента теплопроводности  $v^*$ .

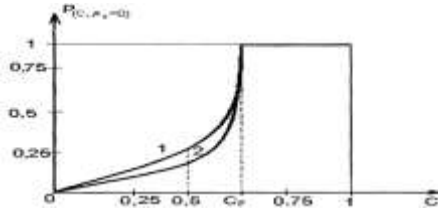


Рисунок 11. – Зависимость вероятности  $P$  перколяции от концентрации  $c$

В четвертой главе с использованием результатов главы три рассмотрено решение квазистационарной термоупругой и термопластической задач об определении напряженно-деформированного состояния в микрокомпозитном полом цилиндре конечной длины на внутренней и внешней поверхностях которого поддерживается заданная температура, причем температура окружающей среды поддерживается постоянной, на торцах происходит теплообмен с окружающей средой. Силовые нагрузки отсутствуют. Материал цилиндра микронеоднородный, причем масштаб структуры материала значительно меньше толщины и длины цилиндра, что позволяет использовать метод эффективной среды для решения задачи о распределении температуры и напряжений. Метод декомпозиции сводит решение исходной задачи к последовательному решению задач: 1. с однородными граничными условиями на торцах и ненулевыми на боковых поверхностях; 2. с неоднородными граничными условиями на торцах и с нулевыми на боковых поверхностях. Решение исходной задачи  $T(t, r, \varphi)$  представляется в виде суммы частных решений  $T(t, r, \varphi) = T_1(t, r, \varphi) + T_2(t, r, \varphi)$ .

Получены выражения трансформант Лапласа для напряжений также в виде суммы решений двух выше названных граничных задач.

Для случая цилиндра бесконечной длины в квазистационарном приближении решена задача об упругопластическом деформировании при резком скачке температуры на внешней поверхности цилиндра. Получены выражения для напряжений по толщине цилиндра при выполнении условия пластичности, найден радиус пластической зоны. Рассмотрено решение задачи о термоупругом и термопластическом деформировании полой сферы из микронеоднородного материала, находящейся в температурном поле, резко изменяющемся на внешней границе, в результате чего наступает предельное пластическое состояние.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### Основные научные результаты диссертации

В результате выполнения работы получены следующие новые результаты:

1. Получено новое численно-аналитическое решение уравнений термоупругости ортотропной микрослоистой среды, в случае, когда зависимость неоднородности от пространственных координат имеет экспоненциальный характер. На основе полученного решения вычислены коэффициенты интенсивности напряжений в окрестности кончиков трещин, распространяющихся по границе скачка градиентов физико-механических параметров среды, что позволило более точно (на 15-20 %) решать задачи предельного состояния и прогнозировать направление распространения трещин [2, 4].

2. Установлено, что меняя характер неоднородности в направлении перпендикулярном начальным трещинам можно управлять направлением и прогнозировать на 10-15% точнее угол роста трещины при достижении предельного состояния хрупкого разрушения [11].

3. Установлена нелокальность определяющих соотношений в неоднородных термоупругих средах, описываемая интегральными операторами, ядра которых зависят от комбинаций тензоров Грина и корреляционных (структурных) функций физико-механических параметров среды и обращающихся в случае сильной изотропии в коэффициенты эффективной термоупругой среды, вычисление которых дает результаты на 10-18% ближе к экспериментальным данным для реальных материалов [1, 3, 9].

4. Методы вычисления вероятностей образования кластеров и порога перколяции в процессе синтеза или накопления повреждений в микронеоднородных материалах, существенно изменяющих механические макроскопические свойства конструктивных элементов, что позволяет на 10-15% точнее прогнозировать величины коэффициента анизотропии или концентрации, при которых возникает перколяционный кластер [6, 12].

5. Механико-математические модели для расчета напряжений и деформаций в квазистационарных задачах термоупругопластической микронеоднородной среды для полых конструктивных элементов цилиндрической и сферической форм, а также в статических задачах для двухслойных цилиндрических и сферических тел, что дает более точные (на 5-10%) формулы для оценки напряжений предельного состояния, и границ упругопластических зон [5, 7, 8, 10].

### **Рекомендации по практическому использованию результатов.**

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании, производстве и эксплуатации конструктивных элементов типа пластин, цилиндров и сфер из композитных материалов с анизотропной структурой и неоднородностями типа: кусочно-однородной, микрослоистой градиентного типа, микронеоднородностью, плавно изменяющейся по объему тела. В соответствии с полученными соотношениями предложены критерии предельных состояний элементов конструкций при воздействии температурных нагрузок для хрупкого и пластического типа разрушений, что позволяет прогнозировать направление роста трещин и пластических зон.

Результаты могут быть использованы в производстве компонентов типа твэлов и их оболочек для ядерных реакторов и других деталей конструкций ядерных и химических реакторов, с целью создания радиоактивных композитов, не разрушающихся хрупким образом при резких скачках температуры, а деформирующихся пластически, что обеспечит большую экологическую безопасность.

При технологиях упрочнения, основанных на резких перепадах температуры, когда важно, чтобы в деталях реализовывалось предельное пластическое состояние. Аналогичные проблемы существуют в металлургии, геотермии, вулканологии.

Результаты исследований могут быть использованы в преподавании курсов термоупругости, термопластичности и терморазрушения конструкций из макро и микронеоднородных материалов.



**СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ****Статьи в научных журналах**

1. Плескачевский, Ю.М. Эффективная теплоэлектропроводность микрокомпозитных керметных материалов для твэлов / Ю.М. Плескачевский, Ю.А. Чигарева // *Материалы. Технологии. Инструменты.* – 2011. – № 4. – С. 27–34.
2. Чигарева, Ю.А. Прогнозирование вероятности перколяции в микрокомпозитных материалах на основе марковских моделей достижения границ / Ю.А. Чигарева, Ю.М. Плескачевский // *Материалы. Технологии. Инструменты.* – 2012. – № 1. – С.10–18.
3. Плескачевский, Ю.М. Корректное применение моделей континуума, квазиконтинуума, сетей в микро-наномеханике / Ю.М. Плескачевский, Ю.А. Чигарева // *Доклады НАН Беларуси.* – 2012. – № 4. – С. 23–26.
4. Плескачевский, Ю.М. Концентрация термических напряжений в ортотропной пластине с двухмасштабной градиентной неоднородностью и разрезами / Ю.М. Плескачевский, Ю.А. Чигарева // *Материалы. Технологии. Инструменты.* – 2013. – № 2. – С. 5–16.
5. Плескачевский, Ю.М. Моделирование напряженно-деформированного состояния и остаточных напряжений в двухслойном цилиндре / Ю.М. Плескачевский, Ю.А. Чигарева // *Наука и техника.* – 2014. – № 2. – С. 7–12.
6. Плескачевский, Ю.М. Моделирование эффективной теплопроводности микрокомпозитной среды с учетом вероятности перколяции / Ю.М. Плескачевский, Ю.А. Чигарева // *Теоретическая и прикладная механика.* – 2014. – № 29. – С. 4–18.

**Статьи в других научных изданиях**

7. Аль-Зобайде, А.М. Термоупругое деформирование полого цилиндра при нестационарном изменении температуры / Али Абед Аль-Зобайде, С.А. Пронкевич, Ю.А. Чигарева // *Аспирант и соискатель.* – Москва, 2013. – № 6. – С. 90–97.
8. Аль-Зобайде, А.М. Термопластическое деформирование микрокомпозитной полой сферы при мгновенном охлаждении / Али Абед Аль-Зобайде, С.А. Пронкевич, Ю.А. Чигарева // *Аспирант и соискатель.* – Москва, 2013. – № 6. – С. 98–104.

**Материалы конференций**

9. Плескачевский, Ю.М. Эффективная тепло-электропроводность микрокомпозитных керметных материалов для твэлов / Ю.М. Плескачевский, Ю.А. Чигарева // *Научные труды Межд. научно-практич. конференции учёных МАДИ (ГТУ), РГАУ – МСХА, ЛНАУ, Москва-Луганск 14-15 июня 2012, т.6. Ест. и техн. науки, 2012.* – С. 23–36.
10. Аль-Зобайде, А.М. Моделирование стационарного распределения температуры в полом слоистом шаре / Али Абед Аль-Зобайде, С.А. Пронкевич,

Ю.А. Чigareва // Научные труды Межд. научно-практич. конференции учёных РГАУ – МСХА, ЛНАУ, Москва-Луганск 14-15 июня 2012, т. 7. Ест. и технич. Науки, 2012. – С. 51–55.

11. Плескачевский, Ю.М. Концентрация напряжений в микрослоистой ортотропной полосе с разрезами, под воздействием температурных нагрузок / Ю.М. Плескачевский, Ю.А. Чigareва // Материалы Всероссийской конференции по механике деформируемого твердого тела, Чебоксары, 2014. – С. 133–137.

**Тезисы докладов**

12. Chigareva J. Damage mechanism in the Cermetfuel rod shell undergoing a rapid cooling. / J. Chigareva, V. Minchenya // Innovation in Mechanical Engineering-Shaping the Future, 56th JWK, Ilmenau, Sept. 2011. – P. 98.

РЭЗЮМЭ  
ЧЫГАРАВА ЮЛІА АНАТОЛЬЕЎНА

**Тэрма механічнае дэфармаванне і разбурэнне элементаў канструкцый з  
неаднародных анізатропных матэрыялаў**

*Ключавыя словы:* тэрмапружка, напруга, дэфармацыі, тэрмапластычнасць, канцэнтрацыя напружэнняў, мікра, макра, кампазіцыя, перкаляцыя.

*Аб'ект даследавання:* макракампазітныя целы з цыліндрычнай, сферычнай сіметрыяй, мікракампазітныя целы з плоскай артатропнай анізатрапіяй і градыентнай неаднастайнасцю, мікранеаднародныя анізатропныя асяроддзі.

*Прадмет даследавання:* пружкія і пластычныя палі напружэнняў і дэфармацый, якія ўзнікаюць у макра і мікракампазітных целах пад уздзеяннем рэзкага змянення тэмпературы ў знешнім асяроддзі.

*Вынікі і іх навізна:*

1. Мадэль анізатропнага тэрмапружкага матэрыялу з градыентнай неаднароднасцю, якая апісвае шырокі клас неаднародных асяроддзяў якія маюць фізіка-механічныя ўласцівасці, прамежкавыя паміж кавалкава-аднароднымі і неаднароднымі матэрыяламі з плаўна зменлівымі ўласцівасцямі.

2. Разлік каэфіцыентаў канцэнтрацыі напружанняў у артатропнай мікраслаістай паласе з функцыяй неаднастайнасці матэрыяльных кафіцыентаў, градыент якой выпрабоўвае разрыў у плоскасці  $xOy$ , што абумоўлівае развіццё ў ёй двух паралельных разрэзаў пад уздзеяннем стацыянарных тэмпературных палёў, якія зададзены на верхніх і ніжніх межах паласы.

3. Вызначэння ўстаноўленага напружана-дэфармаванага стану ў мікракампазітных цыліндры і сферы з кавалка-пастаяннымі ўласцівасцямі, знаходжанне пластычнай зоны ў залежнасці ад адносін паміж матэрыяльнымі кафіцыентамі кампанент.

4. Разлік верагоднасці і парога перкаляцыі ў мікракампазітных матэрыялах ў працэсе вытворчасці і пры эксплуатацыі, упершыню заснаваныя на метадзе рандамізацыі залежнасцей эфектыўных кафіцыентаў ад канцэнтрацыі кампанентаў.

5. Рашэнне тэрмапружкасці і тэрмапластачнасці для полых цыліндру і сферы з мікракампазітных матэрыялаў і вызначэнне пластычнай зоны, якая ўзнікае пасля рэзкага скачка тэмпературы, а таксама рэшткавых высілкаў, якія ўзніклі пасля тэрмаразгрузкі.

РЕЗЮМЕ  
ЧИГАРЕВА ЮЛИЯ АНАТОЛЬЕВНА

**Деформирование и разрушение элементов конструкций из неоднородных анизотропных материалов при резком изменении температуры**

*Ключевые слова:* термоупругость, напряжение, деформации, термопластичность, концентрация напряжений, микро, макро, композиция, перколяция.

*Объект исследования:* макрокомпозитные тела с цилиндрической, сферической симметрией, микрокомпозитные тела с плоской ортотропной анизотропией и градиентной неоднородностью, микронеоднородные анизотропные среды.

*Предмет исследования:* упругие и пластические поля напряжений и деформаций, которые возникают в макро и микрокомпозитных телах под воздействием резкого изменения температуры во внешней среде.

*Результаты и их новизна:*

1. Модель анизотропного термоупругого материала с градиентной неоднородностью, отличающейся от моделей сред с резко выраженными границами раздела различных материалов или плавноменяющимися свойствами, что позволяет исследовать широкие классы материалов с границами раздела, на которых функции материальных коэффициентов среды непрерывны, а их градиенты изменяются скачками, что характеризует материалы со слабым типом дефектов.

2. Расчет коэффициентов концентрации напряжений в ортотропной микрослоистой полосе с функцией неоднородности материальных коэффициентов, градиент которой испытывает разрыв в плоскости  $xOy$ , что обуславливает развитие в ней двух параллельных разрезов под воздействием стационарных температурных полей, заданных на верхней и нижней границах полосы.

3. Определение установившегося напряженно-деформированного состояния в макрокомпозитных цилиндре и сфере с кусочно-постоянными свойствами, нахождение пластической зоны в зависимости от соотношения между материальными коэффициентами компонент.

4. Расчеты вероятности и порога перколяции в микрокомпозитных материалах в процессе производства и при эксплуатации, впервые основанные на методе рандомизации зависимостей эффективных коэффициентов от концентрации компонентов.

5. Разработан двухэтапный подход к последовательному решению термических задач для элементов конструкции из микрокомпозитных материалов, сочетающих расчет эффективных материальных коэффициентов на первом этапе и решение квазистационарных задач нахождения напряженно-деформированного состояния на втором этапе в полых микронеоднородных цилиндре и шаре при

термоупругопластических состояниях, возникающих при резком изменении температуры.

Репозиторий БНТУ

SUMMARY  
CHIGAREVA JULIA ANATOLIEVNA

**Termomechanical deformation and destroyed of construction elements from inhomogeneous anisotropy materials**

**Key words:** thermoelasticity, stresses, strains, thermoplasticity, concentration of stresses, micro, macro, composition, percolation.

**Object of research:** macrocomposite bodies with cylindrical, spherical symmetry, microcomposite bodies with plane orthotropic anisotropy and gradiental inhomogeneity, microinhomogeneous isotropical media.

**Subject of research:** elastical and plastical fields of stresses and strains, which arise in macro and microcomposite bodies under on impact of sudden temperature fall in external medium. For solving of problem which are formulated in dissertation were used the methods of integral transformations, the methods of approximate inverse of Laplace's transformation, the methods of stochastic functions which base on applying of Markov's functions, calculate methods.

**The results and their novelty:**

1. The model of anisotropic thermoelastisity material with gradiental inhomogeneity, which have the feature differented from media, models with sharp boundaries of different materials or smoth features. It allows to investigates material classes with boundaries on which the function of material coefficients are continuous but the gradients change by a leap. It defines materials with type of weak defects.

2. The calculation of stress concentration in ortotropic microlayred stripe which has function of material coefficient continnous but gradients have leaps on the plane xoy and two parallel sections and undergoing stationary temperature fields on top and botton boundary of the strip.

3. The expression for the stress strain state of the plasticity which is developed after sudden sinking of a temperature on external boundary and which depence on a correlation between material coefficients of layer components in the cylinder and the sphere.

4. An application of random method for the definition of the connection between effective coefficients and their components. To obtain the evaluation of the probability and the percolation threshold in microcomposite materials by a manufacturing and by an explotation.

5. The two-stage for consecutive solving of termic problems for construction elements from microcompositic materials which combine the calculations of effective coefficient on first stage and a solving quasistationary problems for determination of stress-strain state on second stage inhollow cylinder and sphere. These states arise by sharp change of a temperature.

**ЧИГАРЕВА  
ЮЛИЯ АНАТОЛЬЕВНА**

**ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ  
ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ НЕОДНОРОДНЫХ АНИЗОТРОПНЫХ  
МАТЕРИАЛОВ**

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела